

**Uniwersytet Warszawski**

---

Wydział Fizyki

ZAKŁAD OPTYKI INFORMACYJNEJ



**PRACA DOKTORSKA**

**MARCIN STOLAREK**

**FOTNONIKA, PLAZMONIKA MEEP**

PROMOTOR:

dr hab. Rafał Kotyński

Warszawa2014



## **OŚWIADCZENIE AUTORA PRACY**

OŚWIADCZAM, ŚWIADOMY ODPOWIEDZIALNOŚCI KARNEJ ZA POŚWIADCZENIE NIEPRAWDY, ŻE NINIEJSZĄ PRACĘ DYPLOMOWĄ WYKONAŁEM OSOBIŚCIE I SAMODZIELNIE, I NIE KORZYSTAŁEM ZE ŹRÓDEŁ INNYCH NIŻ WYMIENIONE W PRACY.

.....

PODPIS

**University of Warsaw**

---

Faculty of Physics

INFORMATION OPTICS DEPARTMENT



**PHD IN PHYSICS**

**MARCIN STOLAREK**

**FOTONICS, PLASMONICS MEEP**

SUPERVISOR:

Rafał Kotyński Ph.D

Warsaw 2014

Serdecznie dziękuję ...

## Spis treści

<b>1. Wstęp</b>	7
1.1. State of the art	8
1.2. Cele i tezy pracy	8
1.3. Podział pracy	8
<b>2. Modelowanie własności podfalowych struktur fotonicznych</b>	9
2.1. Metody numeryczne	10
2.1.1. Metody macierzowe	10
2.1.2. FDTD	10
2.1.3. FDTD w jednym wymiarze	11
2.1.4. Warunki brzegowe	14
2.1.5. Źródła pola elektromagnetycznego	15
2.1.6. PML	15
2.2. Systemy liniowe niezmiennicze	15
2.3. Modele materiałowe	19
2.3.1. Model Lorenza-Drudego	20
2.4. Model efektywny	22
<b>3. Siatki metalowe do kształtowania fali elektromagnetycznej w THz</b>	24
3.1. Wprowadzenie	25
3.2. Antena THz - siatka dyfrakcyjna + podkład	25
3.3. Transmisja jedno kierunkowa	28
3.4. Soczewka dyfrakcyjna z transmisją jedno kierunkową	28

<b>4. PML</b> .....	30
4.1. Wprowadzenie .....	31
4.2. PML ze struktury warstwowej.....	31
4.3. core shell pml?.....	31
<b>5. Bezdyfrakcyjna propagacja światła w wielowarstwach metaliczno-dielektrycznych</b> .....	33
5.1. Podstawowe pojęcia Optyki Foruierowskiej .....	35
5.2. Własności materiałowe w zakresie widzialnym.....	35
5.3. Wielowarstwy z bezdyfrakcyjną propagacją światła .....	35
5.4. Nadrozdzielczy pryzmat.....	35
5.5. Analiza chropowatości.....	35
5.6. Bardziej złożone struktury składane wielowarstw .....	35

## **1. Wstep**



## **1.1. State of the art**

## **1.2. Cele i tezy pracy**

## **1.3. Podział pracy**

## **2. Modelowanie własności podfalowych struktur fotonicznych**

## 2.1. Metody numeryczne

### 2.1.1. Metody macierzowe

### 2.1.2. FDTD

Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu (ang. FDTD - finite-difference time-domain) jest szeroko wykorzystywana w niniejszej pracy ze względu na możliwości symulowania ośrodków materialnych opisywanych modelem Lorenza-Drudego 2.3, oraz bezpośrednie obliczanie wartości pól  $E$  i  $H$  we wszystkich punktach siatki obliczeniowej. Poniżej przedstawione zostały podstawowe elementy tej metody symulacji numerycznych. Podstawą do współcześnie prowadzonych symulacji elektromagnetycznych w dziedzinie czasu jest algorytm Yee[Yee(1966)], który rozwiązywanie równań Maxwella sprowadza do następującej sekwencji:

1. Zastąpienie wszystkich różniczek w prawach Ampera i Faradaya różnicami skończonymi.
2. Przekształcić powstałe równania, tak aby wyrazić amplitudy pól  $E$  i  $H$  w nieznanym czasie  $t_0 + \Delta_t$  przez ich wartości w czasie  $t_0$ , oraz wartości drugiego pola w czasie  $t_0 + \frac{\Delta_t}{2}$ .
3. Obliczyć wartości pola  $H$  w czasie  $t_0 + \Delta_t$ .
4. Na podstawie już obliczonych wartości  $H$  dla  $t = t_0 + \Delta_t$ , obliczyć wartości pola  $E$  w czasie  $t_0 + \frac{3}{2}\Delta_t$ .
5. Powtarzając kroki 3-4 ewoluować stan układu przez żądany czas.

Na lepsze zrozumienie tych kilku abstrakcyjnie opisanych kroków pozwoli nam przeanalizowany poniżej przykład. Ponieważ prowadzenie rachunków dla problemu trójwymiarowego byłoby przesadnie skomplikowane dla celów poglądowych skupimy się na problemie jednowymiarowym.

### 2.1.3. FDTD w jednym wymiarze

Przyjmijmy jednowymiarową przestrzeń opisywaną przez oś  $x$ , oraz załóżmy, że pole elektryczne posiada jedynie składową w kierunku  $z$ . W takiej sytuacji prawo Faradaya możemy zapisać jako:

$$\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} \hat{e}_y \quad (2.1)$$

Zgodnie z oczekiwaniami jedyną zmianną w czasie składową natężenia pola magnetycznego jest  $H_y$ . Wykorzystując ten fakt możemy również uprościć zapis prawa Ampera:

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \hat{e}_z \quad (2.2)$$

Z powyższych równań możemy zapisać skalarny układ równań różniczkowych na składowe  $H_y$  i  $E_z$ ,

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}, \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x}, \quad (2.3)$$

w którym zmiana w czasie amplitudy jednego z pól wyrażona jest przez pochodną względem  $x$  drugiego pola. Równanie wyprowadzone z 2.1 posłuży nam do ewolucji w czasie natężenia pola magnetycznego, natomiast równanie 2.2 do obliczenia przyszłych (w czasie  $t_0 + \Delta_t$ ) wartości pola  $E$ .

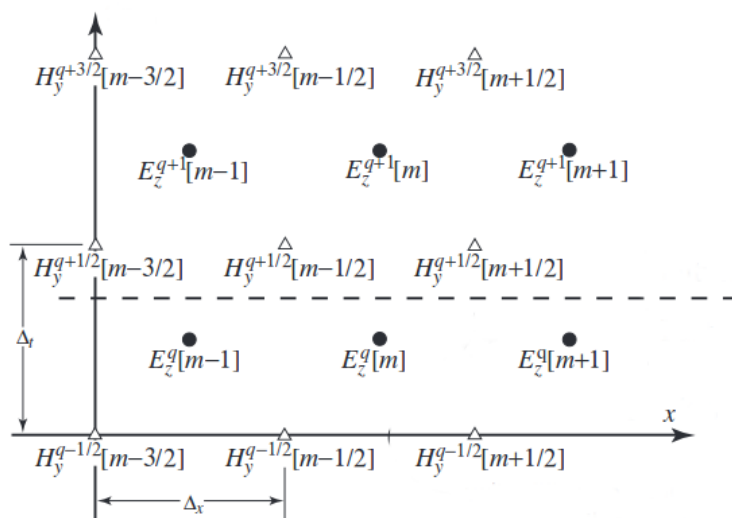
Dla analizy numerycznych aspektów metody FDTD wygodnie jest traktować czas jako drugi wymiar problemu. Wprowadzając konwencję przypisywania górnych indeksów  $q$  iteracjom algorytmu, oraz umieszczanych w nawiasach kwadratowych indeksów  $m$  opisujących położenie w przestrzeni. Możemy wyprowadzić formuły do obliczania wartości obu pól

$$H_y^{q+\frac{1}{2}}[m + \frac{1}{2}] = H_y^{q-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta_t}{\mu \Delta_x} (E_z^q[m+1] - E_z^q[m]), \quad (2.4)$$

$$E_z^{q+1}[m] = E_z^q + \frac{\Delta_t}{\varepsilon \Delta_x} (H_y^{q+\frac{1}{2}}[m + \frac{1}{2}] - H_y^{q-\frac{1}{2}}[m - \frac{1}{2}]), \quad (2.5)$$

Ponieważ wartości obu pól w kolejnym korku czasowym wyrażane są jedynie przez wartość tego pola w kroku poprzednim, oraz wartości drugiego pola w sąsiednich punktach możemy zastosować dyskretyzację skokową<sup>1</sup>. Jej zastosowanie

<sup>1</sup>Często spotykana jest również nazwa żabi skok, będąca kalą językową z angielskiego leap-frog



Rysunek 2.1: Graficzna prezentacja dyskretyzacji w jednowymiarowej metodzie FDTD. Pozioma przerywana linia wskazuje przykładową granicę pomiędzy wartościami już obliczonymi i szukanymi w kolejnym kroku symulacji.

powoduje, że obliczane wartości pól  $E$  i  $H$  nie dotyczą dokładnie tej samej chwili w czasie, przez co dokładne uzgodnienie fazy obu pól wymaga wykonania dodatkowego "połówkowego" kroku na jednym z pól. Zaletą zastosowanej dyskretyzacji jest natomiast wyższa, o rząd wielkości, dokładność numeryczna. Ze względu na zysk numeryczny, algorytm skokowy stosujemy również dla dyskretyzacji względem położenia. Graficzną reprezentację rozwiązywania jednowymiarowego problemu elektromagnetycznego metodą FDTD przedstawia rysunek 2.1.3.

Współczynniki  $\frac{\Delta_t}{\varepsilon \Delta_x}$  i  $\frac{\Delta_t}{\mu \Delta_x}$  odgrywają kluczową rolę w równaniach 2.4 i 2.5, wygodnie jest przedstawić je w formie pozwalającej przeanalizować jak daleko energia może propagować się w pojedynczym kroku czasowym [Schneider(2010)]. W tym celu wprowadza się tzw. współczynnik Couranta,  $S = \frac{c \Delta_t}{\Delta_x}$ , będący stosunkiem odległości pokonywanej przez front fali elektromagnetycznej w jednym kroku czasowym i gęstości próbkowania w przestrzeni. W przypadku symulacji jednowymiarowych, uwzględniając fakt, że wartości w kolejnych chwilach czasu zależą jedynie od punktów dyskretnych z najbliższego otoczenia możemy stwierdzić, że powinno spełniać warunek  $S \leq 1$ . W szczególności optymalnym dla omawianej sytuacji jest wybranie  $S = 1$ , ponieważ wtedy w jednym kroku czasowym front fali elektromagnetycznej pokonuje odległość równą  $\Delta_x$ . Wybranie właściwego współczynnika Couranta komplikuje wprowadzenie niejednorodności w obszarze symulacji. Ponieważ prędkość fazowa zależy od współczynnika załamania, prędkość fazowa w dwu różnych obszarach symulacji może być różna. W takiej sytuacji, przy zachowaniu równomiernego próbkowania przestrzennego doprowadzenie do idealnego dopasowania siatki przestrzennej i kroku czasowego może okazać się niemożliwe, co prowadzi do powstania "dyspersji numerycznej" na siatce FDTD.

W ogólności dla problemów wielowymiarowych stosuje się wzór

$$S \leq \frac{n_{min}}{\sqrt{DIM}}, \quad (2.6)$$

gdzie przez  $DIM$  oznaczono liczbę wymiarów przestrzennych symulacji, a  $n_{min}$  najniższy współczynnik załamania materiału znajdującego się w przestrzeni symulacji. Wyznaczenie odpowiedniego współczynnika Couranta dla symulacji z ma-

teriałami dyspersyjnymi ?? jest zagadaniem skomplikowanym, wymagającym każdorazowego rozpatrzenia parametrów symulacji.

#### 2.1.4. Warunki brzegowe

Równania 2.4 i 2.5 mogą być oczywiście zastosowane jedynie do punktów nie będących granicznymi dla obszaru symulacji. Najprostszy sposób wprowadzenia warunku brzegowego jest przyjęcie skrajnych wartości pola elektrycznego lub magnetycznego jako równych 0, fizycznie wprowadzenie tego typu założenia jest równoważne z umieszczeniem na granicy symulowanego obszaru idealnego przewodnika, odpowiednio elektrycznego (PEC)<sup>2</sup> lub magnetycznego (PMC)<sup>3</sup>. Wprowadzenie stałej, równej zero wartości na granicy obszaru symulacji powoduje odbicie obu pól, w stosunku do pola dla którego ustalono zerową wartość na granicy przy odbiciu następuje zmiana znaku. Ograniczenie obszaru symulacji przy pomocy idealnego przewodnika, de facto ogranicza możliwości metody do modelowania jedynie wnęk rezonansowych. Większość zjawisk elektromagnetycznych odbywa się w otwartej przestrzeni<sup>4</sup>

W celu umożliwienia symulacji zjawisk zachodzących w nieograniczonej przestrzeni, wprowadza się absorbcyjne warunki brzegowe (ABC od ang. absorbing boundary condition), których celem jest zasymulowanie zachowania nieskończonej przestrzeni przy pomocy skończonej liczby wierzchołków siatki obliczeniowej. W przypadku symulacji jednowymiarowej dla  $n = 1$ , współczynnika Couranta  $S = 1$  i zastosowaniu standardowego założenia o braku źródeł poza obszarem symulacji, tego typu warunek brzegowy można łatwo zrealizować. Wartości amplitudy pola w wierzchołku na brzegu w kroku  $q + 1$  musi wynosić dokładnie wartość amplitudy tego pola w kroku  $q$  w wierzchołku sąsiednim. W sytuacji wielowymiarowej, gdy w obszarze symulacji występują np. materiały stratne za-

---

<sup>2</sup>Od ang. Perfect Electric Conductor

<sup>3</sup>Będącego tworem numerycznym (dla wygody numerycznej wprowadza się również przewodność magnetyczną, więcej w 2.1.6). W skrócie określanym jako PMC od ang. Perfect Magnetic Conductor

<sup>4</sup>Za którą z dobrym przybliżeniem możemy uważać nawet zamknięte laboratorium. Ponieważ analizowane zjawiska dyfrakcji, czy rozpraszania zachodzą w małym obszarze, położonym z dala od ograniczeń fizycznych takich jak ściany które słabo odbijają światło widzialne.

gadnienie to staje się znacznie bardziej skomplikowane. Przykładowymi propozycjami rozwiązań omawianego problemu są warunki przegowe typu TFSF(ang total field scatter field) czy PML (ang. perfectly matched layer), które zostanie szerzej omówione w ??.

### 2.1.5. Źródła pola elektromagnetycznego

Ostatnim z omawianych podstawowych elementów metody FDTD jest wprowadzenie źródeł. Najbardziej podstawowym sposobem na realizację tego zadania jest umieszczenie tzw. źródła sztywnego. W takim przypadku w wybranym punkcie symulacji pole elektryczne nie jest obliczane zgodnie z równaniem 2.5, zamiast tego zależność czasu stanu pola elektrycznego od czasu jest dla niego podana w sposób analityczny. Tego typu źródło, podobnie jak zadane w sposób stały warunki brzegowe wprowadza dodatkowe odbicia w obszarze symulacji.

Innym sposobem wprowadzenia źródła, jest wykorzystanie prawa ampera z gęstością prądu, w postaci

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.7)$$

### 2.1.6. PML

Przykładowe rozwiązania: fala zanikająca, plazmon, fala propagująca?

## 2.2. Systemy liniowe niezmiennicze.

Celem obecnego podrozdziału jest zdefiniowanie pojęcia systemów liniowych, które w niniejszej pracy znajduje zastosowanie w analizie zjawisk obrazowania. W ogólności przez systemem rozumiemy odpowiedniość pomiędzy zestawem funkcji wejściowych, a zestawem funkcji wyjściowych. W przypadku sieci elektrycznych funkcjami wejściowymi jak i wyjściowymi mogą być zależności napięcia i natężenia prądu elektrycznego od czasu. Jeżeli ograniczymy opis do systemów deterministycznych, określonemu zestawowi funkcji wejściowych musi odpowiadać dokładnie jeden układ funkcji wyjściowych. Wyjście układu nie musi jednak po-



zwalać na jednoznaczny identyfikację wejścia, w szczególności dla wielu stanów wejścia system może nie odpowiadać żadnym wyjściem.

Matematyczną reprezentacją opisanego systemu, jest operator  $S\{\}$ , który działając na zestaw funkcji wejściowych  $g_i$  tworzy funkcje wyjściowe  $f_i$ :

$$f_i(\vec{x}) = S\{g_i(\vec{x})\}. \quad (2.8)$$

Nie wprowadzając dodatkowych założeń dotyczących operatora  $S\{\}$ , nie można podać innych matematycznych własności systemu, niż definicja wyrażona równaniem 2.8. Szczególne znaczenie nie tylko dla niniejszej pracy, ale również wielu zastosowań inżynierskich mają tzw. systemy liniowe. Warunkiem liniowości systemu jest spełnianie zasady superpozycji, którą wyraża poniższe równanie:

$$S\{\alpha p(\vec{x}) + \beta q(\vec{x})\} = \alpha S\{p(\vec{x})\} + \beta S\{q(\vec{x})\} \quad (2.9)$$

Zgodnie z powyższym równaniem, odpowiedź systemu możemy przedstawić jako sumę odpowiedzi na funkcje składowe na które rozłożyliśmy wejście układu. W przypadku zjawisk elektromagnetycznych zasada superpozycji spełniona jest dla amplitud pól elektromagnetycznych <sup>5</sup> - w przypadku promieniowania koherentnego lub dla natężeń tych pól w przypadku światła całkowicie niespójnego. Do rozkładu funkcji wejściowej na elementarne składowe posłużymy się własnością filtracji delty Diraca

$$g(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) \delta(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta}. \quad (2.10)$$

Poszukując funkcji wyjściowej dla układu  $S\{\}$  odpowiadającej funkcji wejściowej  $g(x)$ , wykonujemy podstawienie równania 2.10 do równania 2.8

$$f(\vec{x}) = S\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) \delta(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta}\right\}. \quad (2.11)$$

Ponieważ funkcja  $g(\vec{\eta})$  nie zależy od zmiennych  $\vec{x}$ , możemy traktować ją jako wagę i korzystając z własności superpozycji 2.9 włączyć operator  $S$  pod znak całki

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) S\{\delta(\vec{x} - \vec{\eta})\} d\vec{\eta}, \quad (2.12)$$

---

<sup>5</sup>Mozna tak? teoria skalarna...?

dla uproszczenia zapisu powyższego równania wprowadzimy funkcję

$$h(\vec{x}, \vec{\eta}) := S\{\delta(\vec{x} - \vec{\eta})\}. \quad (2.13)$$

Powyższa funkcja nazywana jest funkcją odpowiedzi impulsowej (ang. impulse response), w optyce zazwyczaj określa się ją mianem funkcji rozmycia punktu (ang. point-spreadfunction). Korzystając z wprowadzonego oznaczenia możemy do równania 2.12 podstawić definicję 2.13, otrzymując jedną z podstawowych formuł stosowanych do opisu systemów liniowych, tzw. całkę superpozycji:

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) h(\vec{x}, \vec{\eta}) d\vec{\eta}. \quad (2.14)$$

Powyższe równanie wskazuje, że dla opisanie odpowiedzi systemu na dowolny zestaw funkcji wejściowych niezbędna jest jedynie znajomość funkcji odpowiedzi impulsowych układu. W obecnie rozważanym ogólnym przypadku funkcja odpowiedzi musi być zdefiniowana dla wszystkich punktowych wzbudzeń w płaszczyźnie wejściowej. Przykładem analizowanego układu może być np. soczewka oświetlana promieniowaniem niekoherentnym, dla której niezbędnym zestawem informacji potrzebnym do obliczenia natężenia światła w płaszczyźnie obrazu jest znajomość funkcji odpowiedzi dla wszystkich źródeł punktowych znajdujących się w płaszczyźnie przedmiotu.

Szczególne znaczenie dla niniejszej pracy ma kolejna, często spotykana w zastosowaniach własność układów liniowych określana jako niezmienniczość. W ogólności, może być to np. niezmienniczość systemu elektrycznego w czasie. Rozumiana jako zależność funkcji odpowiedzi impulsowej  $h(t, \tau)$  (gdzie  $t$  jest czasem, w którym poszukiwana jest odpowiedź na impuls elektryczny mający miejsce w czasie  $\tau$ ) jedynie od różnicy  $t - \tau$ . Dla układów elektrycznych taka własność jest zazwyczaj spełniona, ponieważ oporniki, kondensatory i indukcyjności z których są zbudowane zazwyczaj nie zmieniają swoich własności w czasie eksperymentów.

Dla układu obrazującego niezmienniczość rozumiemy jako niezmienniczość ze względu na przesunięcia w wyniku której, funkcja odpowiedzi impulsowej zależy jedynie od odległości pomiędzy położeniem wzbudzenia, a położeniem obrazu

$$h(\vec{x}, \vec{\eta}) = h(\vec{x} - \vec{\eta}). \quad (2.15)$$

Powyższa własność zastosowana do układów obrazujących jest więc równoważna stwierdzeniu, że zmiana położenia przedmiotu wpływa jedynie na zmianę położenia jego obrazu. W przypadku niemal wszystkich realnych układów optycznych własność ta nie jest spełniona w całej przestrzeni położenia, zazwyczaj można jednak obszar podzielić na "łaty" w których zastosowanie będą miały odpowiednie funkcje  $h_i$ , natomiast w ramach "łatek" dobrym przybliżeniem stosować można założenie o izoplanatyczności systemu. Szczególnym przypadkiem obszaru często wykorzystywanego w analizie obrazowania przez klasyczne elementy optyczne jest oś układu, w stosunku do której stosuje się omawiane przybliżenie.

Stosując równanie 2.15 do wzoru 2.14 otrzymujemy

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) h(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta} = g * h, \quad (2.16)$$

w powyższym równaniu  $*$  oznacza operację splotu. Ze względu na to znaczące uproszczenie całki superpozycji dla układów liniowych niezmienniczych ze względu na przesunięcia (ang. LSI - linear shift-invariant) matematyczny opis tej klasy systemów posiada znacznie bardziej rozbudowaną strukturę matematyczną. Prostota systemów LSI, będąca źródłem rozbudowanej teorii związanej z ich analizą przejawia się gdy z twierdzenia o splocie, będącego jedną z podstawowych własności transformaty Fouriera zapiszemy powyższe równanie jako

$$F f(\vec{f}) = F g(\vec{f}) \cdot F h(\vec{f}), \quad (2.17)$$

gdzie przez  $F$  oznaczona została transformata Fouriera, a  $\cdot$  oznacza zwykłe mnożenie. W ten sposób znalezienie funkcji wyjściowych układu typu LSI z obliczania splotu<sup>6</sup> zastąpiliśmy obliczaniem transformaty Fouriera, mnożeniem i obliczeniem odwrotnej transformaty Fouriera. Transformata Fouriera funkcji odpowiedzi impulsowej ze względu na swoje szczególne znaczenie nazywana jest funkcją przenoszenia  $H = Fh$ .

W równaniu 2.17 można zauważyć formę zagadnienia własnego opisującego układ typu LSI, w którym wartości funkcji  $H$  dla różnych częstości przestrzennych

---

<sup>6</sup>Będącego zazwyczaj skomplikowaną operacją analityczną lub wysokiej złożoności operacją numeryczną.

$f$  można interpretować jako wartości własne układu. Funkcjami własnymi są natomiast fale płaskie, ponieważ przeprowadzenie matematycznej operacji transformacji Fouriera jest w przypadku analizy zjawisk falowych równoważne rozłożeniu funkcji w bazie fal płaskich. Kolejnymi wnioskami jakie możemy uzyskać wprost z wzoru ?? jest sposób w jaki układy LSI modyfikują funkcje wejściowe w postaci fal płaskich. W takim przypadku  $G = |A|e^{\Phi}$  jest po prostu liczbą zespoloną, a układ wprowadza jedynie tłumienie  $|A|$  i stałą modyfikację fazy  $\Phi$  padającej na fali płaskiej[Goodman()].

W całej pracy posługując się terminem częstości przestrzennych odnosimy się do podanej powyżej formuły w której transformacja Fouriera została zastosowana w stosunku do funkcji położenia, dlatego ze szczególną uwagę należy odróżniać częstości przestrzenne (rozkład w bazie fal płaskich), od częstotliwości odpowiadającej rozkładowi promieniowania w bazie fal monochromatycznych.

## 2.3. Modele materiałowe

Omawiane w niniejszym rozdziale zjawiska wykorzystują zakresy długości fali w których materiały charakteryzują się nietypowymi własnościami. Istnienie takich zakresów spektralnych wynika ze zjawiska dyspersji czasowej materiałów. Zjawisko dyspersji jest przejawem występowania ładunków elektrycznych w budowie materii. Cząstki posiadające ładunek elektryczny jak elektrony lub jony, wprowadzane są w drgania pod wpływem fali elektromagnetycznej. Przez co stają się one źródłem promieniowania elektromagnetycznego modyfikującego fale propagującą się w ośrodku. Ze względu na występowanie częstości własnych drgań cząstek ośrodka zjawiska dyspersyjne mają charakter rezonansowy.

Poniższy rozdział poświęcony jest analizie zjawisk w zakresie optycznym w którym podatność magnetyczna materiałów jest zanedbywalnie mała, w związku z czym przyjmuje się  $\mu(\omega) = \text{const}$ . Przenikalność elektryczna materiałów wykazuje jednak zmienność również dla widma optycznego. W stosunku do dielektryków z powodzeniem stosuje się model Lorenza-Lorenza, a wartość  $\varepsilon$  w prezentowanych zastosowaniach może być traktowana jako stała. Bardziej skomplikowane podejście jest jednak wymagane w przypadku metali, dla których  $\varepsilon(\omega)$  w omawia-

nej części spektrum ma charakter rezonansowy i musi być opisywana przy pomocy modelu Lorentza-Drudego.

W poniższym paragrafie pomijamy uwzględnienie wpływu wektora falowego na wartości  $\varepsilon$  i  $\mu$ . W ogólności  $\varepsilon(\omega, \vec{k})$  jest funkcją zarówno częstotliwości jak i wektora falowego, co należy rozumieć jako zależność indukcji elektrycznej  $\vec{D}(t, \vec{r})$  nie tylko od wzbudzenia w poprzedzającej chwili czasu  $t'$ , ale również od wzbudzenia fali elektromagnetycznej w otoczeniu  $\vec{r}'$ . Ze względu na zależność od otoczenia ta klasa zjawisk nazywana jest nielokalnymi. Wpływu otoczenia na stan polaryzacji  $\vec{P}$  nie można pomijać gdy zmienność pola elektromagnetycznego jest znacząca w porównaniu z drogą swobodną elektronów w ośrodku.

### 2.3.1. Model Lorentza-Drudego

Powszechnie wykorzystywanym do opisu własności dyspersyjnych materiałów jest tzw. model Lorentza-Drudego. De facto jest on połączeniem opisu substancji przewodzących (opisywanych modelem Drudego), oraz dielektryków (opisywanych modelem Lorentza). Wyprowadzenie obu modeli opiera się na zastosowaniu zasad mechaniki klasycznej w stosunku do cząstek naładowanych znajdujących się w materii. Dla dielektryków przyjmujemy, że są one silnie związane z węzłami sieci krystalicznej, a ruch każdego ładunku opisuje równanie oscylatora tłumionego, pobudzanego siłą harmoniczną wywołowaną przez zewnętrzne pole elektromagnetyczne:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} + m\omega^2 \vec{r} = q\vec{E}_0 e^{i\omega t}, \quad (2.18)$$

w powyższym równaniu  $m$  nie należy traktować jako masy ładunku, a jako parametr stanowiący tzw. masę efektywną, której wartość można wyznaczyć przy pomocy mechaniki kwantowej. W przypadku substancji o różnych węzłach sieci krystalicznej, równanie 2.18 należy zapisać osobno dla każdego rodzaju ładunków i centrów sieci. Rozwiązując powyższe równanie różniczkowe, oraz korzystając z definicji polarizacji możemy wyznaczyć przenikalność dielektryczną ośrodka nieprzewodzącego jako:

$$\varepsilon = 1 + \frac{N_o q^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega - i\gamma_j}. \quad (2.19)$$

Wprowadzone w powyższym równaniu współczynniki  $f_j$  opisuja tzw. siłę oscylatora, związaną z prawdopodobieństwem przejść między stanami częstek opisywanego materiału. Wprowadzony parametr  $N_o$  opisuje koncentrację oscylatorów. W przeciwieństwie do izolatorów elektrycznych opis metali musi przedewszystkim uwzględnić istnienie nośników swobodnych. Zaniedbując oddziaływanie ładunków swobodnych ze sobą i zakładając, że ich zderzenia z wierzchołkami sieci krystalicznej mają charakter w pełni przypadkowy możemy ich klasyczne równanie ruchu zapisać jak:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} = q\vec{E}_0 e^{i\omega t}. \quad (2.20)$$

W powyższym równaniu wprowadzona siła oporu  $m\gamma\vec{v}$  wynika ze zderzeń z węzłami sieci krystalicznej. Rozwiązanie powyższego równanie prowadzi do następującego wyrażenia na przenikalność dielektryczną

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma}, \quad (2.21)$$

w którym wprowadzona wartość  $\omega_p$  to częstość plazmowa, opisywana wzorem:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m}}, \quad (2.22)$$

gdzie  $N$  jest koncentracją swobodnych nośników o ładunku  $q$ . Im większa koncentracja nośników swobodnych, tym większa jest częstość plazmowa opisywanego metalu. W przeciwieństwie przenikalność elektryczna maleje, co jest odzwierciedleniem faktu, że w powszechnie przyjętej konwencji nośniki poruszają się przeciwnie do pola elektrycznego. Dla częstotliwości z zakresu optycznego  $\gamma \ll \omega$  co jest odzwierciedleniem faktu, że droga swobodna elektronów w paśmie przewodnictwa jest znacznie większa od rozważanych długości fali. Zgodnie z równaniem 2.21 oznacza to, że dla światła widzialnego decydującą rolę dla własności metali ma część rzeczywista  $\varepsilon$ , która jest dodatnia tylko dla  $\omega > \omega_p$ . Dla takich

częstotliwości w równanie falowe w metalach będzie mieć rozwiązanie w postaci fal poprzecznych. Fizyczą interpretację  $\omega_p$  znaleźć można w rozwiązaniu równania 2.20, jest to częstość własna drgań podłużnych elektronów swobodnych. Sama nazwa częstości plazmowej jest natomiast podstawą dla wprowadzenia tzw. plazmonu objętościowego, stanowiącego kwant omawianych drgań.

Ponieważ polaryzacja jest sumą efektywnych momentów dipolowych przypadających na jednostkę objętości, to wkłady do polaryzacji pochodzące od oddziaływań z elektronami w paśmie przewodnictwa i jonami sieci krystalicznej podlegają dodawaniu. Dlatego model przenikalności elektrycznej materiałów uwzględniający oba te zjawiska, jest sumą wkładów pochodzących z równań 2.19 i 2.21. Zazwyczaj model materiałowy dopasowywane jest do danych eksperymentalnych jedynie w ograniczonym zakresie, ze względu na to większość rezonansów z wzoru 2.19 może zostać zastąpionych stałą wartością zwyczajowo określaną jako  $\varepsilon_\infty$ , a ostateczny wzór przyjmuje postać

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma} + \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega} \quad (2.23)$$

## 2.4. Model efektywny

## Bibliografia

- [Goodman()] J. Goodman. Introduction to fourier optics.
- [Schneider(2010)] B. Schneider. Understanding the finite-difference time-domain method, 2010. URL [www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd](http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd).
- [Smith et al.(2000)Smith, Padilla, Vier, Nemat-Nasser, and Schultz] D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, 84:4184–4187, May 2000. doi: 10.1103/PhysRevLett.84.4184. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.4184>.
- [Veselago(1968)] Victor Georgievich Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Physics-Uspekhi*, 10(4): 509–514, 1968.
- [Yee(1966)] K. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14:302–307, May 1966. doi: 10.1109/TAP.1966.1138693.



### **3. Siatki metalowe do kształtowania fali elektromagnetycznej w THz**

### 3.1. Wprowadzenie

Własności materiałowe w zakresie THz  
Projekt "Detektor promieniowanie THz"  
Nadzwyczajna transmisja przez szczeliny

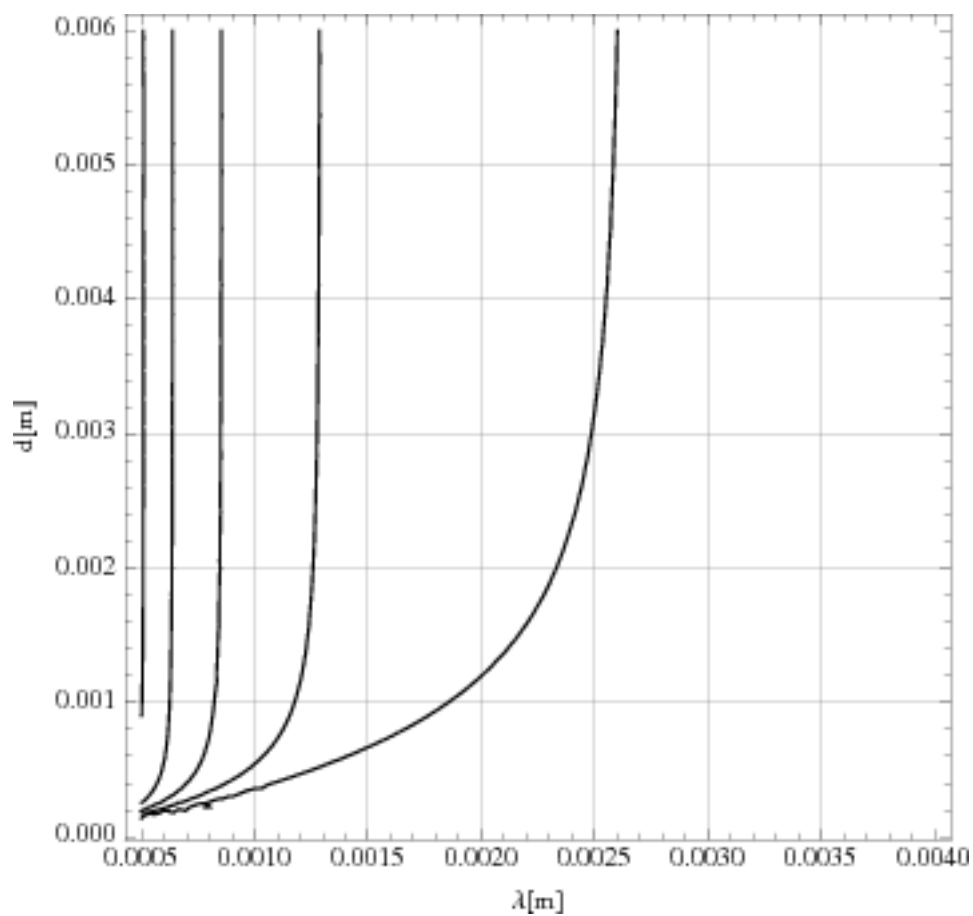
### 3.2. Antena THz - siatka dyfrakcyjna + podkład

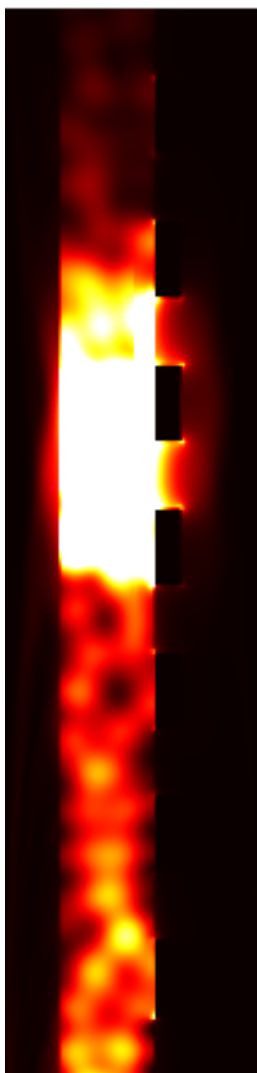
Bazując na pracach numerycznych na jednowymiarowych siatkach dyfrakcyjnych pozwalających na wzbudzenie modów falowodowych w podkładach z GaAs przeanalizowane zostało działanie analogicznych falowodów zbudowanych z siatek koncentrycznych.

Bazując na analitycznym rozwiązaniu problemu wzbudzania modów falowodowych w podkładzie dielektrycznym (przy założeniu nieskończonych wymiarów w kierunku propagacji wewnątrz falowodu) sporządzono wykres przedstawiający zależność okresu siatki pozwalającej na wzbudzenie modu falowodowego od długości fali w próżni promieniowania padającego na układ.

Wielosc galezi wynika z faktu, ze dla krotszych dlugosci fali rozpatrywany podklad ma charakter wielomodowy. Pojedyncze rozwiazanie powyzej dlugosci fali rownej 3mm, wskazuje nam poczatek zakresu jednomodowego.

Dla weryfikacji mozliwosci dzialania zaprojektowanych falowodow, przeprowadzono symulacje FDTD we wspolrzecznych cylindrycznych. Symulacje potwierdzily mozliwosc wykorzystanie powyzzszych siatek zarowno przy oswietleniu ukkladu polaryzacja radialna jak i liniowa. Ponizej przedstawiony rysunek opisuje sytuacje w ktorej struktura z GaAs o rozmiarach 10x10mm pokryta siatka dyfrakcyjna o okresie 538  $\mu\text{m}$  i otworach 250 $\mu\text{m}$  (wspolczynnik wypelnienia ok. 0.53) zostala oswietlona promieniowaniem o dlugosci fali 2.52 mm. W przypadku prezentowanej symulacji siatka miala grubosc 10 $\mu\text{m}$ , w kolejnych symulacjach potwierdzono jednak, ze grubosc siatki nie ma kluczowego zanczenia pod warunkiem zapewnienia nie przezroczystosci siatki. Efekt koncentracji pola przy zblizaniu sie





do środka struktury wynika ze zmniejszania się elementu objętościowego wraz ze zbliżaniem do osi symetrii.

### **3.3. Transmisja jedno kierunkowa**

### **3.4. Soczewka dyfrakcyjna z transmisją jedno kierunkową**

## Bibliografia

- [Goodman()] J. Goodman. Introduction to fourier optics.
- [Schneider(2010)] B. Schneider. Understanding the finite-difference time-domain method, 2010. URL [www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd](http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd).
- [Smith et al.(2000)Smith, Padilla, Vier, Nemat-Nasser, and Schultz] D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, 84:4184–4187, May 2000. doi: 10.1103/PhysRevLett.84.4184. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.4184>.
- [Veselago(1968)] Victor Georgievich Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Physics-Uspekhi*, 10(4): 509–514, 1968.
- [Yee(1966)] K. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14:302–307, May 1966. doi: 10.1109/TAP.1966.1138693.

## **4. PML**

## **4.1. Wprowadzenie**

Koncepcje PML

Zastosowania numeryczne i fizyczne

## **4.2. PML ze struktury warstwowej**

## **4.3. core shell pml?**



## Bibliografia

- [Goodman()] J. Goodman. Introduction to fourier optics.
- [Schneider(2010)] B. Schneider. Understanding the finite-difference time-domain method, 2010. URL [www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd](http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd).
- [Smith et al.(2000)Smith, Padilla, Vier, Nemat-Nasser, and Schultz] D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, 84:4184–4187, May 2000. doi: 10.1103/PhysRevLett.84.4184. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.4184>.
- [Veselago(1968)] Victor Georgievich Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\varepsilon$  and  $\mu$ . *Physics-Uspekhi*, 10(4): 509–514, 1968.
- [Yee(1966)] K. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14:302–307, May 1966. doi: 10.1109/TAP.1966.1138693.

## **5. Bezdyfrakcyjna propagacja światła w wielo- warstwach metaliczno-dielektrycznych**

Każdy element układu optycznego możemy wyrazić jako układ filtrujący częstotliwość i częstotliwości przestrzenne oświetlającego ten układ źródła. Poniższy rozdział poświęcony jest modelowaniu działania wielowarstw metaliczno-dielektrynych wykorzystywanych do budowy elementów optycznych o zaprojektowanych właściwościach filtrowania częstotliwości przestrzennych. W przeciwieństwie do przestrzeni swobodnej, będącej filtrem dolnoprzepustowym, mogą one charakteryzować się również transmisją wysokich częstotliwości przestrzennych, które w przestrzeni swobodnej mają charakter fal ewanescentnych. Wykorzystanie układów tego typu umożliwia konstrukcję elementów optycznych działających poza klasycznym ograniczeniem dyfrakcyjnym.

Złamanie ograniczenia dyfrakcyjnego możliwe jest dzięki zastosowaniu materiałów charakteryzujących się ujemnym załamaniem światła, rozumianym jako załamanie pod kątem skierowanym przeciwnie niż wynikałoby to z Prawa Snelliusa. Materiały takie w odniesieniu do przywołanej klasycznej formuły optyki geometrycznej muszą charakteryzować się ujemnym współczynnikiem załamania światła. Korzystając z elektrodynamiki klasycznej opisywanej równaniami Maxwella wiemy, że współczynnik załamania związany jest z przenikalnością elektryczną i magnetyczną ośrodka:  $n = \pm\sqrt{\epsilon\mu}$ . Wybór dodatniej gałęzi pierwiastka jest więc konwencjonalny i musi być dostosowany do sytuacji fizycznej. Ujemna wartość współczynnika załamania światła jest równoważna ze zmianą kierunku prędkości fazowej, której zwrot jest zgodny ze zwrotem wektora falowego. Pierwszą propozycją definicji ośrodków o ujemnym współczynniku załamania była ujemna wartość iloczynu skalarnego wektora Poyntinga i wektora falowego  $\vec{P} \cdot \vec{k} < 0$  podana przez Victora Vesselago [Veselago(1968)]. Ze względu na tę własność materiały takie nazywane są lewoskrętnymi (ang. left-handed) gdyż w stosunku do do iloczynu  $\vec{E} \times \vec{H}$  nie ma zastosowania reguła prawej dłoni, a przeciwna - lewej.

Materiały lewoskrętne muszą charakteryzować się ujemnymi wartościami  $\epsilon$  i  $\mu$  dla tego samego zakresu częstotliwości. Materiały takie nie były do tej pory obserwowane w przyrodzie, eksperymentalnie dowiedziono jednak możliwość sztucznego wytworzenia metamateriałów o takich właściwościach [Smith et al.(2000) Smith, Padilla, Vier, Nemat-Nasser, and Schultz] przy pomocy SSR(ang split-ring resonator).

Język używany do opisu działania analizowanych struktur warstwowych wywodzi się z Optyki Fourierowskiej w której podstawowym pojęciem są układy LSI (ang. Linear shift-invariant systems). Opisywane struktury spełniają warunki tego typu układów - nie wykazują własności nieliniowych, oraz są niezmiennicze ze względu na przesunięcia. Wykorzystanie formalizmu Optyki Fourierowskiej umożliwia analityczną ocenę wyników symulacji numerycznych, oraz wprowadza spójny zestaw pojęć wykorzystywanych do opisu rozważanych układów.

### **5.1. Podstawowe pojęcia Optyki Fourierowskiej**

### **5.2. Własności materiałowe w zakresie widzialnym**

### **5.3. Wielowarstwy z bezdyfrakcyjną propagacją światła**

### **5.4. Nadrozdzielczy pryzmat**

### **5.5. Analiza chropowatości**

### **5.6. Bardziej złożone struktury składane wielowarstw**

## Bibliografia

- [Goodman()] J. Goodman. Introduction to fourier optics.
- [Schneider(2010)] B. Schneider. Understanding the finite-difference time-domain method, 2010. URL [www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd](http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd).
- [Smith et al.(2000)Smith, Padilla, Vier, Nemat-Nasser, and Schultz] D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, 84:4184–4187, May 2000. doi: 10.1103/PhysRevLett.84.4184. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.4184>.
- [Veselago(1968)] Victor Georgievich Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Physics-Uspekhi*, 10(4): 509–514, 1968.
- [Yee(1966)] K. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14:302–307, May 1966. doi: 10.1109/TAP.1966.1138693.