

**Uniwersytet Warszawski**

---

Wydział Fizyki

ZAKŁAD OPTYKI INFORMACYJNEJ



**ROZPRAWA DOKTORSKA**

**MARCIN STOLAREK**

**ELEMENTY DYFRAKCYJNE, REFRAKCYJNE  
I ABSORPCYJNE OPARTE NA PODFALOWYCH  
PERIODYCZNYCH STRUKTURACH  
METALICZNYCH**

PROMOTOR:  
dr hab. Rafał Kotyński

Warszawa 2016





## OŚWIADCZENIE AUTORA PRACY

OŚWIADCZAM, ŚWIADOMY ODPOWIEDZIALNOŚCI KARNEJ ZA POŚWIADCZENIE NIEPRAWDY, ŻE NINIEJSZĄ PRACĘ DYPLOMOWĄ WYKONAŁEM OSOBIŚCIE I SAMODZIELNIE, I NIE KORZYSTAŁEM ZE ŹRÓDEŁ INNYCH NIŻ WYMIESZCZONE W PRACY.

.....

PODPIS

**University of Warsaw**

---

Faculty of Physics

INFORMATION OPTICS DEPARTMENT



**PHD IN PHYSICS**

**MARCIN STOLAREK**

**DIFFRACTIVE, REFRACTIVE AND ABSORPTIVE  
OPTICAL ELEMENTS BASED ON PERIODIC  
SUB-WAVELENGTH METALLIC STRUCTURES**

SUPERVISOR:

Rafał Kotyński Ph.D

Warsaw 2016



Serdecznie dziękuję ...

# **Spis treści**

<b>1. Wstęp.....</b>	1
1.1. Wprowadzenie .....	1
1.2. Cele i tezy pracy .....	3
1.3. Podział pracy .....	4
<b>2. Modelowanie własności podfalowych struktur fotonicznych.....</b>	7
2.1. Metody modelowania podfalowych struktur fotonicznych .....	7
2.1.1. Metoda propagacji wiązki.....	10
2.1.2. Metoda macierzy przejścia (TMM) .....	11
2.1.3. Metoda różnic skończonych (FDTD).....	13
2.1.4. Warunki brzegowe w symulacjach elektromagnetycznych....	16
2.1.5. Nieodbijające warunki brzegowe (PML) .....	18
2.1.6. Źródła pola elektromagnetycznego w symulacjach .....	19
2.1.7. Metoda FDTD dla układów o symetrii walcowej (BOR-FDTD).....	20
2.2. Układy liniowe niezmiennicze ze względu na przesunięcia .....	22
2.3. Modele dyspersji materiałów .....	25
2.3.1. Model Lorenza-Drudego .....	25
2.4. Przybliżenie ośrodka efektywnego.....	27
2.5. Symulacje na komputerach dużej mocy .....	30
<b>3. Filtry asymetryczne oraz sprzęgacze oparte na metalowych siatkach dyfrakcyjnych o okresie bliskim lub mniejszym od długości fali .....</b>	33

3.1.	Własności dyspersyjne materiałów w zakresie terahercowym.....	34
3.2.	Siatki metalowe pełniące funkcję anteny w detektorze promienio-wania terahercowego .....	37
3.2.1.	Rezonansowa transmisja przez grube siatki.....	37
3.2.2.	Antena dla promieniowania THz o działaniu opartym na wzbudzeniu modu falowodowego.....	41
3.3.	Transmisja jednokierunkowa.....	46
3.4.	Soczewka dyfrakcyjna o transmisji jednokierunkowej .....	54
<b>4.</b>	<b>Absorberы elektromagnetyczne o budowie warstwowej .....</b>	<b>59</b>
4.1.	Powłoki antyodbiocene i absorberы.....	60
4.1.1.	Warstwa antyrefleksyjna .....	60
4.1.2.	Ekran Salisbury'ego .....	62
4.1.3.	Inne propozycje realizacji absorberów .....	63
4.2.	Wyprowadzenie UPML (ang. uniaxial perfectly matched layer) .....	64
4.2.1.	Definicja problemu.....	64
4.2.2.	Rozwiązywanie problemu za pomocą zamiany zmiennych .....	68
4.2.3.	Wynik przeprowadzonej analizy .....	69
4.3.	Realizacja PML za pomocą struktury warstwowej .....	70
4.3.1.	Analityczne sformuowanie problemu .....	70
4.3.2.	Wykorzystanie materiałów występujących w przyrodzie .....	73
4.3.3.	Podsumowanie wyników .....	77
<b>5.</b>	<b>Bezdyfrakcyjna propagacja światła w wielowarstwach metaliczno-dielektrycznych .....</b>	<b>81</b>
5.1.	Właściwości dyspersyjne metali i dielektryków w zakresie wi-dzialnym .....	82
5.2.	Wielowarstwy z bezdyfrakcyjną propagacją światła .....	86
5.3.	Nadrozdzielczy pryzmat .....	87
5.4.	Analiza gładkości powierzchni.....	90
<b>6.</b>	<b>Podsumowanie .....</b>	<b>99</b>

<b>Bibliografia .....</b>	101
<b>Spis ilustracji .....</b>	112
<b>Skorowidz skrótowców .....</b>	119



# Rozdział 1

## Wstęp

### 1.1. Wprowadzenie

Wśród ważnych wydarzeń, w które obfituje historia ostatnich trzydziestu lat optyki, z pewnością wymienić należy sformułowanie teorii kryształów fotonicznych. Periodyczna struktura kryształu fotonicznego określa zachowanie fotonów, podobnie jak sieć krystaliczna w ciałach stałych wpływa na poruszające się w nich elektrony. Geometria kryształu fotonicznego determinuje jego strukturę modową, właściwości dyspersyjne, a co za tym idzie właściwości refrakcyjne i dyfrakcyjne, a w przypadku kryształów plazmonicznych, także absorpcyjne. Chociaż tego rodzaju struktury były badane przez ludzi jeszcze w XIX wieku, to sam termin jak i nowatorskie podejście znajdujące głęboką analogię do fizyki półprzewodników pojawiły się dopiero po kluczowych pracach Eli Yablonovitscha [1] i Sajeeva Johna [2]. W szczególności przytoczeni autorzy zauważyli możliwość występowania fotonicznej przerwy wzbronionej. Poparcie wniosków teoretycznych wytworzonymi trójwymiarowymi kryształami fotonicznymi dla zakresu mikrofalowego [3] wraz z późniejszym wytworzeniem przez Kraussa i in. dwuwymiarowej struktury z fotoniczną przerwą wzbronioną dla długości fali elektromagnetycznej odpowiadającej światłu widzialnemu [4] otworzyło drogę do zupełnie nowych zastosowań.

Znaczący wpływ na postrzeganie elektromagnetyzmu miało wprowadzenie

optyki transformacyjnej [5; 6; 7; 8; 9], której podwaliny stworzyli Ward i Pendry. Zaproponowane przez nich podejście do równań Maxwella polegające na równoważnym potraktowaniu transformacji przestrzeni i przenikalności elektrycznej i magnetycznej jest analogiczne do opisu zakrzywienia przestrzeni przez grawitację w ogólnej teorii względności. Najbardziej spektakularnym przewidywaniem teoretycznym, opartym na optyce transformacyjnej, które zostało również potwierdzone w eksperymetach jest płaszcz niewidzialności (ang. electromagnetic cloak) [10; 11; 12].

Jednym z podstawowych zastosowań optyki przez stulecia było obrazowanie, czyli tworzenie obrazu rzeczywistego obiektu w innym miejscu w przestrzeni niż znajduje się sam obiekt. Zastosowanie znajdują tu zazwyczaj soczewki. Obrazowanie za pomocą tradycyjnych elementów optycznych ma jednak znaczące ograniczenia wynikające ze zjawiska dyfrakcji. Przy ich pomocy nie jest możliwe skupianie światła w obszarach znacznie mniejszych od połowy długości fali, co wynika z ograniczenia Rayleigha. Pierwsza teoretyczna propozycja realizacji idealnej soczewki została podana przez Pendry'ego [13; 14; 15; 16], a oparta była na wykorzystaniu materiałów o ujemnej przenikalności elektrycznej (Pendry zauważył, że dla pola bliskiego dla wybranej polaryzacji można zaniedbać właściwości magnetyczne), których własności teoretycznie analizował już w latach sześćdziesiątych XX wieku Wiesiełago (ang. transkrypcja Veselago) [17]. Dalsze prace dotyczące supersoczewek czy hipersoczewek [18; 19; 20; 21; 22] znacznie poszerzyły potencjalne zastosowania światła widzialnego w obszarach takich jak obrazowanie czy litografia wysokorozdzielcza wykorzystująca światło widzialne. Prowadząc w ten sposób do wzrostu zainteresowania plazmoniką - dziedziną opisującą fale plazmonowe, których występowanie odpowiada za mechanizmy fizyczne wykorzystywane w realizacji wspomnianych elementów. Obrazowaniu nadrozdzielczemu poświęcony jest rozdział 5.

Innym odkryciem, dla którego kluczowe znaczenie ma występowanie powierzchniowych plazmonów polarytonów jest nadzwyczajna transmisja fal elektromagnetycznych przez szczeliny o rozmiarach podfalowych. Analiza tego zjawiska została przedstawiona w 1998 przez Ebbesena i innych [23]. Prace te stanowią podstawę dla analizowanych w rozdziale 3 niniejszej rozprawy podfalowych siatek

dyfrakcyjnych wykazujących transmisję asymetryczną.

## 1.2. Cele i tezy pracy

Niniejsza rozprawa poświęcona jest strukturom fotonicznym zawierającym elementy metaliczne o rozmiarach charakterystycznych mniejszych od długości fali, w szczególności w postaci siatek, lub struktur cienkowarstwowych. Badania były ukierunkowane na uzyskanie transmisji nadrodzielczej i kontrolowanie jej kierunku, na uzyskanie transmisji asymetrycznej oraz jednokierunkowej, a także na kształtowanie właściwości absorpcyjnych. W wyniku przeprowadzonych prac sformułowane zostały następujące tezy:

- Podwójne podfalowe siatki metalowe (ang. double metallic grating - DMG) wykazują asymetrię transmisji w +1 i -1 rzędach dyfrakcyjnych dla przeciwnych kierunków propagacji. Jednocześnie, jako układy złożone z materiałów optycznie liniowych, zgodne z twierdzeniem o wzajemności Lorenza, nie wykazują asymetrii transmisji w zerowym rzędzie i nie mogą posłużyć do konstrukcji izolatorów optycznych. W geometrii cylindrycznej można je wykorzystać do konstrukcji jednokierunkowych soczewek dyfrakcyjnych.
- Metalowe siatki dyfrakcyjne umożliwiają wydajne, widmowo selektywne, sprzęganie fali z przestrzeni swobodnej do struktur falowodowych. Można je wykorzystać jako element anteny promieniowania terahercowego dla detektorów na tranzystorach polowych.
- Możliwa jest realizacja metamateriału absorpcyjnego o własnościach przypominających PML (ang. perfectly matched layer) dla długości fali z zakresu podczerwieni. Tego typu absorberły choć złożone z warstw o rozmiarach podfalowych, same osiągają jednak grubości zbliżone do długości fali lub większe - gdy wymagane jest osiągnięcie niskiego współczynnika odbicia dla padania pod kątami bliskimi  $90^\circ$ .
- Realizacja metamateriałów charakteryzujących się propagacją światła nie podlegającą ograniczeniu dyfrakcyjnemu opartych na wielowarstwach

metaliczno-dielektryczne wymaga bardzo gładkiego napylania warstw. Chropowatości warstw przekraczające  $1 \text{ nm}^1$  mogą uniemożliwić praktyczne wykorzystanie takich struktur, szczególnie w przypadku stosów zacierających 10 bądź więcej warstw.

### 1.3. Podział pracy

Niniejsza rozprawa doktorska składa się ze wstęp, pięciu rozdziałów, oraz szóstego rozdziału stanowiącego podsumowanie pracy. Wstęp zawiera niezbędne elementy wprowadzające do tematyki kształtuowania fal elektromagnetycznych oraz przedstawia tezy rozprawy doktorskiej. Rozdział drugi stanowi wprowadzenie do metod modelowania elektromagnetycznego. Opisane w nim zostały stosowane w symulacjach metody numeryczne, w szczególności dokładnie metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu (ang. FDTD finite-difference time-domain). Rozdział ten zawiera również podstawy teorii układów liniowych niezmienniczych ze względu na przesunięcia, wraz z elementami optyki fourierowskiej. Zawiera także wstęp do przybliżenia ośrodka efektywnego stosowanego dla wielowarstw dyskutowanych w rozdziale czwartym i piątym.

Rozdział trzeci poświęcony jest projektowaniu układów, przeznaczonych dla zakresu terahercowego. Rozdział traktuje o możliwości wykorzystania metalowych siatek dyfrakcyjnych w roli anten promieniowania terahercowego. Wskazane zostały możliwości transmisji selektywnej - rezonansowej. Zachodzące zjawiska zostały przedstawione w sposób jakościowy, w oparciu o współczesną literaturę przedmiotu. Dokładny opis ilościowy oparty jest o obliczenia autora pracy, pozwalające na dokładne określenie granic stosownalności przybliżeń teoretycznych w zakresie modelowania własności materiałów, jak i samych siatek dyfrakcyjnych. W dalszej części rozdziału przedstawione zostały struktury określone w literaturze mianem podwójnych siatek metalowych. Opisany został wpływ odpowiednich parametrów geometrycznych DMG (ang. double metallic grating) na współczynniki transmisji. Przedstawione zostały możliwości uzyskania transmisji asymetrycznej,

---

<sup>1</sup>Wartość 1 nm odnosi się do odchylenia średniokwadratowego (ang. root mean square - RMS) od zamierzonej grubości warstwy

wraz z zaprzeczeniem funkcjonowania omawianych układów w charakterze diody optycznej. Zakończenie rozdziału stanowi omówienie możliwości wykorzystania DMG w geometrii cylindrycznej jako jednokierunkowej soczewki promieniowania THz.

Rozdziały czwarty i piąty poświęcone są metamateriałom o budowej opartej na strukturach warstwowych. Rozdział czwarty zaczyna się krótkim wprowadzeniem do tematyki warstw nieodbijających. Przedstawiona zostaje klasyczna warstwa antyodbiciowa jak i nowsze rozwiązania pojawiające się w literaturze w ostatnich latach. W dalszej części wyprowadzony zostaje w oparciu o zasady optyki transformacyjnej nieodbijający ośrodek pochłaniający promieniowanie E-M, w obliczeniach numerycznych określany jako PML (od ang. perfectly matched layer). Omówiona zostaje możliwość realizacji metamateriału absorpcyjnego o charakterystyce PML za pomocą wielowarstwy, w granicy homogenizacji opisywanej efektywnymi tensorami przenikalności elektrycznej i magnetycznej odpowiadającymi wybranemu PML. Dyskusji poddana zostaje możliwość realizacji metamateriału za pomocą substancji występujących w przyrodzie, nie posiadających zysku optycznego oraz własności magnetycznych w zakresach światła widzialnego i podczerwieni. Ostatecznie przedstawione są wyniki eksperymentów numerycznych dla metamateriału o własnościach podobnych do PML składającego się z rzeczywistych substancji.

W kolejnym rozdziale omówione zostały wielowarstwy metaliczno-dielektryczne umożliwiające propagację światła niepodlegającą klasycznemu ograniczeniu dyfrakcyjnemu. W pierwszych częściach rozdziału czytelnik może zapoznać się ze współczesnym stanem wiedzy w dziedzinie obrazowania podfalowego. W dalszej części rozdziału, w oparciu o wyniki obliczeniowe autora pracy, oraz informacje literaturowe, omówione zostały możliwości budowy bardziej skomplikowanych elementów optycznych pozwalających na uzyskanie podfalowej koncentracji światła oraz na realizację operacji geometrycznych rztutowania, obrotu na podfałowych rozkładach pola elektromagnetycznego. Analizie numerycznej poddane są w szczególności wielowarstwy chropowate, o topologii odpowiadającej warstwom powstającym przy napyaniu metodą fizycznego osadzania z fazy gazowej (ang. physical vapour deposition - PVD). Przedyskutowany

zostaje wpływ niedoskonałości warstw na właściwości obrazujące i transmisyjne metamateriałów. W oparciu o własne wyniki numeryczne, jak i prace innych autorów, sformuowane zostają wymogi dotyczące gładkości napylenia warstw.

Ostatni rozdział stanowi podsumowanie rozprawy. Wskazane w nim są kluczowe wnioski, podana zostaje argumentacja tez rozprawy, wraz z odniesieniem do treści pracy.

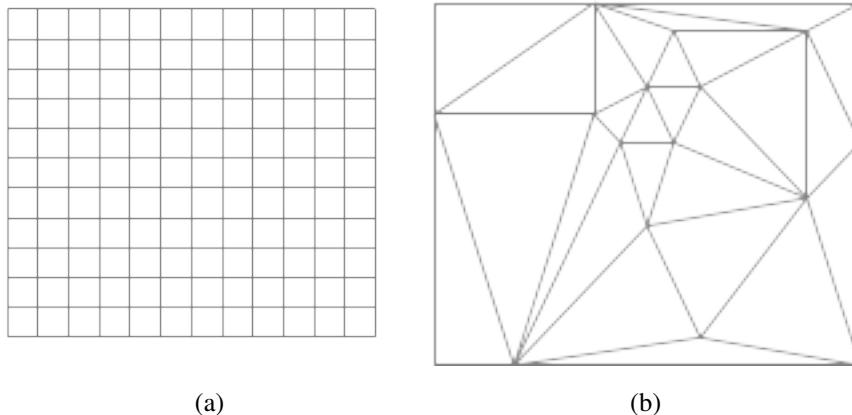
## Rozdział 2

# Modelowanie własności podfala- wych struktur fotonicznych

### 2.1. Metody modelowania podfalowych struktur foto- nicznych

Poza zjawiskami kwantowymi i nieliniowymi, zachowanie światła opisuje się przy użyciu liniowych równań Maxwella. Rozwiązywanie równań Maxwella jest w ogólności niezmiernie złożone, a jedynie dla bardzo prostych układów znane są ich rozwiązania analityczne. Z tego względu, tam gdzie jest to możliwe, równania Maxwella upraszcza się do skalarnego równania Helmholtza lub dalej do równania propagacji wiązki, albo do praw optyki geometrycznej. Odwołującą się do optyki geometrycznej metoda śledzenia promieni (ang. ray tracing) wykorzystana została w tej pracy jedynie w charakterze pomocniczym w rozdziale 5, dotyczącym propagacji nadrozdzielczej w ośrodku o bardzo wysokiej efektywnej anizotropii.

Ponadto wykorzystuje się uproszczenia wynikające z symetrii układu oraz redukcji wymiarowości w odpowiednio dobranym układzie współrzędnych. Częstym uproszczeniem jest zastąpienie bardziej złożonego układu prostszym, na przykład trójwymiarowego - dwuwymiarowym, lokalnie scharakteryzowanym efektywnym współczynnikiem załamania. Dodatkową korzyścią wynikającą ze



Rysunek 2.1: Porównanie siatek dyskretyzacji dla metody (a) różnic skończonych (ang. finite-difference), (b) elementu skończonego (ang. finite-element, FEM)

sprowadzenia trójwymiarowego modelu układu do postaci planarnej jest możliwość użycia opisu skalarnego, wynikająca z rozsprzęgnięcia równań Maxwella na polaryzacje TE (ang. transverse electric) i TM (ang. transverse magnetic) zachodzące dla układów planarnych. W dalszej części rozdziału, omówiony zostanie model ośrodka efektywnego dla struktur cienkowarstwowych.

Metody elektrodynamiki obliczeniowej [24] odnoszące się do rozwiązywania równań Maxwella, tradycyjnie dzieli się na metody z czasem i metody sformułowane w dziedzinie częstotliwości. Dla układów liniowych, w konsekwencji obowiązującej zasady superpozycji w optyce, oba podejścia pozwalają uzyskać równoważne rozwiązanie problemu. Metody częstotliwościowe pozwalają na bezpośrednie wykorzystanie danych literaturowych opisujących dyspersję materiałową – zarówno w odniesieniu do współczynnika załamania jak i ekstynkcji. W odniesieniu do pól monochromatycznych, w oczywisty sposób są też znacznie szybsze od metod czasowych, co spowodowane jest brakiem konieczności uwzględnienia wymiaru czasowego w symulacji. W odróżnieniu od metod częstotliwościowych, metody czasowe np. FDTD pozwalają jedynie na zastosowanie prostych modeli dyspersji np. modelu Drudego i Lorenza dla dielektryków lub półprzewodników. Większość wyników opisanych w tej pracy otrzymano w drodze bezpośredniego rozwiązania równań Maxwella omówionymi dalej metodami FDTD (ang. finite difference time domain method) [25] i metodą macierzową TMM (ang. transfer

matrix method). Pierwsza z nich jest przykładem metody czasowej, druga zaś częstotliwościowej, o charakterze quasi-analitycznym.

Poza podziałem na metody częstotliwościowe i czasowe oraz podziałem ze względu na użyte przybliżenia i związany z nimi wybór postaci równania i warunków brzegowych, ważny podział odnosi się do sposobu dyskretyzacji pola i regularności siatki obliczeniowej. W metodach modowych, pole aproksymuje się przez superpozycję rozwiązań. Jest tak na przykład w metodzie RCWA (ang. rigorous coupled wave analysis) [26] stosowanej do opisu periodycznych siatek o złożonej budowie lub metodach macierzowych TMM/SMM (ang. transfer matrix method/scattering matrix method) [27; 28] pozwalających na bardzo wydajne obliczenia współczynników transmisji i odbicia dla struktur warstwowych. W metodach opartych na metodzie różnic skończonych (np. FDTD oraz niektórych sformułowaniach metody propagacji wiązki BPM) siatka dyskretyzacji ma zwykle postać regularną, najczęściej związaną z kartezjańskim lub walcowym układem współrzędnych. Inaczej jest natomiast dla metody elementu skończonego FEM (lub elementów skończonych, ang. finite element method), w której funkcja falowa jest lokalnie interpolowana w zasadzie na dowolnej siatce, najczęściej wynikającej z odpowiedniej triangularyzacji układu. Nieregularność siatki powoduje, że metoda ta jest szczególnie użyteczna w odniesieniu do modelowania układów wymagających precyzyjnego oddania zjawisk zachodzących w różnych skalach, np. propagacji pola w przestrzeni swobodnej oraz wzbudzania powierzchniowych plazmonów polarytonów.

Stosując metody obliczeniowe w dziedzinie czasu, wprost poszukujemy wartości składowych pól  $E$  i  $H$  dla kolejnych chwil. Podstawową metodą obliczeniową wykorzystywaną w niniejszej pracy jest metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu opisana szeroko w podrozdziałach 2.1.3 - 2.1.7. Największą zaletą takiego podejścia jest możliwość zadania dowolnych prądów  $J(\vec{x}, t)$ , przez co sama symulacja staje się *sensu stricte* eksperymentem numerycznym. Metody tego typu są jednak bardzo wymagające obliczeniowo, w szczególności dla symulacji trójwymiarowych dwukrotne zwiększenie gęstości siatki powoduje szesnastokrotne wydłużenie obliczeń.

### 2.1.1. Metoda propagacji wiązki

Metoda propagacji wiązki (ang. beam propagation method - BPM) [29; 30] jest przykładem metody w której rozwiążaniu numerycznemu poddawany jest problem wcześniej uproszczony na drodze analitycznej. W przypadku BPM, rozwiążaniu numerycznemu podlega równanie Helmholtza w postaci:

$$(\nabla^2 + k_0^2 n^2) \Psi = 0, \quad (2.1)$$

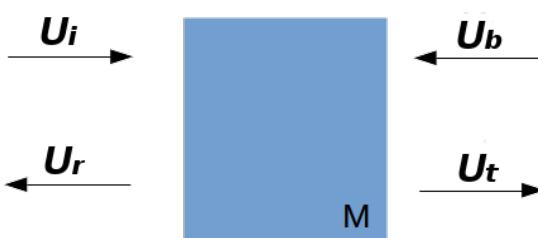
w którym  $\Psi$  jest jedynie funkcją położenia powstałą w wyniku założenia rozwiązań pola E-M w postaci skalarnej  $E(\vec{x}, t) = \Psi(\vec{x}) \cdot \exp(-i\omega t)$ . W dalszej części wyprowadzenia zakładamy, że pole można wyrazić przez iloczyn wyrażenia harmonicznego odpowiedzialnego za propagację w wyróżnionym kierunku  $x_2$  i amplitudy pola  $A(x_1, x_2)$ :

$$\Psi(\vec{x}) = A(x_1, x_2) \exp\{ik_0\nu x_2\}, \quad (2.2)$$

gdzie gdzie  $\nu$  jest parametrem dobranym w taki sposób, aby amplituda  $A$  była słabo zmienna względem  $x_2$ . Podane założenie, o wolnozmiennej obwiedni amplitudy, prowadzi do ostatecznego równania rozwiązywanego numerycznie w metodzie BPM:

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + (n^2 - \nu^2) \right\} A(\vec{x}) = \pm 2ik_0\nu \frac{\partial A(\vec{x})}{\partial x_1}. \quad (2.3)$$

Metoda BPM polega na rozwiązyaniu powyższego równania poprzez wyznaczenie rozkładu amplitudy  $A$  w kolejnych warstwach otrzymanych poprzez dyskretyzację w kierunku  $x_2$ . Można to uzyskać stosując bezpośrednio metodę różnic skończonych i schemat Crancka-Nicholsona, bądź poprzez przekształcenie powyższego równania przy użyciu dyskretnej transformaty Fouriera do reprezentacji widmowej we współrzędnej  $x_1$ . Wprowadzone przybliżenia, w stosunku do bezpośredniego rozwiązywania równań Maxwella, zmniejszają złożoność obliczeniową metody BPM w porównaniu z bardziej rygorystycznymi algorytmami, prowadzą jednocześnie do ograniczeń takich jak brak możliwości symulacji struktur z dużą zmiennością geometryczną w kierunku propagacji, konieczność iteracyjnej implementacji odbić, czy trudności z symulacjami, w których fala E-M propaguje się pod dużymi kątami względem osi układu optycznego.



Rysunek 2.2: Ilustracja podstawowego elementu w symulacjach metodą TMM, wraz z ilustracją amplitud z równania (2.4). Opisywanym elementem może być warstwa, granica warstw lub struktura warstwowa.

### 2.1.2. Metoda macierzy przejścia (TMM)

Metoda macierzy przejścia (ang. transfer matrix method - TMM) [27] jest używana w optyce do analizy propagacji fal elektromagnetycznych przez ośrodki warstwowe. Podobne metody w odniesieniu do ośrodków warstwowych wykorzystywane są w mechanice kwantowej, akustyce czy sejsmologii. Metoda macierzy przejścia może służyć do wyznaczania współczynników transmisji i odbicia.

Macierz przejścia dowolnego liniowego i niezmienniczego ze względu na przesunięcia układu optycznego wiąże ze sobą amplitudy pól padających i wychodzących z układu lub jego fragmentu [31; 27]:

$$\begin{bmatrix} U_i \\ U_r \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} U_t \\ U_b \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

gdzie  $M$  jest macierzą przejścia warstwowego układu,  $U$  jest dowolną wybraną składową pola elektrycznego lub magnetycznego, odpowiednio  $U_i$  - padającą,  $U_r$  - odbitą,  $U_t$  - przechodzącą przez układ, oraz  $U_b$  padającą z przeciwej strony<sup>1</sup>. Graficznie sytuację opisywaną powyższym równaniem przedstawia schemat na rysunku 2.2.

W przypadku analizy układu złożonego z wielu warstw, oznaczenia ze wzoru (2.4), możemy poprzez indeks liczbowy przypisać osobno do każdej z macierzy  $M_i$ :

$$\begin{bmatrix} U_i^1 \\ U_r^1 \end{bmatrix} = M_1 \begin{bmatrix} U_t^1 \\ U_b^1 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

<sup>1</sup>Metodę macierzy przejścia można również zastosować do analizy pola padającego w postaci dwuwymiarowego rozkładu. W takim przypadku  $U_x$  są wektorami a  $M$  tensorem trzeciego rzędu.

$$\begin{bmatrix} U_i^2 \\ U_r^2 \end{bmatrix} = M_2 \begin{bmatrix} U_t^2 \\ U_b^2 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

dodając kolejne warstwy np. po lewej stronie od warstwy z rysunku 2.2. Wtedy  $U_i^1$  i  $U_r^1$  obliczone według wzoru 2.5 są równane odpowiednio amplitudom  $U_t^2$  i  $U_b^2$  dla kolejnej warstwy we wzorze (2.6). Podstawiając do wzoru 2.6 otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} U_i^2 \\ U_r^2 \end{bmatrix} = M_2 M_1 \begin{bmatrix} U_t^1 \\ U_b^1 \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

z czego wynika, że układ złożony z  $N$  warstw opisywanych macierzami przejścia  $M_N$  można traktować jak jeden element opisywany za pomocą macierzy przejścia będącej iloczynem macierzy opisujących wszystkie jego elementy  $M = M_i \cdot M_{i-1} \dots \cdot M_1$ . Podstawowymi macierzami przejścia wykorzystywanymi do obliczeń w układach warstwowych są:

- Macierz przejścia odpowiadająca propagacji w ośrodku jednorodnym

$$M_p = \begin{bmatrix} \exp(-ikz_0) & 0 \\ 0 & \exp(ikz_0) \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

gdzie  $k$  jest długością wektora falowego, w ośrodku w którym zachodzi propagacja w kierunku prostopadłym do granic warstw, a  $z_0$  jest grubością warstwy.

- Macierz opisująca przejście fali E-M przez granicę ośrodków

$$M_i = \frac{1}{1+r} \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

gdzie  $r$  jest amplitudowym współczynnikiem odbicia fali na opisywanej granicy ośrodków wynikającym z równań Fresnela i zależnym od kąta padania. Współczynnik  $r$  może być w ogólności zespolony. Jest tak, gdy któraś z warstw ma zespoloną przenikalność elektryczną wynikającą z przewodnictwa, lub własności absorpcyjnych, a także w przypadku, gdy na granicy warstw zachodzi całkowite wewnętrzne odbicie i propagacja światła przez wartość polega na tunelowaniu optycznym.

Obliczenie współczynnika transmisji płytki płasko-równoległej wymaga więc skonstruowania macierzy opisującej taką płytke z trzech macierzy:

$$M = M_{i_1} \cdot M_p \cdot M_{i_2}.$$

Postępując w podobny sposób, otrzymać można macierz przejścia dla dowolnie złożonego układu warstwowego.

### 2.1.3. Metoda różnic skończonych (FDTD)

Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu (ang. FDTD - finite-difference time-domain) jest szeroko wykorzystywana w niniejszej pracy ze względu na możliwości symulowania ośrodków materialnych opisywanych modelem Lorenza-Drudego 2.3.1, oraz bezpośrednie obliczanie wartości pól  $E$  i  $H$  we wszystkich punktach siatki obliczeniowej. Poniżej przedstawione zostały podstawowe elementy tej metody symulacji numerycznych. Podstawą do współcześnie prowadzonych symulacji elektromagnetycznych w dziedzinie czasu jest algorytm różnic skończonych z krokiem skokowym (ang. leapfrog) odnoszący się do dyskretyzacji przestrzeni i czasu w komórce dyskretyzacji Yee [32], który rozwiązywanie równań Maxwella sprowadza do następującej sekwencji:

1. Zastąpienie wszystkich pochodnych cząstkowych w prawach Ampèra i Faradaia różnicami skończonymi.
2. Przekształcenie powstałych równań, tak aby wyrazić amplitudy pól  $E$  i  $H$  w czasie  $t_0 + \Delta_t$  przez ich wartości w czasie  $t_0$ , oraz wartości drugiego pola w czasie  $t_0 + \frac{\Delta_t}{2}$ .
3. Obliczenie wartości pola  $H$  w czasie  $t_0 + \Delta_t$ .
4. Obliczenie na podstawie wartości  $H$  dla  $t = t_0 + \Delta_t$ , wartości pola  $E$  w czasie  $t_0 + \frac{3}{2}\Delta_t$ .
5. Powtarzanie kroków 3-4 w celu ewolucji stanu układu przez żądany czas.

Działanie algorytmu Yee zostanie teraz przedstawione bardziej szczegółowo na przykładzie, który pozwoli lepiej prześledzić powyższe skrótnie opisane kroki.

Ponieważ prowadzenie rachunków dla problemu trójwymiarowego byłoby przesadnie skomplikowane, dla celów poglądowych skupimy się na zagadnieniu jednowymiarowym.

Załóżmy, że pole elektryczne jest spolaryzowane w kierunku  $z$ , w jednowymiarowej przestrzeni opisywanej przez oś  $x$  ( $\vec{E} = E_z \cdot \hat{e}_z$ ). W takiej sytuacji prawo Faradaya możemy zapisać jako:

$$\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \hat{e}_y = \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} \hat{e}_y \quad (2.10)$$

Zgodnie z oczekiwaniami jedyną zmienną w czasie składową natężenia pola magnetycznego jest  $H_y$ . Wykorzystując ten fakt możemy również uprościć zapis prawa Ampèra:

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \hat{e}_z \quad (2.11)$$

Z powyższych równań możemy wyznaczyć skalarny układ równań różniczkowych na składowe  $H_y$  i  $E_z$ ,

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}, \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x}, \quad (2.12)$$

w którym zmiana w czasie amplitudy jednego z pól wyrażona jest przez pochodną względem  $x$  drugiego pola. Równanie wyrowadzone z (2.10) posłuży nam do wyznaczenia zmiany w czasie natężenia pola magnetycznego, natomiast równanie (2.11) do obliczenia przyszłych (w czasie  $t_0 + \Delta_t$ ) wartości pola  $E$ .

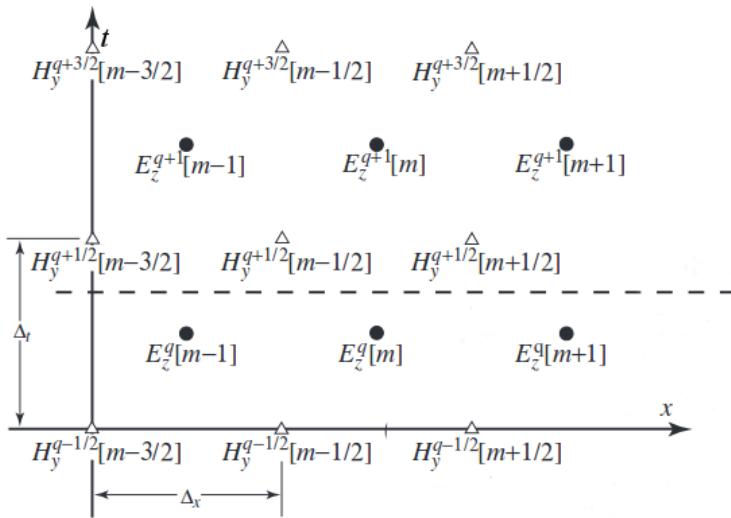
Wprowadzając konwencję przypisywania górnych indeksów  $q$  iteracjom algorytmu oraz umieszczanych w nawiasach kwadratowych indeksów  $m$  opisujących położenie w przestrzeni, możemy wyprowadzić formuły na wartości obu pól

$$H_y^{q+\frac{1}{2}}[m + \frac{1}{2}] = H_y^{q-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta_t}{\mu \Delta_x} (E_z^q[m + 1] - E_z^q[m]), \quad (2.13)$$

$$E_z^{q+1}[m] = E_z^q + \frac{\Delta_t}{\varepsilon \Delta_x} (H_z^{q+\frac{1}{2}}[m + \frac{1}{2}] - H_z^{q-\frac{1}{2}}[m - \frac{1}{2}]), \quad (2.14)$$

Ponieważ wartości tych pól w kolejnym kroku czasowym wyrażane są jedynie przez wartość w kroku poprzednim oraz przez wartości drugiego pola w sąsiednich punktach, możemy zastosować dyskretyzację skokową<sup>2</sup>. Jej zastosowanie powoduje, że obliczane wartości pól  $E$  i  $H$  nie dotyczą dokładnie tej samej chwili

<sup>2</sup>Często spotykana jest również nazwa żabi skok, będąca kalką językową z angielskiego leap-frog



Rysunek 2.3: Graficzna prezentacja dyskretyzacji w jednowymiarowej metodzie FDTD. Pozioma przerywana linia wskazuje przykładową granicę pomiędzy wartościami już obliczonymi i szukanymi w kolejnym kroku symulacji.

czasu, przez co dokładne uzgodnienie fazy obu pól wymaga wykonania dodatkowego „połówkowego” kroku na jednym z pól. Zaletą takiej dyskretyzacji jest natomiast wyższa - drugiego rzędu, dokładność numeryczna. Ze względu na zysk numeryczny, algorytm skokowy stosujemy również do dyskretyzacji względem położenia. Graficzną reprezentację rozwiązywania jednowymiarowego problemu elektromagnetycznego metodą FDTD przedstawia rysunek 2.3.

Współczynniki  $\frac{\Delta_t}{\varepsilon \Delta_x}$  i  $\frac{\Delta_t}{\mu \Delta_x}$  odgrywają kluczową rolę w równaniach (2.13) i (2.14). Wygodnie jest przedstawić je w formie pozwalającej przeanalizować, jak daleko energia może propagować się w pojedynczym kroku czasowym [33]. W tym celu wprowadza się tzw. współczynnik Couranta,  $S = \frac{c \Delta_t}{\Delta_x}$ , będący stosunkiem maksymalnej odległości pokonywanej przez front fali elektromagnetycznej w jednym kroku czasowym i gęstości próbkowania w przestrzeni. W przypadku symulacji jednowymiarowych, uwzględniając fakt, że wartości pól w kolejnych chwilach czasu zależą jedynie od ostatnich wartości pola z najbliższego otoczenia możemy stwierdzić, że współczynnik Couranta powinien spełniać warunek  $S \leq 1$ .

W szczególności optymalnym dla omawianej sytuacji jest wybranie  $S = 1$ , ponieważ wtedy w jednym kroku czasowym front fali elektromagnetycznej pokonuje odległość równą  $\Delta_x$ . Wybranie właściwego współczynnika Couranta komplikuje wprowadzenie niejednorodności w obszarze symulacji. Ponieważ prędkość fazowa zależy od współczynnika załamania. Przy zachowaniu równomiernego próbkowania przestrzennego doprowadzenie do idealnego dopasowania siatki przestrzennej i kroku czasowego może okazać się to niemożliwe, co prowadzi do powstania „dyspersji numerycznej” na siatce FDTD.

W ogólności dla problemów wielowymiarowych stosuje się wzór

$$S \leq \frac{n_{min}}{\sqrt{DIM}}, \quad (2.15)$$

gdzie przez  $DIM$  oznaczono liczbę wymiarów przestrzennych symulacji, a  $n_{min}$  najniższy współczynnik załamania materiału znajdującego się w przestrzeni symulacji. Wyznaczenie odpowiedniego współczynnika Couranta dla symulacji z materiałami dyspersyjnymi (szerzej omówionymi w części 2.3.1) jest zagadnieniem skomplikowanym, wymagającym każdorazowego rozpatrzenia parametrów symulacji.

#### 2.1.4. Warunki brzegowe w symulacjach elektromagnetycznych

Numeryczne rozwiązywanie równania różniczkowego zawsze wiąże się z odpowiednim dobraniem warunków brzegowych, które nie powinny wprowadzać dodatkowych artefaktów do modelowanego zjawiska. Równania (2.13) i (2.14) mogą być oczywiście zastosowane jedynie do punktów nie będących granicą obszaru symulacji. Najprostszym sposobem jest zastosowanie warunku Dirichleta i przyjęcie brzegowych wartości pola elektrycznego lub magnetycznego jako równych 0. Fizycznie wprowadzenie tego typu założenia jest równoważne z umieszczeniem na granicy symulowanego obszaru idealnego przewodnika, odpowiednio elektrycznego (PEC)<sup>3</sup> lub magnetycznego (PMC)<sup>4</sup>. Wprowadzenie stałej, równej zero wartości na granicy obszaru symulacji powoduje odbicie obu pól. W stosunku do pola,

<sup>3</sup>Od ang. Perfect Electric Conductor

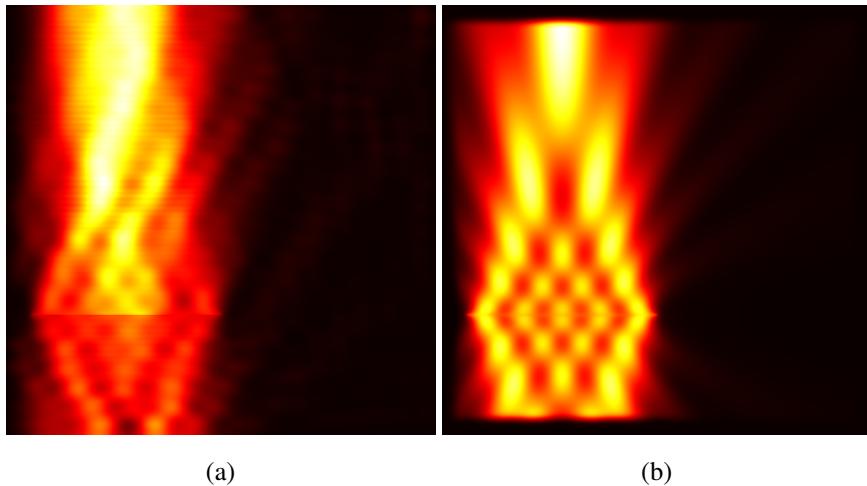
<sup>4</sup>Dla wygody numerycznej wprowadza się również przewodność magnetyczną( W skrócie określonym jako PMC od ang. Perfect Magnetic Conductor)

dla którego ustalono zerową wartość na granicy, przy odbiciu następuje zmiana znaku. Przykład wyników symulacji w pustej przestrzeni ze sztywnymi warunkami brzegowymi znajduje się na ilustracji 2.4a. Ograniczenie obszaru symulacji za pomocą idealnego przewodnika, *de facto* ogranicza możliwości metody do modelowania jedynie wnęk rezonansowych. Natomiast często konieczne jest przyjęcie, że obszar symulacji zawieszony jest w nieskończonej wolnej przestrzeni<sup>5</sup>.

W przypadku niektórych struktur istnieje naturalne zakończenie obszaru symulacji. Przykładem mogą być periodyczne kryształy fotoniczne, dla których obszar symulacji stanowi komórka elementarna z periodycznie zadanymi warunkami brzegowymi. Rozwiązania niektórych problemów elektromagnetycznych szybko zanikają w przestrzeni, w związku z czym zastosowanie odpowiednio dużego obszaru symulacji może umożliwić przeprowadzenie obliczeń. Inne zagadnienia wymagają zamiany zmiennych jak np.  $\hat{x} = \tanh(x)$ , która prowadzi do zmiany dziedziny symulacji z  $x \in (-\infty; +\infty)$  na  $\hat{x} \in (-1; 1)$  i rozwiązania zmodyfikowanego problemu.

Wygodniejszym rozwiązaniem pozwalającym na skończonej siatce modelować zjawiska zachodzące w nieograniczonej przestrzeni, jest wprowadzenie absorbacyjnych warunków brzegowych ABC (ang. absorbing boundary condition). W przypadku symulacji jednowymiarowej dla  $n = 1$  oraz dla współczynnika Couranta  $S = 1$  i przy zastosowaniu standardowego założenia o braku źródeł poza obszarem symulacji, tego typu warunek brzegowy można łatwo zrealizować. Wartość amplitudy pola w węźle na brzegu w kroku  $q + 1$  musi być równa amplitudzie tego pola w kroku  $q$  w węźle sąsiednim. W sytuacji wielowymiarowej, gdy w obszarze symulacji występują np. materiały stratne (o zespolonej przenikalności elektrycznej) zagadnienie to staje się znacznie bardziej skomplikowane. Przykładowymi propozycjami rozwiązań omawianego problemu są warunki brzegowe typu TF/SF (ang. Total Field Scattered Field).

<sup>5</sup>Za którą z dobrym przybliżeniem możemy uważać nawet zamknięte laboratorium. Ponieważ analizowane zjawiska dyfrakcji, czy rozpraszania, zachodzą w małym obszarze, położonym z dala od ograniczeń fizycznych takich jak ściany, które słabo odbijają światło widzialne.



Rysunek 2.4: Porównanie wyników symulacji z propagacją fali E-M w wolnej przestrzeni dla symulacji, w której brzeg z warunkiem Dirichleta (a) jest otaczany przez materiał o współczynniku załamania  $n = 1$ , (b) został otoczony obszarem PML

### 2.1.5. Nieodbijające warunki brzegowe (PML)

Zmianę podejścia do realizacji symulacji numerycznych dotyczących zjawisk w nieograniczonej przestrzeni zaproponował Jean-Pierre Bérenger [34]. Zamiast konstruowania odpowiedniego warunku brzegowego zaproponował on wprowadzenie nieodbijającej warstwy absorpcyjnej, określanej jako PML (ang. perfectly matched layer), przylegającej do granicy obszaru symulacji. Dzięki zastosowaniu takiej warstwy, za nią możemy użyć np. warunków Dirichleta, ponieważ po przejściu przez warstwę PML natężenie pola E-M będzie na tyle słabe, że fala odbita od brzegu nie będzie miała wpływu na wynik symulacji. Warstwa PML tworzona jest ze sztucznego materiału, którego własności zostały wyprowadzone przez podział rozwiązań równania falowego, stąd stosowana angielska nazwa *split-field PML*.<sup>6</sup> Wyprowadzenie podane przez Bérengera wymagało również wprowadzenia do równań Maxwella przewodnictwa magnetycznego, które było niezerowe jedynie w niefizycznym obszarze PML.

<sup>6</sup>Orginalne wyprowadzenie podane przez Bérengera dotyczyło rozwiązywania równań Maxwella. To samo podejście zostało jednak bezpośrednio przełożone na modelowanie innych zjawisk opisywanych równaniem falowym.

Obecnie powszechnie wykorzystywana jest wersja PML niewymagająca modyfikacji równania falowego, która wyraża PML przez obszar symulacji zajmowany przez jednoosiowy absorbujący materiał anizotropowy. Stąd stosowana nazwa UPML (ang. uniaxial PML). Pierwotne wyprowadzenie UPML oparte było na analitycznym obliczeniu właściwości materiału spełniającego warunki absorpcyjności i zerowego współczynnika odbicia, niezależnie od polaryzacji i kąta padania promieniowania E-M [35]. Później przedstawione zostały bardziej eleganckie formy wyprowadzenia PML oparte na optyce transformacyjnej [36]. Podobne wyprowadzenie UPML przytoczone jest w rozdziale 4 niniejszej pracy.

Należy również nadmienić, że PML ma pewne ograniczenia. Jednym z nich jest zależność współczynnika absorpcji od kąta padania promieniowania E-M. Współczynnik tłumienia jest proporcjonalny do  $k_0 \cos(\theta)$ , gdzie  $\theta$  jest kątem padania. Dla kątów bliskich  $\frac{\pi}{2}$  tłumienie fali padającej dąży do zera, w związku z czym takie fale będą w znacznym stopniu docierać do brzegu symulacji po odbiciu. W praktyce, w symulacjach FDTD można uniknąć tego typu problemów zapewniając odpowiednią odległość symulowanego układu od obszaru PML.

Zasadniczym problemem dotyczącym PML w symulacjach numerycznych jest odbicie na granicy PML wynikające z dyskretności siatki obliczeniowej. W celu uniknięcia problemów związanych z odbiciem numerycznym stosowany w obliczeniach PML nie jest jednolitym ośrodkiem, ale składa się z wielu warstw ośrodków o coraz to większym współczynniku absorpcji.

Niedoskonałością PML, której w żaden sposób nie można uniknąć jest założenie o jednorodności ośrodka graniczącego z PML w kierunku prostopadłym do PML. Rozwiązań pozwalającym uniknąć odbić w sytuacji, gdy to założenie nie jest spełnione, jest wykorzystanie jedynie absorberów opartych na twierdzeniu adiabatycznym [37].

### 2.1.6. Źródła pola elektromagnetycznego w symulacjach

Problem wprowadzenia źródeł do obszaru symulacji jest wspólny dla wielu metod modelowania elektromagnetycznego. Poniżej zostanie omówiony na przykładzie metody FDTD. Najprostszym sposobem na realizację tego zadania jest umieszczenie tzw. źródła sztywnego. W takim przypadku w wybranym punkcie

lub punktach symulacji pole elektryczne, nie jest obliczane na podstawie pola w swoim otoczeniu, czyli w przypadku metody FDTD zgodnie z równaniem (2.14). Zamiast tego zależność pola elektrycznego od czasu jest dla niego podana w sposób analityczny. Tego typu źródło, podobnie jak zadane w sposób stały warunki brzegowe(lub przestrzenny rozkład amplitudy zespolonej pola, w przypadku metod częstotliwościowych) wprowadza dodatkowe odbicia w obszarze symulacji.

Innym sposobem wprowadzenia źródła, jest wykorzystanie prawa Ampéra z gęstością prądu

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.16)$$

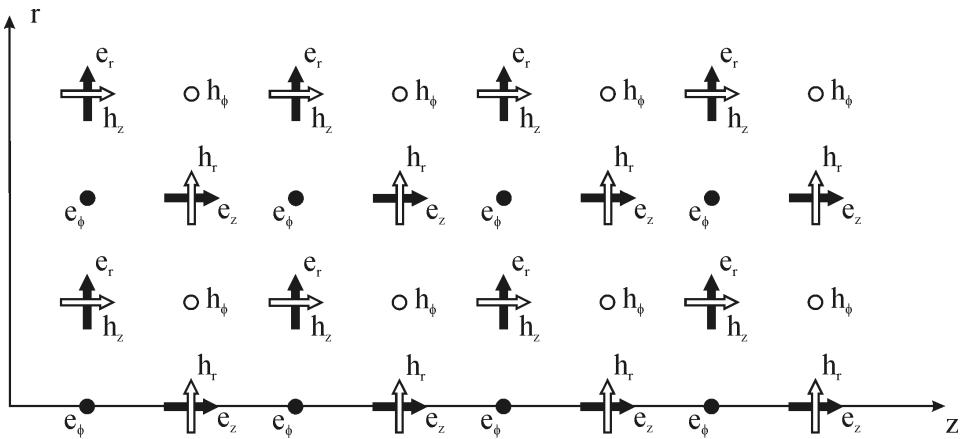
gdzie  $\vec{J}$  jest gęstością prądu elektrycznego związaną z przepływem nośników swobodnych w materiale o określonej przewodności elektrycznej  $\sigma$ , ale może też być wykorzystany jako sposób wprowadzenia źródła pola elektrycznego do symulacji. Wprowadzenie źródła addytywnego wymaga nieznacznej modyfikacji równania (2.14). Wyprowadzamy je z (2.16) przez zastąpienie pochodnych różnicami skończonymi podobnie jak w poprzednim wypadku.

### 2.1.7. Metoda FDTD dla układów o symetrii walcowej (BOR-FDTD)

W przypadku symulacji dotyczącej struktury o symetrii cylindrycznej możliwe jest zredukowanie problemu trójwymiarowego do problemu dwuwymiarowego. Po zamianie współrzędnych na cylindryczne w równaniach (2.10) i (2.11), zależność od kąta  $\phi$  separuje się od zmiennych przestrzennych  $r$  i  $z$  dając analityczne rozwiązanie w postaci szeregów zależnych od kąta [25]

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} (\vec{e}_u(r, z, t)\cos(m\phi) + \vec{e}_v(r, z, t)\sin(m\phi)) \\ \vec{H}(\vec{r}, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} (\vec{h}_u(r, z, t)\cos(m\phi) + \vec{h}_v(r, z, t)\sin(m\phi)). \end{aligned} \quad (2.17)$$

W powyższym wzorze  $m$  jest liczbą numerującą azymutalne mody pola E-M. Dla określonego modu prowadzenie symulacji wymaga jedynie aktualizowania wartości  $e_u, e_v, h_u$  i  $h_v$ , które są funkcjami jedynie dwóch zmiennych przestrzennych. Jeżeli rozkład pola na początku symulacji oraz pół generowanych przez



Rysunek 2.5: Przykład dyskretyzacji wykorzystywanej do rozwiązywania równań różniczkowych metodą BOR-FDTD [38]

źródła znajdujące się w obszarze symulacji można rozłożyć na skończoną liczbę elementów sum ze wzorów (2.17), to rozwiązyując kilka problemów dwuwymiarowych, a następnie stosując zasadę superpozycji, możemy znaleźć rozwiązanie problemu trójwymiarowego. Otrzymujemy zatem metodę o dużo mniejszej złożoności obliczeniowej i mniejszych wymaganiach pamięciowych<sup>7</sup>.

W przypadku symulacji BOR-FDTD stabilność numeryczna wyrażana przez współczynnik Couranta zależy od  $m$ . Dla  $m = 0$  największa dopuszczalna wartość współczynnika Couranta  $S = \frac{n_{min}}{\sqrt{2}}$ , gdzie  $n_{min}$  oznacza najniższy współczynnik załamania materiałów w obszarze symulacji. Dla wyższych modów  $S \propto m + 1$ .

Ze względu na symetrię układu współrzędnych, pola, których punkty dyskretyzacji znajdują się na osi  $z$ , są tożsamościowo równe zero,  $e_z = 0$  dla modu  $m = 0$ , oraz  $e_\phi = 0$  i  $h_r = 0$  dla  $m = 1$  (dla dyskretyzacji jak na rysunku 2.5). Ze względu na specjalne traktowanie osi symetrii, podczas obliczeń, jest to obszar symulacji najbardziej podatny na niestabilności numeryczne. W szczególności jeśli interesujące nas zjawiska zachodzą z dala od osi optycznej, poprawę stabilności uzyskuje się poprzez wymaganie zerowych wartości na kilku rzędach węzłów dyskretyzacji znajdujących się najbliżej osi układu [39].

<sup>7</sup>Liczba punktów w symulacji dwuwymiarowej jest kwadratową funkcją rozdzielczości, a w przypadku obliczeń w trzech wymiarach sześcienną.

W symulacjach prowadzonych metodą BOR-FDTD wynikowe rozkłady pola są dwuwymiarowymi mapami, na których jedna z osi odpowiada współrzędnej  $z$  - równoległej do osi symetrii. Druga natomiast współrzędnej  $r$  - odległości od osi.

## 2.2. Układy liniowe niezmiennicze ze względu na przesunięcia

Celem niniejszego podrozdziału jest zdefiniowanie pojęcia systemów liniowych, które w niniejszej pracy znajduje zastosowanie w analizie zjawisk obrazowania. W ogólności, przez system rozumiemy odpowiedniość pomiędzy zestawem funkcji wejściowych, a zestawem funkcji wyjściowych. W przypadku sieci elektrycznych funkcjami wejściowymi, jak i wyjściowymi, mogą być zależności napięcia i natężenia prądu elektrycznego od czasu. Dla systemów deterministycznych, określonemu zestawowi funkcji wejściowych musi odpowiadać dokładnie jeden układ funkcji wyjściowych. Wyjście układu nie musi jednak pozwalać na jednoznaczna identyfikację wejścia, w szczególności dla wielu stanów wejściowych, może nie istnieć żaden stan wyjściowy.

Matematyczną reprezentacją opisanego systemu jest operator  $S\{\cdot\}$ , który działając na zbiór funkcji wejściowych  $g_i$  tworzy funkcje wyjściowe  $f_i$ :

$$f_i(\vec{x}) = S\{g_i(\vec{x})\}. \quad (2.18)$$

Warunkiem liniowości systemu opisywanego operatorem  $S\{\cdot\}$  jest liniowość samego operatora  $S\{\cdot\}$ , która wymaga spełnienia zasady superpozycji matematycznie wyrażonej przez poniższe równanie

$$S\{\alpha p(\vec{x}) + \beta q(\vec{x})\} = \alpha S\{p(\vec{x})\} + \beta S\{q(\vec{x})\}, \quad (2.19)$$

spełnione dla dowolnych zespolonych skalarów  $\alpha$  i  $\beta$ , oraz dowolnych funkcji  $p(\vec{x})$  i  $q(\vec{x})$ . Zgodnie z powyższym równaniem, odpowiedź systemu możemy przedstawić jako sumę odpowiedzi na funkcje składowe na które rozłożyliśmy wejście układu. W przypadku zjawisk elektromagnetycznych zasada superpozycji spełniona jest dla amplitud pól elektromagnetycznych w przypadku promieniowania

koherentnego, oraz dla natążen pól w przypadku promieniowania niekoherentnego. Do rozkładu funkcji wejściowej na elementarne składowe posłużymy się własnością filtracji delty Diraca

$$g(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) \delta(x - \eta) d\vec{\eta}. \quad (2.20)$$

Poszukując funkcji wyjściowej dla układu  $S\{\cdot\}$ , odpowiadającej funkcji wejściowej  $g(x)$ , wykonujemy podstawienie równania (2.20) do równania (2.18)

$$f(\vec{x}) = S \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) \delta(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta} \right\}. \quad (2.21)$$

Ponieważ funkcja  $g(\vec{\eta})$  nie zależy od zmiennych  $\vec{x}$ , możemy traktować ją jako wagę i korzystając z własności superpozycji (2.19), włączyć operator  $S$  pod znak całki

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) S\{\delta(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta}\}. \quad (2.22)$$

Dla uproszczenia zapisu powyższego równania wprowadzimy funkcję

$$h(\vec{x}, \vec{\eta}) := S\{\delta(\vec{x} - \vec{\eta})\}. \quad (2.23)$$

Powyższa funkcja nazywana jest funkcją odpowiedzi impulsowej (ang. impulse response), a w optyce zazwyczaj określa się ją mianem funkcji rozmycia punktu (ang. point-spread function). Korzystając z wprowadzonego oznaczenia możemy do równania (2.22) podstawić definicję (2.23), otrzymując jedną z podstawowych formuł stosowanych do opisu systemów liniowych, tzw. całkę superpozycji:

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) h(\vec{x}, \vec{\eta}) d\vec{\eta}. \quad (2.24)$$

Powyższe równanie wskazuje, że dla opisania odpowiedzi systemu na dowolną funkcję wejściową, niezbędną jest jedynie znajomość funkcji odpowiedzi impulsowej układu. W ogólnym przypadku, funkcja odpowiedzi musi być zdefiniowana dla wszystkich punktowych wzbudzeń w płaszczyźnie wejściowej. Przykładem analizowanego układu może być np. soczewka oświetlana promieniowaniem niekoherentnym, dla której niezbędnym zestawem informacji potrzebnym do obliczenia natążenia światła w płaszczyźnie obrazu jest znajomość funkcji odpowiedzi dla wszystkich źródeł punktowych znajdujących się w płaszczyźnie przedmiotu.

Szczególne znaczenie dla niniejszej pracy ma kolejna, często spotykana w zastosowaniach własność układów liniowych określana jako niezmienniczość względem określonej transformacji. W szczególności, może być to np. niezmienniczość systemu elektrycznego w czasie.

Dla układu obrazującego istotną rolę odgrywa izoplanatyczność - niezmienniczość ze względu na przesunięcia, w wyniku której, funkcja odpowiedzi impulsowej zależy jedynie od odległości pomiędzy położeniem wzbudzenia, a położeniem obrazu

$$h(\vec{x}, \vec{\eta}) = h(\vec{x} - \vec{\eta}). \quad (2.25)$$

Powyzsza własność zastosowana do układów obrazujących jest więc równoważna stwierdzeniu, że zmiana położenia przedmiotu wpływa jedynie na zmianę położenia jego obrazu. W przypadku niemal wszystkich realnych układów optycznych, własność ta nie jest spełniona w całej przestrzeni położeń, zazwyczaj można jednak obszar podzielić na podobszary, w których zastosowanie będą miały odpowiednie funkcje  $h_i$ . Natomiast w ramach pojedynczego podobszaru z dobrym przybliżeniem stosować można założenie o izoplanatyczności systemu. Szczególnym przypadkiem obszaru często wykorzystywanego w analizie obrazowania przez klasyczne elementy optyczne jest otoczenie osi układu, w stosunku do którego stosuje się omawiane przybliżenie.

Podstawiając równanie (2.25) do wzoru (2.24) otrzymujemy

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) h(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta} = g * h. \quad (2.26)$$

W powyższym równaniu  $*$  oznacza operację splotu. Dzięki sprowadzeniu całki superpozycji dla układów liniowych niezmienniczych ze względu na przesunięcia (ang. LSI - linear shift-invariant) do tej szczególnej postaci, możemy do analizy układów LSI wykorzystać właściwości splotu i transformaty Fouriera. Na mocy twierdzenia o splocie, będąc jedną z podstawowych własności transformaty Fouriera. Równanie (2.25) jest równoważne równaniu:

$$F\{f(\vec{\nu})\} = F\{g(\vec{\nu})\} \cdot F\{h(\vec{\nu})\}, \quad (2.27)$$

gdzie przez  $F$  oznaczona została transformata Fouriera, a  $\cdot$  oznacza zwykłe mnożenie. W ten sposób znalezienie funkcji wyjściowych układu typu LSI z oblicza-

nia splotu<sup>8</sup> zastąpiliśmy obliczaniem transformaty Fouriera sygnału wejściowego, mnożeniem i obliczeniem odwrotnej transformaty Fouriera. Transformata Fouriera funkcji odpowiedzi impulsowej ze względu na swoje szczególne znaczenie nazywana jest funkcją przenoszenia  $H = Fh$ .

W równaniu (2.27) można zauważać formę zagadnienia własnego opisującego układ typu LSI, w którym wartości funkcji  $H$  dla różnych częstości przestrzennych  $\nu$  można interpretować jako wartości własne układu. Funkcjami własnymi są natomiast fale płaskie, ponieważ przeprowadzenie matematycznej operacji transformacji Fouriera jest w przypadku analizy zjawisk falowych równoważne rozłożeniu funkcji w bazie fal płaskich. Kolejnymi wnioskami jakie możemy uzyskać wprost ze wzoru (2.27) jest sposób w jaki układy LSI modyfikują funkcje wejściowe w postaci fal płaskich. W takim przypadku  $H(\nu_0) = |A|e^{i\Phi}$  jest po prostu liczbą zespoloną, a układ wprowadza jedynie tłumienie  $|A|$  i stałą modyfikację fazy  $\Phi$  padającej nań fali płaskiej [40].

W całej pracy posługując się terminem częstości przestrzennych odnosimy się do podanej powyżej formuły, w której transformata Fouriera została zastosowana w stosunku do funkcji położenia, dlatego ze szczególną uwagą należy odróżnić częstości przestrzenne (rozkład w bazie fal płaskich), od częstotliwości odpowiadającej rozkładowi promieniowania w bazie fal monochromatycznych.

## 2.3. Modele dyspersji materiałów

### 2.3.1. Model Lorenza-Drudego

Powszechnie wykorzystywany do opisu własności dyspersyjnych materiałów jest model Lorenza-Drudego. *De facto* jest on połączeniem opisu substancji przewodzących (opisywanych modelem Drudego), oraz dielektryków (opisywanych modelem Lorenza). Wyprowadzenie obu modeli opiera się na zastosowaniu zasad mechaniki klasycznej w stosunku do cząstek naładowanych znajdujących się w materii. Dla dielektryków przyjmujemy, że są one silnie związane z węzłami sieci krystalicznej, a ruch każdego ładunku opisuje równanie oscylatora tłumio-

<sup>8</sup>Będącego zazwyczaj skomplikowaną operacją analityczną lub wysokiej złożoności operacją numeryczną.

nego, pobudzanego siłą harmoniczną wywoływaną przez zewnętrzne pole elektromagnetyczne [41]:

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} + m\omega_1^2 \vec{r} = q\vec{E}_0 e^{i\omega t}. \quad (2.28)$$

W powyższym równaniu  $m$  nie należy traktować jako masy ładunku, a jako parametr stanowiący tzw. masę efektywną, której wartość można wyznaczyć za pomocą mechaniki kwantowej. Parametry  $\omega_1$  i  $\gamma$  możemy zgodnie z mechaniką klasyczną interpretować odpowiednio jako częstotliwość własną i współczynnik tłumienia oscylatora. W przypadku substancji o różnych węzłach sieci krystalicznej, równanie (2.28) należy zapisać osobno dla każdego rodzaju ładunków i centrów sieci. Rozwiązuając powyższe równanie różniczkowe, oraz korzystając z definicji polaryzacji możemy wyznaczyć przenikalność elektryczną ośrodka nieprzewodzącego jako:

$$\varepsilon = 1 + \frac{N_o q^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega - i\gamma_j}. \quad (2.29)$$

Wprowadzone w powyższym równaniu współczynniki  $f_j$  opisują tzw. siłę oscylatora, związaną z prawdopodobieństwem przejść między stanami cząstek opisywanego materiału. Wprowadzony parametr  $N_o$  opisuje koncentrację oscylatorów. W przeciwnieństwie do izolatorów elektrycznych opis metali musi przede wszystkim uwzględnić istnienie nośników swobodnych. Zaniedbując oddziaływanie ładunków swobodnych ze sobą i zakładając, że ich zderzenia z wierzchołkami sieci krystalicznej mają charakter w pełni przypadkowy możemy ich klasyczne równanie ruchu zapisać jako:

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} = q\vec{E}_0 e^{i\omega t}. \quad (2.30)$$

W powyższym równaniu wprowadzona siła oporu  $m\gamma\vec{v}$  wynika ze zderzeń z węzłami sieci krystalicznej. Rozwiązanie powyższego równania prowadzi do następującego wyrażenia na przenikalność dielektryczną

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma}, \quad (2.31)$$

w którym wprowadzona wartość  $\omega_p$  to częstotliwość plazmowa, opisywana wzorem:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Nq^2}{\epsilon_0 m}}, \quad (2.32)$$

gdzie  $N$  jest koncentracją swobodnych nośników o ładunku  $q$ . Im większa koncentracja nośników swobodnych, tym większa jest częstotliwość plazmowa opisywanego metalu. Dla częstotliwości z zakresu optycznego  $\gamma << \omega$  co jest odzwierciedleniem faktu, że droga swobodna elektronów w paśmie przewodnictwa jest znacznie większa od rozważanych długości fal. Zgodnie z równaniem (2.31) oznacza to, że dla światła widzialnego decydującą rolę dla własności metali ma część rzeczywista  $\varepsilon$ , która jest dodatnia tylko dla  $\omega > \omega_p$ . Dla takich częstotliwości równanie falowe w metalach będzie mieć rozwiązanie w postaci fal poprzecznych. Fizyczną interpretację  $\omega_p$  znaleźć można w rozwiązaniu równania (2.30). Jest to częstotliwość własna drgań podłużnych elektronów swobodnych. Częstotliwość plazmowa jest natomiast podstawą dla wprowadzenia pojęcia plazmonu objętościowego, stanowiącego kwant omawianych drgań.

Ponieważ polaryzacja jest sumą efektywnych momentów dipolowych przypadających na jednostkę objętości, to wkłady do polaryzacji pochodzące od oddziaływań z elektronami w paśmie przewodnictwa i jonami sieci krystalicznej dodają się. Dlatego model przenikalności elektrycznej materiałów uwzględniający oba te zjawiska, jest sumą wkładów pochodzących z równań (2.29) i (2.31). Zazwyczaj model materiałowy dopasowywany jest do danych eksperymentalnych jedynie w ograniczonym zakresie. Ze względu na to większość rezonansów ze wzoru (2.29) może zostać zastąpionych stałą wartością zwyczajowo określaną jako  $\varepsilon_\infty$ , a ostateczny wzór przyjmuje postać

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma} + \frac{Nq^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega} \quad (2.33)$$

## 2.4. Przybliżenie ośrodka efektywnego

Przybliżenie ośrodka efektywnego (ang. EMA effective medium approximations lub ang. EMT effective medium theory) to określenie używane w odniesie-

niu do analitycznych modeli opisujących makroskopowe właściwości elektromagnetyczne podfowej struktury złożonej z różnych materiałów. EMA pozwala opisywać niejednorodny obszar w przestrzeni złożony z wielu materiałów jako jeden homogeniczny obszar o innych właściwościach. Kluczowym w wyprowadzeniu przybliżenia EMT jest zdefiniowanie geometrii w jakiej układane są materiały składowe. Na jej podstawie w zależności od rozmiarów wyprowadzane są ostateczne formuły na składowe tensorów przenikalności elektrycznej  $\varepsilon$  i magnetycznej  $\mu$ .

Dla niniejszej pracy szczególne znaczenie mają układy jednowymiarowe, w których periodycznie umieszczone są kolejne warstwy ośrodków materialnych, gdy możemy zakładać, że pojedyncza warstwa jest tak cienka w porównaniu z długością fali, że wartości pól  $E$  i  $D$  wewnątrz warstwy w określonej chwili czasu są stałe. Możemy wyprowadzić przybliżone wartości tensora przenikalności elektrycznej:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\parallel} &= f \cdot \varepsilon_1 + (1 - f) \cdot \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{\perp} &= (f \cdot \varepsilon_1^{-1} + (1 - f) \cdot \varepsilon_2^{-1})^{-1}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

oraz magnetycznej:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\perp} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mu_{\parallel} &= f \cdot \mu_1 + (1 - f) \cdot \mu_2 \\ \mu_{\perp} &= (f \cdot \mu_1^{-1} + (1 - f) \cdot \mu_2^{-1})^{-1}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

W powyższych wzorach przez  $\varepsilon_{\parallel}$  i  $\varepsilon_{\perp}$  oznaczono odpowiednio składowe tensora przenikalność elektrycznej równoległe i prostopadłe do kierunku prostopadłego do granicy między ośrodkami. Współczynnik  $f$  nazywany współczynnikiem wypełnienia definiujemy jako  $f = \frac{d_1}{d_1+d_2}$  oznacza stosunek grubości materiału o współczynniku załamania  $\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}$  do grubości całej komórki elementarnej.

Oznacza to, że w ośrodku wypełnionym naprzemiennie dwoma materiałami, fala elektromagnetyczna propaguje się tak jak w jednoosiowym materiale dwój-łomnym. Osią takiego metamateriału jest dowolna prosta prostopadła do granic warstw dwu tworzących go materiałów [42].

Efektywny tensor przenikalności elektrycznej o postaci (2.34) nie zależy od okresu struktury periodycznej. Co więcej, wyrażenie (2.34) stosuje się także do warstwowych struktur nieperiodycznych wypełnionych dwoma materiałami z tym samym współczynnikiem wypełnienia  $f$ . Z drugiej strony, dla struktur periodycznych składających się z dwóch naprzemiennie ułożonych rodzajów warstw, znana jest postać analityczna związku dyspersyjnego [43], z której można skorzystać, gdy opis (2.34) jest niewystarczający. Poniższe równanie odnosi się do polaryzacji TM

$$\cos(k_B a) = \cos(k_1 d_1) \cos(k_2 d_2) - \frac{1}{2} \left( \frac{k_1 \varepsilon_2}{k_2 \varepsilon_1} + \frac{k_2 \varepsilon_1}{k_1 \varepsilon_2} \right) \sin(k_1 d_1) \sin(k_2 d_2), \quad (2.36)$$

gdzie  $d_i$  i  $\varepsilon_i$  (dla  $i = 1, 2$ ) oznaczają grubość i przenikalność elektryczną warstw,  $a = d_1 + d_2$  jest okresem struktury,  $k_B$  jest liczbą falową fali Blocha,  $k_i = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_i - k_x^2}$  jest składową wektora falowego wzdłuż osi z w i-tym ośrodku, a  $k_0 = 2\pi/\lambda$  jest liczbą falową w próżni.

Należy dodać, że znane są dokładniejsze sposoby wprowadzenia własności efektywnych wielowarstwy niż (2.34) i (2.35), określane często jako nielokalne [44; 45]. Modele te nie będą wykorzystane w niniejszej rozprawie, jako że podobnie jak (2.34) i (2.35) pozwalają jedynie na przybliżony opis propagacji w strukturze warstwowej, mniej dokładny niż kwasianalityczna metoda TMM oraz metoda różnic skończonych FDTD z odpowiednio gęstym próbkowaniem. Warto na koniec wspomnieć, że także w zakresie swojej stosowności, model efektywny nie pozwala prawidłowo opisać niektórych zjawisk. Przykładem takiego zjawiska jest tzw. potrójne załamanie światła (ang. trirefringence) [46; 47].

## 2.5. Symulacje na komputerach dużej mocy

Większość symulacji numerycznych wykonanych przez autora pracy, w szczególności symulacji metodą FDTD wymaga zastosowania komputerów dużej mocy (ang HPC - High-performance computing). Zwiększenie mocy obliczeniowej przy wykorzystaniu takich zasobów wymaga zrównoleglenia obliczeń. Możliwe do uzyskania przyspieszenie w podstawowy sposób opisuje prawo Amdahla

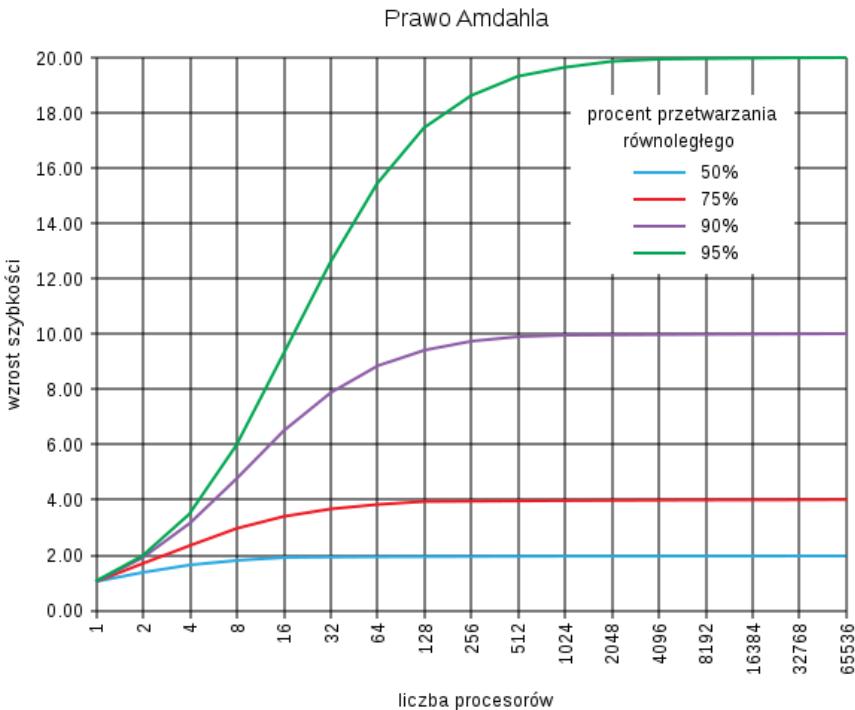
$$S = \frac{1}{(1 - P) + \frac{P}{s}}, \quad (2.37)$$

gdzie przez  $S$  oznaczono całkowite przyspieszenie obliczeń,  $P$  to część obliczeń która może zostać zrównoleglona, a  $s$  to możliwe przyspieszenie części  $P$  w wyniku zrównoleglenia. Przykładowe wartości przyspieszenia symulacji przy wykorzystaniu większej liczby rdzeni obliczeniowych prezentuje wykres na rysunku 2.6.

W przypadku metod równoległego rozwiązywania równań różniczkowych, takich jak FDTD, zrównoleglenie wymaga wprowadzenia dodatkowego kroku zapewniającego uspójnienie warunków na częściach siatki stanowiących granicę między obszarami symulowanymi równolegle na różnych procesorach. Zrównoleglenie symulacji wymaga wykonania dodatkowego uspójnieniu warunków granicznych pomiędzy obszarami symulowanymi na różnych rdzeniach. Czas trwania tego dodatkowego kroku zależy przede wszystkim od opóźnień w komunikacji pomiędzy rdzeniami obliczeniowymi. Na całkowite opóźnienie składają się część aplikacyjna - zazwyczaj implementowana za pomocą protokołu MPI (ang. message passing interface), oraz część sprzętowa. Obie te części należą w znaczącym stopniu dostosować do wykonywanej symulacji, o ile część aplikacyjna wymaga zastosowania odpowiednich parametrów blokowania<sup>9</sup> oraz odciążania CPU z często wykorzystywanych operacji nie związanych bezpośrednio z prowadzoną

---

<sup>9</sup>Uspójniane warunki brzegowe w ramach jednego węzła mogą być np. przechwywane we wspólnie dzielonych przez procesy obszarach pamięci. W ten sposób obliczenia w sąsiednim obszarze są blokowane z uwzględnieniem pojedynczych punktów siatki (mechanizm mutex systemu Linux), zamiast całych wektorów przesyłanych w komunikatach MPI.



Rysunek 2.6: Możliwe przyspieszenie symulacji zgodnie z (2.37), przy zerowym koszcie zrównoleglenia ( $s$  równe liczbie używanych rdzeni) dla różnych wartości  $P$  [48]

symulacją<sup>10</sup>. To część sprzętowa w znaczący sposób zależy od architektury połączeń między procesorami wewnętrz węzłów obliczeniowych, oraz właściwości sieci łączącej węzły obliczeniowe.

Jądrem obliczeń numerycznych prowadzonych w niniejsze pracy była biblioteka meep [39] umożliwiająca wykonywanie obliczeń metodą FDTD.

Przed uruchomieniem symulacji należy oszacować wymagania co do pamięci RAM (ang. random memory access). Dla symulacji FDTD z wykorzystaniem biblioteki meep możemy to zrobić obliczając liczbę węzłów siatki oraz mnożąc ją przez rozmiar używany do przechowywania liczb podwójnej precyzji, zazwyczaj jest to 8 bajtów. Jeżeli możliwe jest uruchomienie takiej symulacji na jednym

<sup>10</sup> Źle dobrana implementacja lub niewłaściwa konfiguracja mogą doprowadzić do znaczącego obciążenia procesora poprzez część aplikacji odpowiadającą za komunikację, np. liczenie sum kontrolnych dla pakietów TCP

węźle obliczeniowym (jednym fizycznym serwerze) jest to najprostrzy sposób na uzyskanie optymalnej wydajności<sup>11</sup>. Decydując się na wykorzystanie większej liczby serwerów należy upewnić się, że środowisko w którym uruchamiane są obliczenia zapewnia bezpośredni dostęp do pamięci innych węzłów (ang. RDMA - remote direct memory access). Ponieważ dodatkowy narzut komunikacyjny zmniejsza  $P$  w 2.37 w dużej mierze niezależnie od liczby użytych węzłów<sup>12</sup> w przypadku symulacji wielowęzłowych z wykorzystaniem meep możliwe jest przyspieszenie obliczeń symulacji do momentu zrównania czasu przeznaczonego na dostęp do pamięci z czasem angażowanym w obliczenia. W wyniku tej własności obserwować można większą skalowalność obliczeń metodą FDTD na procesorach w architekturze x86\_64, niż np. na procesorach typu Power7, ponieważ na każdy cykl procesora w przypadku x86\_64 przypada ok. 0.3 dostępu do pamięci, a w przypadku Power7 jest to stosunek 1:1 (całkowity czas obliczeń jest jednak zazwyczaj krótszy w przypadku zasotosawnia superkomputerów Power775 pomimo użycia znacznie mniejszej liczby CPU).

Są to zagadnienia nie związane bezpośrednio z tematem niniejszej rozprawy. Jednak bez głębokiej wiedzy, oraz doświadczenia w programowaniu równoległy oraz prowadzeniu obliczeń na zasobach HPC uzyskanie prezentowanych wyników nie byłoby możliwe.

<sup>11</sup>Sytuacja komplikuje się, gdy węzeł obliczeniowy posiada skomplikowaną architekturę ccNUMA (ang. cache coherent non-uniform memory access) jak np. platformy AMD z procesorami z rodzinny Bulldozer obsługujące ponad 512GB pamięci RAM. Węzły tego typu często lepiej jest traktować logicznie jako kilka osobnych serwerów. W sposób szczególny należy również podchodzić do systemów wyposażonych w procesory Intel poczawszy od architektury haswell, w których w zależności od modelu przepustowość do pamięci poszczególnych rdzeni CPU może być różna. Ze względu na specyfikę metody FDTD szybkość obliczeń jest w największym stopniu związana z dostępem do pamięci RAM, dlatego warto rozważyć używanie na węźle jedynie kontrolerów pamięci i rdzeni zapewniających tę samą przepustowość i czas dostępu, pozostawiając część zasobów niewykorzystanych.

<sup>12</sup>Jest to w szczególności prawdziwe dla powszechnie stosowanych nieblokujących topologii *fat-tree* w sieciach infiniband [49]

## **Rozdział 3**

# **Filtry asymetryczne oraz sprzęgacze oparte na metalowych siatkach dyfrakcyjnych o okresie bliskim lub mniejszym od długości fali**

Niniejszy rozdział poświęcony jest metalowym siatkom dyfrakcyjnym o okresie bliskim lub mniejszym od długości fali, a także siatkom o bardziej złożonej budowie, których okres jest mniejszy od długości fali z jednej strony, a większy z drugiej. Podstawowe rozróżnienie pomiędzy zwykłymi, a podfalowymi siatkami wiąże się z tym, że siatki podfalowe mają jedynie zerowy rzad ugięcia w transmisji i w odbiciu, czyli w zasadzie nie są elementami dyfrakcyjnymi, choć w niniejszej pracy dalej będą określane mianem siatek dyfrakcyjnych. Siatki o różnym okresie z obu stron są nowego rodzaju elementem dyfrakcyjnym, który może charakteryzować się silnie asymetryczną, bądź jednokierunkową transmisją. Najważniejsze wyniki przedstawione w rozdziale dotyczą tego typu siatek.

Siatki metalowe stanowią ważny element optyki terahercowej [50]. Pierwsza

część rozdziału dotycząca ich użycia jako selektywnych widmowo sprzęgaczy do struktur falowodowych motywowana jest możliwością użycia takich struktur w detektorach promieniowania THz opartych na tranzystorach polowych. Również w przypadku struktur o transmisji asymetrycznej, ich realizacja doświadczalna została przeprowadzona w zakresie terahercowym<sup>1</sup> W podrozdziale 3.2.1 omówione są możliwości wykorzystania metalowych siatek dyfrakcyjnych do uzyskania transmisji rezonansowej w zakresie THz. Następnie w części 3.2.2 zaprojektowane zostały siatki dyfrakcyjne do wzbudzenia modu falowodowego umożliwiającego transmisję promieniowania E-M w kierunku detektora.

W dalszej części rozdziału przedstawione są możliwości wykorzystania podwójnych metalowych siatek dyfrakcyjnych do uzyskania transmisji jednokierunkowej. W geometrii cylindrycznej, tego rodzaju siatki, mogą być również wykorzystane do koncentracji fali E-M. Poza zakresem niniejszej pracy znajdują się zjawiska fizyczne związane z generacją i detekcją promieniowania THz.

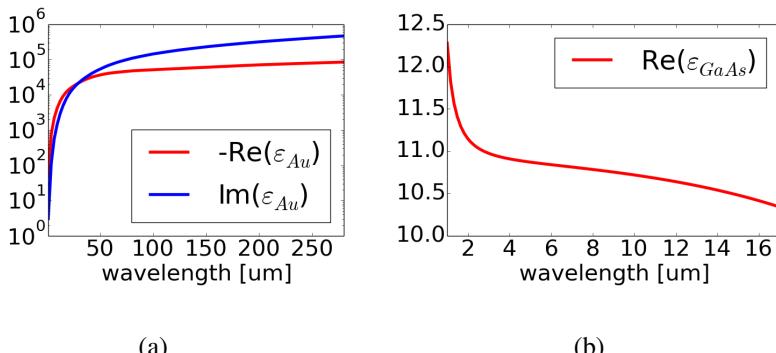
Do modelowania promieniowania elektromagnetycznego w zakresie THz używane są metody tradycyjnie wykorzystywane w optyce, w szczególności metoda FDTD. Ze względu na różnicę w długości fali, właściwości materiałów w zakresie THz znacznie różnią się od tych dla światła widzialnego. Różnicom tym poświęcony jest podrozdział 3.1.

### **3.1. Własności dyspersyjne materiałów w zakresie terahercowym**

Kluczowymi procesami odpowiedzialnymi za wartość przenikalności elektrycznej ciał stałych dla niskich częstotliwości terahercowych, określanych niekiedy jako subterahercowe, są ruch elektronów swobodnych opisywany modelem Drudego (patrz sekcja 2.3.1) i relaksacja Debye'a. Dla częstotliwości bliższych

---

<sup>1</sup>Pomiary właściwości transmisyjnych siatek w zakresie terahercowym zostały wykonane w zakładzie fizyki ciała stałego na Wydziale Fizyki UW przez Dymitra Jaworskiego (Dmitriy Yavorskiy) oraz dra hab. Jerzego Łusakowskiego. Autor rozprawy uczestniczył w projektowaniu eksperymentu i opracowaniu wyników. Prace dotyczące detektorów promieniowania THz prowadzone były przez grupę dra hab. Jerzego Łusakowskiego.



Rysunek 3.1: Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali dla (a) *Au* [52], (b) *GaAs* [53]

dalekiej podczerwieni podstawowe znaczenie mają optyczne fonony - skwantowane mody drgań sieci krystalicznej. Typowe wartości współczynnika załamania polimerów mieszczą się w przedziale  $n \in (1.4; 1.5)$ , a dla półprzewodników  $n \in (3.1; 3.5)$ . W obu wypadkach charakteryzują się niewielką dyspersją. Wypolerowane powierzchnie metalowe są wykorzystywane jako zwierciadła o współczynniku odbicia  $R \approx 0.99$  [51].

W układach omawianych w poniższym rozdziale wykorzystywane są złoto i arsenek galu, dlatego ich własności omówione zostaną bardziej szczegółowo. Wszystkie przewodniki, w tym złoto, ze względu na czasy relaksacji rzędu  $10^{-14}$ s charakteryzują się niemal bezdyspersyjną przewodnością. W związku z tym, równanie (2.33) możemy zapisać w prostszej postaci

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + i \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega}, \quad (3.1)$$

gdzie przez  $\sigma_0$  oznaczona została przewodność. Dla złota w warunkach normalnych  $\sigma_0 = 45.2 \frac{S}{\mu m}$ . Ze względu na znacznie większą wartość bezwzględną części urojonej przenikalności elektrycznej od rzeczywistej, dla zakresu subterahercowego powyższe równanie (3.1) możemy dalej uprościć do postaci

$$\varepsilon(\omega) \approx i \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega}. \quad (3.2)$$

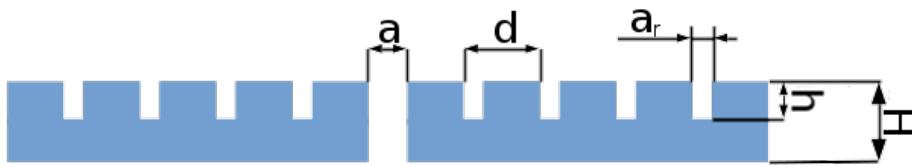
Różnica wartości bezwzględnej części rzeczywistej i urojonej przenikalności elektrycznej złota zmniejsza się wraz ze wzrostem częstotliwości. Dla  $f = 2$  THz

moduł części rzeczywistej jest ok. 5 razy mniejszy od modułu części urojonej. Część rzeczywista przenikalności elektrycznej dla fal optycznych i dłuższych jest ujemna, a jej moduł zmienia się od kilkudziesięciu do ponad  $10^4$  w zakresie od podczerwieni do obszaru terahercowego. Ze względu na dominujący charakter części urojonej związanej z przewodnictwem, eksperymentalne wyznaczenie przenikalności elektrycznej jest bardzo trudne. Eksperymentalne wyznaczenie części rzeczywistej  $\varepsilon_{Au}$  prowadzone jest jedynie dla częstotliwości powyżej 1 THz (długości fali poniżej 300  $\mu\text{m}$ ) [54]<sup>2</sup>. Zależność  $\varepsilon$  od długości fali została przedstawiona na wykresie 3.1a.

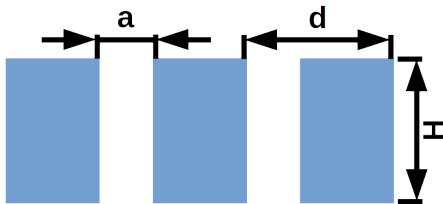
Symulacje opisywane w niniejszym rozdziale prowadzone są z maksymalną rozdzielcością 0.5  $\mu\text{m}$  na punkt obliczeniowy, natomiast głębokość naskórkowa dla 1 THz,  $\delta = 74.9 \text{ nm}$  [51]. Mała głębokość naskórkowa w porównaniu do długości fali oraz rozmiaru siatki przyjętej w obliczeniach uprawnia do przyjęcia, że w symulacjach złoto może być traktowane jako doskonały przewodnik.

W przeciwieństwie do złota, warstwy *GaAs* w zakresie THz mogą być traktowane jako jak dielektryk o rzeczywistej wartości przenikalności elektrycznej. Charakteryzują się one również słabą dyspersją, a w przypadku obliczeń prowadzonych dla wąskiego zakresu długości fali, wartość przenikalności elektrycznej może być traktowana jako stała. Warto jednak zwrócić uwagę na to, że warstwy *GaAs* uzyskiwane w wyniku epitaksji z wiązki molekularnej poddawane są zazwyczaj procesowi wygrzewania w celu ich wygładzenia lub eliminacji zanieczyszczeń. Proces ten może mieć jednak znaczący wpływ na koncentrację elektrownów w paśmie przewodnictwa, co może istotnie zmienić właściwości elektromagnetyczne tego materiału [56]. Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali dla *GaAs* przedstawia wykres na rysunku 3.1b.

<sup>2</sup>Powyzsza analiza prawdziwa jest w temperaturze pokojowej. Obniżenie temperatury do  $T = 80\text{K}$  powoduje wzrost przewodności złota do  $\sigma_0 = 208 \frac{\text{S}}{\mu\text{m}}$ . W temperaturach kriogenicznych w cienkich warstwach złota dominujący wpływ na przewodność może mieć rozpraszanie elektronów na defektach struktury [55].



Rysunek 3.2: Schemat układu umożliwiającego uzyskanie nadzwyczajnej transmisji, złożonego z metalowej siatki ze szczeliną



Rysunek 3.3: Schemat siatki dyfrakcyjnej z definicją oznaczeń użytych w tekście

## 3.2. Siatki metalowe pełniące funkcję anteny w detektorze promieniowania terahercowego

### 3.2.1. Rezonansowa transmisja przez grube siatki

Spośród wielu znanych rodzajów detektorów promieniowania terahercowego, do najszerzej wykorzystywanych należą te oparte na pomiarze bolometrycznym, na diodach Schottky'ego, i elementach SIS (ang. superconductor–insulator–superconductor tunnel junction) [57]. Istnieją również detektory oparte na tranzystorach polowych FET i MOSFET [58; 59].

Niniejszy podrozdział poświęcony jest metalowym siatkom dyfrakcyjnym, jako elementom umożliwiającym spręganie fali propagującej się w wolnej przestrzeni do modu falowodowego, który może propagować się strukturze półprzewodnikowej. Tego rodzaju siatki mogą pełnić funkcję anteny w detektorze promieniowania terahercowego, w szczególności wykorzystującym tranzystory polowe.

Modelowym układem, w którym można przeprowadzić analizę zjawisk związanych z rezonansową transmisją fali elektromagnetycznej przez siatkę z idealnego przewodnika jest układ przedstawiony na rysunku 3.2 oświetlony od strony

rowków. Zakładając, że zarówno rowki jak i szczelina są na tyle cienkie, że możliwe jest wzbudzenie w nich jedynie modu podstawowego o polaryzacji TM<sup>3</sup>, problem propagacji fali E-M przez układ można rozwiązać analitycznie. W tym celu promieniowanie w przestrzeni swobodnej możemy rozłożyć na fale płaskie, a wzbudzenia wewnętrz rowków i falowodu zastąpić polami modów podstawowych. Wymagając odpowiednich warunków zszycia rozwiązań, nadzwyczajną transmisję (przewyższającą o kilka rzędów wielkości energię fali elektromagnetycznej padającą bezpośrednio na szczelinę) przez szczelinę możemy opisać wyróżniając następujące mechanizmy [60]:

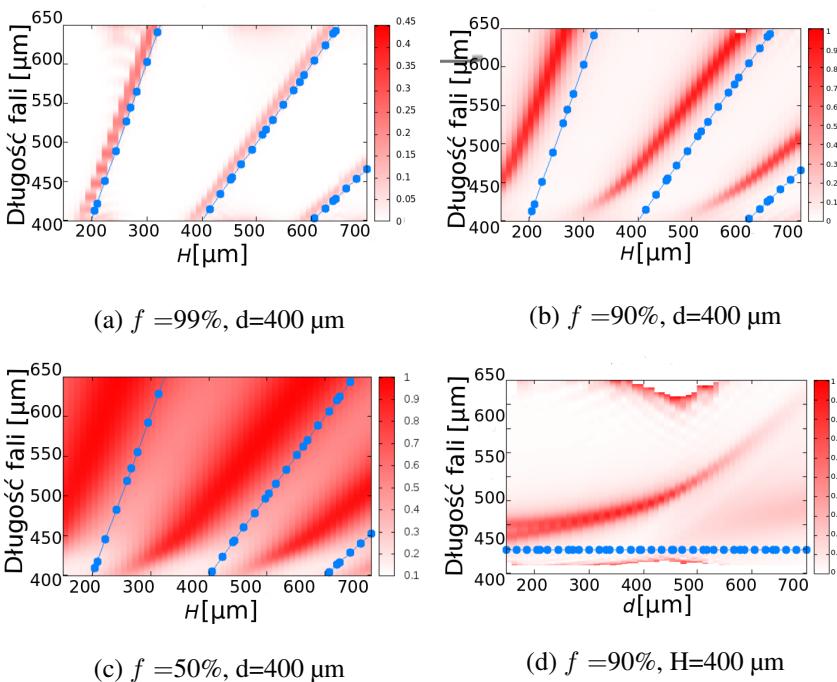
- Rezonansową transmisję za pośrednictwem modu falowodowego w szczelinie. Transmisja kontrolowana jest przez grubość metalu  $H$  na zasadzie rezonansu Fabry-Pérot. Maksimum transmisji występuje w przyjętym przybliżeniu dla

$$\frac{\lambda}{n_{\text{eff}}} = 2 \frac{H}{m}, \quad (3.3)$$

gdzie  $\lambda$  oznacza długość fali promieniowania padającego na układ,  $H$  zgodnie z rysunkiem 3.2 jest długością falowodu,  $m$  dowolną liczbą naturalną, a  $n_{\text{eff}}$  efektywnym współczynnikiem załamania modu falowodowego. W przypadku falowodów metal-powietrze-metal o podfalowym rdzeniu  $n_{\text{eff}} \approx 1$ .

- Wzbudzenie modów w rowkach, pozwalające na późniejszy transport energii z rowków do szczeliny za pomocą fali powierzchniowej. Dzięki temu mechanizmowi transmisja przez szczelinę unormowana do rozmiarów otworu może być znacznie większa od 1. Warunek na rezonansowe wzbudzenie modów wewnętrz szczelin to  $\lambda \approx 4 \frac{h}{2m+1}$  (patrz rys. 3.2). Wykorzystanie tego wzbudzenia możliwe jest jednak jedynie przy dopasowanej reemisji energii z kolejnych rowków.
- Wzbudzenie w płaszczyźnie wejściowej fali powierzchniowej transportującej energię fali E-M do szczeliny. Sytuacja taka występuje dla  $d \approx \lambda$  i prowadzi do uzyskania zgodnego w fazie pola modów w rowkach.

<sup>3</sup>Dla falowodów planarnych metal-izolator-metal nie istnieje długość fali odcięcia dla modu podstawowego w polaryzacji TM



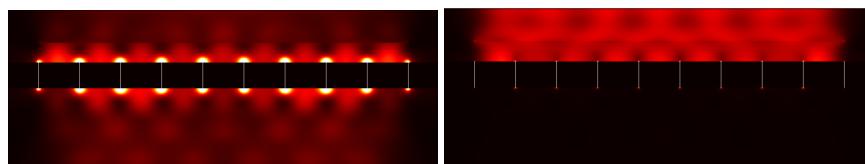
Rysunek 3.4: Zależność współczynnika transmisji od parametrów geometrycznych siatki. Niebieską linią kropkowaną zaznaczono przewidywane wzorem (3.3) położenie maksimum rezonansu transmisji.

Należy podkreślić, że w używanym modelu pominięto wkład fal ewanescentnych do transmisji. Jest to uprawnione dla przewidywania transmisji przez strukturę w polu dalekim ze względu na eksponencjalny zanik modów wraz z odległością od warstwy metalowej. Jednakże należy mieć świadomość, że obecne w okolicach struktury fale ewanescentne mają istotny wpływ na wymienione mechanizmy [23].

Przeprowadzona analiza teoretyczna opisuje jedynie mechanizmy prowadzące do nadzwyczajnej transmisji przez szczelest otoczoną rowkami w przypadku układu jednowymiarowego. Dla siatek dwuwymiarowych, analiza komplikuje się z powodu silnej zależności transmisji światła przez siatkę od kształtu otworów. W pracy [61] przedstawiono wyniki doświadczalne pomiarów transmisji światła widzialnego przez dwuwymiarowe siatki z otworami kołowymi i kwadratowymi o różnych rozmiarach.

Ze względu na trudności w eksperimentalnej realizacji układu z rysunku 3.2, oraz wyłączną zależność położenia rezonansu  $\lambda$  (3.3) od grubości  $H$ , w kolejnych symulacjach skupiono się na siatce dyfrakcyjnej przedstawionej na rysunku 3.3. Za pomocą symulacji metodą FDTD sprawdzono przewidywane w przybliżeniu cienkich falowodów położenie rezonansu, oraz dokonano ilościowego oszacowania transmisji promieniowania THz przez nieskończoną jednowymiarową metalową siatkę dyfrakcyjną w zależności od jej grubości  $H$  i współczynnika wypełnienia  $f = \frac{d-a}{d}$ . Wykresy przedstawione na rysunku 3.4 wykazują, że nawet dla siatek dyfrakcyjnych o szerokich, chociaż ciągle znaczco podfalowych otworach, jak na rysunku 3.4b, gdzie  $a = 40 \mu\text{m}$  możliwe jest uzyskanie transmisji rezonansowej. Położenie rezonansu ulega jednak przesunięciu w kierunku większych długości fali [62].

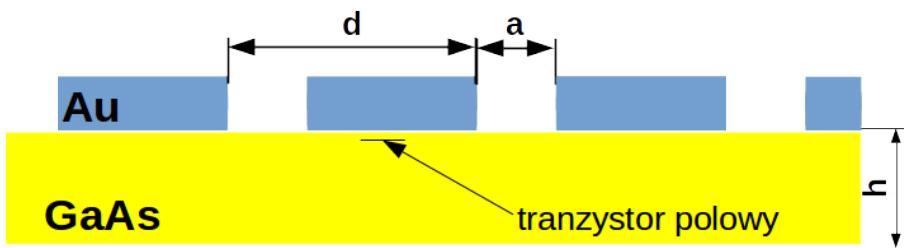
Za pomocą symulacji metodą FDTD wykazano również, że wraz ze wzrostem okresu siatki  $d$  następuje zarówno przesunięcie maksimum rezonansu w kierunku dłuższych fal, jak i zawężenie transmitowanego pasma. Wydłużenie okresu siatki może więc posłużyć do zawężenia zakresu transmitowanych długości fali przy jednoczesnym powiększeniu otworów. Rozkład energii całkowitej pola E-M uzyskiwanego przy oświetleniu omawianych siatek złotych falą o długości, dla której osiągane jest maksimum transmisji  $\lambda = 525 \mu\text{m}$  przedstawia rysunek 3.5a, natomiast rozkład pola powstający w przypadku źródła odstrojonego od rezonansu do  $\lambda = 500 \mu\text{m}$  przedstawia rysunek 3.5b.



(a)  $H = 250 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 525 \mu\text{m}$

(b)  $H = 250 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 500 \mu\text{m}$

Rysunek 3.5: Rozkład gęstości energii pola E-M dookoła siatki złotej oświetlonej z góry za pomocą monochromatycznego źródła o długości fali (a)  $\lambda = 525 \mu\text{m}$ , (b)  $\lambda = 500 \mu\text{m}$



Rysunek 3.6: Schemat detektora promieniowania THz na tranzystorze polowym umieszczonym w falowodzie z  $GaAs$  z naniesioną złotą siatką dyfrakcyjną

### 3.2.2. Antena dla promieniowania THz o działaniu opartym na wzbudzeniu modu falowodowego

Projektowana antena promieniowania THz powinna nie tylko zapewniać selektywność reakcji na promieniowanie E-M z wąskiego zakresu długości fali, co można uzyskać przy użyciu mechanizmów opisanych w podrozdziale 3.2.1. Jej podstawowym zadaniem jest umożliwiać pobudzenie detektora zlokalizowanego w małym obszarze za pomocą promieniowania padającego na dowolną część anteny. Zastosowanie siatki dyfrakcyjnej jest wydajną metodą na sprzężenie fali E-M do podkładu. Możliwe jest uzyskanie wydajności sprzężenia promieniowania terahercowego do falowodu krzemowego, dla niektórych częstotliwości przekraczającej 80% [63]. Schemat układu anteny, wraz z podkładem w którym umieszczony jest detektor promieniowania THz w postaci tranzystora polowego, przedstawia rysunek 3.6.

Rozkład pola na rysunku 3.5a nie zapewnia transportu promieniowania E-M w kierunku tranzystora polowego. Możliwy jest jednak transport energii z wykorzystaniem falowodu planarnego tworzonego przez podkład z  $GaAs$ . Ze względu na konieczność stosowania polaryzacji TM w strukturach opisywanych w części 3.2.1, w tej części skupiamy się również jedynie na tego typu oświetleniu. Przyjmijmy obecnie, że propagacja fali wzdłuż falowodu odbywa się w kierunku  $z$ . Wtedy trzy składowe pola E-M opisujące propagującą się falę to  $E_x, E_z$  i  $H_y$ ,

które zgodnie z równaniami Maxwell'a spełniają układ równań różniczkowych:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -i\mu\omega H_y, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= i\omega\varepsilon E_z, \\ -\frac{\partial H_y}{\partial z} &= i\omega\varepsilon E_x. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Z powyższych równań wyprowadzić można równanie różniczkowe drugiego rzędu, będące jedną z postaci równania Helmholtza, dla składowej  $H_y$  w postaci

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \omega^2\mu\varepsilon(x) \right] H_y = 0, \quad (3.5)$$

w którym  $\varepsilon(x)$  jest kwadratem współczynnika załamania ośrodków. W rozważanym przypadku

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} 1, & \text{dla } x > h \text{ powyżej podkładu z GaAs} \\ \varepsilon_{\text{GaAs}}, & \text{dla } 0 < x < h \text{ wewnątrz podkładu z GaAs} \\ \varepsilon_x, & \text{dla } x < 0 \text{ poniżej podkładu z GaAs.} \end{cases} \quad (3.6)$$

W powyższym równaniu współczynnik załamania poniżej struktury został opisany jako  $\varepsilon_x$ , co pozwala w dalszej analizie rozważać falowody, w których *GaAs* zostało umieszczone na innym materiale. Szukając rozwiązań równania (3.5) w postaci fal płaskich, propagujących się wewnątrz rdzenia ( $0 < x < h$ ) wzdłuż osi z:

$$H_y(x, z) = H_y(x)\exp(-i\beta z), \quad (3.7)$$

oraz w postaci fal zanikających na zewnątrz rdzenia, otrzymujemy równanie zwykłej

$$\frac{dH_y^2(x)}{dx^2} + [k_0^2\varepsilon - \beta^2]H_y = 0. \quad (3.8)$$

Natępnie, stosując standardowe warunki zszycia otrzymujemy równanie dyspersyjne modów prowadzonych w postaci [64]:

$$tg(\kappa h) = \frac{\kappa[\delta(\frac{n_{\text{GaAs}}}{n_x})^2 + \gamma n_{\text{GaAs}}^2]}{\kappa^2 - \gamma\delta(\frac{n_{\text{GaAs}}}{n_x})^2}, \quad (3.9)$$

gdzie przez  $n_{\text{GaAs}}$  i  $n_x$  oznaczono odpowiednio współczynnik załamania warstwy arsenku galu, oraz podkładu. Wprowadzono również dodatkowe oznaczenia w postaci

$$\begin{aligned}\delta &= \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_x}, \\ \gamma &= \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0}, \\ \kappa &= \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{GaAs}} - \beta^2}.\end{aligned}\quad (3.10)$$

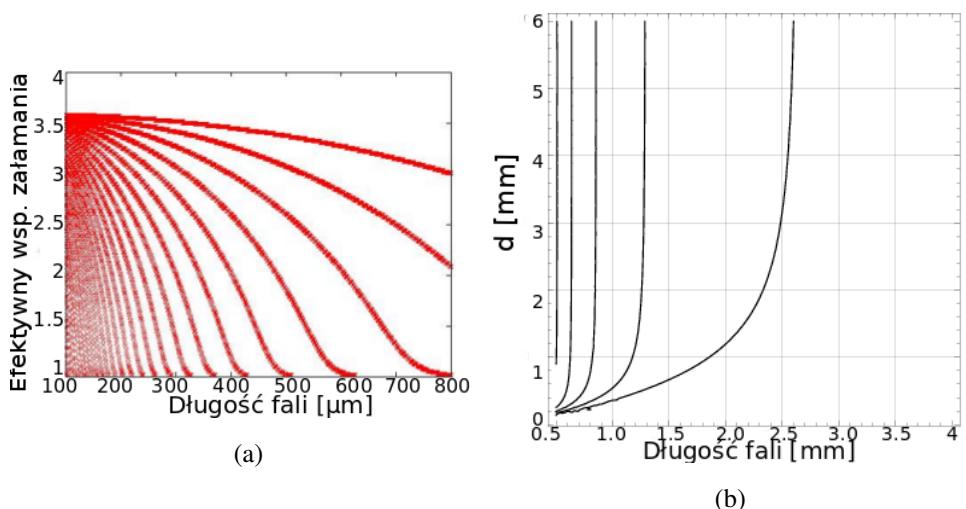
Wszystkie wartości  $\beta$  spełniające równanie (3.9) są dopuszczalnymi wartościami składowej wektora falowego w kierunku propagacji. W ten sposób efektywne współczynniki załamania modów TM w falowodzie planarnym można obliczyć jako  $n_{\text{eff}} = \frac{\beta}{k_0}$ . Rozwiążanie powyższego równania możliwe jest jedynie na drodze numerycznej (rozwiążanie przybliżone można też skonstruować graficznie). W przypadku rozważanych podkładów z  $GaAs$ , o grubości  $h = 400 \mu\text{m}$ , możliwe wartości efektywnego współczynnika załamania przedstawia wykres 3.7a. Różne współczynniki  $n_{\text{eff}}$  odpowiadające tej samej długości fali wynikają z wielomodowego charakteru falowodu tworzonego przez podkład  $GaAs$ . Dopasowanie pędów między modelem prowadzonym w falowodzie, a falą padającą wymaga dodania odpowiedniego pędu do fali padającej przez siatkę dyfrakcyjną, co dla składowych wektora falowego możemy zapisać jako

$$k_{i\parallel} + l \frac{2\pi}{d} = k_0 \cdot n_{\text{eff,m}}, \quad (3.11)$$

gdzie przez  $k_{i\parallel}$  oznaczono składową wektora falowego fali padającej równoległą do kierunku propagacji w falowodzie,  $l$  jest liczbą całkowitą odpowiadającą rzędowi ugięcia na siatce dyfrakcyjnej, a  $n_{\text{eff,m}}$  jest efektywnym współczynnikiem załamania m-tego modu falowodowego. W przypadku padania normalnego pęd fali padającej w kierunku propagacji w falowodzie wynosi zero. Szczególnie interesujący jest również przypadek wzbudzenia modu za pomocą pierwszego rzędu dyfrakcyjnego siatki, ponieważ dla niego uzyskamy największą wydajność, dla tego po uproszczeniu z powyższego równania możemy wyprowadzić

$$d = \frac{2\pi}{k_0 \cdot n_{\text{eff,m}}}. \quad (3.12)$$

Na podstawie powyższego wzoru przygotowano wykres zależności okresu siatki  $d$  potrzebnej do wzbudzenia kolejnych modów falowodowych, w zależności od



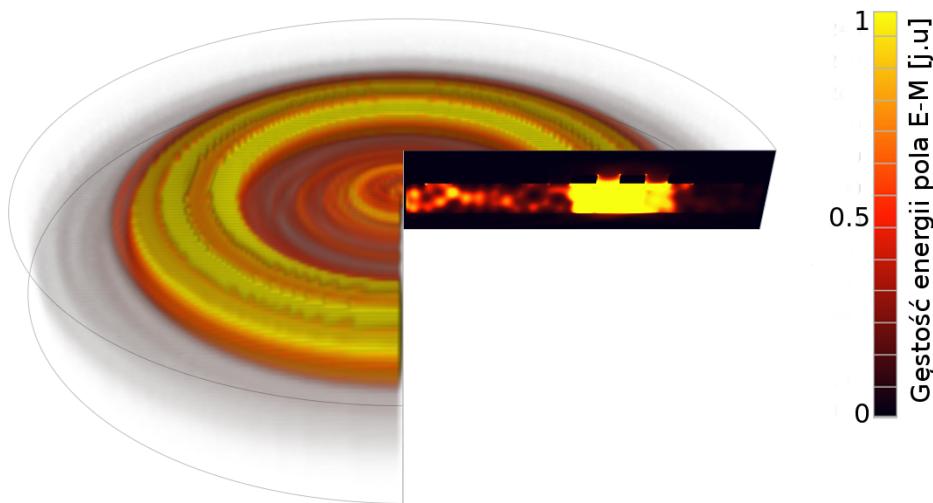
Rysunek 3.7: Wyniki rozwiązywania problemu sprzęgania fali do falowodu planarnego o grubości  $h = 400 \mu\text{m}$  z GaAs za pomocą siatki dyfrakcyjnej. (a) Zależność efektywnego współczynnika załamania  $n_{\text{eff}}$  od długości fali, (b) wykres łączący okres siatki dyfrakcyjnej z długością fali, dla której pracuje antena.



Rysunek 3.8: Uzyskany za pomocą symulacji metodą FDTD, uśredniony rozkład gęstości energii pola elektromagnetycznego wewnętrz falowodu z *GaAs* o grubości  $h=400 \mu\text{m}$ , na którym umieszczono antennę w postaci siatki dyfrakcyjnej o okresie  $d = 729 \mu\text{m}$  oświetloną pod kątem normalnym za pomocą źródła o częstotliwości 300 GHz.

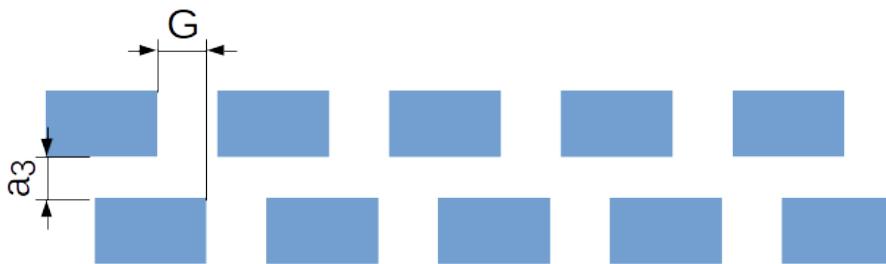
długości fali, dla której pracować ma antena. Wyniki tych obliczeń przedstawia wykres 3.7b.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń zaprojektowano siatkę ze złota dla źródła o częstotliwości  $f = 300 \text{ GHz}$  ( $\lambda \approx 1 \text{ mm}$ ) o grubości  $H = 1 \mu\text{m}$  i okresie  $d = 729 \mu\text{m}$ . W strukturach wytwarzanych eksperymentalnie pod podkładem *GaAs* znajduje się warstwa *Au* o grubości  $1 \mu\text{m}$ , którą w symulacji metodą FDTD traktujemy jako doskonały przewodnik. Na rysunku 3.8 przedstawiono rozkład gęstości energii wewnętrz zaproponowanej struktury. Wyniki symulacji komputerowych potwierdzają możliwość propagacji promieniowania E-M z zakresu subterahercowego w kierunku detektora w zaprojektowanym układzie.



Rysunek 3.9: Rozkład energii pola E-M uzyskany w symulacji metodą BOR FDTD we wnętrzu falowodu planarnego z siatką o geometrii cylindrycznej umieszczoną na podkładzie z  $GaAs$ . Wynik symulacji znajduje się w przekroju przedstawionym na rysunku. Obrazowe przejście do geometrii cylindrycznej uzyskano przez wizualizację średniej wartości w danym punkcie falowodu.

Bazując na pracach numerycznych dotyczących jednowymiarowych siatek dyfrakcyjnych pozwalających na wzbudzenie modów falowodowych w podkładach z  $GaAs$ , przeanalizowane zostało działanie analogicznych falowodów opartych na cylindrycznych siatkach dyfrakcyjnych. Ze względu na wzbudzenie modów falowodowych o kierunku propagacji prostopadłym do pasków siatki dyfrakcyjnej uzyskujemy częściową koncentrację promieniowania w obszarze detektora. Odpowiedni eksperyment numeryczny został przeprowadzony przy użyciu metody BOR-FDTD we współrzędnych cylindrycznych, szerzej opisanej w podrozdziale 2.1.7. Wyniki symulacji przedstawione na rysunku 3.9 odpowiadają strukturze z  $GaAs$  o rozmiarach  $10 \times 10\text{mm}$  pokrytej siatką dyfrakcyjną o okresie  $d = 538\text{ }\mu\text{m}$  i otworach o szerokości  $250\text{ }\mu\text{m}$  (współczynnik wypełnienia  $f = 0.53$ ), która została oświetlona promieniowaniem o długości fali  $\lambda = 2.52\text{ mm}$ . W ten sposób potwierdzono możliwość wykorzystania tego typu struktur do konstrukcji anten dla detektorów promieniowania THz umieszczonych wewnątrz podkładu z  $GaAs$  [65].



Rysunek 3.10: Schematyczny obraz siatki DMG analizowanej w pracy [68]

### 3.3. Transmisja jednokierunkowa

Najszerzej znanymi elementami fotonicznymi, które charakteryzują się jednokierunkową transmisją światła są izolatory Faradaya. Podstawą ich działania jest zjawisko Faradaya, polegające na obrocie płaszczyzny polaryzacji światła przechodzącego przez ośrodek magnetoptyczny w obecności zewnętrznego pola magnetycznego. W tej pracy będziemy się zajmować możliwością uzyskania asymetrycznej transmisji w strukturach złożonych z metalowych siatek, w których nie występuje zjawisko magneto-optyczne, ani zjawiska nieniowe. Na podstawie tw. o wzajemności Lorentza można wykazać, że takie układy nie mogą być izolatorami rozumianymi w takim sensie, że jeśli opiszemy je używając macierzy rozpraszania do opisu zależności między wejściami i wyjściami układu, zawsze otrzymamy macierz symetryczną [66]. Jednocześnie okazuje się, że twierdzenie to nie stoi to w sprzeczności z możliwością blokowania transmisji światła dla padania z jednej strony siatki i przepuszczania światła przy przeciwnym kierunku padania [67].

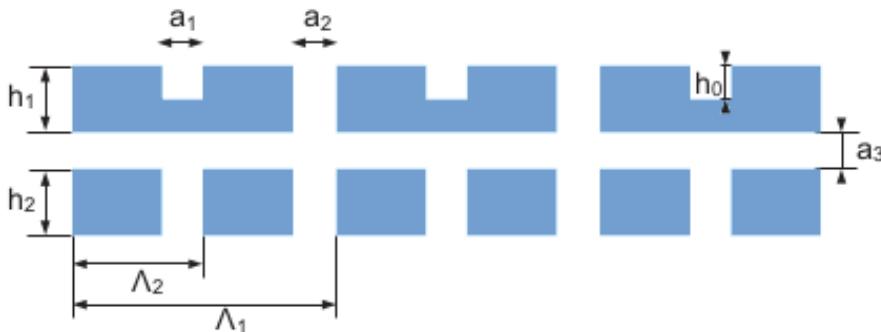
W dalszej części tego rozdziału omawiane są podwójne metalowe siatki dyfrakcyjne (ang. DMG - double metallic grating). Dla rozróżnienia, w odniesieniu do wcześniej omawianych siatek wykorzystywany jest termin SMG (ang. single metallic grating).

Przykład struktury typu DMG zbudowanej z dwu siatek dyfrakcyjnych o tym samym współczynniku wypełnienia i okresie przedstawia rysunek 3.10. Propozycję tego typu struktury, jako uogólnienia SMG, podał Chen Cheng i inni [68], pre-

zentując możliwość regulacji położenia maksimum widma transmisji przez dobór względnego usytuowania siatek. Zgodnie ze schematem na rysunku 3.10 rozsunięcie siatek opisywane jest dwoma parametrami  $G$  i  $a_3$ . Możliwe jest uzyskanie niskiej transmisji przez strukturę dla szerokiego zakresu widmowego przy odpowiednim doborze względnego położenia siatek, co może zostać wykorzystane do budowy urządzeń mikromechanicznych kontrolujących współczynnik transmisji wiązki [68].

Analizę fizycznych mechanizmów prowadzących do nadzwyczajnej transmisji przez DMG zaczniemy od przypadku  $a_3 = 0$  i  $G = 0$ . W takiej sytuacji uzyskujemy strukturę SMG o grubości dwóch siatek składających się na DMG. Zgodnie z wykresami na rysunku 3.3 dla tego typu siatki złożonej z dwóch SMG o grubości  $h = 300 \mu\text{m}$  (por. rys. 3.6) uzyskalibyśmy rezonanse transmisji takie jak dla siatki o  $h = 600 \mu\text{m}$ , czyli dla długości fali  $\lambda \approx 400 \mu\text{m}$  i  $\lambda \approx 600 \mu\text{m}$ . W wyniku stopniowego zwiększania odległości  $a_3$  obserwujemy zbliżanie obu maksymów transmisji [69]. W odległość  $a_3 \approx \frac{h}{2}$ , następuje degeneracja obu modów, a maksimum transmisji występuje w okolicach maksimów transmisji obu siatek SMG dla  $\lambda \approx 560 \mu\text{m}$  [69]. Dalsze zwiększenie odległości powoduje znaczący spadek transmisji w szerokim zakresie widma długości fali. Związane jest to ze słabym sprężeniem stojącej fali powierzchniowej za pierwszą siatką SMG z modami falowodów w drugiej siatce SMG. Znaczne zwiększenie  $a_3$ , aż do odległości odpowiadającej warunkowi konstruktywnej interferencji w rezonatorze Fabry-Perot tworzonego przez powietrze i dwie warstwy o efektywnych współczynnikach i grubościach obliczonych zgodnie z modelem efektywnym przedstawionym w pracy [70] prowadzi do powstania kolejnych maksimów transmisji przez cały układ.

Niezależnie od modyfikowania własności transmisyjnych za pomocą odległości  $a_3$  między siatkami SMG, przesunięcie maksimum transmisji jak i jej blokowanie, można uzyskać zmieniając boczne przesunięcie siatek -  $G$ . Maksimum transmisji przez DMG można uzyskać również dla układu, w którym  $G$  dobrano tak, aby wyeliminować bezpośredni prześwit przez strukturę. Dla DMG jak na rysunku 3.10, maksimum transmisji przez strukturę występuje dla  $G$  równego zero



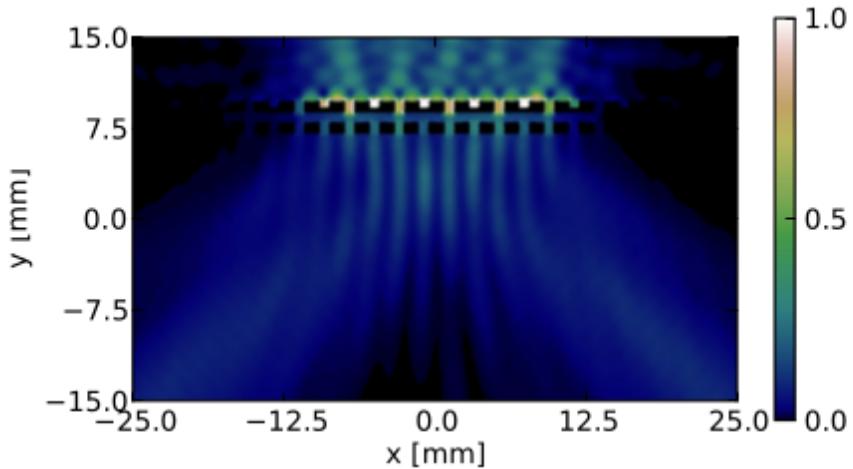
Rysunek 3.11: Schemat podwójnej siatki metalowej DMG zaprojektowanej do uzyskania transmisji asymetrycznej

lub połowie okresu SMG. Minimum transmisji napotykamy natomiast dla  $G$  równego ćwierć okresu SMG [71].

Możliwość zastosowania podwójnych siatek metalowych w celu uzyskania różnej transmisji w przypadku propagacji światła w przeciwnych kierunkach przez strukturę zostało zaproponowane przez Ji Xu i innych [72]. W przeciwieństwie do wcześniejszych prac na temat DMG [68; 69; 71] w zaproponowanej strukturze jedna z siatek miała okres większy od długości fali dla której projektowano układ ( $\Lambda > \lambda$ ). Autorzy błędnie interpretując wyniki symulacji FDTD twierdzili, że możliwe jest zastosowanie tego typu struktury jako elementu toru optycznego o jednokierunkowej transmisji światła. Późniejsza analiza numeryczna i eksperymentalna wykazała [73], że układ spełnia twierdzenie Lorenza o wzajemności - w związku z czym nie może być traktowany jako izolator optyczny [66]. Zwiększenie okresu jednej z siatek umożliwiło zastosowanie rowków w siatce wejściowej dla kierunku charakteryzującego się wysokim współczynnikiem transmisji [72].

Odpowiednio dobrane parametry siatki podwójnej mogą prowadzić jednak do transmisji asymetrycznej. Różnica w transmisji przejawia się niskim współczynnikiem transmisji przy oświetleniu prostopadłym jednej ze stron i wysokim przy oświetleniu z drugiej. Nie jest to jednak warunek wystarczający na realizację izolatora optycznego [66], ponieważ w przypadku wysokiej transmisji promieniowanie E-M jest uginane przez siatkę dyfrakcyjną.

Fakt ten wynika z budowy podwójnej siatki metalowej służącej do uzyskania



Rysunek 3.12: Rozkład gęstości energii pola E-M w przypadku prostopadłego oświetlenia układu DMG zaprojektowanego do transmisji asymetrycznej od strony siatki z rowkami [73]

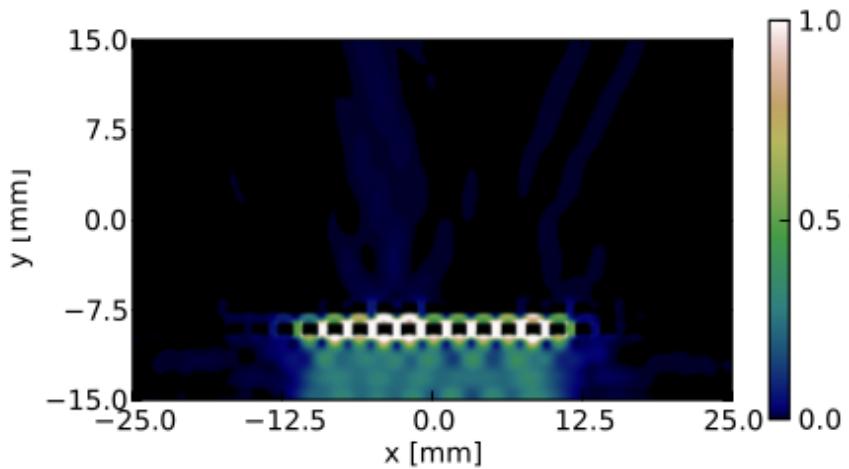
transmisji asymetrycznej, która została przedstawiona na rysunku 3.11. Uzyskanie transmisji jednokierunkowej możliwe jest przy dobraniu parametrów układu tak, aby  $\Lambda_1 = 2\Lambda_2$  oraz długość fali E-M  $\lambda$  padającej na DMG spełniała nierówność  $\Lambda_2 < \lambda < \Lambda_1$ . Przywołując klasyczne prawo Braggów

$$\Lambda \cdot \sin(\alpha_k) = k\lambda, \quad (3.13)$$

gdzie  $\Lambda$  oznacza okres siatki dyfrakcyjnej,  $k$  jest liczbą całkowitą numerującą rząd dyfrakcyjny padający pod kątem  $\alpha_k$ , a  $\lambda$  długością padającej płaskiej fali E-M. Dla padania pod kątem  $0^\circ$ , zakładając otoczenie w postaci powietrza z obu stron DMG możemy wyprowadzić warunek na liczbę rzędów ugięcia uzyskiwanych przy użyciu siatki dyfrakcyjnej o okresie  $\Lambda$ .

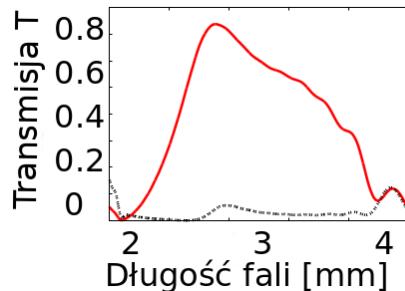
$$0 \leq |k| \leq \frac{\Lambda}{\lambda}, \quad (3.14)$$

z którego wynika, że omawiany układ może wykazywać jednie -1, 0 i +1 rząd ugięcia dla  $\Lambda = \Lambda_1$ . Ze względu na podfalowy okres  $\Lambda_2$  fala E-M padająca pod kątem  $0^\circ$  będzie przez tę siatkę propagować się bez zmiany kierunku. W wyniku interferencji za siatką dyfrakcyjną o okresie  $\Lambda_1$  możliwe jest wyeliminowanie jednego z rzędów dyfrakcyjnych. Przedstawiona siatka projektowana jest dla długości



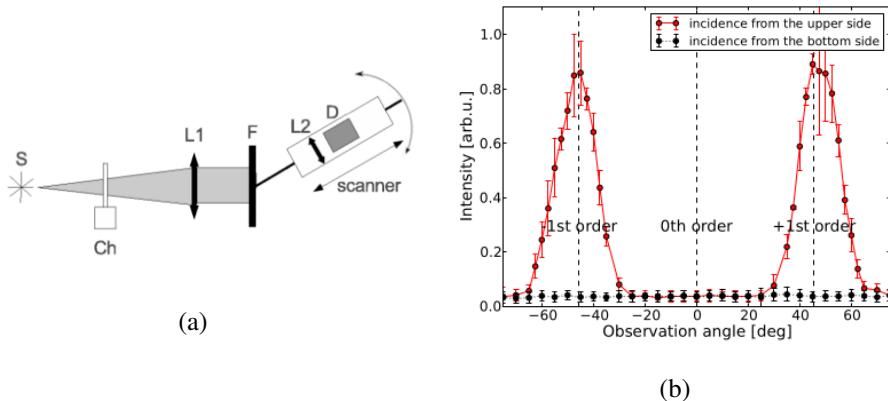
Rysunek 3.13: Rozkład gęstości energii pola E-M w przypadku prostopadłego oświetlenia układu DMG zaprojektowanego do transmisji asymetrycznej od strony siatki podfaloowej [73]

Rysunek 3.14: Zależność natężeniowego współczynnika transmisji przez omawianą strukturę DMG od długości fali dla oświetlenia z różnych stron. Wykres odpowiada DMG o  $\Lambda_1 = 2\Lambda_2 = 4.2$  mm,  $a_1 = a_2 = a_3 = 0.7$  mm,  $h_1 = h_2 = 2h_0 = 1$  mm [73].



fali  $\lambda \approx 2.9$  mm, dla której kąt ugięcia  $-1$  i  $+1$  rzędu wynosi  $\alpha_{\pm 1} = 45^\circ$ , natomiast rząd zerowy jest wygaszany. Wynik symulacji FDTD przedstawiający rozkład energii pola E-M w przypadku oświetlenia struktury od strony siatki o okresie  $\Lambda_1$  przedstawia rysunek 3.12.

W innym ujęciu, strukturę typu DMG można analizować jako układ falowodów metal-dielektryk-metal, o rozmiarach podfalowych ( $a_1, a_2, a_3 < \lambda$ ), dlatego wzbudzany może być w nich jedynie mod podstawowy w polaryzacji TM. Promieniowanie o polaryzacji TE jest w pełni odbijane przez omawiany układ. Dla  $h_1 = h_0$  i  $a_3 \rightarrow 0$  struktura przypomina siatkę omawianą w podrozdziale 3.2.1 przedstawioną na rysunku 3.3. W przypadku  $a_3 \neq 0$  możliwe jest dodatkowe



Rysunek 3.15: (a) Schemat układu eksperymentalnego: S - dioda Gunna, Ch - chopper, L1/L2 - soczewki z PTFE, D - detektor, F- struktura DMG. (b) Wyniki pomiaru natężenia transmitowanego przez strukturę DMG w funkcji kąta transmitowanego przez strukturę DMG w obu kierunkach [73].

sprzęganie pomiędzy falowodami poprzez falówód powstający pomiędzy siatkami dyfrakcyjnymi. Różnica w fazie składowych pola E-M dochodzącego do otworów w siatce o okresie  $\Lambda_1$  w przypadku oświetlenia prostopadłego od strony siatki o okresie  $\Lambda_2$  w omawianym przypadku wynosi  $\pi$ , w wyniku czego współczynnik transmisji dla takiej sytuacji jest bliski 0. Rozkład gęstości energii odpowiadający oświetleniu układu od strony siatki o okresie  $\Lambda_2$  przedstawia rysunek 3.13.

Rysunek 3.15a przedstawia schemat układu eksperymentalnego skonstruowanego dla weryfikacji przewidywań numerycznych. Pomiarystwo wykonano w zakresie częstotliwości 0.095-0.110 THz w temperaturze pokojowej, wyniki eksperymentalne dla częstotliwości 0.1THz przedstawia wykres na rysunku 3.15b. Wykorzystano siatkę DMG ma o rozmiarze 42x42mm, oraz wiązkę promieniowania o szerokości połówkowej 2cm. Rezultaty eksperymentu są zgodne z wynikami symulacji FDTD, transmisja obserwowana jest jedynie w  $\pm 1$  rzędzie ugięcia [73].

W wyniku optymalizacji numerycznej parametrów struktury, prowadzonej za pomocą serii symulacji metodą FDTD, w których parametry struktury podlegały ewolucji na bazie algorytmu genetycznego, uzyskano dla szerokiego zakresu długości fali znaczącą różnicę współczynników transmisji dla oświetlenia z różnych stron DMG [73]. Zależność współczynnika transmisji przez DMG w przeciwnych

kierunkach od długości fali przedstawia wykres na rysunku 3.14. Dalsze symulacje numeryczne wykazały, że możliwa jest niezależna zmiana otworów w obu siatkach bez utraty transmisji jednokierunkowej w celu poprawy kontrastu standardowo wyrażanego wzorem

$$C = \frac{|T_1 - T_2|}{T_1 + T_2}, \quad (3.15)$$

gdzie przez  $T_1$  i  $T_2$  oznaczono natężeniowe współczynniki transmisji przy oświetleniu DMG odpowiednio od strony siatki o okresie  $\Lambda_1$  i  $\Lambda_2$ .

Dla pełnego zrozumienia znaczenia kontrastu wprowadźmy dodatkowe definicje:

$$\begin{aligned} R &= T_1 - T_2, \\ Q &= \frac{T_1}{T_2}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Zakładając, że  $T_1 > T_2$  (z czego wynika, że  $Q > 1$ ), możemy zapisać wyrażenie z mianownika wzoru (3.15) za pomocą wprowadzonych zmiennych  $R$  i  $Q$ :

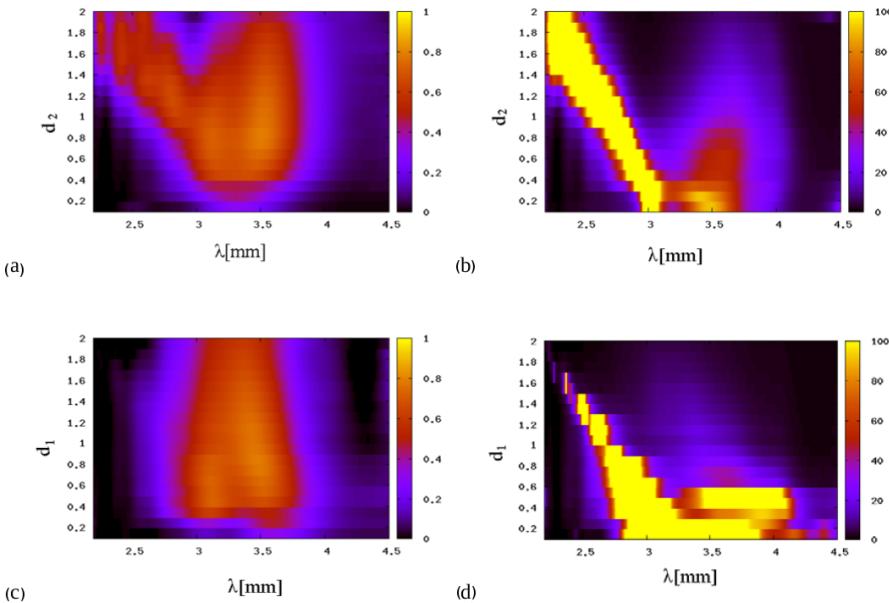
$$T_1 + T_2 = \frac{Q+1}{Q-1} \cdot R, \quad (3.17)$$

co po podstawieniu do wzoru (3.15) wskazuje, że pomimo tego, że różnica transmisji  $R$  znajduje się w liczniku wyrażenia, to sam kontrast zależny jest jedynie od ilorazu transmisji w przeciwnych kierunkach i wyraża się wzorem:

$$C = \frac{Q-1}{Q+1}. \quad (3.18)$$

Oznacza to, że oprócz kontrastu  $C$ , przy analizie transmisji należy posługiwać się także transmisją  $T_1$  lub różnicą  $R$  [74]. Równoważnie można prowadzić optymalizację tego typu struktury wykorzystując do tego wprowadzone oznaczenia  $R$  i  $Q$ . Dla odróżnienia od poprzednich siatek, w których otwory w obu siatkach SMG były równe  $a_2$ , wprowadzono oznaczenia  $d_1$  i  $d_2$  - dla otworów w siatkach o okresie odpowiednio  $\Lambda_1$  i  $\Lambda_2$ . Zależność wprowadzonych w (3.16) współczynników od długości fali i rozmiarów otworów przedstawiają wykresy na rysunku 3.16.

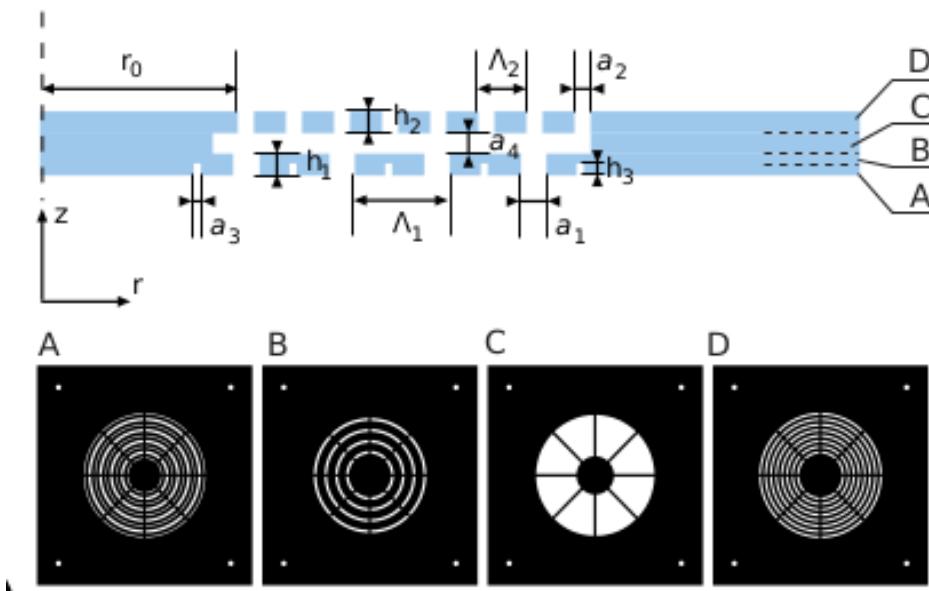
Oczekiwane parametry pracy wielowarstwy to  $R = 1$  oraz  $Q \rightarrow \infty$  oznaczające transmisję jednokierunkową. Na podstawie wyników zaprezentowanych na rysunku 3.16 możemy stwierdzić, że optymalnymi rozmiarami otworów są



Rysunek 3.16: Zależność współczynników  $R$  (a) i (c) oraz  $Q$  (b) i (d) od długości fali  $\lambda$  oraz od rozmiarów otworów w obu siatkach. Rozmiar otworów dla (a) i (b) jest równy  $d_1 = 0.7$  mm, natomiast dla (c) i (d)  $d_2 = 0.7$  mm

$d_1 \in (0.3, 0.5)$  mm oraz  $d_2 \in (0.6, 1)$  mm w przypadku pracy układu dla długości fali z zakresu  $\lambda \in (2.5, 4)$ mm. Dodatkowo stwierdzić można, że

- Zwiększenie  $d_1$  powyżej wskazanego zakresu powoduje znaczne zwiększenie transmisji w kierunku blokującym - co objawia się spadkiem kontrastu na wykresie 3.16d.
- Zmiana rozmiaru  $d_2$  nie ma zasadniczego wpływu na  $Q$ , a tym samym na kontrast (3.18), może jednak prowadzić do poszerzenia widma i zwiększenia różnicy  $R$  transmisji w przeciwnych kierunkach (patrz rysunek 3.16a).
- Dla wąskiego zakresu długości fali w okolicach  $\lambda \approx 2.6$  mm, możliwe jest uzyskanie wysokiego kontrastu  $Q > 100$  i różnicy  $R \approx 0.7$ , dla  $d_1 > 1$  mm. Taka struktura wykazuje jednak transmisję wynoszącą ok. 10% dla fal dłuższych od 3 mm [74].

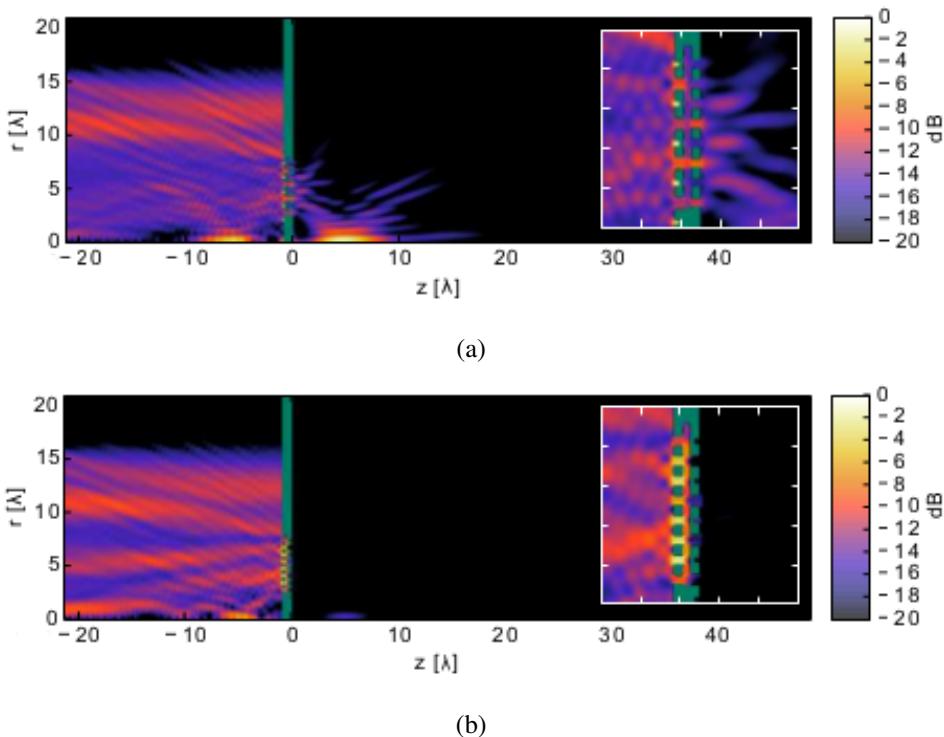


Rysunek 3.17: Schemat DMG w konfiguracji cylindrycznej uzyskiwanej przez złożenie wielu przesłon o grubości  $\frac{\lambda}{30}$  [75]

### 3.4. Soczewka dyfrakcyjna o transmisji jednokierunkowej

Transmisja w -1 i +1 rzędzie dyfrakcyjnym przez strukturę jednowymiarową opisywaną w poprzedniej części pracy może zostać wykorzystana do koncentracji wiązki.

W omawianej wcześniej geometrii planarnej za siatką obserwowaliśmy obszary konstruktywnej i destruktywnej interferencji z kolejnych otworów siatki. W poniższym podrozdziale analizowana jest podwójna siatka dyfrakcyjna, która umożliwia koncentrację promieniowania za pomocą mechanizmu przypominającego działanie płytki strefowej Fresnela. Analogię między geometrią planarną, a cylindryczną możemy odnaleźć poprzez myślowe przedstawienie siatki jednowymiarowej jako fragmentu siatki o bardzo dużym promieniu  $r$ . Ze względu na konieczność oświetlenia DMG za pomocą promieniowania E-M, którego natężenie pola magnetycznego  $H$  jest w każdym punkcie równoległe do szczelin siatki, nie-

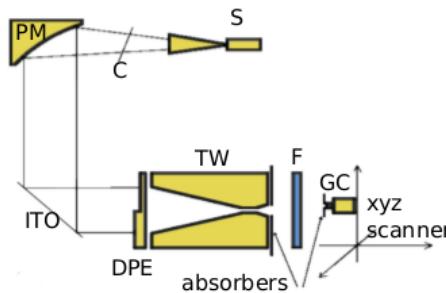


Rysunek 3.18: Rozkład gęstości energii pola E-M dla cylindrycznej siatki DMG oświetlonej falą o płaskim froncie falowym wykazujący (a) wysoką transmisję i koncentrację (b) brak transmisji fali padającej [75]. Wewnętrz wykresów przedstawione zostały powiększone obrazy rozkładu gęstości energii w pobliżu struktury.

zbędne w geometrii cylindrycznej jest wykorzystanie źródła fali E-M o polaryzacji radialnej.

W celu eksperymentalnej realizacji jednokierunkowej soczewki dyfrakcyjnej dla promieniowania THz, zaprojektowane zostały przesłony o grubości  $\frac{\lambda}{30} = 0.1$  mm, układane w stos jak na rysunku 3.17. Zostały one wykorzystane do budowy cylindrycznej wersji struktury typu DMG [75].

Układ poddany ostatecznej weryfikacji doświadczalnej i obliczeniowej składał się z dwóch siatek dyfrakcyjnych zawierających odpowiednio 4 i 8 otworów. Okresy siatek wynosiły  $\Lambda_1 = \frac{4}{3}\lambda$  i  $\Lambda_2 = \frac{2}{3}\lambda$ , rozmiary otworów to odpowiednio  $a_1 = \frac{1}{3}\lambda$  i  $a_2 = 0.267\lambda$ . Odległość od osi symetrii układu do pierwszej szczeriny wynosiła  $r_0 = 2.67\lambda$ . Grubości obu siatek były sobie równe  $h_1 = h_2 = \frac{1}{3}\lambda$  a



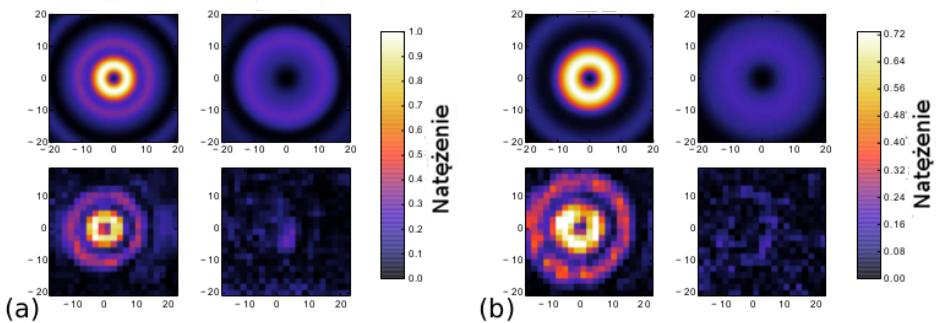
Rysunek 3.19: Schemat wykorzystywanego układu eksperymentalnego. S – dioda Gunn emitująca promieniowanie E-M o częstotliwości 0.1 THz, C – chopper, PM – zwierciadło paraboliczne, ITO – zwierciadło z ITO, DPE – stopień przesuwający fazę w połowie przekroju wiązki wykonany z PTFE, TW – falowód o stożkowych zakończeniach, F – soczewka dyfrakcyjna oparta na strukturze DMG, GC – detector (komórka Golay'a) na stoliku przesuwnym xyz [75].

odległość między nimi  $a_4 = 0.233\lambda$ . Dodatkowe rowki wzmacniające transmisję miały szerokość  $a_3 = 0.133\lambda$  i głębokość  $h_3 = \frac{h_1}{2}$ .

Taka struktura oświetlona została falą o polaryzacji radialnej o profilu amplitudy opisanym za pomocą funkcji supergaussowskiej  $A \propto \exp\left\{-\frac{(r-R_0)}{2\sigma^2}\right\}^{10}$ , będącej numerycznym odpowiednikiem fali płaskiej we współrzędnych cylindrycznych<sup>4</sup>. Rozkład gęstości energii odpowiadający opisanej symulacji przedstawia rysunek 3.18. Na podstawie symulacji FDTD z impulsem gaussowskim wyznaczono współczynnik kontrastu struktury (3.15) równy  $C = 99.8\%$  [75]. Ponieważ metal tworzący podwójną siatkę metalową opisywany jest w symulacji jako doskonały przewodnik, wykonane obliczenia są, w granicach stosowności tego przybliżenia, skalowalne z długością fali.

Schemat układu eksperymentalnego wykorzystywanego do eksperymentalnej weryfikacji przewidywań numerycznych przedstawia schemat na rysunku 3.19. Ze względu na wykorzystanie spolaryzowanego liniowo źródła promieniowania E-M, konieczne było zastosowanie układu złożonego ze stopnia z PTFE przesuwającego fazę w połowie przekroju wiązki oraz stożkowo zakończonego falowodu. W

<sup>4</sup>Rozumiemy przez to, że wiązka supergaussowska we współrzędnej radialnej  $r$  zawiera znacznej szerokości płaski front falowy o jednorodnym natężeniu.



Rysunek 3.20: Przekrój przez wiązkę w odległości (a) 80 mm i (b) 110 mm od soczewki uzyskane dla kierunku przepuszczającego (po lewo) oraz blokującego (po prawo). Rysunki w górnym rzędzie przedstawiają wyniki symulacji uzyskanych metodą BOR-FDTD, dolne zostały uzyskane eksperymentalnie. Odległości na rysunkach oznaczono w mm. Natężenie przedstawiono w jednostkach umownych [75].

wyniku oświetlenia elementów oznaczonych na schemacie jako DPE i TW przy pomocy wiązki spolaryzowanej liniowo na wyjściu otrzymujemy wiązkę spolaryzowaną radialnie [76].

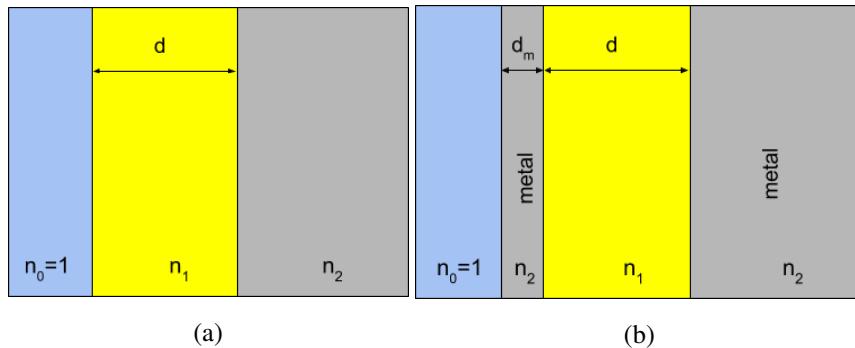
Porównanie wyników eksperymentalnych z przewidywaniami numerycznymi prezentują rozkłady natężenia pola E-M przedstawione na rysunku 3.20.



## Rozdział 4

# Absorberы elektromagnetyczne o budowie warstwowej

Absorberы elektromagnetyczne znajdują zastosowania m. in. w budowie detektorów, fotowoltaice oraz kolorowaniu plazmonicznym. Niniejszy rozdział zawiera propozycję wykorzystania teorii ośrodków efektywnych do projektowania absorberów o konstrukcji warstwowej. W oparciu o podobną postać tensora przenikalności elektrycznej materiału UPML (ang. uniaxial perfectly matched layer; por. rozdział 2.1.5) i efektywnego tensora przenikalności elektrycznej struktury warstwowej (patrz podrozdział 2.4) możliwe jest, w ograniczonym stopniu, odzwierciedlenie własności materiału UPML za pomocą struktury warstwowej. Początek rozdziału stanowi wprowadzenie do tematyki absorberów. W dalszej części przedstawione zostało wyprowadzenie absorbera numerycznego UPML za pomocą optyki transformacyjnej [77]. W kolejnym podrozdziale zaprezentowano możliwość realizacji metamateriału o własnościach efektywnych odpowiadających warstwie UPML za pomocą wielowarstwy [78]. Zaproponowano również wielowarstwę wykorzystującą dostępne materiały, wykazującą własności nieodbiżącej warstwy absorpcyjnej dla długości fali 8 μm.



Rysunek 4.1: (a) Schemat prostej warstwy antyodbiciowej (b) Płytki absorbujące Salisburiego

## 4.1. Powłoki antyodbiciowe i absorbery

### 4.1.1. Warstwa antyrefleksyjna

Działanie prostych absorberów elektromagnetycznych jest analogiczne do warstwy antyodbiciowej. Rozważmy warstwę antyodbiciową przedstawioną na rysunku 4.1a. Na granicy powietrza i dielektryka o współczynniku załamania  $n_2$  wprowadziliśmy warstwę innego dielektryka o współczynniku załamania  $n_1$ , takim że  $1 < n_1 < n_2$ . Dokładne wartości współczynnika odbicia od obu granic ośrodków możemy obliczyć za pomocą równań Fresnела. Dla prostoty skupmy się na szczególnym przypadku padania normalnego. Natężeniowy współczynnik odbicia od granicy powietrza i ośrodku o współczynniku załamania  $n_2$  wynosi:

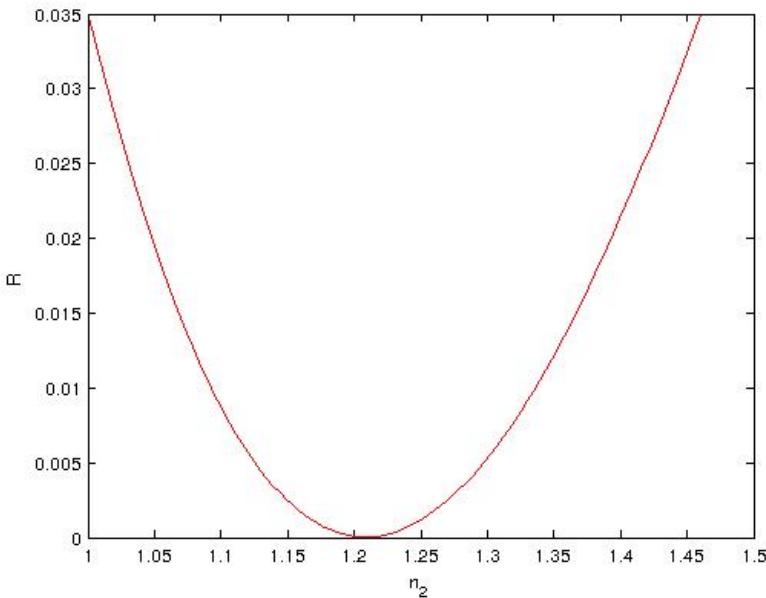
$$R = \left| \frac{1 - n_2}{1 + n_2} \right|^2. \quad (4.1)$$

Jeżeli jednak pomiędzy powietrze i dielektryk wprowadzimy dodatkową warstwę, wtedy natężeniowy współczynnik odbicia od takiego układu wyraża się wzorem

$$R = \left| \frac{r + r' \exp(2i\phi)}{1 + rr' \exp(2i\phi)} \right|^2, \quad (4.2)$$

w którym  $r$  i  $r'$  oznaczają odpowiednie amplitudowe współczynniki odbicia od granicy ośrodków wynikające z wzorów Fresnela:

$$r = \frac{1 - n_1}{1 + n_1}, \quad (4.3)$$



Rysunek 4.2: Zależność współczynnika odbicia od współczynnika załamania warstwy antyrefleksyjnej dla warstwy o grubości  $d = \frac{\lambda_0}{4n_1}$  umieszczonej pomiędzy powietrzem, a materiałem o współczynniku załamania  $n_3 = 1.5$

$$r' = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}, \quad (4.4)$$

a  $\phi$  oznacza zmianę fazy fali E-M w trakcie propagacji przez dodatkową warstwę. Zmiana fazy dla kierunku padania światła prostopadłego do powierzchni warstw wyraża się przez  $\phi = k_0 d n_1$ , gdzie  $k_0$  jest liczbą falową, a  $d$  grubością warstwy antyodbiciowej, natomiast ogólniej, dla padania ukośnego  $\phi = k_y d$ , gdzie  $k_y$  jest składową wektora falowego wewnętrz warstwy antyodbiciowej, normalną do granicy warstw.

W ten sposób uzyskaliśmy układ, dla którego współczynnik odbicia jest mniejszy niż współczynnik odbicia od półprzestrzeni wypełnionej materiałem, o współczynniku załamania  $n_2$ . Zależność współczynnika odbicia od układu z warstwą antyrefleksyjną w zależności od współczynnika załamania  $n_1$  dla  $n_2 = 1.46$  przedstawia wykres na rysunku 4.2. Współczynnik odbicia przyjmuje zerową wartość współczynnika załamania  $n_1$  warstwy antyrefleksyjnej równej średniej geometrycznej

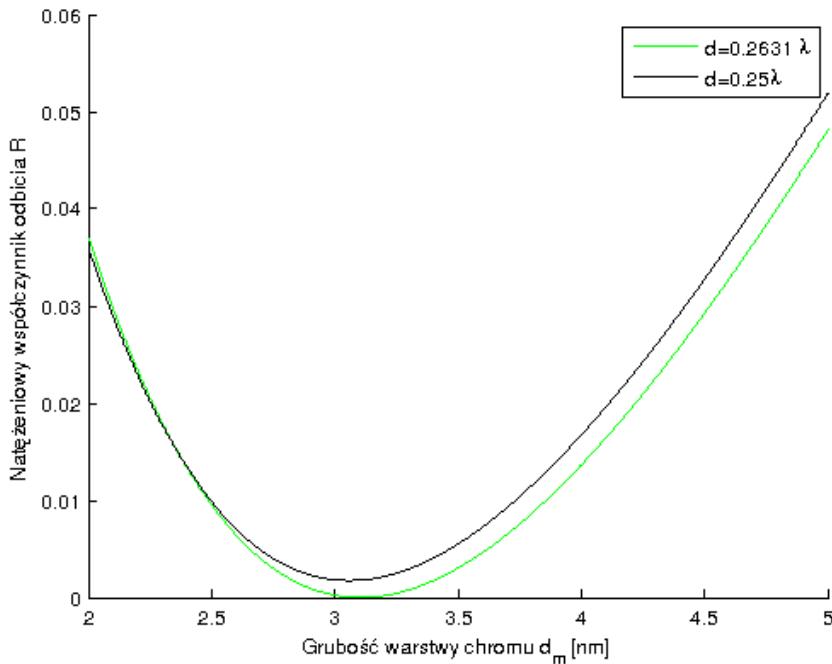
trycznej ze współczynników załamania ośrodków zewnętrznych  $n_1 = \sqrt{n_0 n_2}$ , czyli gdy  $r = r'$  oraz dla odpowiednio dobranej grubości  $d$ .

Podstawowym mechanizmem, wykorzystywanym w konstrukcji warstw antyodbiciowych jest interferencja. Dobranie grubości  $d = (1 + 2m) \frac{\lambda_0}{4n_1}$ , gdzie  $\lambda_0$  to długość fali w próżni, a  $m$  dowolną liczbą całkowitą prowadzi do destruktywnej interferencji między falami odbitymi od pierwszej i drugiej granicy ośrodków. Matematycznie oznacza to spełnienie warunków  $\exp(2i\phi) = -1$ , a w konsekwencji  $R = 0$  dla długości fali  $\lambda_0$ . Powstałe w ten sposób minimum współczynnika odbicia  $R = 0$ , występuje dla wąskiego zakresu długości fali. Możliwe jest uzyskanie niskiego współczynnika odbicia dla szerokiego zakresu długości fali poprzez dodanie kolejnych warstw, o innej grubości optycznej [79]. Współczynniki załamania w tak zbudowanej strukturze mogą w szczególności zmieniać się zgodnie z postępem geometrycznym  $n_i^2 = n_{i-1} \cdot n_{i+1}$ , a grubość każdej z warstw musi spełniać warunek  $d_i = \frac{\lambda_0}{4n_i}$  [80]. Projektując takie struktury możliwe jest uzyskiwanie powierzchni o wybiórczym, ze względu na częstotliwość, współczynniku odbicia [81].

#### 4.1.2. Ekran Salisbury'ego

Również na zasadzie interferencyjnego wygaszenia odbicia [82], działa prosty absorber przedstawiony na rysunku 4.1b. Przed powierzchnią metalu w odległości  $d$  znajduje się cienka warstwa metalu. Grubość warstwy  $d_m$  musi być porównywalna z grubością naskórkową, aby umożliwić transmisję fal E-M przez tę warstwę. W ten sposób pomiędzy zwierciadłem, a cienką warstwą o grubości  $d_m$  powstaje wnęka. Zazwyczaj tłumienie wprowadza się za pomocą urojonej części współczynnika załamania  $n_1$ , możliwe jest jednak oparcie tłumienia jedynie na stratach związanych z grubą warstwą metalową tworzącą zwierciadło.

Jako przykład, wykres na rysunku 4.3 przedstawia zależność współczynnika odbicia od układu przedstawionego na rysunku 4.1b dla padającego promieniowania o długości fali  $\lambda_0=633$  nm w zależności od  $d_m$ . Jako współczynnik załamania w cienkiej warstwie metalowej przyjęto  $n_2 = 3.34 + 4.27i$  co odpowiada właściwościom chromu dla rozważanej długości fali [54]. Dobranie odpowiedniej odległości  $d$  i grubości warstwy chromu  $d_m$  pozwala na wytworzenie warunków de-



Rysunek 4.3: Zależność natężeniowego współczynnika odbicia od grubości warstwy metalowej  $d_m$ , dla grubości warstwy o współczynniku załamania  $n_2 = 3.34 + 4.27i$  równej odpowiednio  $d = 0.2631\lambda_0$  i  $d = 0.25\lambda_0$

struktywnej interferencji umożliwiając uzyskanie zerowego współczynnika odbicia. W wyniku odbicia na granicy ośrodków o współczynnikach załamania  $n_1$  i  $n_2$  wprowadzane jest również przesunięcie fazy. Konieczność skompensowania tego przesunięcia, jak i skończone rozmiary warstwy półprzepuszczalnej  $d_m$  powodują, że optymalna grubość materiału o współczynniku załamania  $n_1$  nieco odbiega od  $\frac{\lambda_0}{4n_1}$ , co ilustrują wyniki na rysunku 4.3.

#### 4.1.3. Inne propozycje realizacji absorberów

Innym podejściem jakie można spotkać w literaturze jest wytworzenie warstw nieodbijających za pomocą cienkiej warstwy ferro- i ferimagnetyków tworzących statyczną magnetyzację o charakterze periodycznym [83]. Autorzy prezentują wyniki symulacji dowodzące możliwości uzyskania współczynnika odbicia poniżej

-20dB w zakresie od 1 do 4 GHz, niezależnie od kąta padania. W ostatnich latach proponowane były również absorberы oparte na rezonatorach SRR (ang. split-ring resonator), w których warstwa nieodbijająca jest realizowana poprzez uzyskanie dopasowania impedancyjnego z powietrzem jednocześnie wykorzystując stratność w metamateriale. Omówienie prac wykorzystujących tę technikę można znaleźć w artykule [84].

Imponujące wyniki eksperimentalne pozwalające uzyskać wysoki współczynnik absorpcji w szerokim zakresie spektralnym zostały uzyskane za pomocą lasów nanorurek węglowych [85]. Zaprezentowane przez autorów wyniki eksperymentalne wskazują na współczynnik odbicia mniejszy niż 2% w zakresie od 200 nm do 20μm.

Możliwa jest również konstrukcja absorberów wykorzystujących wielowarstwy metaliczno-dielektryczne. Tego typu absorberы osiągają współczynnik absorpcji większy niż 80%, dla całego zakresu długości fali ciała doskonale czarnego o temperaturze 300K [86; 87]. Autorzy dyskutują w pracy dalsze możliwości zmniejszenia współczynnika odbicia poprzez wprowadzenie dodatkowej porowatej warstwy antyodbiciowej.

W kolejnych podrozdziałach przedstawiona zostanie inna możliwa do zastosowania koncepcja umożliwiająca uzyskanie warstwy charakteryzującej się niskim współczynnikiem odbicia w szerokim zakresie długości fali i kątów padania.

## 4.2. Wyprowadzenie UPML (ang. uniaxial perfectly matched layer)

### 4.2.1. Definicja problemu

Rozważania dotyczące PML zaczniemy od przytoczenia ogólnej postaci równania falowego [88]

$$\nabla \cdot (a \nabla u) = \frac{1}{b} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\ddot{u}}{b}, \quad (4.5)$$

gdzie przez  $u(\vec{x}, t)$  oznaczono skalarną amplitudę fali,  $a = a(\vec{x})$  i  $b = b(\vec{x})$  są parametrami, które opisują ośrodek w którym propaguje się fala. Dla tak sformułowanego równania, możemy zdefiniować wielkość  $c = \sqrt{ab}$  mającą interpre-

tację prędkości fazowej fali opisywanej powyższym równaniem. Równanie (4.5) jest równaniem różniczkowym drugiego rzędu, które możemy zapisać w postaci układu dwóch równań z pierwszą pochodną poprzez wprowadzenie pola  $\vec{v}(x, t)$ :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = b \nabla \cdot \vec{v}, \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = a \nabla u. \quad (4.7)$$

Powyższe dwa równania, możemy zapisać w postaci równania wektorowego

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} u \\ \vec{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \nabla \cdot \\ a \nabla \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \vec{v} \end{pmatrix} = \hat{D} \vec{w}, \quad (4.8)$$

dla liniowego operatora  $\hat{D}$  i  $\vec{w} = (u; \vec{v})$  ( dla  $\vec{v}$  należącego do przestrzeni trójwymiarowej  $\vec{w}$  jest czterowektorem). Kluczową własnością, która decyduje o tym, że równanie (4.8) jest równaniem falowym okazuje się być antyhermitowskość operatora  $\hat{D}$ <sup>1</sup>. To właśnie z tej własności wynikają oscylujące rozwiązania równania, oraz spełnienie prawa zachowania energii mające kluczowe znaczenie dla fizyki fal. Każde równanie falowe, zaczynając od równań skalarnych, przez równania Maxwella, po równanie Schrödingera i równania Lamé-Naviera (opisującego fale sprężyste w ciałach stałych) może zostać przedstawione w formie  $\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = \hat{D} \vec{w}$ , dla pewnej funkcji falowej  $\vec{w}$  i antyhermitowskiego operatora  $\hat{D}$  [89]. W niniejszej pracy skupiamy się na zastosowaniu PML w elektromagnetyzmie, te same koncepcje mogą być jednak zastosowane do wszystkich wymienianych przypadków.

Założmy, że  $w(x, t)$  jest rozwiązaniem równania falowego w nieograniczonej przestrzeni. Interesujące nas zjawiska zachodzą w okolicy początku układu współrzędnych  $x = 0$ , a obszar symulacji chcemy zakończyć tak, aby absorbował fale propagujące się. W szczególności skupimy się na zakończeniu obszaru symulacji dla dodatniej części osi  $x$  (rozważanie dla pozostałych kierunków jest analogiczne). Zakończenie obszaru symulacji przeprowadzimy w czterech krokach:

---

<sup>1</sup>Macierz nazywamy antyhermitowską wtedy gdy spełnia warunek  $A = -A^\dagger$ , gdzie przez  $^\dagger$  rozumiemy sprzężenie hermitowskie macierzy, równoważne dokonaniu transpozycji i sprzężenia zespolonego wszystkich elementów macierzy.

1. W nieskończonej przestrzeni wykonamy analityczne przedłużenie równania falowego i rozwiązania do zespolonego konturu  $\tilde{x}$ .
2. Dla konturu  $\tilde{x}$  nie będącego konturem czysto rzeczywistym, fale propagujące się poza interesującym nas obszarem zmieniane są na fale zanikające bez wprowadzenia odbicia.
3. W nieograniczonej przestrzeni wykorzystamy optykę transformacyjną, tak aby wyrazić zespolony  $\tilde{x}$  przez rzeczywiste położenie. W nowych współrzędnych otrzymamy rzeczywiste położenia i materiały których własności są opisywane za pomocą liczb zespolonych.
4. Zakończymy obszar symulacji w obliczonym na podstawie zamiany zmiennych materiałów w miejscu, w którym pole będzie na tyle stłumione, aby zastosowany warunek brzegowy nie miał znaczenia.

Zakładamy dalej, że przestrzeń znajdująca się daleko od interesującego nas obszaru w okolicach  $x = 0$ , jest jednorodna, liniowa i nie zmienia się w zależności od czasu. Dzięki tym założeniom, fala propagująca się musi przyjmować formę superpozycji fal płaskich:

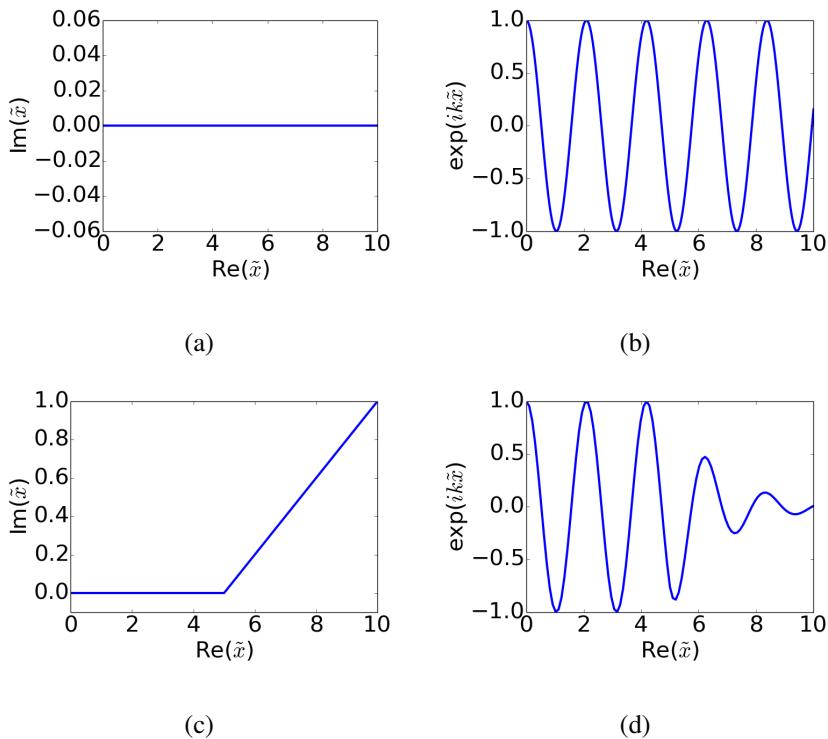
$$w(\vec{x}, t) = \sum_{\vec{k}, \omega} W_{\vec{k}, \omega} e^{i(k_x x - \omega t)}, \quad (4.9)$$

gdzie  $W_{\vec{k}, \omega}$  są jedynie funkcjami położenia,  $\omega$  częstotliwością kołową, a  $\vec{k}$  wektorem falowym dla fal w ośrodku izotropowym z zależnością dyspersyjną  $\omega = ck_0$ , gdzie  $c$  oznacza prędkość fazową. Dla fal propagujących się w kierunku  $+x$  prędkość grupowa  $\frac{d\omega}{dk}$  jest dodatnia. Kierunek prędkości fazowej i grupowej w ośrodkach jednorodnych i izotropowych są zgodne z wyjątkiem kilku szczególnych przypadków [90]. Dlatego dalej założymy, że  $k_x$  jest dodatnie.

Kluczowym jestauważenie, że składniki sumy we wzorze (4.9) mogą zostać zapisane w postaci

$$\vec{W}(y, z) e^{i(k \tilde{x} - \omega t)}, \quad (4.10)$$

która to jest funkcją analityczną w  $\tilde{x} \in \mathbb{C}$ . Oznacza to, że możemy dokonać jej analitycznego przedłużenia dla zespolonych wartości  $x$ . Falę propagującą, wraz



Rysunek 4.4: Na rysunkach (a) i (b) przedstawiono odpowiednio rzeczywiste wartości położenia na zespolonej płaszczyźnie  $\tilde{x}$  i odpowiadające im rozwiązanie równania falowego. Na rysunku (c) dla arbitralnej wartości  $\operatorname{Re}(\tilde{x}) > 5$  przedstawiono zmieniony kontur wykorzystujący zespolone wartości dla  $\tilde{x}$ . Odpowiednie dla zmodyfikowanego konturu (c) rozwiązanie równania falowego przedstawia wykres na rysunku (d).

z czysto rzeczywistym konturem opisującym położenia w kierunku  $x$  przedstawiają wykresy na rysunku 4.4a i 4.4b.

Dla lepszego zrozumienia koncepcji rozważmy teraz zamianę zmiennych dla obszaru  $x > x_0$ , w taki sposób, że:

$$\tilde{x} = \begin{cases} x, & \text{dla } x < x_0 \\ x + 0.2x i, & \text{dla } x > x_0 \end{cases}. \quad (4.11)$$

Rozwiązanie zagadnienia propagacji po takim zespolonym konturze dla  $x_0 = 5$  przedstawia wykres na rysunku 4.4c. Zauważmy, że dla obszaru, w którym do rzeczywistej części dodaliśmy liniowo rosnącą część urojoną uzyskujemy falę za-

nikającą. Ponieważ na wykresie 4.4d rozwiązanie dla  $x < x_0$  nie uległo zmianie, a w obszarze  $x > x_0$  obserwujemy falę zanikającą, to przestrzeń dla  $x > x_0$  wykazuje działanie nieodbijającej warstwy absorpcyjnej.

### 4.2.2. Rozwiążanie problemu za pomocą zamiany zmiennych

Zgodnie z przedstawionym przykładem rozwinięcie analityczne możemy dla wygody obliczeniowej traktować równoważnie z zamianą współrzędnych w omawianym równaniu różniczkowym. Oznaczmy zespoloną zmienną  $\tilde{x}(x) = x + if(x)$ , traktując od tej pory  $x$  zawsze jako rzeczywiste położenie. Taka zamiana współrzędnych wymaga od nas zamiany każdego różniczkowania po zdeformowanym konturze  $\partial\tilde{x} = (1 + i\frac{df}{dx})\partial x$ . Ponieważ założyliśmy, że nasze równanie różniczkowe jest niezależne od  $x$  (przynajmniej dla dużych  $x$ , gdzie  $f(x) \neq 0$ ; wynika to bezpośrednio z założenia o jednorodności, liniowości i niezależności od czasu) nie musimy uwzględniać żadnych dodatkowych wyrazów. Jak wykażemy w kolejnych akapitach, wygodnie jest wybrać  $\frac{df}{dx} = \frac{\sigma_x}{\omega}$  i ostatecznie zapisać wymaganą zamianę zmiennych jako:

$$\frac{\partial}{\partial\tilde{x}} \rightarrow \frac{1}{1 + i\frac{\sigma_x(x)}{\omega}} \frac{\partial}{\partial x}. \quad (4.12)$$

W obszarach PML, gdzie  $\sigma_x \neq 0$ , oscylujące rozwiązania równania falowego przyjmują postać fal eksponencjalnie zanikających. Poza PML ( $\sigma_x = 0$ ) rozwiązywane równanie pozostaje niezmienione: nie występują odbicia ponieważ jest to analityczne rozwinięcie pierwotnego rozwiązania i w obszarach gdzie  $\tilde{x} = x$  rozwiązanie nie może się zmienić.

Po wykonaniu podstawienia (4.12), rozwiązania równania falowego w obszarze PML przyjmują postać:

$$e^{ikx} \exp\left(-\frac{k}{\omega} \int^x \sigma_x(x') dx'\right). \quad (4.13)$$

Warto zauważyć, że pojawiający się wykładnik potęgi  $\frac{k}{\omega}$  dla materiałów bezdyspersyjnych jest stały i równy odwrotności prędkości fazowej. W ten sposób uzasadniliśmy zaproponowany wybór  $\frac{df}{dx} = \frac{\sigma_x}{\omega}$ , dzięki któremu otrzymujemy niezależność współczynnika tłumienia od częstotliwości promieniowania E-M.

### 4.2.3. Wynik przeprowadzonej analizy

Zgodnie z przedstawionym wyprowadzeniem możemy zastosować dowolnie mały obszar PML, ponieważ nie ma żadnego ograniczenia na wartości  $\sigma_x$ . W praktyce numerycznej, ze względu na zastosowaną dyskretyzację, gwałtowne zmiany  $\sigma_x$  prowadzą do powstania „odbić numerycznych”. Z tego powodu  $\sigma_x$  zazwyczaj ma postać funkcji kwadratowej lub sześcienniej narastającej od zera do wartości maksymalnej na obszarze większym od połowy długości fali promieniowania występującego w symulacji [91].

W przypadku równań Maxwella każda zamiana współrzędnych może zostać wyrażona przez równania Maxwella we współrzędnych kartezjańskich ze zmienionymi materiałami [5]. Zamiana współrzędnych jest równoważna zmianie przenikalności elektrycznej  $\varepsilon$  i magnetycznej  $\mu$ , w ogólności na absorbujące ośrodki anizotropowe. W dalszej części rozdziału zakładając będziemy, że warstwa PML jest usytuowana tak, że jej powierzchnia zewnętrzna jest prostopadła do osi  $z$ .

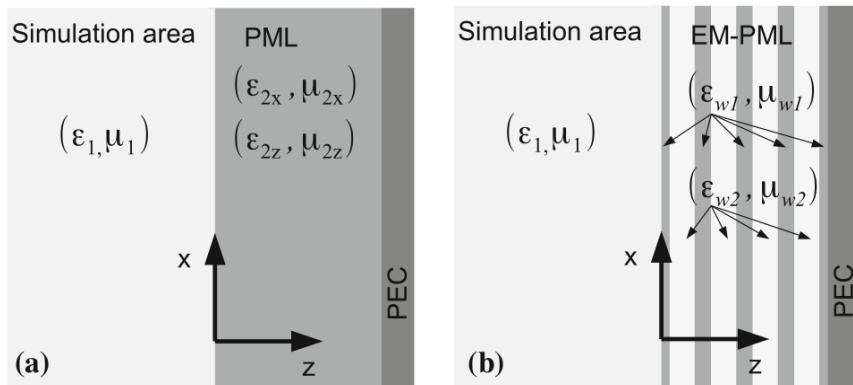
W przypadku trójwymiarowych równań Maxwella dla ośrodka opisywanego za pomocą tensorów  $\hat{\varepsilon}$  i  $\hat{\mu}$

$$\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

warstwą PML może być materiał charakteryzujący się przenikalnością elektryczną i magnetyczną opisywaną tensorami:

$$\hat{\varepsilon}_{\text{PML}} = \begin{bmatrix} s \cdot \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & s \cdot \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\varepsilon_z}{s} \end{bmatrix}, \hat{\mu}_{\text{PML}} = \begin{bmatrix} s \cdot \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & s \cdot \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\mu_z}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

gdzie  $s$  jest dowolną liczbą zespoloną [35], której część odpowiedzialna za tłumienie jest równoznaczna liniowemu współczynnikowi deformacji konturu zmiennych przestrzennych w część urojoną.



Rysunek 4.5: Schematyczne przedstawienie analizowanej struktury warstwowej i przybliżanego za pomocą modelu ośrodka efektywnego ośrodka PML

## 4.3. Realizacja PML za pomocą struktury warstwowej

### 4.3.1. Analityczne sformuowanie problemu

Porównując ogólną postać PML podaną w równaniu (4.15) z modelem ośrodka efektywnego przedstawionym w podrozdziale 2.4, można zaproponować przybliżenie ośrodka typu PML za pomocą struktury warstwowej o odpowiednich właściwościach efektywnych [78]. Schematycznie taką wielowarstwę przedstawia rysunek 4.5. W szczególności, dla uproszczenia analizy, skupimy się na polaryzacji TM, dla której istotnymi składowymi tensorów opisujących własności materiałowe są:  $\epsilon_x$ ,  $\mu_y$  i  $\epsilon_z$ . Ze względu na ograniczenia używanego modelu ośrodka efektywnego, zgodnie ze schematem na rysunku 4.5 otrzymujemy  $\epsilon_x = \epsilon_y$  oraz  $\mu_x = \mu_y$ . Ponownie odwołując się do granicy między ośrodkami na rysunku 4.5a, otrzymujemy warunki, dla których wielowarstwa złożona z materiałów  $w1$  i  $w2$  schematycznie przedstawiona na rysunku 4.5b, będzie efektywnie spełniać rolę PML pod warunkiem spełnienia następujących równości:

$$f \cdot \epsilon_{w1} + (1 - f) \cdot \epsilon_{w2} = s \cdot \epsilon_1, \quad (4.16)$$

$$[f \cdot \epsilon_{w1}^{-1} + (1 - f) \cdot \epsilon_{w2}^{-1}]^{-1} = s^{-1} \cdot \epsilon_1, \quad (4.17)$$

$$f \cdot \mu_{w1} + (1 - f) \cdot \mu_{w2} = s \cdot \mu_1, \quad (4.18)$$

gdzie przez  $f$  oznaczony został współczynnik wypełnienia, równy ułamkowi przestrzeni wielowarstwy zajmowanemu przez materiał  $w1$ . Odpowiednie warunki dla polaryzacji TM to:

$$\varepsilon_{w1} = \rho \frac{\varepsilon_1 \cdot s}{f \cdot \rho + (1 - f)}, \quad (4.19)$$

$$\varepsilon_{w2} = \frac{\varepsilon_1 \cdot s}{f \cdot \rho + (1 - f)}, \quad (4.20)$$

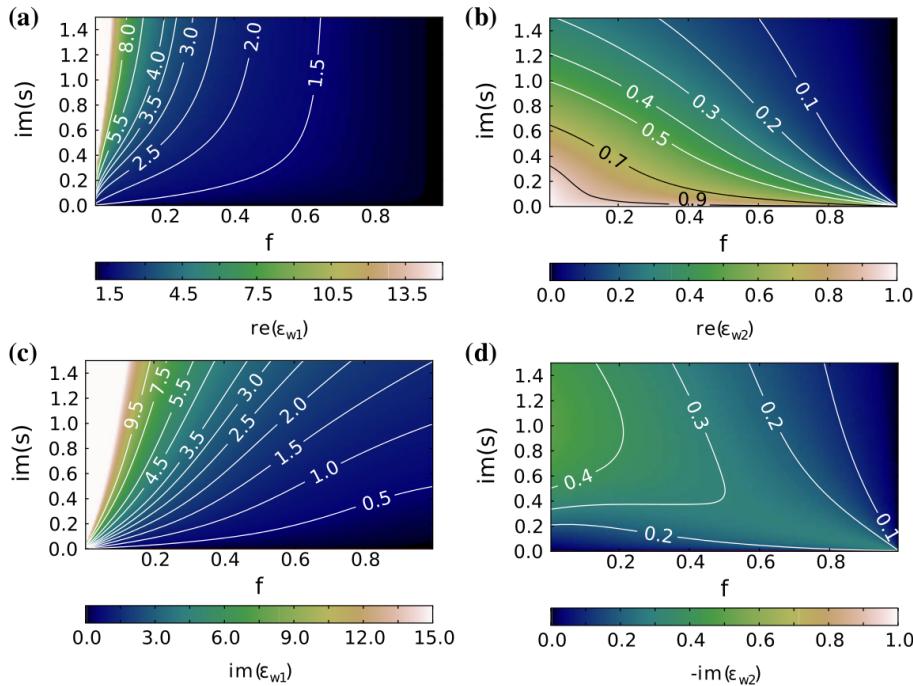
gdzie

$$\rho = 1 + \frac{s^2 - 1 \pm \sqrt{(s^2 - 1)(s^2 - (2f - 1)^2)}}{2f(1 - f)}. \quad (4.21)$$

Wykresy na rysunku 4.6 prezentują wyniki obliczonych zgodnie z (4.19) i (4.20) wartości  $\varepsilon_{w1}$  i  $\varepsilon_{w2}$  jako funkcje współczynnika wypełnienia  $f$  i parametru  $s$ , dla którego przyjęto  $s = 1 + \alpha i$ . Używamy rozwiązań dla (4.21) z  $|\rho| > 1$ . Podobne wyrażenia jak (4.16) i (4.17) można wypisać i rozwiązać dla  $\mu_{w1}$  i  $\mu_{w2}$ . W przypadku gdy  $\varepsilon_1 = \mu_1$  otrzymujemy  $\varepsilon_{w1} = \mu_{w1}$  i  $\varepsilon_{w2} = \mu_{w2}$ . Należy podkreślić, że dla każdej pary  $f$  i  $s$  przedstawionej na wykresach 4.6 uzyskujemy metamateriał, który w omawianym przybliżeniu będzie spełniał funkcje UPML. Dla każdej pary  $f$  i  $s$  potrzebujemy jednak wybrać inne materiały  $w1$  i  $w2$ .

W kolejnym kroku możemy obliczyć natężeniowy współczynnik odbicia od struktury zaprezentowanej na rysunku 4.5b dla  $f = 0.6$ , oraz  $\text{Im}(s) = 0.5$  lub  $\text{Im}(s) = 5$ . Zależność współczynnika odbicia od kąta padania, oraz grubości komórki elementarnej wielowarstwy przedstawia wykres na rysunku 4.7. Ze względu na umieszczenie idealnego przewodnika za wielowarstwą, współczynnik odbicia łączy w sobie część odbijaną od wielowarstwy, jak i transmitowaną przez wielowarstwę i odbijaną od zwierciadła z PEC (ang. perfect electric conductor). Analizując wykres 4.7, możemy zauważyc, że wraz ze wzrostem  $\frac{a}{\lambda}$  zmniejsza się współczynnik odbicia fal propagujących się, którym odpowiada część wykresu, dla którego na osi odciętych wartości spełniają nierówność  $\frac{k_x}{k_0} < 1$ .

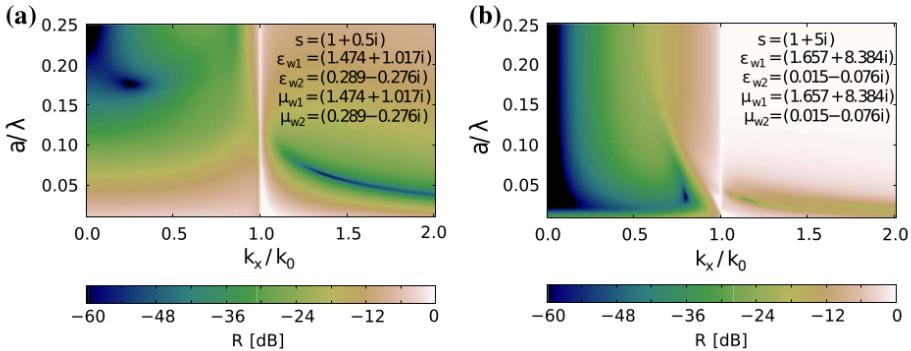
Wynika to ze zwiększenia grubości warstwy pochłaniającej, więc jest przede wszystkim związane ze zmniejszeniem transmisji przez wielowarstwę, a nie zmianą odbicia od pierwszej granicy warstw. W przypadku fal ewanescentnych



Rysunek 4.6: Zależność przenikalności elektrycznej materiałów tworzących UPML (w lewej kolumnie  $\epsilon_{w1}$ , w prawej  $\epsilon_{w2}$ ) w funkcji współczynnika wypełnienia i ujętej części parametru  $s$  (założono, że  $\text{Re}(s)=1$ ). Górnego wiersza na wykresach (a) i (b) przedstawia zależności części rzeczywistych, dolny na wykresach (c) i (d) części ujętych przenikalności elektrycznych. Ujemne wartości  $\epsilon$  na wykresach (c) i (d) odpowiadają materiałom ze wzmacnieniem optycznym [78].

$\frac{k_x}{k_0} > 1$  obserwujemy wzrost współczynnika odbicia. Można to interpretować jako zwiększenie odbicia od pierwszej warstwy wynikające z niespełnienia warunków homogenizacji (przybliżenie ośrodka efektywnego zakłada  $\frac{\alpha}{\lambda} \ll 1$ ) przez strukturę. Dlatego wzrost jest większy dla większej części ujętej współczynnika  $s$ , skutkującej większą różnicą współczynników załamania na granicy pierwszej warstwy i powietrza.

Przedstawione wyniki możliwe są do osiągnięcia za pomocą materiałów wykazujących szczególne właściwości elektryczne i magnetyczne. W szczególności obliczenia zakładały zespoloną przenikalność magnetyczną, oraz wzmacnienie optyczne. Dla  $s = 1 + 5i$  możliwe jest uzyskanie warstwy PML o całkowitej



Rysunek 4.7: Zależność natężeniowego współczynnika odbicia od kąta padania i okresu wielowarstwy dla struktury zgodnej ze schematem na rysunku 4.5, dla  $N = 5$  par warstw, przy współczynniku wypełnienia  $f = 0.6$ . Rysunek po lewej (a) przedstawia wyniki dla  $s = 1 + 0.5i$ , wykres po prawej(b) przedstawia wyniki dla  $s = 1 + 5i$ . Przez  $a$  oznaczono rozmiar komórki elementarnej wielowarstwy [78].

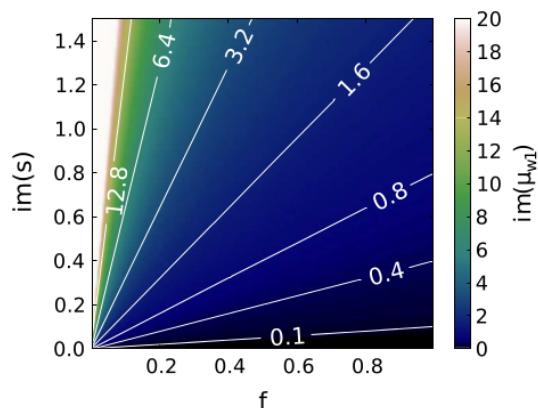
grubości  $5 \cdot a \approx \frac{\lambda}{20}$  wykazującej natężeniowy współczynnik odbicia ok -30dB dla szerokiego zakresu kątów padających fal płaskich.

W przypadku oświetlenia wielowarstwy za pomocą fali o polaryzacji TM, jeden ze współczynników przenikalności magnetycznej może zostać ustalony w sposób arbitralny. W szczególności możemy więc założyć  $\mu_{w2} = 1$ , ponieważ większość materiałów spotykanych w przyrodzie charakteryzuje się taką wartością dla częstotliwości optycznych. Drugą przenikalność magnetyczną możemy wyznaczyć za pomocą wzoru (4.18). Część rzeczywista  $\text{Re}(\mu_{w1}) = 1$ , a zależność części urojonej  $\text{Im}(\mu_{w1})$  od części urojonej współczynnika  $s$ , oraz współczynnika wypełnienia  $f$  przedstawia wykres 4.8. Na podstawie przywołanego wykresu możemy zauważyc, że wysoki współczynnik wypełnienia, oraz wykorzystanie niskiej części urojonej  $s$  skutkują niskimi wartościami  $\text{Im}(\mu_{w1})$ . Jest to dla nas istotne ponieważ korzystając z materiałów występujących w naturze, będziemy zmuszeni przybliżyć tę wartość przez 0.

### 4.3.2. Wykorzystanie materiałów występujących w przyrodzie

W przypadku przygotowania eksperymentu, a nie np. wykorzystania do konstrukcji PML w symulacjach numerycznych, należy zaniedbać własności magne-

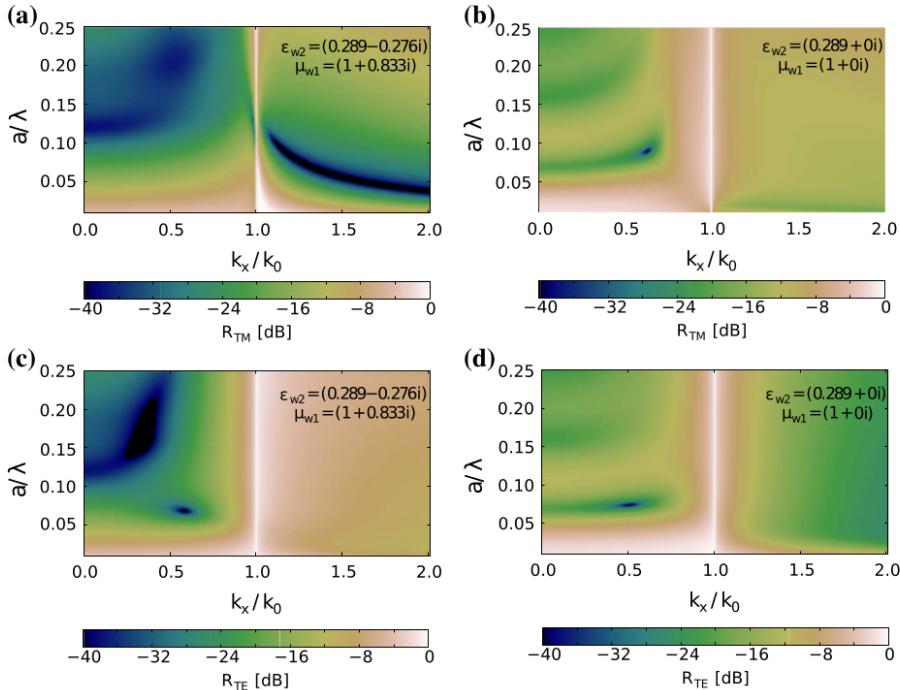
Rysunek 4.8: Zależność części urojonej przenikalności magnetycznej jednego z materiałów  $\mu_{w1}$ , od części urojonej współczynnika  $s$  i współczynnika wypełnienia  $f$  w przypadku gdy założono  $\mu_{w2} = 1$  [78]



tyczne materiałów  $\mu = 1$ , oraz zysk optyczny  $\text{Im}(\varepsilon) < 0$ <sup>2</sup>. Wyniki dla obu polaryzacji po zastosowaniu się do wymienionych ograniczeń przedstawiają wykresy na rysunku 4.9. Zaproponowany absorber składa się z materiału stratnego, oraz warstw charakteryzujących się przenikalnością elektryczną mniejszą od 1. Przedstawione wyniki obliczeń wskazują, że w wyniku poczynionych założeń efektywność pracy wielowarstwy jako struktury PML znacznie różni się w zależności od polaryzacji. W przeciwieństwie do obliczeń dla wielowarstw odpowiadających PML, narzucone warunki prowadzą do mniejszej wartości współczynnika odbicia dla polaryzacji TE. Wysokie współczynniki odbicia, uniemożliwiające zastosowanie wielowarstwy, pojawiają się jednak jedynie dla kątów padania bliskich  $90^\circ$ , co jest charakterystyczne dla UPML.

Na podstawie przeprowadzonej dyskusji, można zaproponować prostą regułę jaką należy posługiwać się w celu doboru materiałów do budowy wielowarstwy efektywnie przypominającej UPML na granicy z powietrzem. Kluczowym elementem jest wykorzystanie materiału, którego część rzeczywista przenikalności elektrycznej znajduje się w zakresie od 0 do 1. Przeprowadzone obliczenia wskazują również, że materiał ten powinien być możliwie bezstratny. Druga wykorzystywana substancja powinna posiadać część rzeczywistą przenikalności elektrycznej większą od 1, oraz wykazywać stratność.

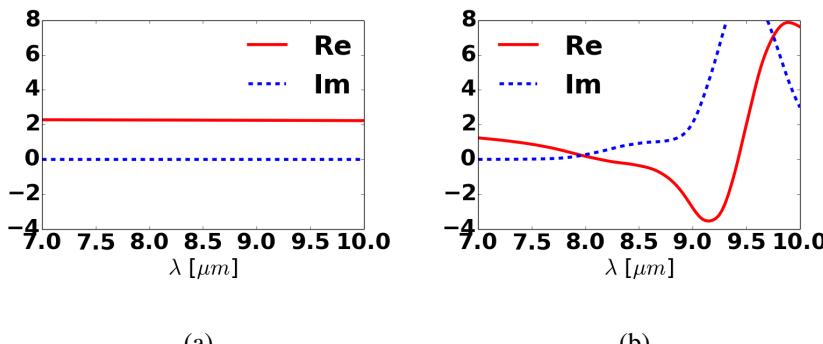
<sup>2</sup>Istniejące w przyrodzie materiały dla zakresu optycznego i podczerwieni charakteryzują się  $\mu \approx 1$  i nie posiadają wzmacniania



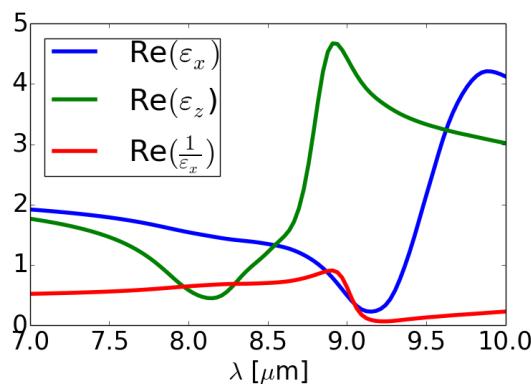
Rysunek 4.9: Zależność natężeniowego współczynnika odbicia  $R$ , od kąta padania i grubości warstw dla wielowarstwy składającej się z  $N = 5$  okresów, dla  $s = 1 + 5i$  i  $f = 0.6$ . Spełniając założenie, że  $\mu_{w2} = 1$  (a,c), oraz  $\mu_{w1} = \mu_{w2} = 1$ ,  $\text{Im}(\varepsilon_1) \geq 0$  i  $\text{Im}(\varepsilon_2) \geq 0$  (b,d). Wyniki dla polaryzacji TM (a,b) oraz TE (c,d). Przenikalność elektryczna  $\varepsilon_{w1} = 1.474 + 1.017i$  [78].

W ogólności w szerokich zakresach spektralnych większość materiałów charakteryzuje się  $\text{Re}(\varepsilon) > 1$ . Wyjątkami są zakresy długości fali w okolicach rezonansów dyspersyjnych (patrz. 2.3.1). Możliwe jest również uzyskanie zaprojektowanych własności  $\varepsilon$  w metamateriałach np. w strukturach funkcjonujących w literaturze angielskojęzycznej pod nazwą *fishnet* [92].

Przykładem pary materiałów, które możemy zastosować w realizacji UPML za pomocą wielowarstwy są  $SiO_2$  i  $NaCl$  dla długości fali w okolicach 8  $\mu\text{m}$ . Przenikalności elektryczne zaproponowanych materiałów przedstawiają wykresy na rysunku 4.10. Rolę materiału o przenikalności elektrycznej  $\varepsilon \in (0, 1)$ , spełnia w tym obszarze  $SiO_2$ , ponieważ dla długości fali 9.5  $\mu\text{m}$  występuje dla tego materiału rezonans. Również wartość efektywna części urojonej  $\varepsilon$  wielowarstwy



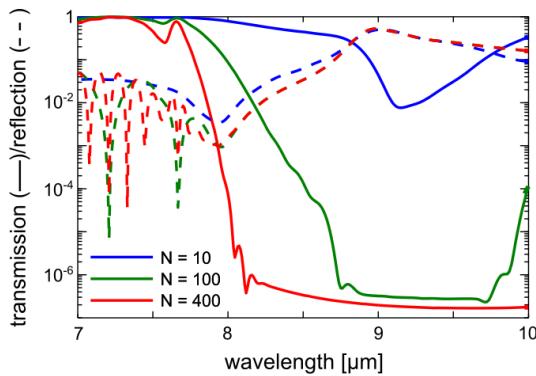
Rysunek 4.10: Wartości przenikalności elektrycznej w zakresie długości fali od 7 do 10  $\mu\text{m}$  dla (a)  $\text{NaCl}$  [93], (b)  $\text{SiO}_2$  [94]



Rysunek 4.11: Składowe  $\varepsilon_x$  i  $\varepsilon_z$  efektywnego tensora przenikalności elektrycznej wielowarstwy zbudowanej z  $SiO_2$  i  $NaCl$ , o współczynniku wypełnienia przez  $SiO_2$  równym  $f = 0.56$ .

wynika głównie z własności  $SiO_2$ .

Efektywne właściwości stosu złożonego z naprzemiennych warstw  $NaCl$  i  $SiO_2$  o współczynniku wypełnienia drugim materiałem  $f = 0.56$ , dla których przyjęto zmierzone eksperymentalnie wartości  $\varepsilon$ , przedstawia wykres na rysunku 4.11. Zgodnie z (4.15) struktura warstwowa przypominająca PML powinna spełniać związek  $\frac{1}{\varepsilon_x} = \varepsilon_z$ , dlatego na wykresie zaznaczono również wartość  $\frac{1}{\varepsilon_x}$ . Na podstawie wykresu 4.11, wielowarstwa powinna więc charakteryzować się najbliższym współczynnikiem odbicia dla długości fali z zakresu 8.0-8.2  $\mu m$ . Wartości natężeniowych współczynników transmisji i odbicia w zależności od liczby par warstw  $N$  oraz długości fali przedstawia wykres na rysunku 4.12.

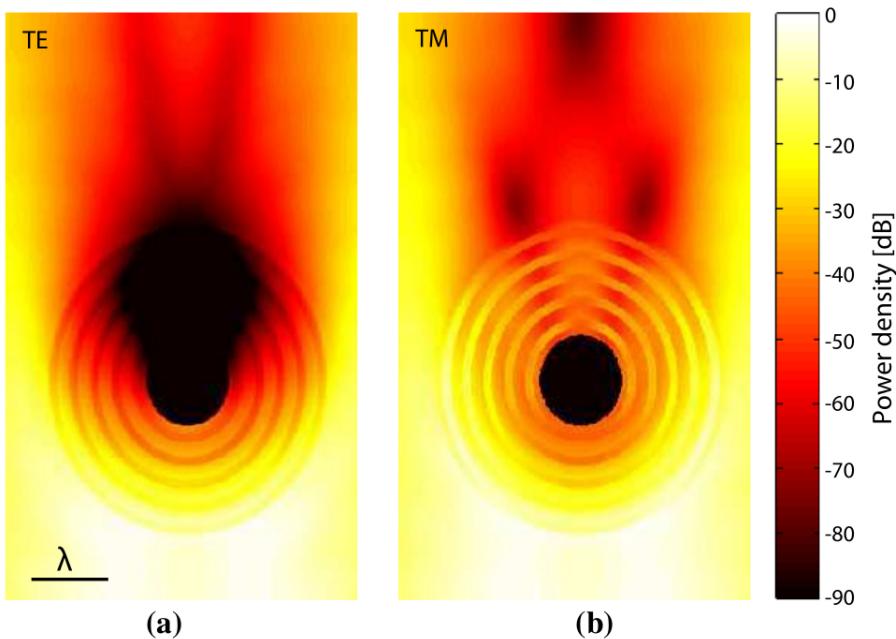


Rysunek 4.12: Współczynnik transmisji (linia ciągła) i odbicia (linia przerywana) dla wielowarstwy złożonej z  $SiO_2/NaCl$  zaprojektowanej dla oświetlenia falą o długości  $8 \mu\text{m}$ , dla której współczynniki załamania  $n_{SiO_2} = 1.41 + 0.32i$ ,  $n_{NaCl} = 1.51$ . Współczynnik wypełnienia struktury przez  $SiO_2$  wynosi  $f = 0.56$ ,  $a = 200\text{nm}$ . Rozważane zostały stosy o liczbie par warstw  $N = 10, 100$  i  $400$  [78].

Opierając się na zaprojektowanej wielowarstwie można zaproponować jej modyfikację w geometrii cylindrycznej. W tym przypadku jakość nieodbijającej warstwy absorpcyjnej możemy ocenić na podstawie symulacji, w których wewnętrz struktury typu *core-shell* zamknięty zostanie walec z idealnego przewodnika. Rozkład gęstości energii pola E-M dla struktury typu *core-shell* odpowiadającej rozważanej wielowarstwie, oświetlonej falą monochromatyczną dla polaryzacji TM i TE przedstawia rysunek 4.13.

### 4.3.3. Podsumowanie wyników

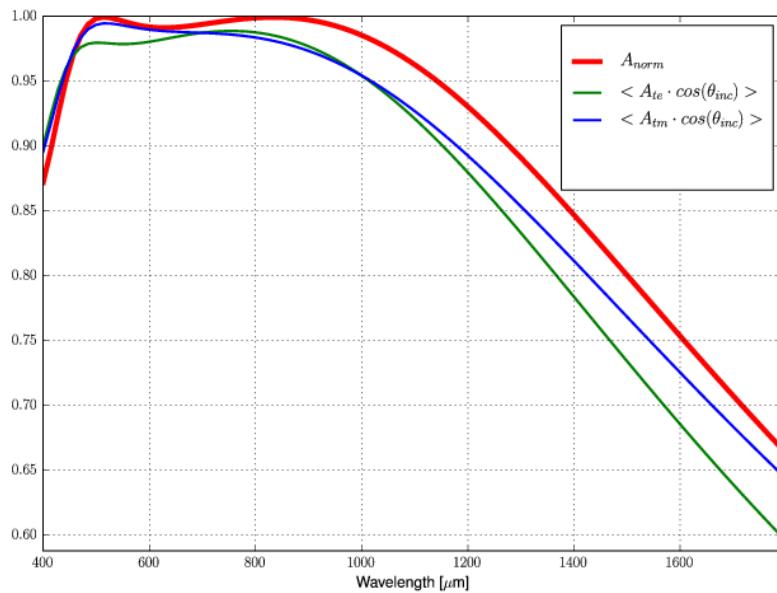
Porównując uzyskane wyniki do warstw absorbujących otrzymywanych innymi metodami, należy dosyć krytycznie ocenić możliwość wykorzystania tego typu struktur w zastosowaniach eksperymentalnych. Wprowadzone uproszczenia umożliwiły zaproponowanie fizycznej realizacji absorbera w oparciu o realne materiały, jednak wartości współczynnika odbicia, w szczególności dla dużych kątów padania, nie są satysfakcyjne. Należy również zwrócić uwagę, że uzyskanie wysokiego współczynnika absorpcji jest możliwe przy zastosowaniu znaczającej liczby par warstw, w wyniku czego metamateriał tworzący warstwę absorpcyjną



Rysunek 4.13: Wyniki symulacji w geometrii cylindrycznej dla polaryzacji (a) TE i (b) TM. Struktura typu core-shell oświetlona jest z dołu. Na rysunku (a) zamieszczono wzorzec długości fali.

staje się znacznie grubszy od długości fali.

Alternatywnie do problemu realizacji absorbera za pomocą struktury warstwowej można zastosować optymalizację parametrów. Definiując jako kryterium maksymalizację liniowej kombinacji absorpcji przy padaniu światła pod kątem normalnym oraz uśrednionych ze względu na kąt padania absorpcji promieniowania padającego w polaryzacjach TM i TE [95]. Wynik takiej optymalizacji przedstawia wykres na rysunku 4.14, na którym przedstawiony został współczynnik absorpcji w zależności od długości fali dla padania prostopadłego, oraz uśrednionych po cosinusie kąta współczynnika absorpcji dla polaryzacji TM i TE. Prezentowana struktura została zoptymalizowana dla zakresu długości fal od 450 do 1100 nm. Pierwszą warstwę stanowią 73 nm  $BaF_2$ , po których następują 4 pary warstw składające się z 3 nm  $NiCr$  i 40 nm  $BaF_2$ , a ostatnią warstwę stanowi 60 nm  $NiCr$ . W zakresie widzialnym, dla którego przeprowadzono optymalizację, natężeniowy współczynnik odbicia nie przekracza 4%, zaś dla zakresu od 500 nm do 900 nm



Rysunek 4.14: Zależność współczynnika absorpcji od długości fali dla padania normalnego, oraz uśrednionego po cosinusach kątów dla polaryzacji TM i TE dla zoptymalizowanej wielowarstwy  $NiCr-BrF_2$  [95]

jest dla padania normalnego bliski 1%.



## Rozdział 5

# Bezdyfrakcyjna propagacja światła w wielowarstwach metaliczno-dielektrycznych

Poniższy rozdział poświęcony jest modelowaniu propagacji światła przez wielowarstwy metaliczno-dielektryczne wykorzystywane do budowy elementów optycznych o zaprojektowanych własnościach filtrowania częstotliwości przestrzennych. W przeciwieństwie do przestrzeni swobodnej, będącej przestrzennym filtrem dolnoprzepustowym, mogą one charakteryzować się również transmisją wysokich częstotliwości przestrzennych, które w przestrzeni swobodnej mają charakter fal ewanescentnych. Wykorzystanie układów tego typu umożliwia konstrukcję elementów optycznych działających poza klasycznym ograniczeniem dyfrakcyjnym.

Złamanie ograniczenia dyfrakcyjnego możliwe jest dzięki zastosowaniu materiałów charakteryzujących się ujemnym załamaniem światła, rozumianym jako załamanie pod kątem skierowanym przeciwnie niż wynikałoby to z prawa Snelliusa. Korzystając z elektrodynamiki klasycznej opisywanej równaniami Maxwella wiemy, że współczynnik załamania związany jest z przenikalnością elektryczną i magnetyczną ośrodka  $n = \pm\sqrt{\epsilon\mu}$ . Wybór dodatniej gałęzi pierwiastka jest więc konwencjonalny i musi być dostosowany do sytuacji fizycznej. Ujemna wartość współczynnika załamania światła jest równoważna zmianie kierunku prędkości

fazowej, której zwrot jest zgodny ze zwrotem wektora falowego. Pierwszą propozycją definicji ośrodków o ujemnym współczynniku załamania stanowiły ośrodkи z ujemną wartością iloczynu skalarnego wektora Poyntinga i wektora falowego  $\vec{P} \cdot \vec{k} < 0$  wprowadzone przez Wiktora Wiesielago<sup>1</sup> [17]. Ze względu na tę właściwość materiały takie nazywane są lewoskrętnymi (ang. left-handed) gdyż w stosunku do iloczynu  $\vec{E} \times \vec{H}$  nie ma zastosowania reguła prawej dłoni, a przeciwna - lewej.

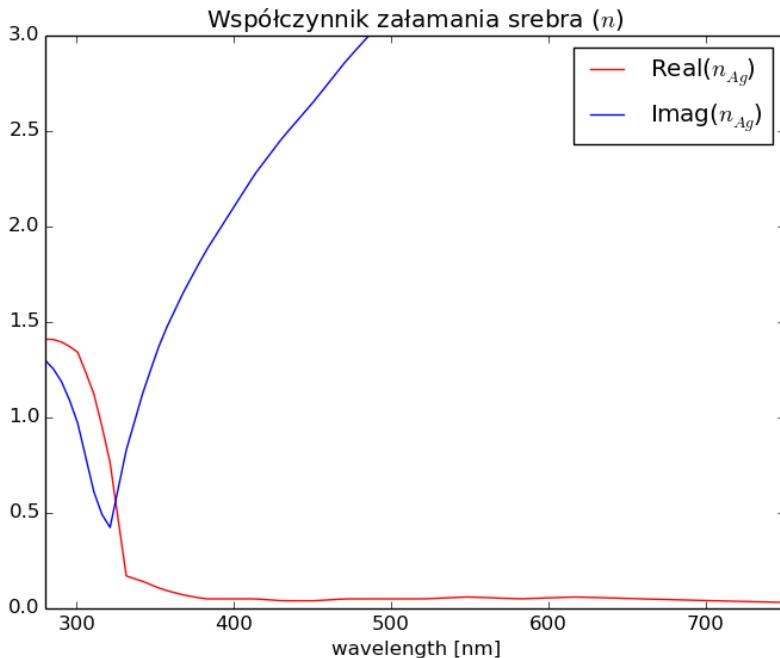
Materiały lewoskrętne muszą charakteryzować się ujemnymi wartościami  $\epsilon$  i  $\mu$  dla tego samego zakresu częstotliwości. Materiały takie nie były do tej pory obserwowane w przyrodzie. Eksperymentalnie dowiedziono jednak możliwości sztucznego wytwarzania metamateriałów o takich właściwościach [96] za pomocą rezonatorów SRR (ang split-ring resonator). W kolejnych latach pojawiało się wiele propozycji uzyskiwania metamateriałów, takich jak sieci z otworami (ang. *fishnet*) czy też struktury warstwowe.

Język używany do opisu działania analizowanych struktur warstwowych wywodzi się z optyki fourierowskiej, w której jednym z podstawowych pojęć są układy izoplanatyczne (ang. Linear shift-invariant systems - LSI). Opisywane struktury spełniają warunki tego typu układów - nie wykazują własności nieliniiowych, oraz są niezmienne ze względu na przesunięcia. Wykorzystanie formalizmu optyki fourierowskiej umożliwia analityczną ocenę wyników symulacji numerycznych, oraz wprowadza spójny zestaw pojęć wykorzystywanych do opisu rozważanych układów. Dokładniejsze omówienie podstawowych pojęć związanych z układami LSI znajduje się w rozdziale 2.2.

## 5.1. Właściwości dyspersyjne metali i dielektryków w zakresie widzialnym

Wykorzystywane w optyce materiały charakteryzują się niską podatnością magnetyczną w rozważanej części widma, w związku z czym przyjmuje się  $\mu(\omega) = 1$ . Ze względu na właściwości elektryczne, materiały te możemy podzielić na dielektryki i przewodniki. Dielektrykami nazywamy materiały, w których pod-

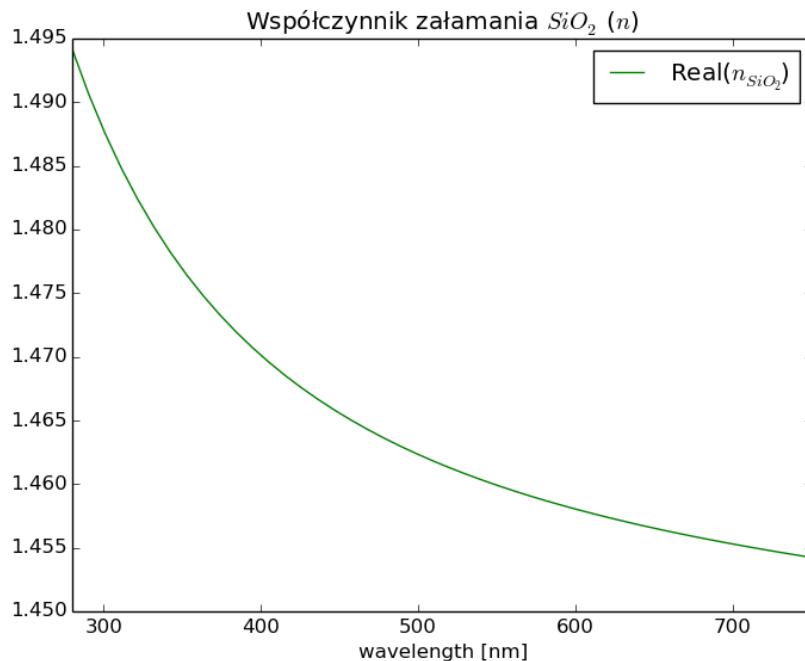
<sup>1</sup>angielska transkrypcja Victor Veselago



Rysunek 5.1: Zależność współczynnika załamania od długości fali w zakresie optycznym dla srebra -  $Ag$  [97].

wpływem zewnętrznego pola elektrycznego powstają dipole elektryczne. Powodem powstawania dipoli może być przesunięcie ładunków dodatnich w stosunku do ujemnych lub powstanie spójnej orientacji przestrzennej dipoli elektrycznych tworzących dany ośrodek. W przeciwieństwie do dielektryków, ze względu na obecność swobodnych nośników ładunku elektrycznego przewodniki nie ulegają polaryzacji w zewnętrznym polu elektrycznym. W niniejszej pracy jako przewodniki rozważane są metaliczne pierwiastki chemiczne, dlatego terminy przewodnik i metal traktowane są zamiennie.

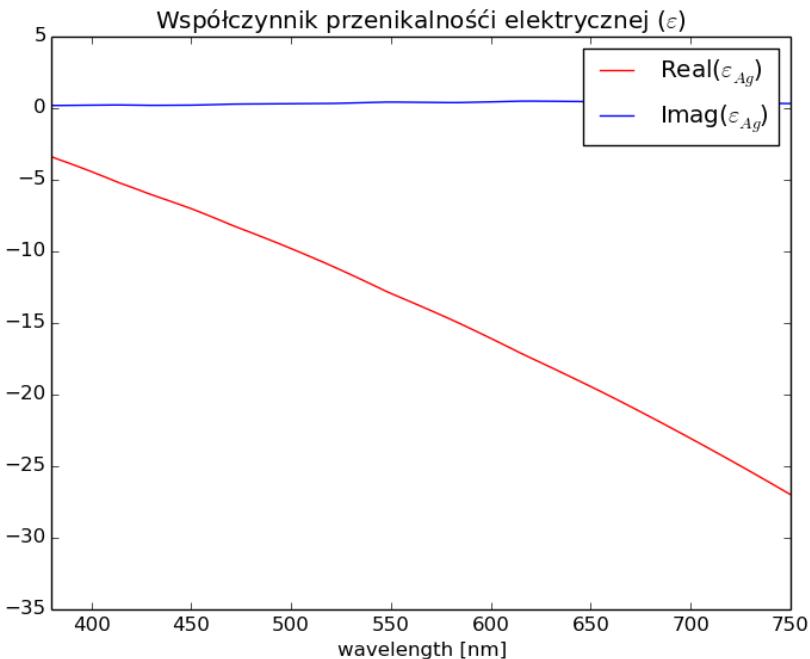
Zjawiska fizyczne omawiane w ninejszym rozdziale bardzo silnie zależą od przenikalności elektrycznej wykorzystywanych materiałów. W szczególności wymagają wykorzystywania materiałów o ujemnej przenikalności elektrycznej. Takie właściwości przejawiają metale, których zastosowanie do nadrozdzielczego obrzutowania za pomocą cienkiej warstwy zaproponował John Pendry. Wykorzystanie



Rysunek 5.2: Zależność współczynnika załamania od długości fali w zakresie optycznym dla szkła kwarcowego -  $SiO_2$  [98]

warstwy znacznie cieńszej od długości fali pozwala na rozprzężenie pola elektrycznego i magnetycznego przez co możliwe jest nadrozdzielcze obrazowanie za pomocą materiału z  $\mu = 1$  [13].

W zakresie optycznym znajdują się częstotliwości rezonansowe atomów metali, co skutkuje silną dyspersją współczynnika załamania i wysoką absorpcją w tym zakresie. Zależność rzeczywistej i urojonej części współczynnika załamania dla srebra prezentuje wykres 5.1. Na wykresie widać charakterystyczny obszar w zakresie ok. 310-350 nm, w którym obserwujemy znaczny spadek części rzeczywistej współczynnika załamania i minimum zdolności absorpcyjnych. Wysoka wartość części urojonej współczynnika załamania wskazuje na silną absorpcję promieniowania dla długości fali powyżej 350 nm.



Rysunek 5.3: Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali w zakresie optycznym dla srebra  $Ag$ [97].

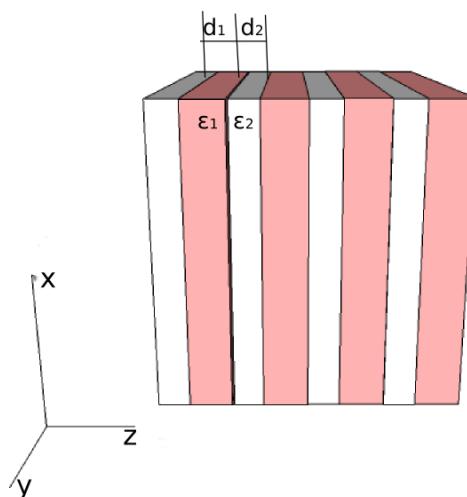
Dla dielektryków, współczynnik załamania zazwyczaj <sup>2</sup> maleje wraz ze wzrostem długości fali. Zależność ta jest znacznie słabsza niż w przypadku metali. Jako przykład na wykresie 5.2 przedstawiono współczynnik załamania  $SiO_2$ . Urojona część współczynnika załamania dielektryków jest mniejsza niż w przypadku metali. W szczególności dla przedstawionego szkła kwarcowego w większości zastosowań jest zaniedbywana.

W celu opisu właściwości dyspersyjnych dielektryków z powodzeniem stosuje się model Lorentza, a w niektórych przypadkach wartość  $\epsilon$  bywa traktowana jako stała. W przypadku metali, ze względu na wspomniany rezonansowy charakter zależności  $\epsilon(\omega)$  musi być opisywana przy użyciu modelu Lorentza-Drudego. Dokładniejsze omówienie tego modelu znajduje się w rozdziale 2.3.1.

<sup>2</sup>dla częstotliwości dalekich od rezonansów

Należy zaznaczyć, że pominięta została zależność przenikalności elektrycznej i magnetycznej od wartości wektora falowego na wartości  $\varepsilon$  i  $\mu$ . W ogólnosci,  $\varepsilon(\omega, \vec{k})$  jest funkcją zarówno częstotliwości jak i wektora falowego, co należy rozumieć jako zależność indukcji elektrycznej  $\vec{D}(t, \vec{r})$  nie tylko od historii wzbudzeń poprzedzającej interesujący nas czas  $t$ , ale również od wzbudzenia fali elektromagnetycznej w otoczeniu  $\vec{r}$ . Ze względu na zależność pola  $\vec{D}$  od pola  $\vec{E}$  w otoczeniu, ta klasa zjawisk nazywana jest nielokalnymi. Nie można pomijać wpływu otoczenia na stan polaryzacji  $\vec{P}$ , gdy zmienność pola elektromagnetycznego jest znacząca na odległościach porównywalnych z drogą swobodną elektrownów w ośrodku.

## **5.2. Wielowarstwy z bezdyfrkacyjną propagacją światła**



Rysunek 5.4: Schemat wielowarstwy metaliczno-dielektrycznej

Zgodnie z przedstawionymi własnościami materiałowymi, obrazowanie z rozdzielcością przekraczającą klasyczne ograniczenie dyfrakcyjne za pomocą metali

wiąże się z dużymi stratami natężenia światła w wyniku absorpcji<sup>3</sup>. Zwiększenie współczynnika transmisji przez wielowarstwy zawierające metal możliwe jest dzięki wykorzystaniu efektu rezonansowego tunelowania [99]. Chociaż zastosowanie zaproponowane w cytowanej pracy nie było związane z obrazowaniem, to możliwość uzyskania współczynnika transmisji rzędu 70% dla wielowarstwy zawierającej łącznie 40 nm srebra świadczy także o możliwości uzyskania obrazowania nadrozdzielczego przy zachowaniu wysokiej transmisji.

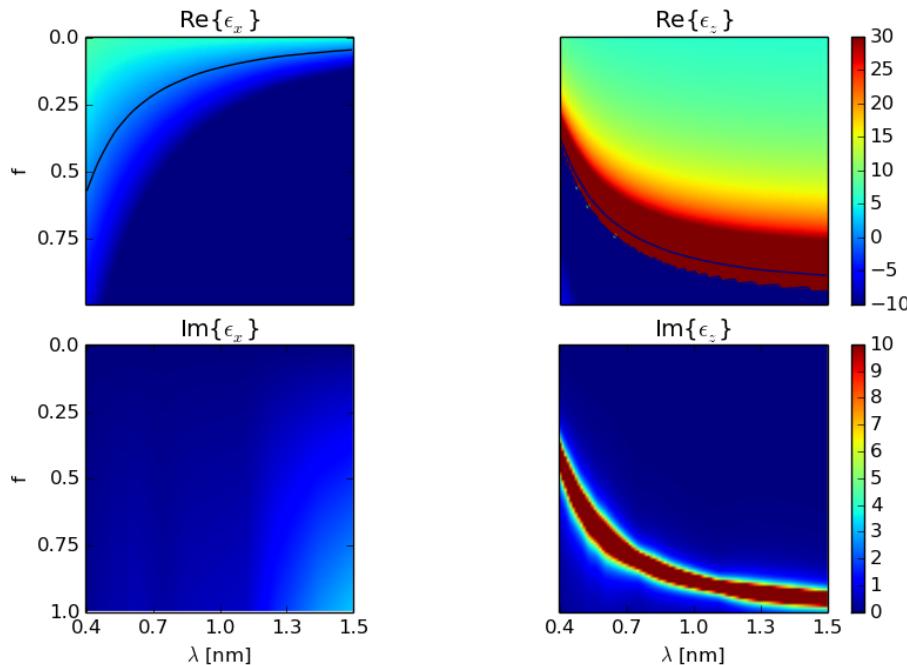
Proponowaną konstrukcję wielowarstwy przedstawia schemat na rysunku 5.4. W omawianym podejściu obrazowanie nadrozdzielcze nie wynika wprost z zastosowania materiału o  $\varepsilon = -1$ , ale z efektywnych anizotropowych właściwości powstałego w ten sposób metamateriału [100]. Za pomocą przybliżenia ośrodka efektywnego, szerzej omówionego w rozdziale 2.4, możemy dobierając grubości warstw do parametrów stosowanych materiałów we wzorach (2.34) i (2.35) uzyskać metamateriał o  $\varepsilon_z \rightarrow \infty$  i  $\varepsilon_x \rightarrow 0$ .

Przykładem materiałów, z których w opisany sposób można konstruować wielowarstwę charakteryzującą się transmisją bezdyfrakcyjną są  $Ag$  i  $TiO_2$ . Efektywne właściwości  $\varepsilon_x$  i  $\varepsilon_z$  dla wielowarstwy z nich zbudowanej prezentują wykresy na rysunku 5.5. W szczególności na wykresach zaobserwować możemy, że obszar wysokiego  $\varepsilon_z$  graniczny z obszarem, w którym ta składowa przenikalności elektrycznej przyjmuje wartości ujemne. Dla uzyskania własności bezdyfrakcyjnych, kluczowe jest dobranie takiego współczynnika wypełnienia  $f$ , który pozwoli dla wybranych długości fali uzyskać efektywne wartości składowych tensora przenikalności elektrycznej jak najbliższe oczekiwany. W przypadku prezentowanych materiałów dla długości fali ok. 500 nm możemy uzyskać  $\varepsilon_x \approx 0$  i  $\varepsilon_z \approx 10$ .

### 5.3. Nadrozdzielczy pryzmat

Możliwość konstruowania układów warstwowych charakteryzujących się propagacją promieniowania elektromagnetycznego prostopadle do granicy

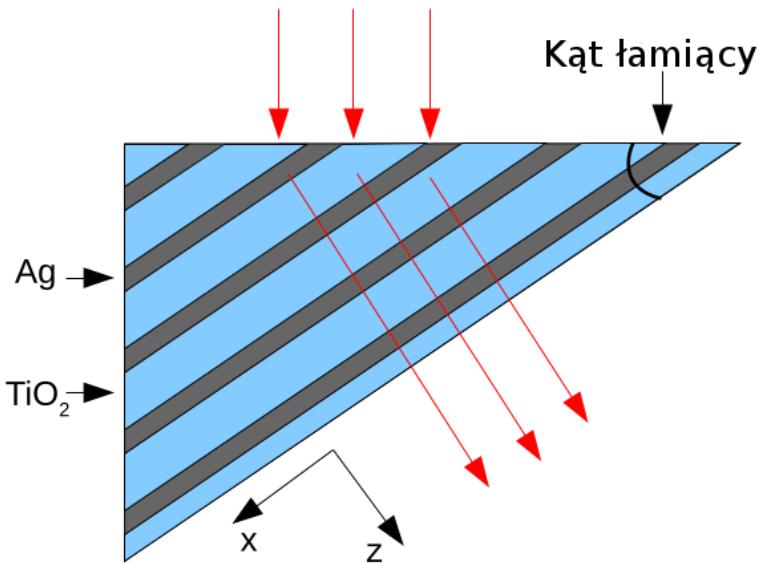
<sup>3</sup>Dzieje się tak, ponieważ interesujące nas własności E-M materiałów obserwujemy dla długości fali w okolicach rezonansów, w których z kolei materiały charakteryzują się wysoką absorpcją promieniowania



Rysunek 5.5: Przenikalność ośrodka efektywnego obliczona zgodnie ze wzorem (2.34) zbudowanego z warstw  $Ag$  [97] i  $TiO_2$  [101]. Współczynnik wypełnienia  $f=1$  oznacza, że struktura zbudowana jest jedynie ze srebra. Konturem zaznaczono  $\Re(\epsilon_x) = 0$  oraz  $\Re(\epsilon_z) = 100$ .

warstw [102; 103; 104] umożliwiła nie tylko konstrukcję supersoczewek, ale również elementów o bardziej złożonej geometrii. Wykonując ścięcie pod pewnym kątem możemy warstwową supersoczewkę przekształcić w element optyczny kształtem przypominający pryzmat. Przykład tak powstałego pryzmatu prezentuje rysunek 5.6. Wykonując wielowarstwę o efektywnych właściwościach zapewniających obrazowanie z podfalową rozdzielczością, można taki układ wykorzystać do realizacji operacji rzutowania nie podlegającej klasycznemu ograniczeniu dyfrakcyjnemu [105].

Można oczekiwać, że taki element pozwoli uzyskać obraz obiektów o rozmiarze podfalowym powiększony do rozmiarów umożliwiających obserwację za pomocą tradycyjnych mikroskopów. Możliwe jest również wykorzystanie pryzmatu do zmniejszenia obrazu, dzięki czemu maska o rozmiarach większych od dłu-

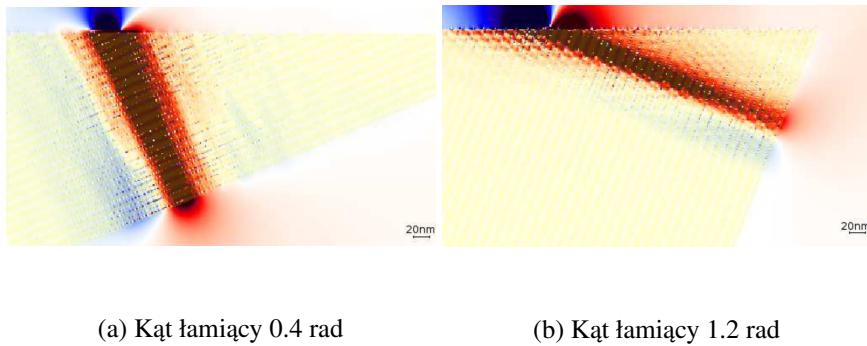


Rysunek 5.6: Schemat pryzmatu zbudowanego z metamateriału mogącego charakteryzować się kierunkową (prostopadłą do granicy warstw) propagacją fali elektromagnetycznej. Strzałkami schematycznie przedstawiono kierunek propagacji fali E-M.

ści fali może potencjalnie posłużyć do wykonania litografii o rozmiarach podfałowych.

Wykorzystując dwa pryzmaty charakteryzujące się kierunkową propagacją światła, możemy realizować również inne przekształcenia geometryczne na dwuwymiarowych obrazach. Poprzez złożenie dwóch pryzmatów z rysunku 5.6 wzduż krawędzi równoległej do osi  $x$ , możemy uzyskać element wykonujący na obrazach o rozmiarach podfałowych operację obrotu. Składając w ten sposób dwa pryzmaty o kącie łamiącym równym  $45^\circ$  możemy zrealizować przesunięcie [106; 107]. Wykorzystując trzy pryzmaty możemy połączyć operację rzutowania i przesunięcia uzyskując efekt powiększenia lub pomniejszenia obrazu w jednym zintegrowanym mikroelementem optycznym bez zmiany kierunku propagacji promieniowania E-M [106].

Ze względu na propagację światła wewnętrz MDM w określonym kierunku, do projektowania układów, których elementy złożone są z omawianych ściętych wielowarstw metaliczno dielektrycznych wykorzystać można algorytm przypominający śledzenie promieni (ang. ray tracing). Kierunek promieni w wiązce we-



Rysunek 5.7: Wynik symulacji metodą FDTD propagacji fali E-M przez pryzmat zbudowany z omawianego metamateriału. Prysztat oświetlony został wiązką gaussowską o szerokości połówkowej (FWHM) 90 nm i długości fali  $\lambda = 421$  nm [105].

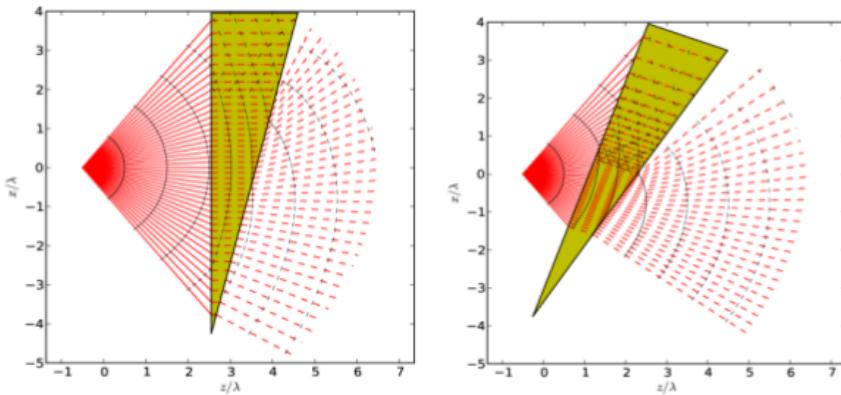
wnętrz wielowarstwy jest wymuszony przez silnie anizotropową efektywną przewinialność elektryczną wielowarstwy, natomiast w przestrzeni swobodnej możemy o nim wnioskować na podstawie klasycznych praw dyfrakcji [108].

Wykorzystując zaproponowany model możemy zaprojektować elementy optyczne do koncentracji promieniowania elektromagnetycznego. Takie mikrourządzenia można zbudować wykorzystując zarówno struktury płaskie jak przedstawiona na rysunku 5.9a i rys. 5.9b, jak i cylindryczne rys.5.9c, czy też zbudowane z kilku elementów typu core-shell (rys. 5.9d)

## 5.4. Analiza gładkości powierzchni

Dotychczas zakładaliśmy, że granice między ośrodkami tworzącymi wielowarstwę są idealnie płaskie. W warunkach eksperymentalnych, przy wykorzystaniu technik umożliwiających naprzemienne układanie kilkunastu warstw różnych materiałów o grubości od kilkunastu do kilkudziesięciu nanometrów, takich jak fizyczne osadzanie z fazy gazowej (ang. PVD - physical vapour deposition), uzyskanie doskonale gładkich warstw jest niemożliwe. W poniższym rozdziale przeanalizowany zostanie wpływ niedoskonałości warstw na obrazowanie przez struktury MDM(metal-dielektryk-metal).

Podstawowym parametrem wykorzystywanym do opisu chropowatości jest



Rysunek 5.8: Przykłady algorytmu śledzenia promieni dla wiązki promieni przechodzącej przez pryzmat z metamateriału umożliwiającego obrazowanie podfalowe [108]

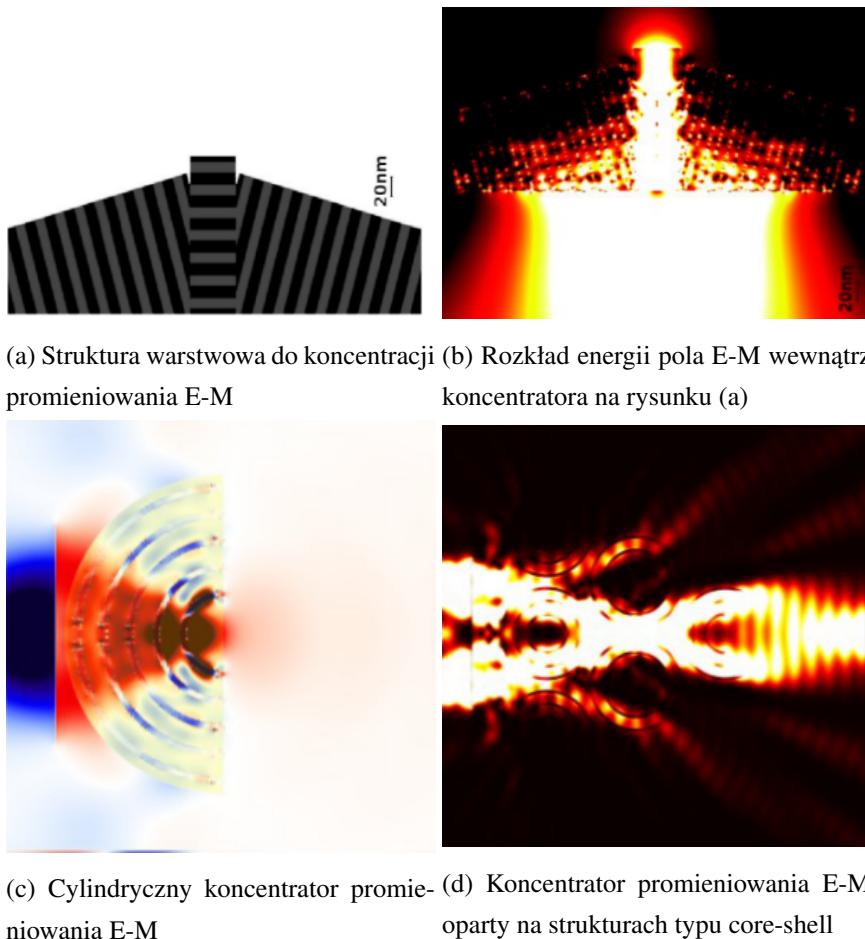
średnia kwadratowa różnic faktycznej grubości warstwy od średniej (ang. RMS - root mean square), wyrażana wzorem:

$$\text{RMS} = \sqrt{\sum_i^n \frac{(x_i - x_0)^2}{n}}, \quad (5.1)$$

gdzie  $x_i$  są kolejnymi zmierzonymi grubościami,  $x_0$  grubością średnią, a  $n$  odpowiada liczbie punktów, w których wykonano pomiar. Różnice uzyskanej w stosunku do projektowanej grubości warstwy w blisko położonych punktach nie są zmiennymi losowymi niezależnymi, dlatego do pełnego opisu topologii powierzchni niezbędne jest wykorzystanie funkcji autokorelacji [109]. Na podstawie pomiarów mikroskopem sił atomowych (ang. AFM - atomic force microscope) można stwierdzić, że RMS powierzchni podlega statystyce gaussowskiej. Histogram wyników uzyskanych za pomocą pomiarów AFM przedstawia wykres 5.10.

Dwuwymiarowy skan uzyskany w pomiarach przedstawia rysunek 5.11.

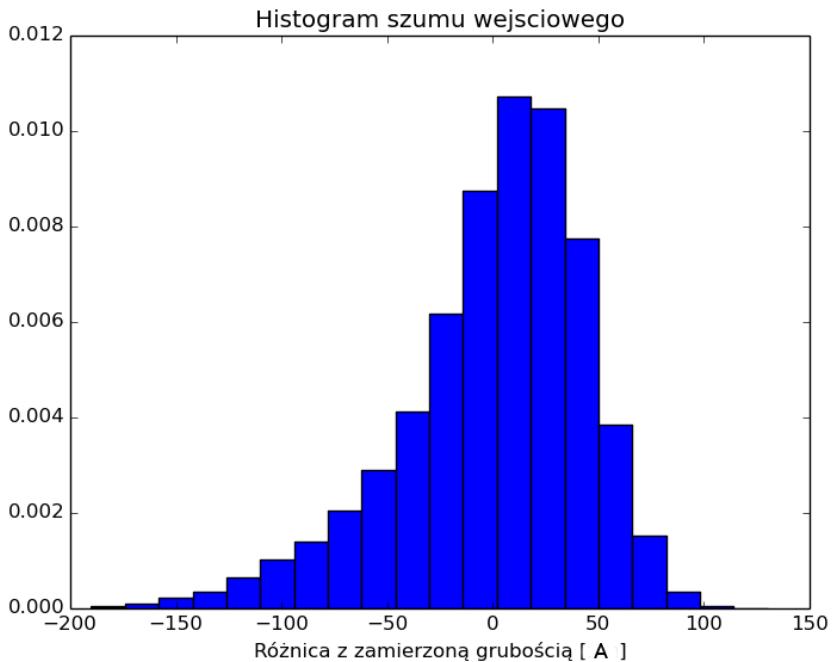
Efektywne współczynniki przenikalności elektrycznej uzyskiwane za pomocą wzoru (2.34) w znacznym stopniu zmieniają się w wyniku wprowadzenia chropowatości [110]. Szczególnie dużą zmienność można zaobserwować w okolicach rezonansu dla  $\varepsilon_z$ , czyli w zakresie długości fali, dla którego projektowane są właściwości metamateriału. Zbliżenie wartości do przewidywanych w warunkach homogenizacji można zaobserwować w przypadku struktur, dla których punkty odpowiadające pomiarom grubości z mikroskopu są bardziej oddalone - próbkowanie



Rysunek 5.9: Wyniki symulacji metodą FDTD układów do koncentracji promieniowania E-M [108]

pomiaru mikroskopowego jest rzadsze niż w symulacji numerycznej. Ze względu na przybliżenie granicy warstwy pomiędzy punktami pomiarowymi z AFM poprzez funkcję gładką, Ludwig i inni otrzymują większe gładkie obszary na powierzchni symulowanej granicy między ośrodkami [110].

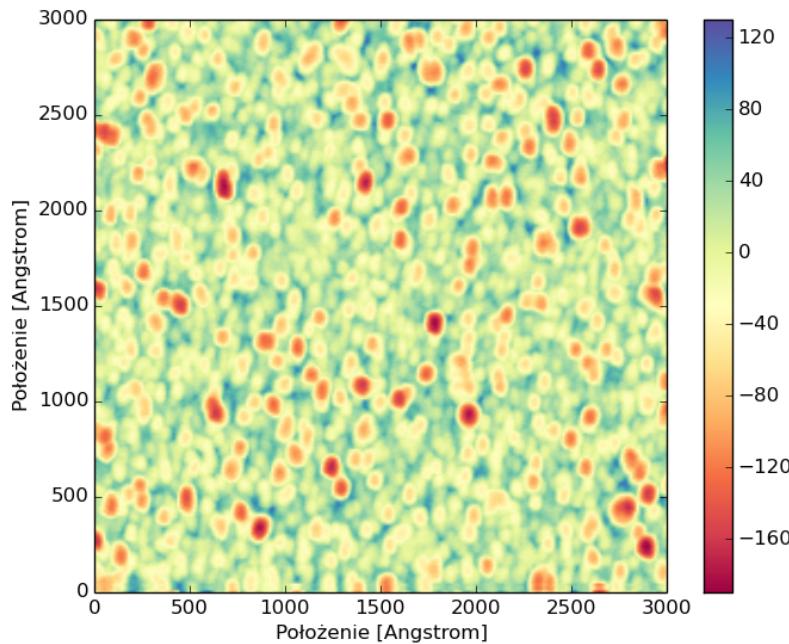
Nierówność warstw może mieć pozytywny wpływ na niektóre parametry opisujące zdolności obrazujące wielowarstwy. Uwzględnienie chropowatości może zwiększyć współczynnik transmisji przez granicę dwóch ośrodków poprzez skrócenie zasięgu propagacji plazmonów powierzchniowych w przypadku przypadkowej chropowatości, oraz dodatkowe wzmacnienie fal ewanescentnych za po-



Rysunek 5.10: Histogram odchyleń od średniej grubości dla warstwy 30 nm napełnionej przy pomocy PVD zmierzonych za pomocą AFM

mocą sinusoidalnej chropowatości o okresie podfalowym [112]. Przykład układu dla którego wprowadzenie chropowatości zwiększa współczynnik transmisji dla wąskiego zakresu długości fal, przedstawia rozkład pola elektromagnetycznego na rysunku 5.12 a - b. W ogólności jednak wzrost chropowatości powierzchni zmniejsza współczynnik transmisji przez strukturę warstwową, co możemy zaobserwować po zmianie długości fali oświetlającej soczewkę na rozkładach pola na rysunkach 5.12 c i d.

Zmiana właściwości materiałów, z których zbudowana jest wielowarstwa, na charakteryzujące się mniejszą absorpcją, nie może być wykorzystana do kompenacji strat transmisji w wyniku nierówności warstw. Wprowadzenie chropowatości prowadzi do powstania losowych zaburzeń rozkładu pola elektromagnetycznego, których interferencja wprowadza zniekształcenie optycznej funkcji przenoszenia (ang. OTF - Optical Transfer Function) [40]. Odpowiednio dobrany współ-

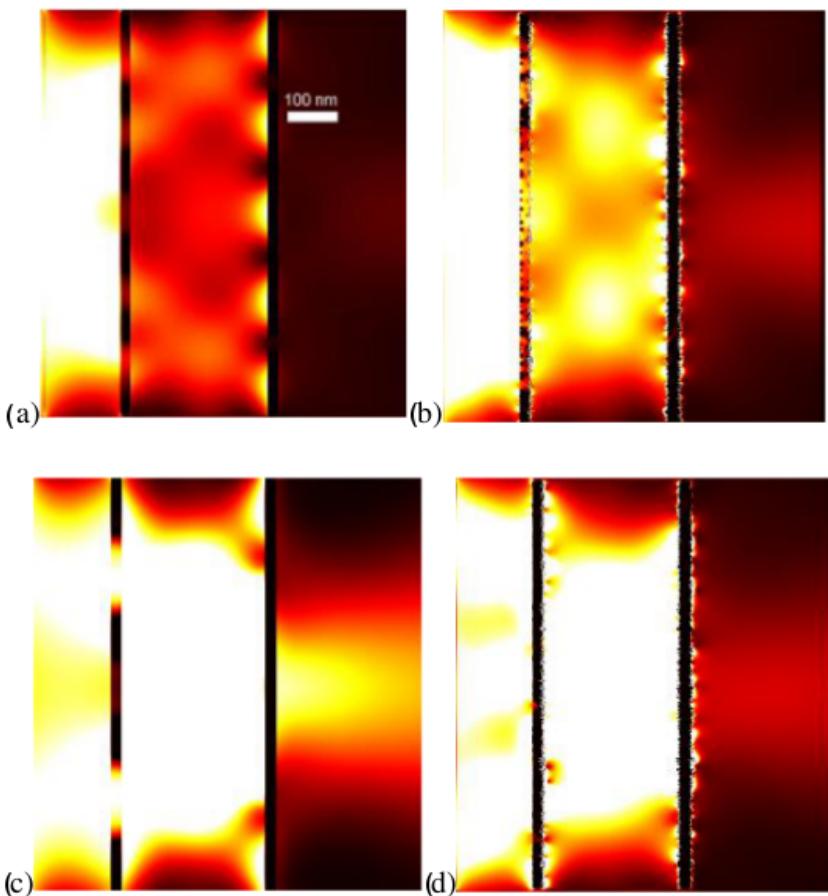


Rysunek 5.11: Pomiary grubości na powierzchni napylonej warstwy 30 nm srebra za pomocą AFM. Pomiary wykonał dr Tomasz Stefaniuk.

czynnik absorpcji wewnętrz metalu zapewnia szybkie zanikanie losowych zaburzeń umożliwiając zachowanie płaskiego charakteru OTF<sup>4</sup>. Szczególne znaczenie dla zachowania własności obrazowania podfalowego ma płaszczyzna wyjściowa wielowarstwy, na której utrzymanie RMS poniżej 0.6 nm jest kluczowe dla użycania PSF o szerokości podfalowej [113].

Należy zwrócić uwagę, że na skutek chropowatości współczynnik  $\varepsilon_z$  zostaje zmniejszony w okolicach rezonansu [113] (dla idealnej supersoczewki  $\varepsilon_z \rightarrow -\infty$ ), co powoduje, że możliwa jest efektywna transmisja wyższych częstotliwości przestrzennych, a co za tym idzie zwiększenie zdolności rozdzielczej układu. Właściwości obrazujące, które są optymalne przy płaskim kształcie OTF zostają jednocześnie zaburzone, a ich zachowanie możliwe jest poprzez użycie materiałów

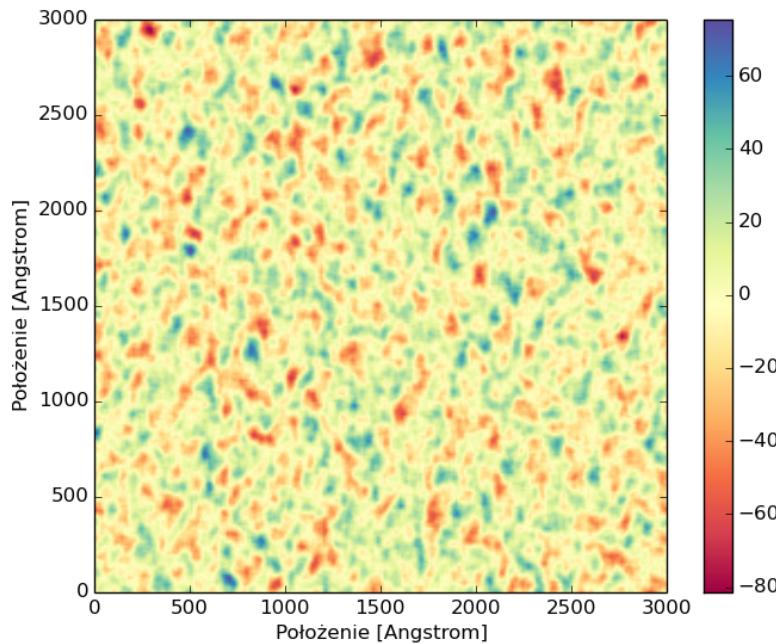
<sup>4</sup>Płaski charakter OTF oznacza równomierne tłumienie wszystkich częstotliwości przestrzennych. Jest to równoważne z małą szerokością PSF, a tym samym wysoką rozdzielczością obrazowania



Rysunek 5.12: Rozkład natężenia pola elektromagnetycznego wewnętrz i poza strukturą warstwową o własnościach supersoczewki z warstwami gładkimi- (a) i (c) oraz chropowatymi- (b) i (d), oświetlonej za pomocą źródła monochromatycznego o długościach fali odpowiednio (a),(b)  $\lambda = 430 \text{ nm}$  i (c),(d)  $\lambda = 490 \text{ nm}$  [111]

o większym współczynniku absorpcji. Na podstawie takiego rozważania Zhen Guo i in. [113] wnioskują, że chropowatość w zasadniczy sposób pogarsza zdolności obrazujące supersoczewki. Zdolność rozdzielcza jest natomiast determinowana poprzez stratność użytych materiałów.

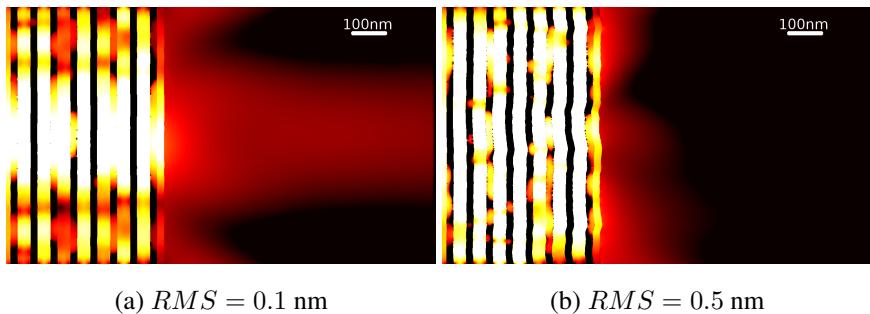
Porównanie wyników prac numerycznych prowadzonych przez różnych autorów dotyczących wpływu chropowatości na współczynnik transmisji, szerokość



Rysunek 5.13: Wizualizacja powierzchni chropowatej wygenerowanej na podstawie pomiarów AFM. Generowana dwuwymiarowa macierz losowa podlegająca rozkładowi normalnemu o widmowej gęstości mocy odpowiadającej wynikom pomiarów za pomocą AFM.

i kształt PSF oraz na zdolność rozdzielczą wielowarstwy wymaga uwzględnienia różnic w zastosowanej przez nich metodyce. Kluczowym elementem jest sposób generacji powierzchni chropowatej - w niektórych pracach nie jest uwzględniana autokorelacja nierówności [113], przez co zaniedbane zostają charakterystyczne elementy topologii widoczne w pomiarach za pomocą AFM. W innych wykorzystywane są algorytmy heurystyczne, łączące punkty z pomiarów mikroskopowych za pomocą wielomianów sklejanych<sup>5</sup> [110], w innych pracach autorzy opierają się na widmowym rozkładzie gęstości mocy zmiennej losowej [114]. Przykład powierzchni chropowatej wygenerowanej na podstawie pomiarów z mikroskopu

<sup>5</sup>tzw. krzywa B-sklejana, w literaturze polskiej postulowana bywa również nazwa splajn od angielskiego B-spline



Rysunek 5.14: Wyniki symulacji wielowarstwy o 17 chropowatych granicach ośrodków, z różnymi wartościami RMS charakteryzującymi chropowatość warstw. Na ilustracji (b) obserwujemy znaczne ograniczenie strumienia fali E-M propagującego się w pole dalekie na skutek interferencji wielu fal płaskich losowo zaburzonych przez nierówności [114].

AFM z wykorzystaniem ostatniej z wymienionych metod znajduje się na ilustracji 5.13.

Niezależnie od zastosowanej metodyki symulacji pola elektromagnetycznego i generacji warstw chropowatych składających się na supersoczewki zbudowane ze struktur MDM, wyniki pozwalają na wysunięcie zgodnych wniosków. Uzyskanie nadrozdzielczego obrazowania przez omawiane układy możliwe jest jedynie w wielowarstwach o  $RMS < 1.5 \text{ nm}$  [113; 109; 110]. Ponieważ każda chropowata powierzchnia przyczynia się do rozproszenia fali, wraz ze wzrostem liczby warstw własności transmisyjne i obrazujące stosu MDM stają się bardziej wrażliwe na chropowatości powierzchni [113]. W przypadku stosów składających się z kilkunastu warstw, RMS nawet na poziomie 0.5 nm może uniemożliwić uzyskanie wysokiego współczynnika transmisji, a co za tym idzie praktycznego wykorzystania tego typu soczewek [114]. Wpływ chropowatości na rozkład pola E-M jak i współczynnik transmisji przez stos metaliczno-dielektryczny prezentują rozkłady pola E-M na rysunku 5.14.



## Rozdział 6

### Podsumowanie

Wspólnym mianownikiem pracy są wykorzystywane metody oraz podfałowa charakterystyka analizowanych elementów fotonicznych. Warto jednak zwrócić uwagę, że w w poszczególnych rozdziałach analizie poddawane były zupełnie inne zakresy długości fal, charakteryzujące się innymi właściwościami materii. Zaczynając od układów do jednokierunkowej transmisji i skupiania wiązki światła dla zakresu THz (długości fali ok. 3 cm), które zostały przedstawione w rozdziale 3, przez struktury warstwowe o właściwościach UPML w zakresie podczerwieni omówionych w 4, a kończąc w 5 na wielowarstwach metaliczno-dielektrycznych charakteryzujących się bezdyfrakcyjną propagacją promieniowania E-M dla zakresu widzialnego.

Prace dla zakresu THz koncentrowały się na projektowaniu i optymalizacji układów, które podlegały późniejszej weryfikacji eksperimentalnej. Wyniki tych prac wskazały na możliwość uzyskania jednokierunkowej transmisji, zgodnej z twierdzeniem o wzajemności, w -1 i +1 rzędzie dyfrakcyjnym. Przeprowadzona analiza teoretyczna, wraz z potwierdzeniem eksperimentalnym, stanoiły podstawę krytki publikowanych wcześniej prac donoszących o możliwej asymetrii w zerowym rzędzie ugięcia [73]. W kolejnym kroku zaproponowana została jednokierunkowa soczewka dyfrakcyjna charakteryzująca się kontrastem  $C = 99.8\%$  [75].

Dla zakresu THz zaprojektowane zostały również koncentryczne siatki dyfrakcyjne, w których podkład z *GaAs* można traktować, jako rdzeń falowodu. Konstrukcja ta, pozwoliła na budowę efektywnych anten dla detektorów promieniowania THz, omówionych w 3.2.2. Zaprojektowane anteny pozwalają na sprzęganie fal THz z obszarów o rozmiarach kilku centymetrów kwadratowych, z wydajnością 80%.

W rozdziale 4 prowadzone prace realizowane były dla zakresu dalekiej podczerwieni. Przedstawiono prace numeryczne zawierające propozycję realizacji nieodbijającej warstwy pochłaniającej za pomocą układów warstwowych. Całość projektu przedstawia analizę opartą na wyidealizowanych (nieistniejących fizycznie) materiałach, przez serię przybliżeń, aż do symulacji opartych na własnościach materiałowych zaczerpniętych z prac eksperymentalnych [78; 95].

W przedostatnim, rozdziale 5 omówione zostały struktury fotoniczne dla światła widzialnego (długości fali rzędu kilkuset nanometrów). Przedstawiono, w szerokim kontekście literaturowym, wkład autora w badania dotyczące układów opartych o wielowarstwy metaliczno-dielektryczne przeznaczone do obrazowania, rzucania i koncentracji wiązek promieniowania E-M o rozmiarach podfalowych. Wykonane symulacje o bardzo dużej rozdzielczości pozwoliły określić wymagania na parametry statystyczne opisujące gładkość napylonych warstw umożliwiającą eksperymentalną weryfikację obrazowania podfalowego.

Ze względu na duże wymogi mocy obliczeniowej jak i złożoność pamięciową wykorzystywanych metod, konieczne było wykorzystanie infrastruktury HPC (ang. High-performance computing). Używane zasoby obliczeniowe były udostępniane przez Interdyscyplinarne Centrum Modelowania Matematycznego i Komputerowego UW oraz infrastrukturę PLgrid.

# Bibliografia

- [1] E. Yablonovitch, “Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics,” *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059 [1987].
- [2] S. John, “Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices,” *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2486 [1987].
- [3] E. Yablonovitch, T. Gmitter, and K. Leung, “Photonic band structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms,” *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2295 [1991].
- [4] T. F. Krauss, M. Richard, and S. Brand, “Two-dimensional photonic-bandgap structures operating at near-infrared wavelengths,” *Nature* **383**, 699–702 [1996].
- [5] A. Ward and J. Pendry, “Refraction and geometry in Maxwell’s equations,” *J. Mod. Opt.* **43**, 773–793 [1996].
- [6] S. Han, Y. Xiong, D. Genov, Z. Liu, G. Bartal, and X. Zhang, “Ray optics at a deep-subwavelength scale: a transformation optics approach,” *Nano Lett.* **8**, 4243–4247 [2008].
- [7] A. V. Kildishev and V. M. Shalaev, “Engineering space for light via transformation optics,” *Opt. Lett.* **33**, 43–45 [2008].
- [8] J. Li, S. Han, S. Zhang, G. Bartal, and X. Zhang, “Designing the Fourier space with transformation optics,” *Opt. Lett.* **34**, 3128–3130 [2009].

- [9] F. Gao, X. Shi, X. Lin, H. Xu, and B. Zhang, “Translation and Rotation of Transformation Media under Electromagnetic Pulse,” *Sci. Rep.* **6** [2016].
- [10] D. Schurig, J. Mock, B. Justice, S. A. Cummer, J. Pendry, A. Starr, and D. Smith, “Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies,” *Science* **314**, 977–980 [2006].
- [11] F. Sun and S. He, “Optic-null space medium for cover-up cloaking without any negative refraction index materials,” *Sci. Rep.* **6** [2016].
- [12] P. Alitalo and S. Tretyakov, “Electromagnetic cloaking with metamaterials,” *Mater. Today* **12**, 22–29 [2009].
- [13] J. B. Pendry, “Negative Refraction Makes a Perfect Lens,” *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3966–3969 [2000].
- [14] P. Loschialpo, D. Smith, D. Forester, F. Rachford, and J. Schelleng, “Electromagnetic waves focused by a negative-index planar lens,” *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys* **67**, 025602 [2003].
- [15] D. R. Smith, D. Schurig, M. Rosenbluth, S. Schultz, S. A. Ramakrishna, and J. B. Pendry, “Limitations on subdiffraction imaging with a negative refractive index slab,” *Appl. Phys. Lett.* **82**, 1506–1508 [2003].
- [16] S. A. Ramakrishna, J. Pendry, D. Schurig, D. Smith, and S. Schultz, “The asymmetric lossy near-perfect lens,” *J. Mod. Opt.* **49**, 1747–1762 [2002].
- [17] V. G. Veselago, “The ELectrodynamics Of Substances with Simultaneously Negative Values Of  $\epsilon$  And  $\mu$ ,” *Phys. Usp.* **10**, 509–514 [1968].
- [18] Z. Liu, H. Lee, Y. Xiong, C. Sun, and X. Zhang, “Far-field optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects,” *Science* **315**, 1686–1686 [2007].
- [19] Z. Jacob, L. V. Alekseyev, and E. Narimanov, “Optical hyperlens: far-field imaging beyond the diffraction limit,” *Opt. Express* **14**, 8247–8256 [2006].

- [20] Z. Jacob, L. V. Alekseyev, and E. Narimanov, “Semiclassical theory of the hyperlens,” *J. Opt. Soc. Am.* **24**, A52–A59 [2007].
- [21] C. Ma, R. Aguinaldo, and Z. Liu, “Advances in the hyperlens,” *Chin. Sci. Bull.* **55**, 2618–2624 [2010].
- [22] J. Rho, Z. Ye, Y. Xiong, X. Yin, Z. Liu, H. Choi, G. Bartal, and X. Zhang, “Spherical hyperlens for two-dimensional sub-diffractive imaging at visible frequencies,” *Nat. Commun.* **1**, 143 [2010].
- [23] T. W. Ebbesen, H. Lezec, H. Ghaemi, T. Thio, and P. Wolff, “Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays,” *Nature* **391**, 667–669 [1998].
- [24] T. Rylander and A. Bondeson, *Computational electromagnetics 2nd ed.* (Springer, 2013), Vol. 51.
- [25] A. Taflove *et al.*, *Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method* (Artech House, 2005).
- [26] J. J. Hench and Z. STRAKOŠ, “The RCWA method-a case study with open questions and perspectives of algebraic computations,” *Electr. Trans. Num. Anal.* **31**, 331–357 [2008].
- [27] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, “Fundamentals of photonics,” Wiley Interscience [2007].
- [28] P. Yeh, “Optical waves in layered media,” [2005].
- [29] R. Scarmozzino, A. Gopinath, R. Pregla, and S. Helfert, “Numerical techniques for modeling guided-wave photonic devices,” *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **6**, 150–162 [2000].
- [30] J. Van Roey, J. Van der Donk, and P. Lagasse, “Beam-propagation method: analysis and assessment,” *J. Opt. Soc. Am.* **71**, 803–810 [1981].
- [31] P. Markos and C. M. Soukoulis, *Wave propagation: from electrons to photonic crystals and left-handed materials* (Princeton University Press, 2008).

- [32] K. Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media,” IEEE Antennas Propagat. Mag. **14**, 302–307 [1966].
- [33] J. B. Schneider, “Understanding the finite-difference time-domain method,” School of electrical engineering and computer science Washington State University <http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd/> (data pobrania: 29.11. 2012) [2010].
- [34] J. Berenger, “A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves,” J. Comput. Phys. **114**, 185–200 [1994].
- [35] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, and J.-F. Lee, “A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition,” IEEE Trans. Antennas Propagat. Mag. **43**, 1460–1463 [1995].
- [36] C. M. Rappaport, “Perfectly matched absorbing boundary conditions based on anisotropic lossy mapping of space,” IEEE Microw. Compon. Lett. **5**, 90–92 [1995].
- [37] A. F. Oskooi, L. Zhang, Y. Avniel, and S. G. Johnson, “The failure of perfectly matched layers, and towards their redemption by adiabatic absorbers,” Opt. Express **16**, 11376–11392 [2008].
- [38] T. J. Antosiewicz, *Wpływ nanostruktury sondy metalizowanej na rozdzielczosć optycznego mikroskopu skaningowego bliskiego pola* (Rozprawa doktorska. Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski., 2009).
- [39] A. F. Oskooi, D. Roundy, M. Ibanescu, P. Bermel, J. D. Joannopoulos, and S. G. Johnson, “MEEP: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method,” Comput. Phys. Commun. **181**, 687–702 [2010].
- [40] J. Goodman, “Introduction to Fourier optics,” McGraw-Hill [2004].
- [41] D. J. Griffiths and R. College, *Introduction to electrodynamics* (Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 1999), Vol. 3.

- [42] A. Sihvola, *Electromagnetic Mixing Formulas and Applications, Electromagnetics and Radar Series* (Institution of Electrical Engineers, 1999).
- [43] A. Pastuszczak and R. Kotyński, “Optimized low-loss multilayers for imaging with sub-wavelength resolution in the visible wavelength range,” *J. Appl. Phys.* **109**, 084302 [2011].
- [44] J. Elser, V. A. Podolskiy, I. Salakhutdinov, and I. Avrutsky, “Nonlocal effects in effective-medium response of nanolayered metamaterials,” *Appl. Phys. Lett.* **90**, 191109 [2007].
- [45] A. Chebykin, A. Orlov, A. Vozianova, S. I. Maslovski, Y. S. Kivshar, and P. A. Belov, “Nonlocal effective medium model for multilayered metal-dielectric metamaterials,” *Phys. Rev. B* **84**, 115438 [2011].
- [46] M. Netti, A. Harris, J. Baumberg, D. Whittaker, M. Charlton, M. Zoorob, and G. Parker, “Optical trirefringence in photonic crystal waveguides,” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1526 [2001].
- [47] C. Díaz-Aviñó, D. Pastor, C. J. Zapata-Rodríguez, M. Naserpour, R. Kotyński, and J. J. Miret, “Some considerations on the transmissivity of trirefrangent metamaterials,” *J. Opt. Soc. Am. B* **33**, 116–125 [2016].
- [48] Wikipedia, “Prawo Amdahla — Wikipedia, The Free Encyclopedia,”, 2004, [data pobrania 05-11-2016].
- [49] E. Zahavi, G. Johnson, D. J. Kerbyson, and M. Lang, “Optimized Infini-BandTM fat-tree routing for shift all-to-all communication patterns,” *CCPE* **22**, 217–231 [2010].
- [50] X.-C. Zhang and J. Xu, *Introduction to THz wave photonics* (Springer, 2010), Vol. 29.
- [51] Y.-S. Lee, *Principles of Terahertz Science and Technology* (Springer Science & Business Media, 2009).

- [52] H.-J. Hagemann, W. Gudat, and C. Kunz, “Optical constants from the far infrared to the x-ray region: Mg, Al, Cu, Ag, Au, Bi, C, and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>,” *J. Opt. Soc. Am.* **65**, 742–744 [1975].
- [53] T. Skauli *et al.*, “Improved dispersion relations for GaAs and applications to nonlinear optics,” *J. Appl. Phys.* **94**, 6447–6455 [2003].
- [54] M. Ordal, L. Long, R. Bell, S. Bell, R. Bell, R. Alexander, and C. Ward, “Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, and W in the infrared and far infrared,” *Appl. Opt.* **22**, 1099–1119 [1983].
- [55] D. Lide and W. Haynes, *CRC Handbook of chemistry and physics* (Boca Raton, CRC, 2009).
- [56] Y. Zhang, B. Chang, Z. Yang, J. Niu, Y. Xiong, F. Shi, H. Guo, and Y. Zeng, “Annealing study of carrier concentration in gradient-doped GaAs/GaAlAs epilayers grown by molecular beam epitaxy,” *Appl. Opt.* **48**, 1715–1720 [2009].
- [57] F. Sizov and A. Rogalski, “THz detectors,” *Prog. Quant. Electron.* **34**, 278–347 [2010].
- [58] W. Knap *et al.*, “Nonresonant detection of terahertz radiation in field effect transistors,” *J. Appl. Phys.* **91**, 9346–9353 [2002].
- [59] P. Kopyt, B. Salski, J. Marczewski, P. Zagrajek, and J. Lusakowski, “Parasitic Effects Affecting Responsivity of Sub-THz Radiation Detector Built of a MOSFET,” *J. Infrared Millim. Terahertz Waves* **36**, 1059–1075 [2015].
- [60] L. Martin-Moreno, F. Garcia-Vidal, H. Lezec, K. Pellerin, T. Thio, J. Pendry, and T. Ebbesen, “Theory of extraordinary optical transmission through subwavelength hole arrays,” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1114 [2001].
- [61] K. K. Koerkamp, S. Enoch, F. Segerink, N. Van Hulst, and L. Kuipers, “Strong influence of hole shape on extraordinary transmission through periodic arrays of subwavelength holes,” *Phys. Rev. Lett.* **92**, 183901 [2004].

- [62] J. Szczytko, M. Stolarek, B. Pietka, and J. Łusakowski, “Terahertz properties of metallic layers and grids,” Proc. of MIKON **1**, 271–275 [2012].
- [63] J.-F. Roux, F. Aquistapace, F. Garet, L. Duvillaret, and J.-L. Coutaz, “Grating-assisted coupling of terahertz waves into a dielectric waveguide studied by terahertz time-domain spectroscopy,” Appl. Opt. **41**, 6507–6513 [2002].
- [64] J. Petykiewicz, *Podstawy fizyczne optyki scalonej* (PWN, 1989).
- [65] M. Stolarek, A. Pastuszczak, and R. Kotyński, “Numerical analysis of transmission through a sub-wavelength metallic aperture or grating at visible and Terahertz wavelengths,” Proc. of ICTON [2011].
- [66] D. Jalas *et al.*, “What is and what is not an optical isolator,” Nature Photon. **7**, 579–582 [2013].
- [67] M. J. Lockyear, A. P. Hibbins, K. R. White, and J. R. Sambles, “One-way diffraction grating,” Phys. Rev. E **74**, 056611 [2006].
- [68] C. Cheng, J. Chen, Q.-Y. Wu, F.-F. Ren, J. Xu, Y.-X. Fan, and H.-T. Wang, “Controllable electromagnetic transmission based on dual-metallic grating structures composed of subwavelength slits,” Appl. Phys. Lett. **91** [2007].
- [69] C. Cheng, J. Chen, D.-J. Shi, Q.-Y. Wu, F.-F. Ren, J. Xu, Y.-X. Fan, J. Ding, and H.-T. Wang, “Physical mechanism of extraordinary electromagnetic transmission in dual-metallic grating structures,” Phys. Rev. B **78**, 075406 [2008].
- [70] J.-T. Shen, P. B. Catrysse, and S. Fan, “Mechanism for designing metallic metamaterials with a high index of refraction,” Phys. Rev. Lett. **94**, 197401 [2005].
- [71] H. Chan *et al.*, “Optical transmission through double-layer metallic subwavelength slit arrays,” Opt. Lett. **31**, 516–518 [2006].

- [72] J. Xu, C. Cheng, M. Kang, J. Chen, Z. Zheng, Y.-X. Fan, and H.-T. Wang, “Unidirectional optical transmission in dual-metal gratings in the absence of anisotropic and nonlinear materials,” Opt. Lett. **36**, 1905–1907 [2011].
- [73] M. Stolarek, D. Yavorskiy, R. Kotyński, C. Zapata-Rodríguez, J. Łusakowski, and T. Szoplik, “Asymmetric transmission of terahertz radiation through a double grating,” Opt. Lett. **38**, 839–841 [2013].
- [74] M. Stolarek, D. Yavorskiy, R. Kotynski, C. Zapata Rodriguez, J. Lusakowski, and T. Szoplik, “Broadband asymmetric transmission of THz radiation through double metallic gratings,” Proc. of ICTON [2013], doi: 10.1109/ICTON.2013.6603070.
- [75] D. Yavorskiy, M. Stolarek, J. Łusakowski, and R. Kotyński, “Asymmetric transmission of radially polarized THz radiation through a double circular grating,” Opt. Express **22**, 30547–30552 [2014].
- [76] T. Grosjean, F. Baida, R. Adam, J. Guillet, L. Billot, P. Nouvel, J. Torres, A. Penarier, D. Charraut, and L. Chusseau, “Linear to radial polarization conversion in the THz domain using a passive system,” Opt. Express **16**, 18895–18909 [2008].
- [77] J. Pendry, A. Aubry, D. Smith, and S. Maier, “Transformation optics and subwavelength control of light,” Science **337**, 549–552 [2012].
- [78] A. Pastuszczak, M. Stolarek, T. Antosiewicz, and R. Kotyński, “Multilayer metamaterial absorbers inspired by perfectly matched layers,” Opt. Quant. Electron. **47**, 89–97 [2015].
- [79] D. Poitras and J. Dobrowolski, “Toward perfect antireflection coatings. 2. Theory,” Appl. opt. **43**, 1286–1295 [2004].
- [80] Y. Pochi, “Optical waves in layered media,” J. Wiley & Sons [1988].
- [81] B. Monacelli, J. B. Pryor, B. A. Munk, D. Kotter, and G. D. Boreman, “Infrared frequency selective surface based on circuit-analog square loop design,” IEEE Trans. Antennas Propag. **53**, 745–752 [2005].

- [82] W. W. Salisbury, “Absorbent body for electromagnetic waves,”, 1952, US Patent 2,599,944.
- [83] J. Ramprecht, M. Norgren, and D. Sjoberg, “Scattering from a thin magnetic layer with a periodic lateral magnetization: Application to electromagnetic absorbers,” *Prog Electromagn Res* **83**, 199–224 [2008].
- [84] C. M. Watts, X. Liu, and W. J. Padilla, “Metamaterial electromagnetic wave absorbers,” *Adv. Mater.* **24** [2012].
- [85] K. Mizuno, J. Ishii, H. Kishida, Y. Hayamizu, S. Yasuda, D. N. Futaba, M. Yumura, and K. Hata, “A black body absorber from vertically aligned single-walled carbon nanotubes,” *PNAS* **106**, 6044–6047 [2009].
- [86] S. Guo, A. B. Sushkov, D. H. Park, H. D. Drew, P. W. Kolb, W. N. Herman, and R. J. Phaneuf, “Impact of interface roughness on the performance of broadband blackbody absorber based on dielectric-metal film multilayers,” *Opt. Express* **22**, 1952–1962 [2014].
- [87] T. D. Corrigan, D. H. Park, H. D. Drew, S.-H. Guo, P. W. Kolb, W. N. Herman, and R. J. Phaneuf, “Broadband and mid-infrared absorber based on dielectric-thin metal film multilayers,” *Appl. Opt.* **51**, 1109–1114 [2012].
- [88] G. Barton, *Elements of Green's functions and propagation* (Clarendon Press, 1989).
- [89] S. G. Johnson, “Notes on the algebraic structure of wave equations,” Online at <http://math.mit.edu/~stevenj/18.369/wave-equations.pdf> [2007].
- [90] F. L. Teixeira and W. C. Chew, “General closed-form PML constitutive tensors to match arbitrary bianisotropic and dispersive linear media,” *IEEE Microw. Compon. Lett.* **8**, 223–225 [1998].
- [91] S. G. Johnson, “Notes on perfectly matched layers (PMLs),” Lecture notes, MIT [2008].

- [92] J. Valentine, S. Zhang, T. Zentgraf, E. Ulin-Avila, D. A. Genov, G. Barbal, and X. Zhang, “Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index,” *Nature* **455**, 376–379 [2008].
- [93] H. Li, “Refractive index of alkali halides and its wavelength and temperature derivatives,” *J. Phys. Chem. Ref. Data* **5**, 329–528 [1976].
- [94] J. Kischkat *et al.*, “Mid-infrared optical properties of thin films of aluminum oxide, titanium dioxide, silicon dioxide, aluminum nitride, and silicon nitride,” *Appl. Opt.* **51**, 6789–6798 [2012].
- [95] T. Stefaniuk, M. Stolarek, A. Pastuszczak, P. Wróbel, B. Wieciech, T. J. Antosiewicz, and R. Kotyński, “Perfectly matched layer based multilayer absorbers,” In *SPIE Optics+ Optoelectronics*, p. vol. 95020F (2015).
- [96] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, “Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity,” *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4184–4187 [2000].
- [97] P. B. Johnson and R. W. Christy, “Optical Constants of the Noble Metals,” *Phys. Rev. B* **6**, 4370–4379 [1972].
- [98] I. H. Malitson, “Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica,” *J. Opt. Soc. Am.* **55**, 1205–1208 [1965].
- [99] M. Scalora, M. J. Bloemer, A. S. Pethel, J. P. Dowling, C. M. Bowden, and A. S. Manka, “Transparent, metallo-dielectric, one-dimensional, photonic band-gap structures,” *J. Appl. Phys.* **83**, 2377–2383 [1998].
- [100] S. A. Ramakrishna, J. Pendry, M. Wiltshire, and W. Stewart, “Imaging the near field,” *J. Mod. Opt.* **50**, 1419–1430 [2003].
- [101] J. R. Devore, “Refractive Indices of Rutile and Sphalerite,” *J. Opt. Soc. Am.* **41**, 416–417 [1951].
- [102] B. Wood, J. Pendry, and D. Tsai, “Directed subwavelength imaging using a layered metal-dielectric system,” *Phys. Rev. B* **74**, 115116 [2006].

- [103] Q. M. Quan, S. L. Zhu, and R. P. Wang, “Refraction in the fixed direction at the surface of dielectric/silver superlattice,” *Phys. Lett. A* **359**, 547–549 [2006].
- [104] R. Kotyński, T. Stefaniuk, and A. Pastuszczak, “Sub-wavelength diffraction-free imaging with low-loss metal-dielectric multilayers,” *Appl. Phys. A* **103**, 905–909 [2011].
- [105] M. Stolarek, A. Pastuszczak, J. Pniewski, and R. Kotyński, “Sub-wavelength imaging using silver-dielectric metamaterial layered prism,” *Proc. SPIE* **7746**, 774613–774613–8 [2010].
- [106] Z. Junming, F. Yijun, Z. Bo, and J. Tian, “Sub-wavelength image manipulating through compensated anisotropic metamaterial prisms,” *Opt. Express* **16**, 18057–18066 [2008].
- [107] D. Barros and T. Dumelow, “Two-prism crystal structures for far-field imaging of subwavelength features at terahertz frequencies,” *J. Opt.* **18**, 085103 [2016].
- [108] A. Pastuszczak, M. Stolarek, and R. Kotynski, “Slanted layered superlenses for subwavelength light manipulation,” *Proc. of ICTON* [2011], doi:10.1109/ICTON.2011.5971070.
- [109] T. Stefaniuk, G. Nowak, and R. Kotynski, “Effect of surface roughness on subwavelength imaging with layered metamaterial optical elements,” *Proc. SPIE* **8070**, 807010 [2011].
- [110] A. Ludwig and K. J. Webb, “Impact of surface roughness on the effective dielectric constants and subwavelength image resolution of metal–insulator stack lenses,” *Opt. Lett.* **37**, 4317–4319 [2012].
- [111] M. Stolarek, P. Wróbel, T. Stefaniuk, M. Włazło, A. Pastuszczak, and R. Kotyński, “Spatial filtering with rough metal-dielectric layered metamaterials,” *Photonics Lett. Pol.* **5**, 60–62 [2013].

- [112] S. Huang, H. Wang, K.-H. Ding, and L. Tsang, “Subwavelength imaging enhancement through a three-dimensional plasmon superlens with rough surface,” Opt. Lett. **37**, 1295–1297 [2012].
- [113] Z. Guo, Q. Huang, C. Wang, P. Gao, W. Zhang, Z. Zhao, L. Yan, and X. Luo, “Negative and Positive Impact of Roughness and Loss on Subwavelength Imaging for Superlens Structures,” Plasmonics **9**, 103–110 [2014].
- [114] A. Pastuszczak, M. Stolarek, and R. Kotyński, “Engineering the point spread function of layered metamaterials,” Opto-Electron. Rev. **21**, 355–366 [2013].

## Spis rysunków

2.1	Porównanie siatek dyskretyzacji dla metody (a) różnic skończonych (ang. finite-difference) , (b) elementu skońzonego (ang. finite-element, FEM) . . . . .	8
2.2	Ilustracja podstawowego elementu w symulacjach metodą TMM, wraz z ilustracją amplitud z równania (2.4). Opisywanym elementem może być warstwa, granica warstw lub struktura warstwowa.	11
2.3	Graficzna prezentacja dyskretyzacji w jednowymiarowej metodzie FDTD. Pozioma przerywana linia wskazuje przykładową granicę pomiędzy wartościami już obliczonymi i szukanymi w kolejnym kroku symulacji. . . . .	15
2.4	Porównanie wyników symulacji z propagacją fali E-M w wolnej przestrzeni dla symulacji, w której brzeg z warunkiem Dirichleta (a) jest otaczany przez materiał o współczynniku załamania $n = 1$ , (b) został otoczony obszarem PML . . . . .	18

---

2.5 Przykład dyskretyzacji wykorzystywanej do rozwiązywania równań różniczkowych metodą BOR-FDTD [38] . . . . .	21
2.6 Możliwe przyspieszenie symulacji zgodnie z (2.37), przy zerowym koszcie zrównoleglenia ( $s$ równe liczbie używanych rdzeni) dla różnych wartości $P$ [48] . . . . .	31
3.1 Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali dla (a) $Au$ [52], (b) $GaAs$ [53] . . . . .	35
3.2 Schemat układu umożliwiającego uzyskanie nadzwyczajnej transmisji, złożonego z metalowej siatki ze szczerbiną . . . . .	37
3.3 Schemat siatki dyfrakcyjnej z definicją oznaczeń użytych w tekście	37
3.4 Zależność współczynnika transmisji od parametrów geometrycznych siatki. Niebieską linią kropkowaną zaznaczono przewidywane wzorem (3.3) położenie maksimum rezonansu transmisji. . . . .	39
3.5 Rozkład gęstości energii pola E-M dookoła siatki złotej oświetlonej z góry za pomocą monochromatycznego źródła o długości fali (a) $\lambda = 525\mu m$ , (b) $\lambda = 500\mu m$ . . . . .	40
3.6 Schemat detektora promieniowania THz na tranzystorze polowym umieszczonym w falowodzie z $GaAs$ z naniesioną złotą siatką dyfrakcyjną . . . . .	41
3.7 Wyniki rozwiązania problemu sprzągania fali do falowodu planarnego o grubości $h = 400 \mu m$ z $GaAs$ za pomocą siatki dyfrakcyjnej. (a) Zależność efektywnego współczynnika załamania $n_{eff}$ od długości fali, (b) wykres łączący okres siatki dyfrakcyjnej z długością fali, dla której pracuje antena. . . . .	44
3.8 Uzyskany za pomocą symulacji metodą FDTD, uśredniony rozkład gęstości energii pola elektromagnetycznego wewnętrz falowodu z $GaAs$ o grubości $h=400 \mu m$ , na którym umieszczono antenę w postaci siatki dyfrakcyjnej o okresie $d = 729 \mu m$ oświetloną pod kątem normalnym za pomocą źródła o częstotliwości 300 GHz. . . . .	44

3.9 Rozkład energii pola E-M uzyskany w symulacji metodą BOR FDTD wewnątrz falowodu planarnego z siatką o geometrii cylindrycznej umieszczoną na podkładzie z <i>GaAs</i> . Wynik symulacji znajduje się w przekroju przedstawionym na rysunku. Obrazowe przejście do geometrii cylindrycznej uzyskano przez wizualizację średniej wartości w danym punkcie falowodu. . . . .	45
3.10 Schematyczny obraz siatki DMG analizowanej w pracy [68] . . . . .	46
3.11 Schemat podwójnej siatki metalowej DMG zaprojektowanej do uzyskania transmisji asymetrycznej . . . . .	48
3.12 Rozkład gęstości energii pola E-M w przypadku prostopadłego oświetlenia układu DMG zaprojektowanego do transmisji asymetrycznej od strony siatki z rowkami [73] . . . . .	49
3.13 Rozkład gęstości energii pola E-M w przypadku prostopadłego oświetlenia układu DMG zaprojektowanego do transmisji asymetrycznej od strony siatki podfalowej [73] . . . . .	50
3.14 Zależność natężeniowego współczynnika transmisji przez omanianą strukturę DMG od długości fali dla oświetlenia z różnych stron. Wykres odpowiada DMG o $\Lambda_1 = 2\Lambda_2 = 4.2$ mm, $a_1 = a_2 = a_3 = 0.7$ mm, $h_1 = h_2 = 2h_0 = 1$ mm [73]. . . . .	50
3.15 (a) Schemat układu eksperymentalnego: S - dioda Gunna, Ch - chopper, L1/L2 - soczewki z PTFE, D - detektor, F- struktura DMG. (b) Wyniki pomiaru natężenia transmitowanego przez strukturę DMG w funkcji kąta transmitowanego przez strukturę DMG w obu kierunkach [73]. . . . .	51
3.16 Zależność współczynników $R$ (a) i (c) oraz $Q$ (b) i (d) od długości fali $\lambda$ oraz od rozmiarów otworów w obu siatkach. Rozmiar otworów dla (a) i (b) jest jest równy $d_1 = 0.7$ mm, natomiast dla (c) i (d) $d_2 = 0.7$ mm . . . . .	53
3.17 Schemat DMG w konfiguracji cylindrycznej uzyskiwanej przez złożenie wielu przesłon o grubości $\frac{\lambda}{30}$ [75] . . . . .	54

---

3.18 Rozkład gęstości energii pola E-M dla cylindrycznej siatki DMG oświetlonej falą o płaskim froncie falowym wykazujący (a) wysoką transmisję i koncentrację (b) brak transmisiji fali padającej [75]. Wewnątrz wykresów przedstawione zostały powiększone obrazy rozkładu gęstości energii w pobliżu struktury. . . . .	55
3.19 Schemat wykorzystywanego układu eksperymentalnego. S – dioda Gunna emitująca promieniowanie E-M o częstotliwości 0.1 THz, C – chopper, PM – zwierciadło paraboliczne, ITO – zwierciadło z ITO, DPE – stopień przesuwający fazę w połowie przekroju wiązki wykonany z PTFE, TW – falówka o stożkowych zakończeniach, F – soczewka dyfrakcyjna oparta na strukturze DMG, GC – detector (komórka Golay'a) na stoliku przesuwnym xyz [75]. . . . .	56
3.20 Przekrój przez wiązkę w odległości (a) 80 mm i (b) 110 mm od soczewki uzyskane dla kierunku przepuszczającego (po lewo) oraz blokującego (po prawo). Rysunki w górnym rzędzie prezentują wyniki symulacji uzyskanych metodą BOR-FDTD, dolne zostały uzyskane eksperymentalnie. Odległości na rysunkach oznaczono w mm. Natężenie przedstawiono w jednostkach umownych [75]. . . . .	57
4.1 (a) Schemat prostej warstwy antyodbiciowej (b) Płytki absorbowiące Salisburego . . . . .	60
4.2 Zależność współczynnika odbicia od współczynnika załamania warstwy antyreleksyjnej dla warstwy o grubości $d = \frac{\lambda_0}{4n_1}$ umieszczonej pomiędzy powietrzem, a materiałem o współczynniku załamania $n_3 = 1.5$ . . . . .	61
4.3 Zależność natężeniowego współczynnika odbicia od grubości warstwy metalowej $d_m$ , dla grubości warstwy o współczynniku załamania $n_2 = 3.34 + 4.27i$ również odpowiednio $d = 0.2631\lambda_0$ i $d = 0.25\lambda_0$ . . . . .	63

4.4 Na rysunkach (a) i (b) przedstawiono odpowiednio rzeczywiste wartości położenia na zespolonej płaszczyźnie $\tilde{x}$ i odpowiadające im rozwiązanie równania falowego. Na rysunku (c) dla arbitralnej wartości $\operatorname{Re}(\tilde{x}) > 5$ przedstawiono zmieniony kontur wykorzystujący zespolone wartości dla $\tilde{x}$ . Odpowiednie dla zmodyfikowanego konturu (c) rozwiązanie równania falowego przedstawia wykres na rysunku (d). . . . .	67
4.5 Schematyczne przedstawienie analizowanej struktury warstwowej i przybliżanego za pomocą modelu ośrodka efektywnego ośrodka PML . . . . .	70
4.6 Zależność przenikalności elektrycznej materiałów tworzących UPML (w lewej kolumnie $\varepsilon_{w1}$ , w prawej $\varepsilon_{w2}$ ) w funkcji współczynnika wypełnienia i urojonej części parametru $s$ (założono, że $\operatorname{Re}(s)=1$ ). Górnny wiersz na wykresach (a) i (b) prezentuje zależności części rzeczywistych, dolny na wykresach (c) i (d) części urojonych przenikalności elektrycznych. Ujemne wartości $\varepsilon$ na wykresach (c) i (d) odpowiadają materiałom ze wzmacnieniem optycznym [78]. . . . .	72
4.7 Zależność natężeniowego współczynnika odbicia od kąta padania i okresu wielowarstwy dla struktury zgodnej ze schematem na rysunku 4.5, dla $N = 5$ par warstw, przy współczynniku wypełnienia $f = 0.6$ . Rysunek po lewej (a) przedstawia wyniki dla $s = 1 + 0.5i$ , wykres po prawej(b) przedstawia wyniki dla $s = 1 + 5i$ . Przez $a$ oznaczono rozmiar komórki elementarnej wielowarstwy [78]. . . . .	73
4.8 Zależność części urojonej przenikalności magnetycznej jednego z materiałów $\mu_{w1}$ , od części urojonej współczynnika $s$ i współczynnika wypełnienia $f$ w przypadku gdy założono $\mu_{w2} = 1$ [78]	74

4.9	Zależność natężeniowego współczynnika odbicia $R$ , od kąta padania i grubości warstw dla wielowarstwy składającej się z $N = 5$ okresów, dla $s = 1 + 5i$ i $f = 0.6$ . Spełniając założenie, że $\mu_{w2} = 1$ (a,c), oraz $\mu_{w1} = \mu_{w2} = 1$ , $\text{Im}(\varepsilon_1) \geq 0$ i $\text{Im}(\varepsilon_2) \geq 0$ (b,d). Wyniki dla polaryzacji TM (a,b) oraz TE (c,d). Przenikalność elektryczna $\varepsilon_{w1} = 1.474 + 1.017i$ [78]. . . . .	75
4.10	Wartości przenikalności elektrycznej w zakresie długości fali od 7 do $10 \mu\text{m}$ dla (a) $NaCl$ [93], (b) $SiO_2$ [94] . . . . .	76
4.11	Składowe $\varepsilon_x$ i $\varepsilon_z$ efektywnego tensora przenikalności elektrycznej wielowarstwy zbudowanej z $SiO_2$ i $NaCl$ , o współczynniku wypełnienia przez $SiO_2$ równym $f = 0.56$ . . . . .	76
4.12	Współczynnik transmisji (linia ciągła) i odbicia (linia przerywana) dla wielowarstwy złożonej z $SiO_2/NaCl$ zaprojektowanej dla oświetlenia falą o długości $8 \mu\text{m}$ , dla której współczynniki załamania $n_{SiO_2} = 0.41 + 0.32i$ , $n_{NaCl} = 1.51$ . Współczynnik wypełnienia struktury przez $SiO_2$ wynosi $f = 0.56$ , $a = 200nm$ . Rozważane zostały stosy o liczbie par warstw $N = 10, 100$ i $400$ [78].	77
4.13	Wyniki symulacji w geometrii cylindrycznej dla polaryzacji (a) TE i (b) TM. Struktura typu core-shell oświetlona jest z dołu. Na rysunku (a) zamieszczono wzorzec długości fali. . . . .	78
4.14	Zależność współczynnika absorpcji od długości fali dla padania normalnego, oraz uśrednionego po cosinusach kątów dla polaryzacji TM i TE dla zoptymalizowanej wielowarstwy $NiCr-BrF_2$ [95]	79
5.1	Zależność współczynnika załamania od długości fali w zakresie optycznym dla srebra - $Ag$ [97]. . . . .	83
5.2	Zależność współczynnika załamania od długości fali w zakresie optycznym dla szkła kwarcowego - $SiO_2$ [98] . . . . .	84
5.3	Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali w zakresie optycznym dla srebra $Ag$ [97]. . . . .	85
5.4	Schemat wielowarstwy metaliczno-dielektrycznej . . . . .	86

5.5 Przenikalność ośrodka efektywnego obliczona zgodnie ze wzorem (2.34) zbudowanego z warstw $Ag$ [97] i $TiO_2$ [101]. Współczynnik wypełnienia $f=1$ oznacza, że struktura zbudowana jest jedynie ze srebra. Konturem zaznaczono $\Re(\varepsilon_x) = 0$ oraz $\Re(\varepsilon_z) = 100$ . . . . .	88
5.6 Schemat pryzmatu zbudowanego z metamateriału mogącego charakteryzować się kierunkową (prostopadłą do granicy warstw) propagacją fali elektromagnetycznej. Strzałkami schematycznie przedstawiono kierunek propagacji fali E-M. . . . .	89
5.7 Wynik symulacji metodą FDTD propagacji fali E-M przez pryzmat zbudowany z omawianego metamateriału . Prawdziwy pryzmat oświetlony został wiązką gaussowską o szerokości połówkowej (FWHM) 90 nm i długości fali $\lambda = 421$ nm [105]. . . . .	90
5.8 Przykłady algorytmu śledzenia promieni dla wiązki promieni przechodzącej przez pryzmat z metamateriału umożliwiającego obracanie podfalowe [108] . . . . .	91
5.9 Wyniki symulacji metodą FDTD układów do koncentracji promieniowania E-M [108] . . . . .	92
5.10 Histogram odchyleń od średniej grubości dla warstwy 30 nm napyłonej przy pomocy PVD zmierzonych za pomocą AFM . . . . .	93
5.11 Pomiary grubości na powierzchni napyłonej warstwy 30 nm srebra za pomocą AFM. Pomiary wykonał dr Tomasz Stefaniuk. . . . .	94
5.12 Rozkład natężenia pola elektromagnetycznego wewnętrz i poza strukturą warstwową o właściwościach supersoczewki z warstwami gładkimi- (a) i (c) oraz chropowatymi- (b) i (d), oświetlonej za pomocą źródła monochromatycznego o długościach fali odpowiednio (a),(b) $\lambda = 430$ nm i (c),(d) $\lambda = 490$ nm [111] . . . . .	95
5.13 Wizualizacja powierzchni chropowatej wygenerowanej na podstawie pomiarów AFM. Generowana dwuwymiarowa macierz losowa podlegająca rozkładowi normalnemu o widmowej gęstości mocy odpowiadającej wynikom pomiarów za pomocą AFM. . . . .	96





# Skorowidz skrótowców

ABC - ang. absorbing boundary condition, absorbujący warunek brzegowy

AFM - ang. atomic force microscope, mikroskop sił atomowych

BOR FDTD - ang. body of revolution FDTD, nazwa algorytmu FDTD służącego do prowadzenia symulacji dla struktur o symetrii cylindrycznej

BPM - ang. beam propagation method, metoda propagacji wiązki

DMG - ang. double metallic grating, podwójna metalowa siatka dyfrakcyjna

EMA - ang. effective medium approximation, przybliżenie ośrodka efektywnego

EMT - ang. effective medium theory, teoria ośrodka efektywnego

FDTD - ang. finite difference time domain, metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu

FEM - ang. finite-element method, metoda elementu skońzonego

FWHM - ang. full width at half maximum, szerokość połówkowa

HPC - ang. high performance computing, obliczenia z wykorzystaniem komputerów dużej mocy

LSI - ang linear shift-invariant, liniowy niezmienniczy ze względu na przesunięcia

OTF - ang. optical transfer function, optyczna funkcja przenoszenia

PEC - ang. perfect electric conductor, doskonały przewodnik

PMC - ang. perfect magnetic conductor, doskonały przewodnik magnetyczny

PML - ang. perfectly matched layer, warstwa na granicy z którą nie występuje zjawisko odbicia

PSF - ang. point spread function, funkcja rozmycia punktu

PTFE - politetrafluoroetylen, teflon

PVD - ang. physical vapour deposition, fizyczne osadzenie z fazy gazowej

- RAM - ang. random access memory, pamięć o dostępie swobodnym
- RCWA - ang. rigorous coupled wave analysis, półanalityczna metoda obliczeniowa implementowana w przestrzeni fourierowskiej
- RMS - ang. root mean square, średnia kwadratowa
- SMG - ang. single metallic grating, pojedyncza siatka metalowa - termin stosowany dla podkreślenia różnicy w stosunku do DMG
- SMM - ang. scattering matrix method, metoda obliczeniowa wykorzystująca tzw. macierze rozpraszania
- SNR - ang. signal to noise ratio, stosunek sygnału do szumu
- SP - ang. surface plasmon, plazmon powierzchniowy
- SPP - ang. surface plasmon polariton, powierzchniowy plazmon-polariton
- SRR - ang. split-ring resonator, popularny układ wykorzystywany do projektowania metamateriałów dla fal elektromagnetycznych z zakresu mikrofalowego
- TE - ang. transverse electric, określenie polaryzacji fali elektromagnetycznej, w której pole elektryczne drga równolegle do rozważanej płaszczyzny
- TFSF - ang. total field scattered field, rodzaj źródła, w którym nieodbijające wąrunki brzegowe są uzyskiwane poprzez podział całości obszaru symulacji na pola całkowite i rozproszone
- TM - ang. transverse magnetic, określenie polaryzacji fali elektromagnetycznej, w której pole magnetyczne drga równolegle do rozważanej płaszczyzny
- TMM - ang. transfer matrix method, metoda obliczeniowa wykorzystująca macierze przejścia
- UPML - ang. uniaxial perfectly matched layer, materiał typu PML realizowany za pomocą ośrodka anizotropowego
- UW - Uniwersytet Warszawski