

**Uniwersytet Warszawski**

---

Wydział Fizyki

ZAKŁAD OPTYKI INFORMACYJNEJ



**PRACA DOKTORSKA**

MARCIN STOLAREK

**ELEMENTY DYFRAKCYJNE, REFRACYJNE I  
ABSORPCYJNE OPARTE NA PODFALOWYCH  
PERIODYCZNYCH STRUKTURACH  
METALICZNYCH**

PROMOTOR:

dr hab. Rafał Kotyński

Warszawa 2014



## OŚWIADCZENIE AUTORA PRACY

OŚWIADCZAM, ŚWIADOMY ODPOWIEDZIALNOŚCI KARNEJ ZA POŚWIADCZENIE NIEPRAWDY, ŻE NINIEJSZĄ PRACĘ DYPLOMOWĄ WYKONAŁEM OSOBIŚCIE I SAMODZIELNIE, I NIE KORZYSTAŁEM ZE ŹRÓDEŁ INNYCH NIŻ WYMENIONE W PRACY.

.....

PODPIS

**University of Warsaw**

---

Faculty of Physics

INFORMATION OPTICS DEPARTMENT



**PHD IN PHYSICS**

**MARCIN STOLAREK**

**DIFFRACTIVE, REFRACTIVE AND ABSORPTIVE  
OPTICAL ELEMENTS BASED ON PERIODIC  
SUB-WAVELENGTH METALLIC STRUCTURES**

SUPERVISOR:

Rafał Kotyński Ph.D

Warsaw 2014

Serdecznie dziękuję ...

## Spis treści

<b>1. Wstęp.....</b>	<b>7</b>
1.1. State of the art.....	8
1.2. Cele i tezy pracy .....	8
1.3. Podział pracy .....	8
<b>2. Modelowanie własności podfałowych struktur fotonicznych.....</b>	<b>9</b>
2.1. Metody numeryczne .....	10
2.1.1. Metody macierzowe .....	10
2.1.2. FDTD .....	10
2.1.3. FDTD w jednym wymiarze.....	10
2.1.4. Warunki brzegowe.....	14
2.1.5. Źródła pola elektromagnetycznego .....	15
2.1.6. PML .....	15
2.2. Systemy liniowe niezmiennicze ze względu na przesunięcia .....	16
2.3. Modele dyspersji materiałów .....	19
2.3.1. Model Lorenza-Drudego.....	19
2.4. Przybliżenie ośrodka efektywnego.....	22
<b>3. Kształtowanie fali elektromagnetycznej w zakresie THz .....</b>	<b>23</b>
3.0.1. Własności wykorzystywanych materiałów .....	24
3.1. Antena THz - siatka dyfrakcyjna + podkład.....	26
3.1.1. Rezonansowa transmisja przez grube siatki.....	26
3.2. Transmisja jedno kierunkowa.....	30

3.3. Soczewka dyfrakcyjna z transmisją jedno kierunkową .....	30
<b>4. PML</b> .....	31
4.1. Wprowadzenie .....	32
4.2. PML ze struktury warstwowej .....	32
4.3. core shell pml? .....	32
<b>5. Bezdyfrakcyjna propagacja światła w wielowarstwach metaliczno-dielektrycznych</b> .....	33
5.1. Właściwości dyspersyjne materiałów optycznych w zakresie wi- dzialnym .....	35
5.2. Wielowarstwy z bezdyfrakcyjną propagacją światła .....	38
5.3. Nadrozdzielczy pryzmat .....	40
5.4. Analiza chropowatości .....	43

## **1. Wstep**



## **1.1. State of the art**

## **1.2. Cele i tezy pracy**

## **1.3. Podział pracy**

## **2. Modelowanie własności podfalowych struktur fotonicznych**

## 2.1. Metody numeryczne

### 2.1.1. Metody macierzowe

### 2.1.2. FDTD

Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu (ang. FDTD - finite-difference time-domain) jest szeroko wykorzystywana w niniejszej pracy ze względu na możliwości symulowania ośrodków materialnych opisywanych modelem Lorenza-Drudego 2.3.1, oraz bezpośrednie obliczanie wartości pól  $E$  i  $H$  we wszystkich punktach siatki obliczeniowej. Poniżej przedstawione zostały podstawowe elementy tej metody symulacji numerycznych. Podstawą do współcześnie prowadzonych symulacji elektromagnetycznych w dziedzinie czasu jest algorytm Yee[23], który rozwiązywanie równań Maxwella sprowadza do następującej sekwencji:

1. Zastąpienie wszystkich różniczek w prawach Ampera i Faradaya różnicami skończonymi.
2. Przekształcić powstałe równania, tak aby wyrazić amplitudy pól  $E$  i  $H$  w nieznanym czasie  $t_0 + \Delta_t$  przez ich wartości w czasie  $t_0$ , oraz wartości drugiego pola w czasie  $t_0 + \frac{\Delta_t}{2}$ .
3. Obliczyć wartości pola  $H$  w czasie  $t_0 + \Delta_t$ .
4. Na podstawie już obliczonych wartości  $H$  dla  $t = t_0 + \Delta_t$ , obliczyć wartości pola  $E$  w czasie  $t_0 + \frac{3}{2}\Delta_t$ .
5. Powtarzając kroki 3-4 ewoluować stan układu przez żądany czas.

Na lepsze zrozumienie tych kilku abstrakcyjnie opisanych kroków pozwoli nam przeanalizowany poniżej przykład. Ponieważ prowadzenie rachunków dla problemu trójwymiarowego byłoby przesadnie skomplikowane dla celów poglądowych skupimy się na problemie jednowymiarowym.

### 2.1.3. FDTD w jednym wymiarze

Przyjmijmy jednowymiarową przestrzeń opisywaną przez oś  $x$ , oraz załóżmy, że pole elektryczne posiada jedynie składową w kierunku  $z$ . W takiej sytuacji

prawo Faradaya możemy zapisać jako:

$$\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} \hat{e}_y \quad (2.1)$$

Zgodnie z oczekiwaniami jedyną zmianną w czasie składową natężenia pola magnetycznego jest  $H_y$ . Wykorzystując ten fakt możemy również uprościć zapis prawa Ampera:

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \hat{e}_z \quad (2.2)$$

Z powyższych równań możemy zapisać skalarny układ równań różniczkowych na składowe  $H_y$  i  $E_z$ ,

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}, \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x}, \quad (2.3)$$

w którym zmiana w czasie amplitudy jednego z pól wyrażona jest przez pochodną względem  $x$  drugiego pola. Równanie wyprowadzone z 2.1 posłuży nam do ewolucji w czasie natężenia pola magnetycznego, natomiast równanie 2.2 do obliczenia przyszłych (w czasie  $t_0 + \Delta_t$ ) wartości pola  $E$ .

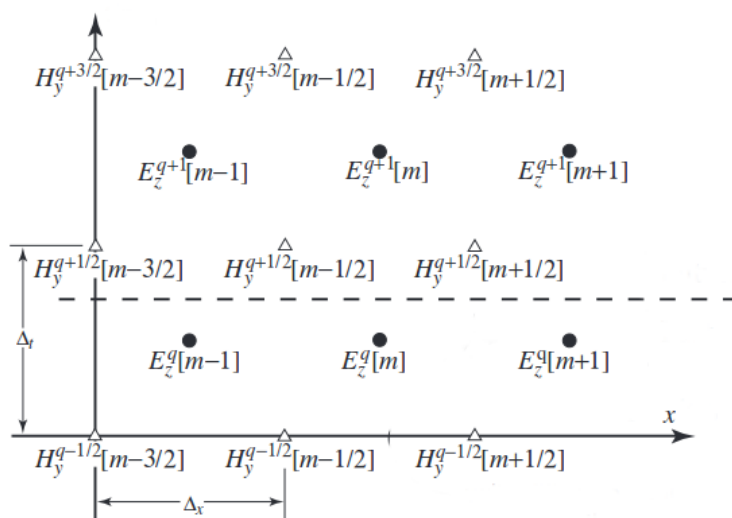
Dla analizy numerycznych aspektów metody FDTD wygodnie jest traktować czas jako drugi wymiar problemu. Wprowadzając konwencję przypisywania górnych indeksów  $q$  iteracjom algorytmu, oraz umieszczanych w nawiasach kwadratowych indeksów  $m$  opisujących położenie w przestrzeni. Możemy wyprowadzić formuły do obliczania wartości obu pól

$$H_y^{q+\frac{1}{2}}[m + \frac{1}{2}] = H_y^{q-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta_t}{\mu \Delta_x} (E_z^q[m + 1] - E_z^q[m]), \quad (2.4)$$

$$E_z^{q+1}[m] = E_z^q + \frac{\Delta_t}{\varepsilon \Delta_x} (H_z^{q+\frac{1}{2}}[m + \frac{1}{2}] - H_z^{q-\frac{1}{2}}[m - \frac{1}{2}]), \quad (2.5)$$

Ponieważ wartości obu pól w kolejnym korku czasowym wyrażane są jedynie przez wartość tego pola w kroku poprzednim, oraz wartości drugiego pola w sąsiednich punktach możemy zastosować dyskretyzację skokową<sup>1</sup>. Jej zastosowanie powoduje, że obliczane wartości pól  $E$  i  $H$  nie dotyczą dokładnie tej samej chwili w czasie, przez co dokładne uzgodnienie fazy obu pól wymaga wykonania dodatkowego "połówkowego" kroku na jednym z pól. Zaletą zastosowanej dyskretyzacji

<sup>1</sup> Często spotykana jest również nazwa żabi skok, będąca kalą językową z angielskiego leap-frog



Rysunek 2.1: Graficzna prezentacja dyskretyzacji w jednowymiarowej metodzie FDTD. Pozioma przerywana linia wskazuje przykładową granicę pomiędzy wartościami już obliczonymi i szukanymi w kolejnym kroku symulacji.

jest natomiast wyższa, o rząd wielkości, dokładność numeryczna. Ze względu na zysk numeryczny, algorytm skokowy stosujemy również dla dyskretyzacji względem położenia. Graficzną reprezentację rozwiązywania jednowymiarowego problemu elektromagnetycznego metodą FDTD przedstawia rysunek ??.

Współczynniki  $\frac{\Delta_t}{\varepsilon \Delta_x}$  i  $\frac{\Delta_t}{\mu \Delta_x}$  odgrywają kluczową rolę w równaniach 2.4 i 2.5, wygodnie jest przedstawić je w formie pozwalającej przeanalizować jak daleko energia może propagować się w pojedynczym kroku czasowym [16]. W tym celu wprowadza się tzw. współczynnik Couranta,  $S = \frac{c \Delta_t}{\Delta_x}$ , będący stosunkiem odległości pokonywanej przez front fali elektromagnetycznej w jednym kroku czasowym i gęstości próbkowania w przestrzeni. W przypadku symulacji jednowymiarowych, uwzględniając fakt, że wartości w kolejnych chwilach czasu zależą jedynie od punktów dyskretnych z najbliższego otoczenia możemy stwierdzić, że powinno spełniać warunek  $S \leq 1$ . W szczególności optymalnym dla omawianej sytuacji jest wybranie  $S = 1$ , ponieważ wtedy w jednym kroku czasowym front fali elektromagnetycznej pokonuje odległość równą  $\Delta_x$ . Wybranie właściwego współczynnika Couranta komplikuje wprowadzenie niejednorodności w obszarze symulacji. Ponieważ prędkość fazowa zależy od współczynnika załamania, prędkość fazowa w dwu różnych obszarach symulacji może być różna. W takiej sytuacji, przy zachowaniu równomiernego próbkowania przestrzennego doprowadzenie do idealnego dopasowania siatki przestrzennej i kroku czasowego może okazać się niemożliwe, co prowadzi do powstania "dyspersji numerycznej" siatki FDTD.

W ogólności dla problemów wielowymiarowych stosuje się wzór

$$S \leq \frac{n_{min}}{\sqrt{DIM}}, \quad (2.6)$$

gdzie przez  $DIM$  oznaczono liczbę wymiarów przestrzennych symulacji, a  $n_{min}$  najniższy współczynnik załamania materiału znajdującego się w przestrzeni symulacji. Wyznaczenie odpowiedniego współczynnika Couranta dla symulacji z materiałami dyspersyjnymi ?? jest zagadnieniem skomplikowanym, wymagającym każdorazowego rozpatrzenia parametrów symulacji.

### 2.1.4. Warunki brzegowe

Równania 2.4 i 2.5 mogą być oczywiście zastosowane jedynie do punktów nie będących granicznymi dla obszaru symulacji. Numeryczne rozwiązanie równania różniczkowego zawsze wiąże się z odpowiednim dobraniem warunków brzegowych, które nie powinny wprowadzać dodatkowych artefaktów do modelowanego zjawiska. Najprostszy sposób jest zastosowanie warunku Dirichleta przyjęcie skrajnych wartości pola elektrycznego lub magnetycznego jako równych 0, fizycznie wprowadzenie tego typu założenia jest równoważne z umieszczeniem na granicy symulowanego obszaru idealnego przewodnika, odpowiednio elektrycznego (PEC)<sup>2</sup> lub magnetycznego (PMC)<sup>3</sup> Wprowadzenie stałej, równej zero wartości na granicy obszaru symulacji powoduje odbicie obu pól, w stosunku do pola dla którego ustalono zerową wartość na granicy przy odbiciu następuje zmiana znaku. Ograniczenie obszaru symulacji przy pomocy idealnego przewodnika, de facto ogranicza możliwości metody do modelowania jedynie wnek rezonansowych. Większość zjawisk elektromagnetycznych odbywa się w otwartej przestrzeni<sup>4</sup>

W celu umożliwienia symulacji zjawisk zachodzących w nieograniczonej przestrzeni, wprowadza się absorbcyjne warunki brzegowe (ABC od ang. absorbing boundary condition), których celem jest zasymulowanie zachowania nieskończonej przestrzeni przy pomocy skończonej liczby wierzchołków siatki obliczeniowej. W przypadku symulacji jednowymiarowej dla  $n = 1$ , współczynnika Couranta  $S = 1$  i zastosowaniu standardowego założenia o braku źródeł poza obszarem symulacji, tego typu warunek brzegowy można łatwo zrealizować. Wartości amplitudy pola w wierzchołku na brzegu w kroku  $q + 1$  musi wynosić dokładnie wartość amplitudy tego pola w kroku  $q$  w wierzchołku sąsiednim. W sytuacji wielowymiarowej, gdy w obszarze symulacji występują np. materiały stratne zagadnienie to staje się znacznie bardziej skomplikowane. Przykładowymi propozy-

<sup>2</sup>Od ang. Perfect Electric Conductor

<sup>3</sup>Będącego tworem numerycznym (dla wygody numerycznej wprowadza się również przewodność magnetyczną. W skrócie określanym jako PMC od ang. Perfect Magnetic Conductor

<sup>4</sup>Za którą z dobrym przybliżeniem możemy uważać nawet zamknięte laboratorium. Ponieważ analizowane zjawiska dyfrakcji, czy rozpraszania zachodzą w małym obszarze, położonym z dala od ograniczeń fizycznych takich jak ściany które słabo odbijają światło widzialne.

cjami rozwiązań omawianego problemu są warunki przegowe typu TFSF(ang total field scatter field) czy PML (ang. perfectly matched layer), które zostaną szerzej omówione w 2.1.6.

### 2.1.5. Źródła pola elektromagnetycznego

Ostatnim z omawianych podstawowych elementów metody FDTD jest wprowadzenie źródeł. Najbardziej podstawowym sposobem na realizację tego zadania jest umieszczenie tzw. źródła sztywnego. W takim przypadku w wybranym punkcie symulacji pole elektryczne nie jest obliczane zgodnie z równaniem 2.5, zamiast tego zależność czasu stanu pola elektrycznego od czasu jest dla niego podana w sposób analityczny. Tego typu źródło, podobnie jak zadane w sposób stały warunki brzegowe wprowadza dodatkowe odbicia w obszarze symulacji.

Innym sposobem wprowadzenia źródła, jest wykorzystanie prawa ampera z gęstością prądu

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.7)$$

gdzie  $\vec{J}$  może być rozumiany jako gęstość prądu elektrycznego związana z przepływem nośników swobodnych w materiale o określonej przewodności elektrycznej  $\sigma$ , ale może też być wykorzystany jako sposób wprowadzenia źródła pola elektrycznego do symulacji. Wprowadzenie źródła addytywnego wymaga wykorzystania innego równania niż prezentowane wcześniej 2.5, wyprowadzamy z 2.7 przez zastąpienie pochodnych różnicami skończonymi podobnie jak w poprzednim wypadku.

### 2.1.6. PML

Powszechnie wykorzystywanym obecnie wariantem warunków brzegowych w FDTD jest tzw. PML (ang. Perfectly Matched Layer). Metoda ta polega na umieszczeniu na granicy symulacji, przed brzegiem dla którego stosujemy np. warunek Dirichleta, sztucznego materiału absorbującego promieniowanie. Dopasowanie warstwy oznacza, że na granicy pomiędzy PML-em a innymi materiałami nie występuje zjawisko odbicia. Pierwsze wprowadzenie PML zostało podane przez Berengera w 1994 [2]



Przykładowe rozwiązania: fala zanikająca, plazmon, fala propagująca?

## 2.2. Systemy liniowe niezmiennicze ze względu na przesunięcia

Celem obecnego podrozdziału jest zdefiniowanie pojęcia systemów liniowych, które w niniejszej pracy znajduje zastosowanie w analizie zjawisk obrazowania. W ogólności przez systemem rozumiemy odpowiedniość pomiędzy zestawem funkcji wejściowych, a zestawem funkcji wyjściowych. W przypadku sieci elektrycznych funkcjami wejściowymi jak i wyjściowymi mogą być zależności napięcia i natężenia prądu elektrycznego od czasu. Jeżeli ograniczymy opis do systemów deterministycznych, określonemu zestawowi funkcji wejściowych musi odpowiadać dokładnie jeden układ funkcji wyjściowych. Wyjście układu nie musi jednak pozwalać na jednoznaczną identyfikację wejścia, w szczególności dla wielu stanów wejścia system może nie odpowiadać żadnym wyjściem.

Matematyczną reprezentacją opisanego systemu, jest operator  $S\{\}$ , który działając na zestaw funkcji wejściowych  $g_i$  tworzy funkcje wyjściowe  $f_i$ :

$$f_i(\vec{x}) = S\{g_i(\vec{x})\}. \quad (2.8)$$

Nie wprowadzając dodatkowych założeń dotyczących operatora  $S\{\}$ , nie można podać innych matematycznych własności systemu, niż definicja wyrażona równaniem 2.8. Szczególne znaczenie nie tylko dla niniejszej pracy, ale również wielu zastosowań inżynierskich mają tzw. systemy liniowe. Warunkiem liniowości systemu jest spełnianie zasady superpozycji, którą wyraża poniższe równanie:

$$S\{\alpha p(\vec{x}) + \beta q(\vec{x})\} = \alpha S\{p(\vec{x})\} + \beta S\{q(\vec{x})\} \quad (2.9)$$

Zgodnie z powyższym równaniem, odpowiedź systemu możemy przedstawić jako sumę odpowiedzi na funkcje składowe na które rozłożyliśmy wejście układu. W przypadku zjawisk elektromagnetycznych zasada superpozycji spełniona jest dla amplitud pól elektromagnetycznych <sup>5</sup> - w przypadku promieniowania koherentnego lub dla natężeń tych pól w przypadku światła całkowicie niespójnego. Do

<sup>5</sup>Można tak? teoria skalarna...?

rozkładu funkcji wejściowej na elementarne składowe posłużymy się własnością filtracji delty Diraca

$$g(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) \delta(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta}. \quad (2.10)$$

Poszukując funkcji wyjściowej dla układu  $S\{\}$  odpowiadającej funkcji wejściowej  $g(x)$ , wykonujemy podstawienie równania 2.10 do równania 2.8

$$f(\vec{x}) = S\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) \delta(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta}\right\}. \quad (2.11)$$

Ponieważ funkcja  $g(\vec{\eta})$  nie zależy od zmiennych  $\vec{x}$ , możemy traktować ją jako wagę i korzystając z własności superpozycji 2.9 włączyć operator  $S$  pod znak całki

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) S\{\delta(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta}\}, \quad (2.12)$$

dla uproszczenia zapisu powyższego równania wprowadzimy funkcję

$$h(\vec{x}, e\vec{t}a) := S\{\delta(\vec{x} - \vec{\eta})\}. \quad (2.13)$$

Powyższa funkcja nazywana jest funkcją odpowiedzi impulsowej (ang. impulse response), w optyce zazwyczaj określa się ją mianem funkcji rozmycia punktu (ang. point-spreadfunction). Korzystając z wprowadzonego oznaczenia możemy do równania 2.12 podstawić definicję 2.13, otrzymując jedną z podstawowych formuł stosowanych do opisu systemów liniowych, tzw. całkę superpozycji:

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) h(\vec{x}, \vec{\eta}) d\vec{\eta}. \quad (2.14)$$

Powyższe równanie wskazuje, że dla opisanie odpowiedzi systemu na dowolny zestaw funkcji wejściowych niezbędna jest jedynie znajomość funkcji odpowiedzi impulsowych układu. W obecnie rozważanym ogólnym przypadku funkcja odpowiedzi musi być zdefiniowana dla wszystkich punktowych wzbudzeń w płaszczyźnie wejściowej. Przykładem analizowanego układu może być np. soczewka oświetlana promieniowaniem niekoherentnym, dla której niezbędnym zestawem informacji potrzebnym do obliczenia natężenia światła w płaszczyźnie obrazu jest znajomość funkcji odpowiedzi dla wszystkich źródeł punktowych znajdujących się w płaszczyźnie przedmiotu.

Szczególne znaczenie dla niniejszej pracy ma kolejna, często spotykana w zastosowaniach własność układów liniowych określana jako niezmienniczość. W ogólności, może być to np. niezmienniczość systemu elektrycznego w czasie. Rozumiana jako zależność funkcji odpowiedzi impulsowej  $h(t, \tau)$  (gdzie  $t$  jest czasem, w którym poszukiwana jest odpowiedź na impuls elektryczny mający miejsce w czasie  $\tau$ ) jedynie od różnicy  $t - \tau$ . Dla układów elektrycznych taka własność jest zazwyczaj spełniona, ponieważ oporniki, kondensatory i indukcyjności z których są zbudowane zazwyczaj nie zmieniają swoich własności w czasie eksperymentów.

Dla układu obrazującego niezmienniczość rozumiemy jako niezmienniczość ze względu na przesunięcia w wyniku której, funkcja odpowiedzi impulsowej zależy jedynie od odległości pomiędzy położeniem wzbudzenia, a położeniem obrazu

$$h(\vec{x}, \vec{\eta}) = h(\vec{x} - \vec{\eta}). \quad (2.15)$$

Powyższa własność zastosowana do układów obrazujących jest więc równoważna stwierdzeniu, że zmiana położenia przedmiotu wpływa jedynie na zmianę położenia jego obrazu. W przypadku niemal wszystkich realnych układów optycznych własność ta nie jest spełniona w całej przestrzeni położenia, zazwyczaj można jednak obszar podzielić na "łaty" w których zastosowanie będą miały odpowiednie funkcje  $h_i$ , natomiast w ramach "łatek" dobrym przybliżeniem stosować można założenie o izoplanatyczności systemu. Szczególnym przypadkiem obszaru często wykorzystywanego w analizie obrazowania przez klasyczne elementy optyczne jest oś układu, w stosunku do której stosuje się omawiane przybliżenie.

Stosując równanie 2.15 do wzoru 2.14 otrzymujemy

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) h(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta} = g * h, \quad (2.16)$$

w powyższym równaniu  $*$  oznacza operację splotu. Ze względu na to znaczące uproszczenie całki superpozycji dla układów liniowych niezmienniczych ze względu na przesunięcia (ang. LSI - linear shift-invariant) matematyczny opis tej klasy systemów posiada znacznie bardziej rozbudowaną strukturę matematyczną. Prostota systemów LSI, będąca źródłem rozbudowanej teorii związanej z ich analizą przejawia się gdy z twierdzenia o splocie, będącego jedną z podstawowych

własności transformaty Fouriera zapiszemy powyższe równanie jako

$$Ff(\vec{f}) = Fg(\vec{f}) \cdot Fh(\vec{f}), \quad (2.17)$$

gdzie przez  $F$  oznaczona została transformata Fouriera, a  $\cdot$  oznacza zwykłe mnożenie. W ten sposób znalezienie funkcji wyjściowych układu typu LSI z obliczania splotu<sup>6</sup> zastąpiliśmy obliczaniem transformaty Fouriera, mnożeniem i obliczeniem odwrotnej transformaty Fouriera. Transformata Fouriera funkcji odpowiedzi impulsowej ze względu na swoje szczególne znaczenie nazywana jest funkcją przenoszenia  $H = Fh$ .

W równaniu 2.17 można zauważyć formę zagadnienia własnego opisującego układ typu LSI, w którym wartości funkcji  $H$  dla różnych częstości przestrzennych  $f$  można interpretować jako wartości własne układu. Funkcjami własnymi są natomiast fale płaskie, ponieważ przeprowadzenie matematycznej operacji transformacji Fouriera jest w przypadku analizy zjawisk falowych równoważne rozłożeniu funkcji w bazie fal płaskich. Kolejnymi wnioskami jakie możemy uzyskać wprost z wzoru ?? jest sposób w jaki układy LSI modyfikują funkcje wejściowe w postaci fal płaskich. W takim przypadku  $G = |A|e^{\Phi}$  jest po prostu liczbą zespoloną, a układ wprowadza jedynie tłumienie  $|A|$  i stałą modyfikację fazy  $\Phi$  padającej nań fali płaskiej[4].

W całej pracy posługując się terminem częstości przestrzennych odnosimy się do podanej powyżej formuły w której transformacja Fouriera została zastosowana w stosunku do funkcji położenia, dlatego ze szczególną uwagą należy odróżniać częstości przestrzenne (rozkład w bazie fal płaskich), od częstotliwości odpowiadającej rozkładowi promieniowania w bazie fal monochromatycznych.

## 2.3. Modele dyspersji materiałów

### 2.3.1. Model Lorentza-Drudego

Powszechnie wykorzystywanym do opisu własności dyspersyjnych materiałów jest tzw. model Lorentza-Drudego. De facto jest on połączeniem opisu sub-

---

<sup>6</sup>Będącego zazwyczaj skomplikowaną operacją analityczną lub wysokiej złożoności operacją numeryczną.

stancji przewodzących (opisywanych modelem Drudego), oraz dielektryków (opisywanych modelem Lorenza). Wyprowadzenie obu modeli opiera się na zastosowaniu zasad mechaniki klasycznej w stosunku do cząstek naładowanych znajdujących się w materii. Dla dielektryków przyjmujemy, że są one silnie związane z węzłami sieci krystalicznej, a ruch każdego ładunku opisuje równanie oscylatora tłumionego, pobudzanego siłą harmoniczną wywołowaną przez zewnętrzne pole elektromagnetyczne:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} + m\omega^2 \vec{r} = q\vec{E}_0 e^{i\omega t}, \quad (2.18)$$

w powyższym równaniu  $m$  nie należy traktować jako masy ładunku, a jako parametr stanowiący tzw. masę efektywną, której wartość można wyznaczyć przy pomocy mechaniki kwantowej. W przypadku substancji o różnych węzłach sieci krystalicznej, równanie 2.18 należy zapisać osobno dla każdego rodzaju ładunków i centrów sieci. Rozwiązując powyższe równanie różniczkowe, oraz korzystając z definicji polarizacji możemy wyznaczyć przenikalność dielektryczną ośrodka nieprzewodzącego jako:

$$\epsilon = 1 + \frac{N_o q^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega - i\gamma_j}. \quad (2.19)$$

Wprowadzone w powyższym równaniu współczynniki  $f_j$  opisuja tzw. siłę oscylatora, związaną z prawdopodobieństwem przejść między stanami cząstek opisywanego materiału. Wprowadzony parametr  $N_o$  opisuje koncentrację oscylatorów. W przeciwieństwie do izolatorów elektrycznych opis metali musi przede wszystkim uwzględnić istnienie nośników swobodnych. Zaniedbując oddziaływanie ładunków swobodnych ze sobą i zakładając, że ich zderzenia z wierzchołkami sieci krystalicznej mają charakter w pełni przypadkowy możemy ich klasyczne równanie ruchu zapisać jak:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} = q\vec{E}_0 e^{i\omega t}. \quad (2.20)$$

W powyższym równaniu wprowadzona siła oporu  $m\gamma \vec{v}$  wynika ze zderzeń z węzłami sieci krystalicznej. Rozwiązanie powyższego równanie prowadzi do następującego wyrażenia na przenikalność dielektryczną

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma}, \quad (2.21)$$

w którym wprowadzona wartość  $\omega_p$  to częstość plazmowa, opisywana wzorem:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Nq^2}{\epsilon_0 m}}, \quad (2.22)$$

gdzie  $N$  jest koncentracją swobodnych nośników o ładunku  $q$ . Im większa koncentracja nośników swobodnych, tym większa jest częstość plazmowa opisywanego metalu. W przeciwieństwie przenikalność elektryczna maleje, co jest odzwierciedleniem faktu, że w powszechnie przyjętej konwencji nośniki poruszają się przeciwnie do pola elektrycznego. Dla częstotliwości z zakresu optycznego  $\gamma \ll \omega$  co jest odzwierciedleniem faktu, że droga swobodna elektronów w paśmie przewodnictwa jest znacznie większa od rozważanych długości fali. Zgodnie z równaniem 2.21 oznacza to, że dla światła widzialnego decydującą rolę dla własności metali ma część rzeczywista  $\varepsilon$ , która jest dodatnia tylko dla  $\omega > \omega_p$ . Dla takich częstotliwości w równanie falowe w metalach będzie mieć rozwiązanie w postaci fal poprzecznych. Fizyczą interpretację  $\omega_p$  znaleźć można w rozwiązaniu równania 2.20, jest to częstość własna drgań podłużnych elektronów swobodnych. Sama nazwa częstości plazmowej jest natomiast podstawą dla wprowadzenia tzw. plazmonu objętościowego, stanowiącego kwant omawianych drgań.

Ponieważ polaryzacja jest sumą efektywnych momentów dipolowych przypadających na jednostkę objętości, to wkłady do polaryzacji pochodzące od oddziaływań z elektronami w paśmie przewodnictwa i jonami sieci krystalicznej podlegają dodawaniu. Dlatego model przenikalności elektrycznej materiałów uwzględniający oba te zjawiska, jest sumą wkładów pochodzących z równań 2.19 i 2.21. Zazwyczaj model materiałowy dopasowywane jest do danych eksperymentalnych jedynie w ograniczonym zakresie, ze względu na to większość rezonansów z wzoru 2.19 może zostać zastąpionych stałą wartością zwyczajowo określaną jako  $\varepsilon_\infty$ , a ostateczny wzór przyjmuje postać

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma} + \frac{Nq^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega} \quad (2.23)$$

## 2.4. Przybliżenie ośrodka efektywnego

Przybliżenie ośrodka efektywnego (ang. EMA effective medium approximations lub ang. EMT effective medium theory) to określenie używane w odniesieniu do analitycznych modeli opisujących makroskopowe własności elektromagnetyczne przestrzeni złożonej z różnych materiałów. EMA pozwala opisywać niejednorodny obszar w przestrzeni złożony z wielu materiałów jako jeden homogeniczny obszar o innych właściwościach - jako metamateriał. Kluczowym w wyprowadzeniu przybliżenia EMT jest zdefiniowanie geometrii w jakiej układane są materiały składowe, na jej podstawie w zależności od rozmiarów wyprowadzane są ostateczne formuły.

Dla niniejszej pracy szczególne znaczenia mają jednowymiarowe układy, w których periodycznie umieszczone są kolejne warstwy ośrodków materialnych. W sytuacji gdy możemy zakładać, że pojedyncza warstwa jest tak cienka w porównaniu z długością fali, że wartości pól  $E$  i  $D$  wewnątrz warstwy w określonej chwili czasu są stałe. Możemy wyprowadzić przybliżone wartości tensora przenikalności elektrycznej:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{\parallel} = f \cdot \varepsilon_1 + 1 - f \cdot \varepsilon_2$$

$$\varepsilon_{\perp} = (f \cdot \varepsilon_1^{-1} + (1 - f) \cdot \varepsilon_2^{-1})^{-1}, \quad (2.24)$$

oraz magnetycznej:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\perp} \end{bmatrix}$$

$$\mu_{\parallel} = f \cdot \mu_1 + 1 - f \cdot \mu_2$$

$$\mu_{\perp} = (f \cdot \mu_1^{-1} + (1 - f) \cdot \mu_2^{-1})^{-1}. \quad (2.25)$$

Oznacza to, że w ośrodku wypełnionym naprzemiennie dwoma materiałami, fala elektromagnetyczna propaguje się tak jak w jednoosiowym materiale dwójłomnym. Ośią takiego metamateriału jest dowolna prosta prostopadła do granic warstw dwu tworzących go materiałów.

### **3. Kształtowanie fali elektromagnetycznej w zakresie THz**



Zakres THz znajdujący się pomiędzy obszarami dalekiej podczerwieni i mikrofal w ostatnich latach był przedmiotem intensywnych badań. Poniższy rozdział dotyczy wykorzystania siatek dyfrakcyjnych jako elementów detektorów promieniowania, umożliwiających selektywną transmisję oraz skierowanie promieniowania do tranzystora polowego stanowiącego faktyczny detektor. W dalszej części rozdziału przedstawione są możliwości wykorzystania podwójnych metalowych siatek dyfrakcyjnych do uzyskania transmisji jednokierunkowej, które w geometrii cylindrycznej mogą być również wykorzystane do koncentracji fali E-M. Poza zakresem poniższej pracy znajdują się zjawiska fizyczne związane z generacją i detekcją promieniowania THz.

Do modelowania promieniowania elektromagnetycznego w zakresie THz używane są metody tradycyjnie wykorzystywane w optyce, w szczególności metoda FDTD. Ze względu na różnicę w długości fali własności materiałów znacznie różnią się od tych dla światła widzialnego. Kluczowymi procesami odpowiedzialnymi za wartość przenikalności elektrycznej ciał stałych dla niskich częstotliwości THz, określanych niekiedy jako sub teraherzowe, są mechanizm Drudego (patrz sekcja 2.3.1) i relaksacja Debye. Dla częstotliwości bliższych dalekiej podczerwieni podstawowe znaczenie mają optyczne fonony - skwantowane mody drgań sieci krystalicznej. W zależności od wykorzystywanych materiałów typowe wartości współczynnika załamania dla polimerów znajdują się w przedziale  $n \in (1.4; 1.5)$ , dla półprzewodników  $n \in (3.1; 3.5)$  i charakteryzują się niewielką dyspersją. Wypolerowane powierzchnie metalowe są wykorzystywane jako zwierciadła o współczynniku odbicia  $R \approx 0.99$ . [8]

### 3.0.1. Własności wykorzystywanych materiałów

W układach omawianych w poniższym rozdziale wykorzystywane są złoto i arsenek galu, dlatego ich własności omówione zostaną bardziej szczegółowo. Wszystkie przewodniki, w tym złoto, ze względu na czasy relaksacji rzędu  $10^{-14}$ s charakteryzują się niemal bezdyspersyjną przewodnością. W związku z tym równanie (2.23) możemy zapisać w prostszej postaci

$$\varepsilon(f) = \varepsilon_{\infty} + i \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 f}, \quad (3.1)$$

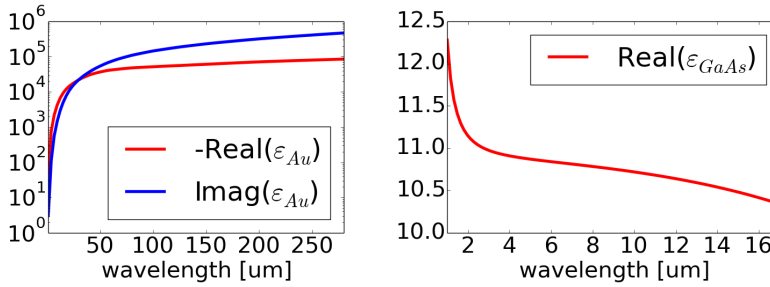
gdzie przez  $\sigma_0$  oznaczona została przewodność. Dla złota w warunkach normalnych  $\sigma_0 = 45.2 \frac{S}{\mu m}$ , a odpowiadająca jej głębokość naskórkowa dla 1 THz  $\delta = 74.9$  nm [8]. Ze względu na znacznie większą wartość bezwzględną części urojonej od rzeczywistej dla obszaru subterahertzowego powyższe równanie (3.1) możemy dalej uprościć do postaci

$$\varepsilon(f) \approx i \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 f}. \quad (3.2)$$

Różnica w wartości bezwzględnej części rzeczywistej i urojonej przenikalności elektrycznej złota zmniejszają się ze wzrostem częstotliwości, dla  $f = 2THz$  moduł części rzeczywistej jest ok. 5 razy mniejszy od modułu części urojonej. Część rzeczywista przenikalności elektrycznej w omawianym zakresie jest ujemna a jej moduł zmienia się od  $10^2$  do  $10^4$ . Ze względu na omówiony dominujący charakter części urojonej związanej z przewodnictwem eksperymentalne wyznaczenie przenikalności dielektrycznej jest bardzo trudne i nie zawiera częstotliwości poniżej 1 THz (powyżej 300  $\mu m$ ) [11]. Symulacje prowadzone w poniższym obszarze prowadzone są z maksymalną rozdzielczością 0.5  $\mu m$  na punkt obliczeniowy, która jest znacznie mniejsza od głębokości naskórkowej w związku z czym uprawnione jest przybliżenie złota przez doskonały przewodnik<sup>1</sup>. Zależność  $\varepsilon$  od długości fali została przedstawiona na wykresie 3.1a.

W przeciwieństwie do złota warstwy *GaAs* w zakresie THz mogą być traktowane jako bezstratne, charakteryzują się one również słabą dyspersją, a w przypadku obliczeń prowadzonych dla wąskiego zakresu długości fali może być traktowana jako stała. Warto jednak zwrócić uwagę, że warstwy *GaAs* uzyskiwane w wyniku epitaksji z wiązki molekularnej poddawane są zazwyczaj procesowi wyżarzania (ang. annealing) w celu ich wygładzenia lub eliminacji zanieczyszczeń. Proces ten może mieć jednak znaczący wpływ na koncentrację elektronów w paśmie przewodnictwa, co może znacząco zmienić właściwości elektromagnetyczne tego materiału [24]. Zależność przenikalności elektrycznej *GaAs* przedstawia wykres na rysunku 3.1b.

<sup>1</sup>Powyższa analiza prawdziwa jest dla eksperymentów prowadzonych w temperaturze pokojowej, obniżenie temperatury do  $T = 80K$  powoduje wzrost przewodności złota do  $\sigma_0 = 208 \frac{S}{\mu m}$ . W temperaturach kriogenicznych może w cienkich warstwach złota dominujący wpływ na przewodność może mieć rozpraszanie elektronów na defektach struktury.



(a) Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali w zakresie od 1 do 300 THz, dla  $Au$  [11]      (b) Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali w zakresie od 17 do 300 THz dla  $GaAs$  [17]

Własności materiałowe w zakresie THz

Projekt "Detektor promieniowanie THz"

Nadzwyczajna transmisja przez szczeliny

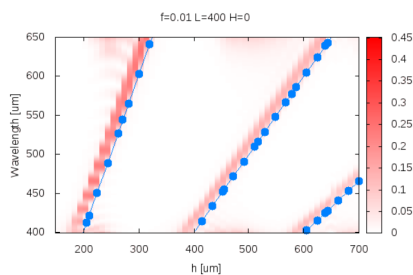
### 3.1. Antena THz - siatka dyfrakcyjna + podkład

#### 3.1.1. Rezonansowa transmisja przez grube siatki

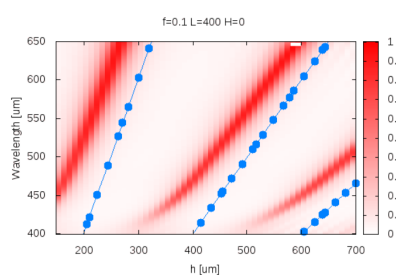
Bazując na pracach numerycznych na jednowymiarowych siatkach dyfrakcyjnych pozwalających na wzbudzenie modów falowodowych w podkładach z GaAs przeanalizowane zostało działanie analogicznych falowodów zbudowanych z siatek koncentrycznych.

Bazując na analitycznym rozwiązaniu problemu wzbudzania modów falowodowych w podkładzie dielektrycznym (przy założeniu nieskończonych wymiarów w kierunku propagacji wewnątrz falowodu) sporządzono wykres przedstawiający zależność okresu siatki pozwalającej na wzbudzenie modu falowodowego od długości fali w próżni promieniowania padającego na układ.

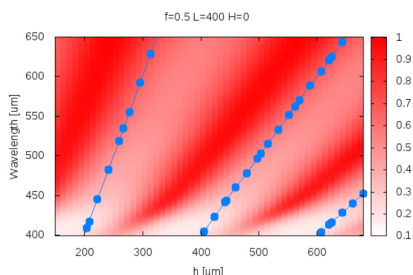
Wielosc galezi wynika z faktu, że dla krótszych długości fali rozpatrywany podkład ma charakter wielomodowy. Pojedyncze rozwiązanie powyżej długości fali równej 3mm, wskazuje nam początek zakresu jednomodowego.



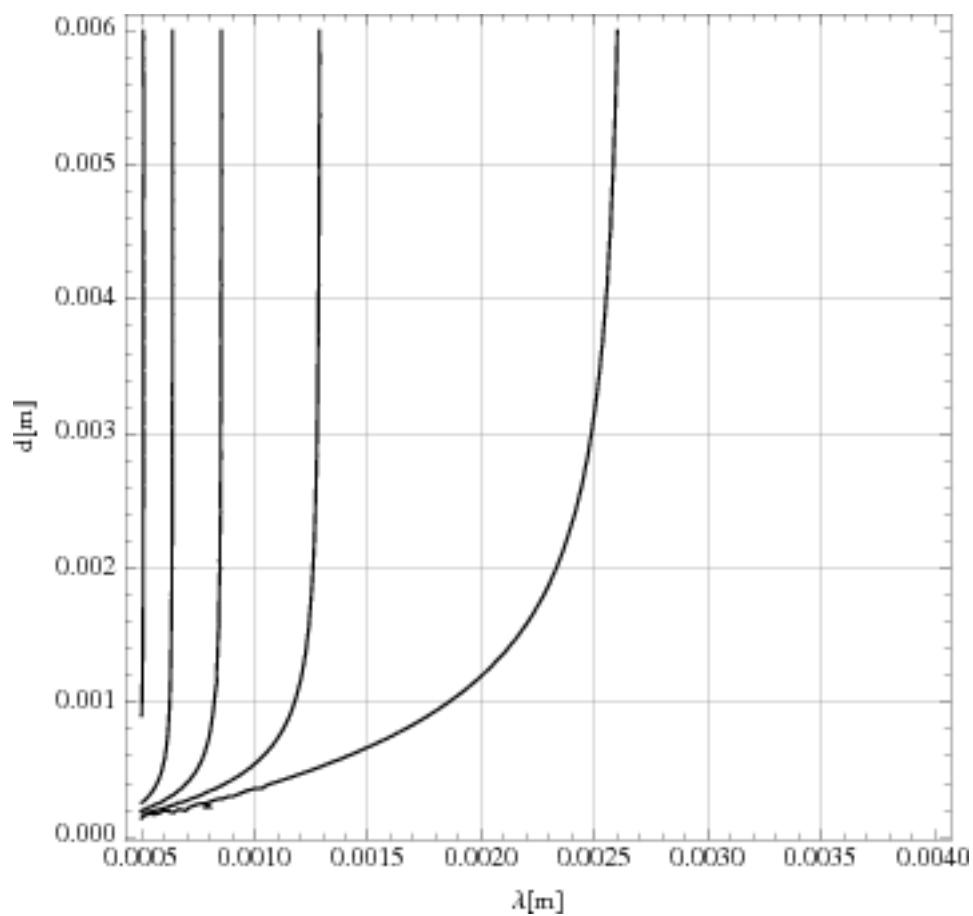
(a) Zależność współczynnika transmisji od długości fali i współczynnika wypełnienia siatki

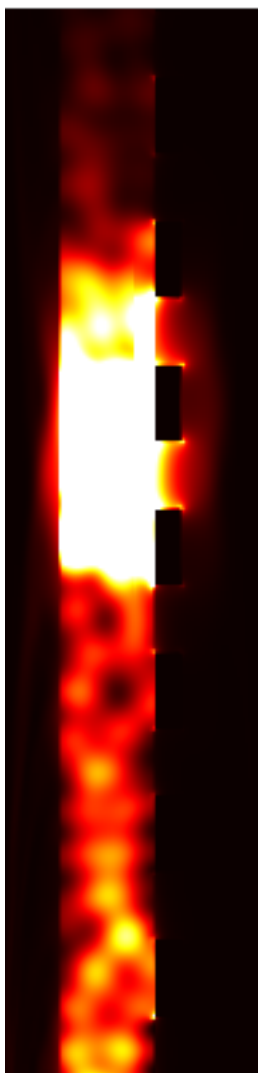


(b) Zależność współczynnika transmisji od długości fali i współczynnika wypełnienia siatki



(c) Zależność współczynnika transmisji od długości fali i współczynnika wypełnienia siatki





Dla weryfikacji mozliwosci dzialania zaprojektowanych falowodow, przeprowadzono symulacje FDTD we wspolrzednych cylindrycznych. Symulacje potwierdzily mozliwosc wykorzystanie powyzszych siatek zarowno przy oswietleniu ukkladu polaryzacja radialna jak i liniowa. Ponizej przedstawiony rysunek opisuje sytuacje w ktorej struktura z GaAs o rozmiarach 10x10mm pokryta siatka dyfrakcyjna o okresie 538 um i otworach 250um (wspolczynnik wypelnienia ok. 0.53) zostala oswietlona promieniowaniem o dlugosci fali 2.52 mm. W przypadku prezentowanej symulacji siatka miala grubosc 10um, w kolejnych symulacjach potwierdzono jednak, ze grubosc siatki nie ma kluczowego zanczenia pod warunkiem zapewnienia nie przezroczystosci siatki. Efekt koncentracji pola przy zblizaniu sie do srodka struktury wynika ze zmniejszania sie elementu objetosciowego wraz ze zblizaniem do osi symetrii.

## **3.2. Transmisja jedno kierunkowa**

## **3.3. Soczewka dyfrakcyjna z transmisją jedno kierunkową**

## **4. PML**



## 4.1. Wprowadzenie

Koncepcje PML

Zastosowania numeryczne i fizyczne

## 4.2. PML ze struktury warstwowej

## 4.3. core shell pml?

## **5. Bezdyfrakcyjna propagacja światła w wielo-warstwach metaliczno-dielektrycznych**

Każdy element liniowego układu optycznego możemy wyrazić jako układ filtrujący częstotliwość i częstości przestrzenne oświetlającego ten układ źródła. Poniższy rozdział poświęcony jest modelowaniu propagacji światła przez wielowarstwy metaliczno-dielektryczne wykorzystywane do budowy elementów optycznych o zaprojektowanych własnościach filtrowania częstości przestrzennych. W przeciwieństwie do przestrzeni swobodnej, będącej przestrzennym filtrem dolno-przepustowym, mogą one charakteryzować się również transmisją wysokich częstości przestrzennych, które w przestrzeni swobodnej mają charakter fal ewanescentnych. Wykorzystanie układów tego typu umożliwia konstrukcję elementów optycznych działających poza klasycznym ograniczeniem dyfrakcyjnym.

Złamanie ograniczenia dyfrakcyjnego możliwe jest dzięki zastosowaniu materiałów charakteryzujących się ujemnym załamaniem światła, rozumianym jako załamanie pod kątem skierowanym przeciwnie niż wynikałoby to z Prawa Snelliusa. Materiały takie w odniesieniu do tej klasycznej formuły optyki geometrycznej muszą charakteryzować się ujemnym współczynnikiem załamania światła. Korzystając z elektrodynamiki klasycznej opisywanej równaniami Maxwella wiemy, że współczynnik załamania związany jest z przenikalnością elektryczną i magnetyczną ośrodka:  $n = \pm\sqrt{\epsilon\mu}$ . Wybór dodatniej gałęzi pierwiastka jest więc konwencjonalny i musi być dostosowany do sytuacji fizycznej. Ujemna wartość współczynnika załamania światła jest równoważna zmianie kierunku prędkości fazowej, której zwrot jest zgodny ze zwrotem wektora falowego. Pierwszą propozycją definicji ośrodków o ujemnym współczynniku załamania była ujemna wartość iloczynu skalarnego wektora Poyntinga i wektora falowego  $\vec{P} \cdot \vec{k} < 0$  podana przez Wiktora Wiesłago [22]. Ze względu na tę własność materiały takie nazywane są lewoskrętnymi (ang. left-handed) gdyż w stosunku do iloczynu  $\vec{E} \times \vec{H}$  nie ma zastosowania reguła prawej dłoni, a przeciwna - lewej.

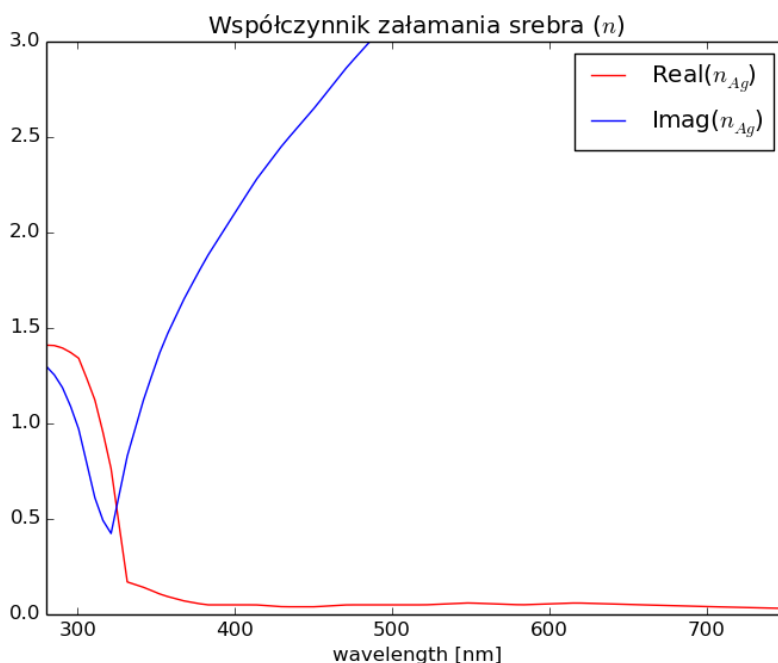
Materiały lewoskrętne muszą charakteryzować się ujemnymi wartościami  $\epsilon$  i  $\mu$  dla tego samego zakresu częstotliwości. Materiały takie nie były do tej pory obserwowane w przyrodzie, eksperymentalnie dowiedziono jednak możliwości sztucznego wytworzenia metamateriałów o takich właściwościach[18] przy pomocy SSR(ang split-ring resonator).

Język używany do opisu działania analizowanych struktur warstwowych wywodzi się z Optyki Fourierowskiej w której podstawowym pojęciem są układy LSI (ang. Linear shift-invariant systems). Opisywane struktury spełniają warunki tego typu układów - nie wykazują własności nieliniowych, oraz są niezmiennicze ze względu na przesunięcia. Wykorzystanie formalizmu Optyki Fourierowskiej umożliwia analityczną ocenę wyników symulacji numerycznych, oraz wprowadza spójny zestaw pojęć wykorzystywanych do opisu rozważanych układów. Dokładniejsze omówienie podstawowych pojęć związanych z układami LSI znajduje się w rozdziale 2.2.

## 5.1. Właściwości dyspersyjne materiałów optycznych w zakresie widzialnym

Wykorzystywane w optyce materiały charakteryzują się niską podatnością magnetyczną w rozważanej części widma, w związku z czym przyjmuje się  $\mu(\omega) = 1$ . Ze względu na właściwości elektryczne wykorzystywane materiały możemy podzielić na dielektryki i przewodniki. Dielektrykami nazywamy materiały, w których pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego powstają dipole elektryczne. Powodem powstawania dipoli może być przesunięcie ładunków dodatnich w stosunku do ujemnych lub powstanie spójnej orientacji przestrzennej dipoli elektrycznych tworzących dany ośrodek. W przeciwieństwie do dielektryków, ze względu na obecność swobodnych nośników ładunku elektrycznego przewodniki nie ulegają polaryzacji w zewnętrznym polu elektrycznym. W niniejszej pracy jako przewodniki rozważane są metaliczne pierwiastki chemiczne, dlatego terminy przewodnik i metal traktowane są zamiennie.

Zjawiska fizyczne omawiane w poniższym rozdziale bardzo silnie zależą od przenikalności elektrycznej wykorzystywanych materiałów. W szczególności wymagają wykorzystywania materiałów o ujemnej przenikalności elektrycznej. Takie własności przejawiają metale, których zastosowanie do nadrozdzielczego obrazowania przy pomocy cienkiej warstwy przewodnika zaproponował John Pendry. Wykorzystanie warstwy znacznie cieńszej od długości fali pozwala na rozprzężenie pola elektrycznego i magnetycznego przez co możliwe jest nadrozdzielcze

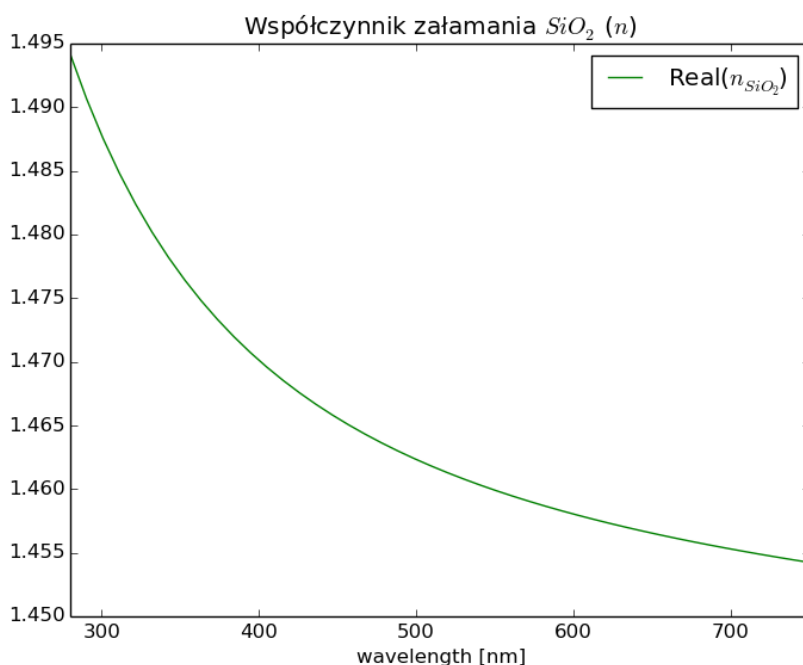


Rysunek 5.1: Zależność współczynnika załamania od długości fali w zakresie optycznym, dla metalu -  $Ag$  [7].

obrazowanie przy pomocy materiału z  $\mu = 1$ . [13]

W zakresie optycznym znajdują się częstotliwości rezonansowe atomów metali skutkujące silną dyspersją współczynnika załamania i wysoką absorpcją. Zależność rzeczywistej i urojonej części współczynnika załamania dla srebra prezentuje wykres 5.1. Na wykresie widać charakterystyczny obszar w zakresie ok. 310-350 nm w którym obserwujemy znaczny spadek części rzeczywistej współczynnika załamania i minimum zdolności absorpcyjnych. Wysoka wartość części urojonej współczynnika załamania wskazuje na silną absorpcję promieniowania dla długości fali powyżej 350nm.

Dla dielektryków współczynnik załamania zazwyczaj maleje wraz ze wzrostem długości fali. Zależność ta jest znacznie słabsza niż w przypadku metali. Jako przykład na wykresie 5.2 przedstawiono współczynnik załamania  $SiO_2$ . Urojona część współczynnika załamania dla dielektryków jest mniejsza niż w przypadku

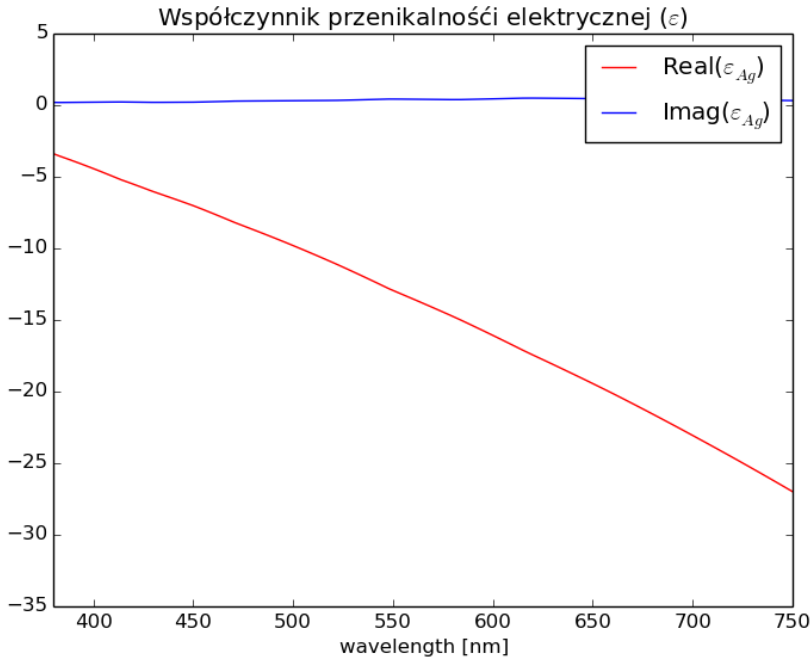


Rysunek 5.2: Zależność współczynnika załamania od długości fali w zakresie optycznym, dla szkła kwarcowego -  $SiO_2$  [10]

metali. W szczególności dla przedstawionego szkła kwarcowego w większości zastosowań jest zanedbywana.

W celu opisu dyspersyjnych dielektryków z powodzeniem stosuje się model Lorenza-Lorenza, a wartość  $\varepsilon$  często traktowana jest jako stała. W przypadku metali, ze względu na wspomniany charakter rezonansowy  $\varepsilon(\omega)$  musi być opisywana przy użyciu modelu Lorenza-Drudego. Dokładniejsze omówienie tego modelu znajduje się w rozdziale 2.3.1.

Należy zaznaczyć, że pominięty został wpływ wektora falowego na wartości  $\varepsilon$  i  $\mu$ . W ogólności  $\varepsilon(\omega, \vec{k})$  jest funkcją zarówno częstotliwości jak i wektora falowego, co należy rozumieć jako zależność indukcji elektrycznej  $\vec{D}(t, \vec{r})$  nie tylko od wzbudzenia w poprzedzającej chwili czasu  $t'$ , ale również od wzbudzenia fali elektromagnetycznej w otoczeniu  $\vec{r}'$ . Ze względu na zależność od otoczenia ta klasa zjawisk nazywana jest nielokalnymi. Wpływu otoczenia na stan polaryzacji

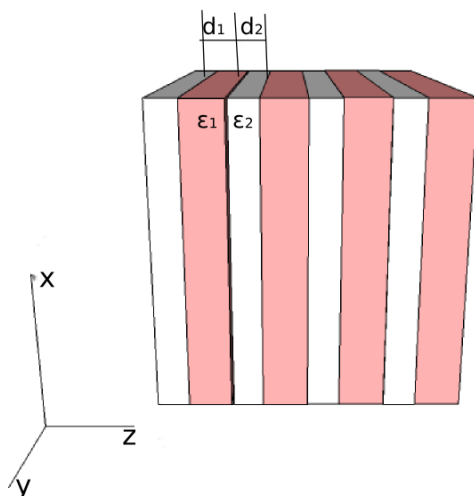


Rysunek 5.3: Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali w zakresie optycznym, dla metalu  $Ag$  [7]

$\vec{P}$  nie można pomijać gdy zmienność pola elektromagnetycznego jest znacząca w porównaniu z drogą swobodną elektronów w ośrodku.

## 5.2. Wielowarstwy z bezdyfrakcyjną propagacją światła

Zgodnie z przedstawionymi własnościami materiałowymi, obrazowanie z rozdzielczością przekraczającą klasyczne ograniczenie dyfrakcyjne przy pomocy metali wiąże się z dużymi stratami natężenia światła w wyniku absorpcji. Zwiększenie współczynnika transmisji przez wielowarstwy zawierające metal możliwe jest dzięki wykorzystaniu efektu rezonansowego tunelowania [15]. Chociaż zastosowanie zaproponowane w cytowanej pracy nie było związane z obrazowaniem,

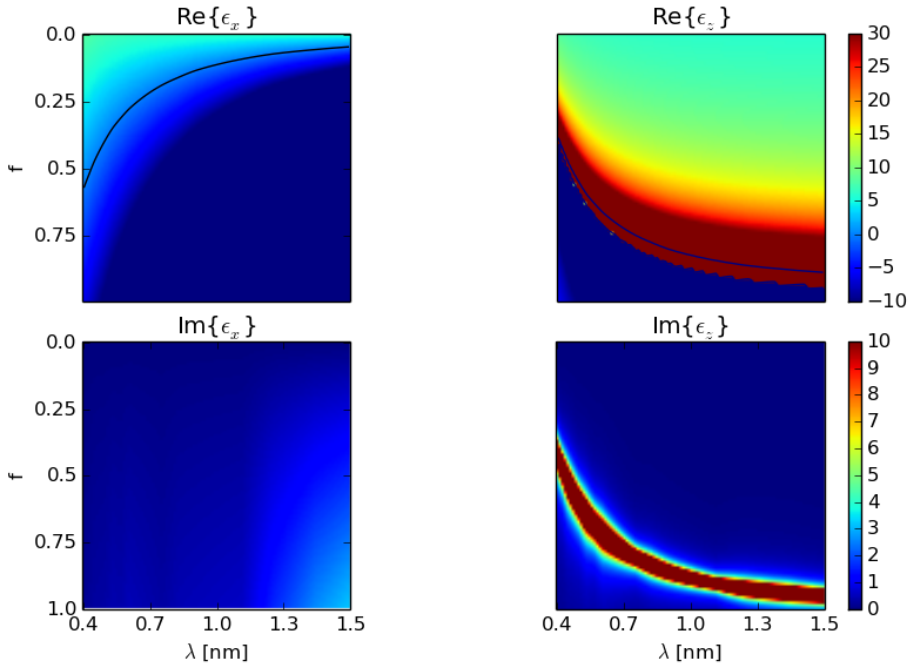


Rysunek 5.4: Schemat wielowarstwy metaliczno dielektrycznej

to możliwość uzyskania współczynnika transmisji rzędu 70% dla wielowarstwy zawierającej łącznie 40 nm srebra otwiera możliwości wysokiej transmisji i wykorzystania materiałów o ujemnym  $\varepsilon$ . Schemat wielowarstwy przedstawia rysunek 5.4. W proponowanym podejściu obrazowanie nad rozdzielcze nie wynika wprost z zastosowania materiału o  $\varepsilon = -1$ , ale z efektywnych anizotropowych właściwości powstałego w ten sposób metamateriału [14]. Przy pomocy przybliżenia ośrodka efektywnego, szerzej omówionego w rozdziale 2.4, możemy dobierając grubości warstw do parametrów stosowanych materiałów uzyskać metamateriał o  $\varepsilon_z \rightarrow \infty$  i  $\varepsilon_x \rightarrow 0$ .

Przykład materiałów z których w opisany sposób można konstruować wielowarstwę charakteryzującą się transmisją bezdyfrakcyjną prezentują wykresy na rysunku 5.5. W szczególności na wykresach zaobserwować możemy, że obszar wysokiego  $\varepsilon_z$  graniczy z obszarem w którym ta składowa przenikalności elektrycznej przyjmuje wartości ujemne. Dla uzyskania własności bezdyfrakcyjnych, kluczowe jest dobranie takiego współczynnika wypełnienia  $f$ , który pozwoli dla określonych wybranych długości fali uzyskać efektywne wartości składowych tensora przenikalności elektrycznej jak najbliższe tym przez nas poszukiwanym. W przypadku prezentowanych materiałów dla długości fali ok. 500 nm możemy uzyskać  $\varepsilon_x \approx 0$  i  $\varepsilon_z \approx 10$

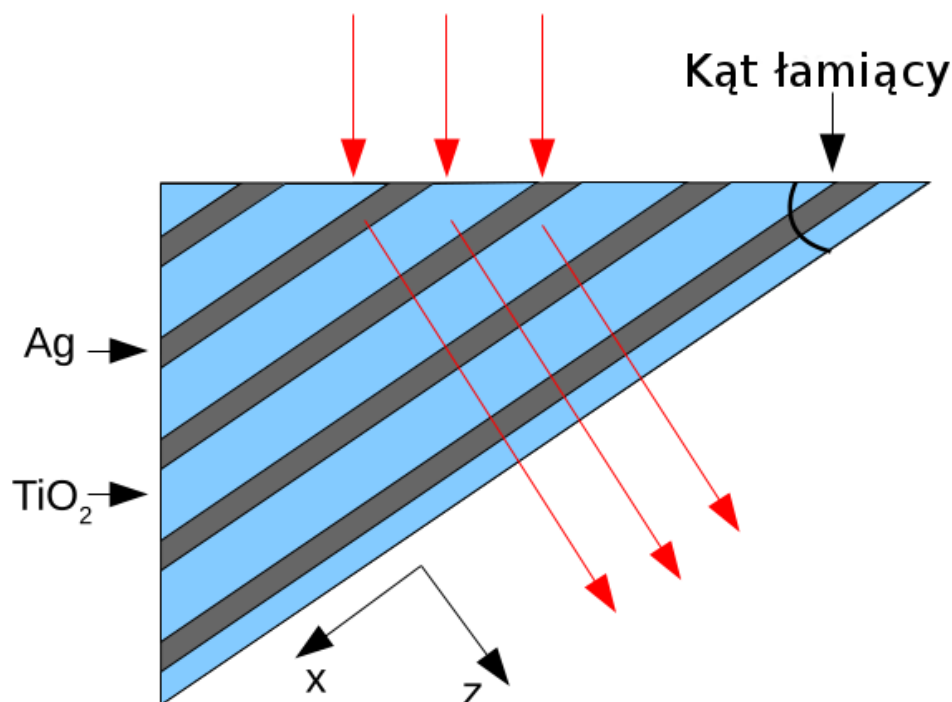




Rysunek 5.5: Przenikalność ośrodka efektywnego obliczona zgodnie ze wzorem (2.24) zbudowanego z warstw  $Ag$  [7] i  $TiO_2$  [3]. Współczynnik wypełnienia  $f=1$  oznacza, że struktura zbudowana jest jedynie ze srebra. Przy pomocy konturu zaznaczono  $\varepsilon_x = 0$  oraz  $\varepsilon_z = 100$ .

### 5.3. Nadrozdzielczy pryzmat

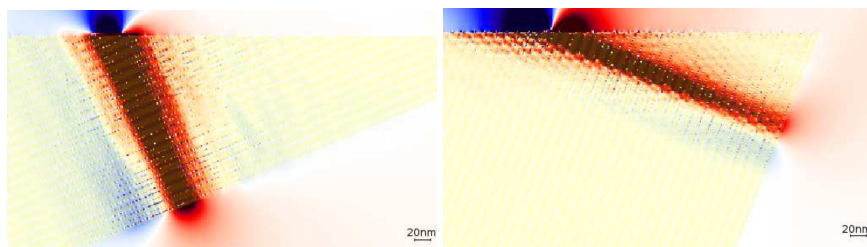
Możliwość konstruowania układów warstwowych charakteryzujących się propagacją promieniowania elektromagnetycznego prostopadle do granicy warstw umożliwiła nie tylko konstrukcję supersoczewek, ale również elementów o bardziej złożonej geometrii. Wykonując ścięcie pod pewnym kątem możemy warstwową supersoczewkę przekształcić w element optyczny kształtem przypominający pryzmat, przykład prezentuje rysunek 5.6. Wykorzystując wielowarstwą o efektywnych właściwościach zapewniających obrazowanie z podfalową rozdzielczością, można taki układ wykorzystać do realizacji operacji rzutowania nie podlegającej klasycznemu ograniczeniu dyfrakcyjnemu [20]. Uzyskując w ten sposób



Rysunek 5.6: Schemat pryzmatu zbudowanego z metamateriału mogącego charakteryzować się kierunkową (prostopadłą do granicy warstw) propagacją fali elektromagnetycznej. Strzałkami schematycznie przedstawiono kierunek propagacji fali E-M.

obraz źródeł o charakterystyce podfalowej powiększony do rozmiarów umożliwiających obserwację przy pomocy tradycyjnych mikroskopów. Możliwe jest również wykorzystanie superpryzmatu do zmniejszenia obrazu, dzięki czemu maska o rozmiarach większych od długości fali może posłużyć do wykonania litografii o rozmiarach podfalowych.

Wykorzystując dwa pryzmaty charakteryzujące się kierunkową propagacją światła, możemy realizować również inne przekształcenia geometryczne na dwuwymiarowych obrazach. Poprzez złożenie dwóch pryzmatów z rysunku 5.6 wzdłuż krawędzi równoległej do osi  $x$ , możemy uzyskać element wykonujący na obrazach o rozmiarach podfalowych operację obrotu. Składając w ten sposób dwa pryzmaty o kącie łamiącym równym  $45^\circ$  możemy zrealizować przesunięcie. Wy-



(a) Kąt łamiący 0.4 rad

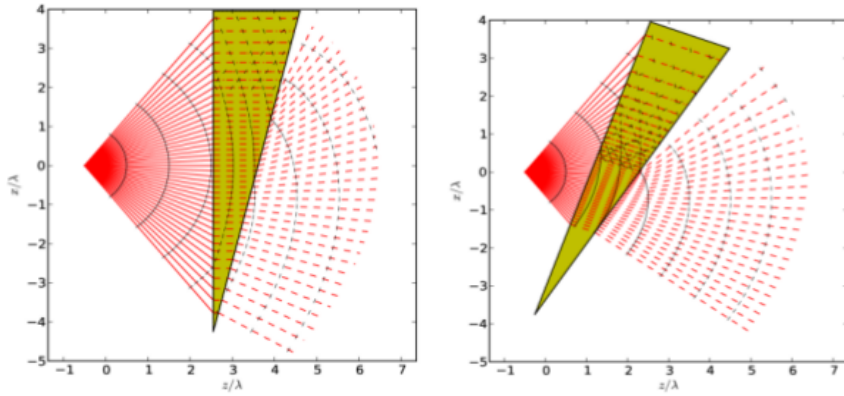
(b) Kąt łamiący 1.2 rad

Rysunek 5.7: Wynik symulacji metodą FDTD propagacji fali E-M przez superpryzmat. Pryzmat oświetlony został wiązką gaussowską o FWHM 90 nm i długości fali 421 nm [20]

korzystając trzy pryzmaty możemy połączyć operację rzutowania i przesunięcia uzyskując efekt powiększenia lub pomniejszenia obrazu w jednym zintegrowanym mikroelemencie optycznym bez zmiany kierunku propagacji promieniowania E-M [25].

Ze względu na propagację światła wewnątrz MDM w określonym kierunku do projektowania układów, których elementy złożone są z omawianych ściętych wielowarstw metaliczno dielektrycznych wykorzystać można algorytm przypominający śledzenia promieni(ang. ray tracing). Kierunek promieni w wiązce wewnątrz wielowarstwy jest wymuszony przez silnie anizotropową efektywną przenikalność elektryczną wielowarstwy, natomiast w przestrzeni swobodnej możemy o nim wnioskować na podstawie klasycznych praw dyfrakcji [12].

Wykorzystując zaproponowany model możemy zaprojektować elementy optyczne do koncentracji promieniowania elektromagnetycznego. Takie mikrourządzenia można zbudować wykorzystując zarówno struktury płaskie jak przedstawiona na rysunku 5.9a i 5.9b, jak i cylindryczne 5.9c czy też zbudowane z kilku elementów typu core-shell 5.9d

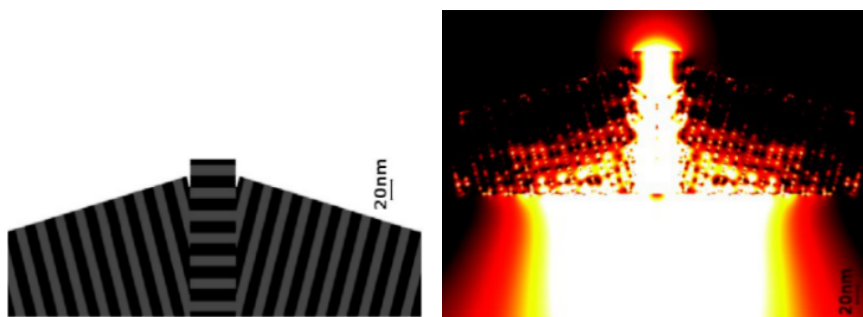


Rysunek 5.8: Przykłady algorytmu śledzenia promienia dla wiązki promieni przechodzącej przez pryzmat z metamateriału umożliwiającą obrazowanie podfałowe [12]

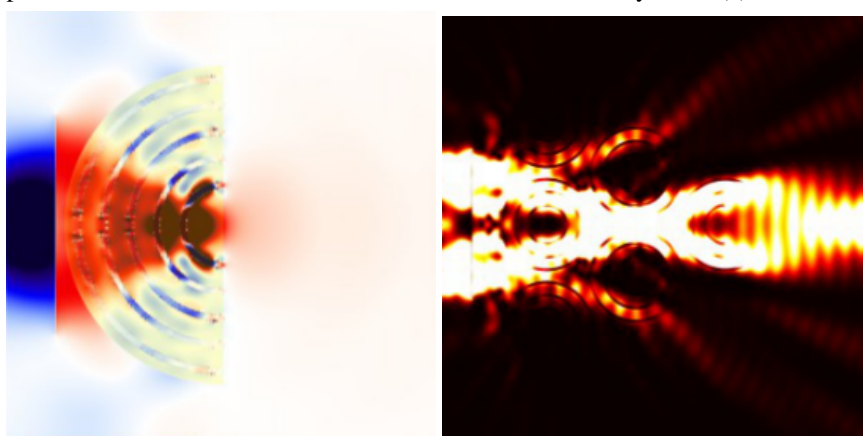
## 5.4. Analiza chropowatości

W poprzedzających częściach pracy zakładaliśmy, że granice między ośrodkami tworzącymi wielowarstwę są idealnie płaskie. W warunkach eksperymentalnych, przy wykorzystaniu technik umożliwiających naprzemienne układanie kilkunastu warstw różnych materiałów o grubości od kilkunastu do kilkudziesięciu nanometrów, takich jak fizyczne osadzanie z fazy gazowej (ang. PVD - physical vapour deposition), uzyskanie takich warstw jest niemożliwe. W poniższym rozdziale przeanalizowany zostanie wpływ niedoskonałości warstw na obrazowanie przez struktury MDM.

Podstawowym parametrem wykorzystywanym do opisu chropowatości jest średnia kwadratowa różnica faktycznej grubości warstwy od zamierzonej (ang. RMS - root mean square). Różnice uzyskanej w stosunku do projektowanej grubości warstwy w kolejnych punktach nie są zmiennymi losowymi niezależnymi, dlatego do pełnego opisu topologii powierzchni niezbędne jest wykorzystanie funkcji autokorelacji[19]. Na podstawie pomiarów mikroskopem sił atomowych (ang. AFM - atomic force microscope) można stwierdzić, że RMS powierzchni podlega statystyce gaussowskiej. Histogram wyników uzyskanych przy



(a) Struktura warstwowa do koncentracji promieniowania E-M (b) Rozkład energii pola E-M wewnątrz koncentratora na rysunku (a)

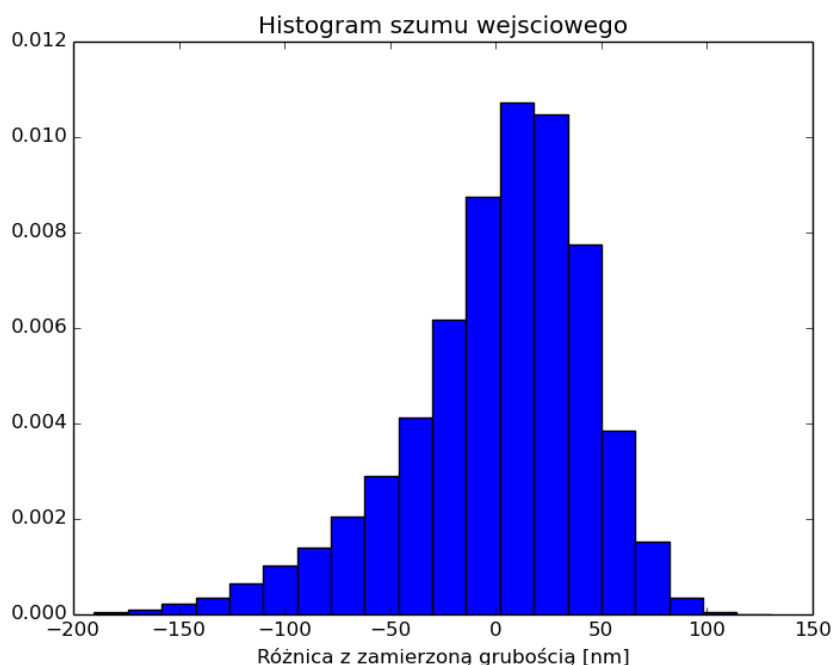


(c) Cylindryczny koncentrator promieniowania E-M (d) Koncentrator promieniowania E-M oparty na strukturach typu core-shell

Rysunek 5.9: Wyniki symulacji metodą FDTD układów do koncentracji promieniowania E-M [12]

pomocy pomiarów AFM przedstawia wykres 5.10, dwu wymiarowy skan uzyskany w pomiarach przedstawia rysunek 5.11.

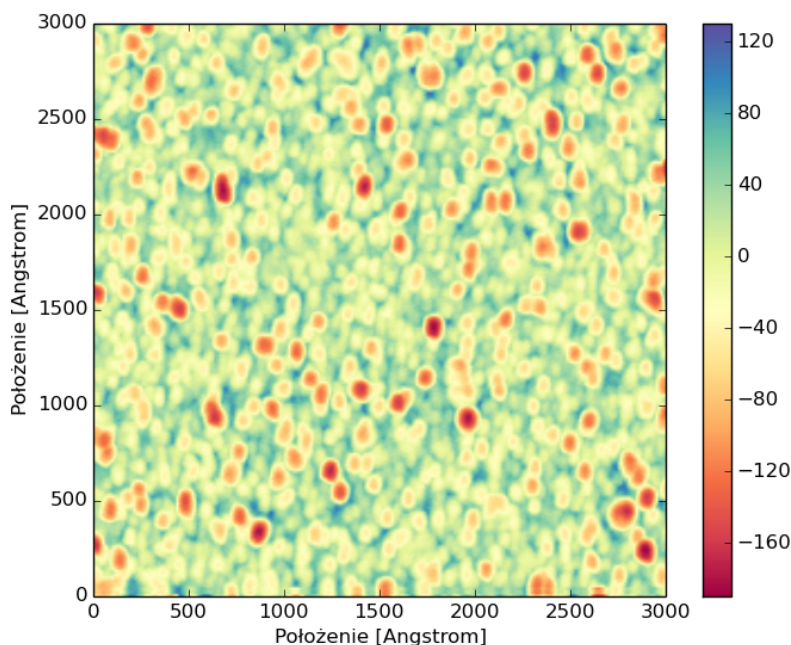
Efektywne współczynniki przenikalności elektrycznej uzyskiwane za pomocą wzoru (2.24) w znacznym stopniu zmieniają się w wyniku wprowadzenia chropowatości. Szczególnie dużą zmienność można zaobserwować w okolicach rezonansu dla  $\epsilon_{\perp}$ , czyli w zakresie długości fali dla którego projektowane są własności metamateriału. Zbliżenie wartości do przewidywanych w warunkach homogenizacji można zaobserwować w przypadku symulacji struktur dla których punkty odpo-



Rysunek 5.10: Histogram odchyleń od zamierzonej grubości dla warstwy 30 nm obserwowanej za pomocą AFM w punktach oddległych od siebie o 11.7 nm

wiadające pomiarom grubości z mikroskopu są bardziej oddalone. Ze względu na przybliżenie granicy warstwy pomiędzy pomiarami z AFM funkcją gładką autorzy otrzymują większe gładkie obszary na powierzchni symulowanej granicy między ośrodkami [9].

Nierówność warstw może mieć pozytywny wpływ na niektóre parametry opisujące zdolności obrazujące wielowarstwy. Uwzględnienie chropowatości może zwiększyć współczynnik transmisji przez granicę dwóch ośrodków poprzez skrócenie zasięgu propagacji plazmonów powierzchniowych [6]. Przykład układu dla którego wprowadzenie chropowatości zwiększa współczynnik transmisji przez układ dla wąskiego zakresu długości fali przedstawia rozkład pola elektromagnetycznego na rysunku 5.12 a i b. W ogólności jednak wzrost chropowatości powierzchni zmniejsza współczynnik transmisji przez strukturę warstwową, co mo-

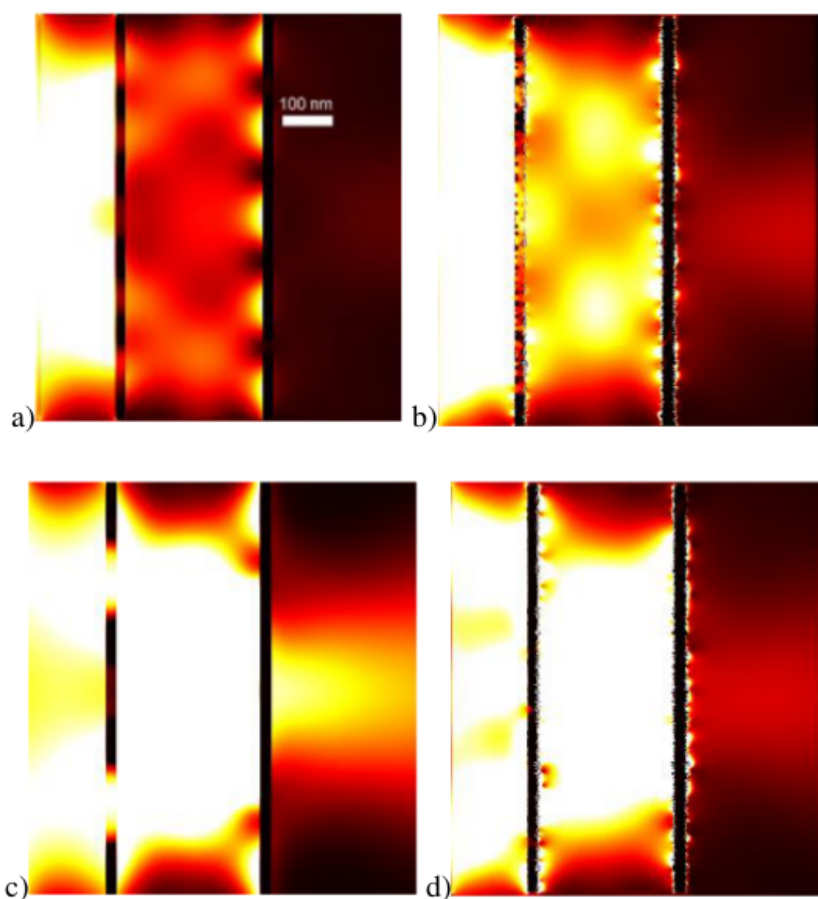


Rysunek 5.11: Pomiary grubości na powierzchni napylonej warstwy 30 nm srebra za pomocą AFM

żemy zaobserwować po zmianie długości fali oświetlającej soczewkę na rozkładach pola na rysunkach 5.12 c i d.

Zmiana właściwości materiałów z których zbudowana jest wielowarstwa na charakteryzujące się mniejszą absorpcją nie może być wykorzystana do kompensacji strat transmisji w wyniku nierówności warstw. Wprowadzenie chropowatości prowadzi do powstania losowych zaburzeń rozkładu pola elektromagnetycznego, których interferencja wprowadza zniekształcenie optycznej funkcji przenoszenia (ang. OTF - Optical Transfer Function). Odpowiednio dobrany współczynnik absorpcji wewnątrz metali zapewnia szybkie zanikanie losowych zaburzeń umożliwiając zachowanie płaskiego charakteru OTF. Szczególne znaczenie dla zachowania własności obrazowania podfalowego ma płaszczyzna wyjściowa wielowarstwy, na której utrzymanie RMS poniżej 0.6 nm jest kluczowe dla uzyskania PSF o szerokości podfalowej. [5]

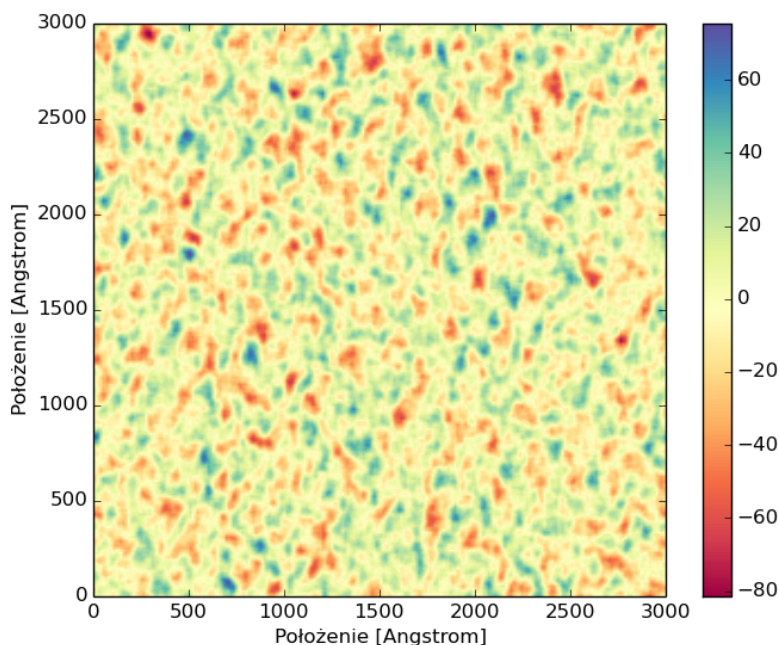




Rysunek 5.12: Rozkład natężenia pola elektromagnetycznego wewnątrz i poza strukturą warstwową o właściwościach supersoczewki z warstwami chropowatymi, oświetloną za pomocą źródła monochromatycznego o długościach fali odpowiednio a,b  $\lambda = 430$  nm i c,d  $\lambda = 490$  nm [21]

Należy zwrócić uwagę, że na skutek chropowatości współczynnik  $\varepsilon_{\perp}$  zostaje zmniejszony w okolicach rezonansu (dla idealnej supersoczewki  $\varepsilon_{\perp} \rightarrow -\infty$ ), co powoduje, że możliwa jest efektywna transmisja wyższych częstotliwości przestrzennych, a co za tym idzie zwiększenie zdolności rozdzielczej układu. Własności obrazujące, które są optymalne przy płaskim kształcie OTF zostają jednocześnie zaburzone, a ich zachowanie możliwe jest poprzez użycie materiałów o większym

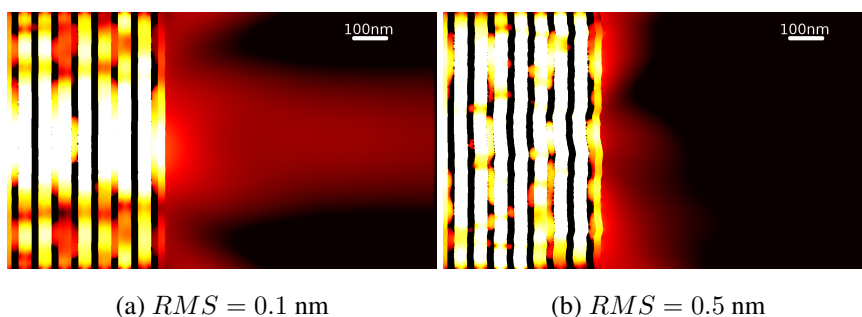




Rysunek 5.13: Wizualizacja powierzchni chropowatej wygenerowanej na podstawie pomiarów AFM. Generowana jest zmienna losowa podlegające rozkładowi normalnemu o widmowej gęstości mocy odpowiadającej wynikom pomiarów przy pomocy AFM.

współczynnika absorpcji. Na podstawie takiego rozważania Zhen Guo i in.[5] wnioskują, że chropowatość w zasadniczy sposób pogarsza zdolności obrazujące supersoczewki, zdolność rozdzielcza jest natomiast kontrolowana poprzez stratność użytych materiałów.

Porównanie wyników prac numerycznych dotyczących wpływu chropowatości na współczynnik transmisji, szerokość i kształt PSF oraz na zdolność rozdzielczą wielowarstwy wymaga uwzględnienia różnic w metodach zastosowanych w obliczeniach prowadzonych przez różnych autorów. Kluczowym elementem jest sposób generacji powierzchni chropowatej - w niektórych pracach nie jest uwzględniana autokorelacja nierówności [5], w innych wykorzystywane są algorytmy heurystyczne łączące punkty z pomiarów mikroskopowych za pomocą



Rysunek 5.14: Wyniki symulacji wielowarstwy o 17 chropowatych granicach ośrodków, z różnymi wartościami RMS charakteryzującymi chropowatość warstw. Na ilustracji (b) obserwujemy znaczne ograniczenie strumienia fali E-M propagującego się w pole dalekie na skutek interferencji wielu fal płaskich losowo zaburzonych przez nierówności. [1]

wielomianów sklejanym<sup>1</sup> [9], w innych pracach autorzy opierają się na widmowy rozkładzie gęstości mocy zmiennej losowej [1]. Przykład powierzchni chropowatej wygenerowanej na podstawie pomiarów z mikroskopu AFM ostatnią metodą znajduje się na ilustracji 5.13.

Niezależnie od zastosowanej metodyki symulacji pola elektromagnetycznego i generacji warstw chropowatych składających się na supersoczewki zbudowane ze struktur MDM wyniki są zgodne. Uzyskanie nadrozdzielczego obrazowania przez omawiane układy możliwe jest jedynie w wielowarstwach o  $RMS < 1.5 \text{ nm}$  [5, 19, 9]. Wraz ze wzrostem liczby warstw własności transmisyjne i obrazujące stosu MDM stają się bardziej wrażliwe na chropowatości powierzchni ???. W przypadku stosów składających się z kilkunastu warstw RMS nawet na poziomie 0.5 nm może uniemożliwić uzyskanie wysokiego współczynnika transmisji, a co za tym idzie praktycznego wykorzystania tego typu soczewek [1].

<sup>1</sup> tzw. krzywa B-sklejana, w literaturze polskiej postulowana bywa również nazwa splajn od angielskiego B-spline

## Bibliografia

- [1] A.Pastuszczak, M.Stolarek, and R. Kotyński. Engineering the point spread function of layered metamaterials. *Opto-Electronics Review*, 21(4):355–366, 2013.
- [2] J.-P. Berenger. A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves. *Journal of Computational Physics*, 114:185–200, October 1994.
- [3] J. R. DEVORE. Refractive indices of rutile and sphalerite. *J. Opt. Soc. Am.*, 41(6):416–417, Jun 1951.
- [4] J. Goodman. Introduction to fourier optics.
- [5] Zhen Guo, Qizhao Huang, Changtao Wang, Ping Gao, Wei Zhang, Zeyu Zhao, Lianshan Yan, and Xiangang Luo. Negative and positive impact of roughness and loss on subwavelength imaging for superlens structures. *Plasmonics*, 9(1):103–110, 2014.
- [6] Shaowu Huang, Haogang Wang, Kung-Hau Ding, and Leung Tsang. Subwavelength imaging enhancement through a three-dimensional plasmon superlens with rough surface. *Optics letters*, 37(8):1295–1297, 2012.
- [7] P. B. Johnson and R. W. Christy. Optical constants of the noble metals. *Phys. Rev. B*, 6:4370–4379, Dec 1972.
- [8] Yun-Shik Lee. *Principles of Terahertz Science and Technology: Proceedings of the International Conference, Held in Mainz, Germany, June 5-9, 1979*, volume 170. Springer Science & Business Media, 2009.

- [9] Alon Ludwig, Kevin J Webb, et al. Impact of surface roughness on the effective dielectric constants and subwavelength image resolution of metal-insulator stack lenses. *Optics letters*, 37(20):4317–4319, 2012.
- [10] I. H. MALITSON. Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica. *J. Opt. Soc. Am.*, 55(10):1205–1208, Oct 1965.
- [11] MA Ordal, LL Long, RJ Bell, SE Bell, RR Bell, RW Alexander, and CA Ward. Optical properties of the metals al, co, cu, au, fe, pb, ni, pd, pt, ag, ti, and w in the infrared and far infrared. *Applied Optics*, 22(7):1099–1119, 1983.
- [12] Anna Pastuszczyk, Marcin Stolarek, and R Kotynski. Slanted layered superlenses for subwavelength light manipulation. In *Transparent Optical Networks (ICTON), 2011 13th International Conference on*, pages 1–4. IEEE, 2011.
- [13] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3966–3969, Oct 2000.
- [14] S Anantha Ramakrishna, JB Pendry, MCK Wiltshire, and WJ Stewart. Imaging the near field. *Journal of Modern Optics*, 50(9):1419–1430, 2003.
- [15] M. Scalora, M. J. Bloemer, A. S. Pethel, J. P. Dowling, C. M. Bowden, and A. S. Manka. Transparent, metallo-dielectric, one-dimensional, photonic band-gap structures. *Journal of Applied Physics*, 83(5):2377–2383, 1998.
- [16] B. Schneider. Understanding the finite-difference time-domain method, 2010.
- [17] T Skauli, PS Kuo, KL Vodopyanov, TJ Pinguet, O Levi, LA Eyres, JS Harris, MM Fejer, B Gerard, L Becouarn, et al. Improved dispersion relations for gaas and applications to nonlinear optics. *Journal of Applied Physics*, 94(10):6447–6455, 2003.
- [18] D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, 84:4184–4187, May 2000.

- [19] T Stefaniuk, Grzegorz Nowak, and R Kotynski. Effect of surface roughness on subwavelength imaging with layered metamaterial optical elements. In *SPIE Optics+ Optoelectronics*, pages 807010–807010. International Society for Optics and Photonics, 2011.
- [20] M. Stolarek, A. Pastuszcza, J. Pniewski, and R. Kotyński. Sub-wavelength imaging using silver-dielectric metamaterial layered prism. *Proc. SPIE*, 7746:774613–774613–8, 2010.
- [21] M. Stolarek, P. Wróbel, T. Stefaniuk, M. Wlazło, A. Pastuszcza, and R. Kotyński. Spatial filtering with rough metal-dielectric layered metamaterials. *Photonics Letters of Poland*, 5(2):60–62, 2013.
- [22] Victor Georgievich Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Physics-Uspekhi*, 10(4):509–514, 1968.
- [23] K. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14:302–307, May 1966.
- [24] Yijun Zhang, Benkang Chang, Zhi Yang, Jun Niu, Yajuan Xiong, Feng Shi, Hui Guo, and Yiping Zeng. Annealing study of carrier concentration in gradient-doped gaas/gaalas epilayers grown by molecular beam epitaxy. *Applied optics*, 48(9):1715–1720, 2009.
- [25] Junming Zhao, Yijun Feng, Bo Zhu, and Tian Jiang. Sub-wavelength image manipulating through compensated anisotropic metamaterial prisms. *Opt. Express*, 16(22):18057–18066, Oct 2008.