

**Uniwersytet Warszawski**

---

Wydział Fizyki

ZAKŁAD OPTYKI INFORMACYJNEJ



**ROZPRAWA DOKTORSKA**

**MARCIN STOLAREK**

**ELEMENTY DYFRAKCYJNE, REFRACTORYJNE I  
ABSORPCYJNE OPARTE NA PODFALOWYCH  
PERIODYCZNYCH STRUKTURACH  
METALICZNYCH**

PROMOTOR:  
dr hab. Rafał Kotyński

Warszawa 2014





## OŚWIADCZENIE AUTORA PRACY

OŚWIADCZAM, ŚWIADOMY ODPOWIEDZIALNOŚCI KARNEJ ZA POŚWIADCZENIE NIEPRAWDY, ŻE NINIEJSZĄ PRACĘ DYPLOMOWĄ WYKONAŁEM OSOBIŚCIE I SAMODZIELNIE, I NIE KORZYSTAŁEM ZE ŹRÓDEŁ INNYCH NIŻ WYMIESZCZONE W PRACY.

.....

PODPIS

**University of Warsaw**

---

Faculty of Physics

INFORMATION OPTICS DEPARTMENT



**PHD IN PHYSICS**

**MARCIN STOLAREK**

**DIFFRACTIVE, REFRACTIVE AND ABSORPTIVE  
OPTICAL ELEMENTS BASED ON PERIODIC  
SUB-WAVELENGTH METALLIC STRUCTURES**

SUPERVISOR:

Rafał Kotyński Ph.D

Warsaw 2014



Serdecznie dziękuję ...

# **Spis treści**

<b>1. Wstęp.....</b>	1
1.1. State of the art.....	2
1.2. Cele i tezy pracy .....	2
1.3. Podział pracy .....	2
<b>2. Modelowanie własności podfalowych struktur fotonicznych.....</b>	3
2.1. Metody numeryczne .....	4
2.1.1. Metoda macierzy przejścia.....	4
2.1.2. FDTD .....	5
2.1.3. FDTD w jednym wymiarze.....	6
2.1.4. Warunki brzegowe.....	9
2.1.5. PML .....	10
2.1.6. Źródła pola elektromagnetycznego .....	12
2.1.7. BOR FDTD .....	13
2.2. Systemy liniowe niezmiennicze ze względu na przesunięcia .....	14
2.3. Modele dyspersji materiałów .....	18
2.3.1. Model Lorenza-Drudego.....	18
2.4. Przybliżenie ośrodka efektywnego.....	20
<b>3. Kształtowanie fali elektromagnetycznej w zakresie THz .....</b>	22
3.0.1. Własności wykorzystywanych materiałów .....	23
3.1. Antena THz - siatka dyfrakcyjna wraz z falowodem .....	25
3.1.1. Rezonansowa transmisja przez grube siatki.....	25

3.1.2. Antena dla promieniowania THz o działaniu opartym na wzbudzeniu modu falowodowego.....	29
3.2. Transmisja jednokierunkowa .....	32
3.3. Soczewka dyfrakcyjna z transmisją jedno kierunkową .....	40
<b>4. PML.....</b>	<b>43</b>
4.1. Wyprowadznie UPML .....	44
4.2. PML ze struktury warstwowej [29] .....	48
<b>5. Bezdyfrakcyjna propagacja światła w wielowarstwach metaliczno-dielektrycznych .....</b>	<b>57</b>
5.1. Właściwości dyspersyjne materiałów optycznych w zakresie wi- dzialnym .....	59
5.2. Wielowarstwy z bezdyfrakcyjną propagacją światła .....	62
5.3. Nadrozdzielczy pryzmat.....	64
5.4. Analiza chropowatosci.....	67
<b>Bibliografia .....</b>	<b>75</b>
<b>Spis ilustracji .....</b>	<b>81</b>

## Rozdział 1

# Wstęp

### **1.1. State of the art**

### **1.2. Cele i tezy pracy**

### **1.3. Podział pracy**

## Rozdział 2

# Modelowanie własności podfala- wych struktur fotonicznych

Rysunek 2.1: Ilustracja podstawowego elemntu w symulacjach metodą TMM, wraz z ilustracją amplitud z równanie (2.1)



## 2.1. Metody numeryczne

### 2.1.1. Metoda macierzy przejścia

Metoda macierzy przejścia, w skróce nazywana TMM (ang. transfer matrix method) jest używana w optyce i akustyce do analizy propagacji fal odpowiednio elektromagnetycznych i dźwiękowych przez ośrodki warstwowe. Metoda macierzy przejścia może być wykorzystywana do modelowania współczynników transmisji i odbicia w układach liniowych niezmienniczych ze względu na przesunięcia w kierunku prostopadłym do granicy ośrodków.

W elektromagnetyzmie, macierz przejścia dowolnego układu optycznego wiąże ze sobą amplitudy pól padających i wychodzących [50, 24]:

$$\begin{bmatrix} U_i \\ U_r \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} U_t \\ U_b \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

gdzie  $M$  jest macierzą przejścia układu,  $U$  jedt dowolną wybraną składową pola elektrycznego lub magnetycznego, odpowiednio  $U_i$  - padającą,  $U_r$  - odbitą,  $U_t$  - transmitowaną przez układ, oraz  $U_b$  padającą z przeciwej strony. Graficznie sytuację opisywaną powyższym równaniem przedstawia schemat na rysunku 2.1.

W przypadku analizy układu złożonego z wielu warstw, oznaczenia z wzoru (2.1), możemy poprzez indeks liczbowy przypisać osobno do każdej z macierzy  $M_i$ :

$$\begin{bmatrix} U_i^1 \\ U_r^1 \end{bmatrix} = M_1 \begin{bmatrix} U_t^1 \\ U_b^1 \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

$$\begin{bmatrix} U_i^2 \\ U_r^2 \end{bmatrix} = M_2 \begin{bmatrix} U_t^2 \\ U_b^2 \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

dodając kolejne warstwy np. po lewej stronie od warstwy z rysunku 2.1, wtedy obliczone  $U_i^1$  i  $U_r^1$  według wzoru 2.2 dla kolejnej warstwy mają znacznie odpowiednio  $U_t^2$  i  $U_b^2$ . Podstawiając to do wzoru 2.3 otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} U_i^2 \\ U_r^2 \end{bmatrix} = M_2 M_1 \begin{bmatrix} U_t^1 \\ U_b^1 \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

Z czego wynika, że w układ złożony z  $i$  warstw opisywanych macierzami przejścia  $M_i$  można traktować jak jeden element opisywany przy pomocy macierzy przejścia będącej iloczynem macierzy opisujących wszystkie jego elementy  $M = M_i \cdot M_{i-1} \dots \cdot M_1$ . Podstawowymi macierzami przejścia wykorzystywanymi do obliczeń w układach warstwowych są

- Macierz przejścia odpowiadająca propagacji w ośrodku jednorodnym

$$M_p = \begin{bmatrix} \exp(-2i\pi k z_0) & 0 \\ 0 & \exp(-2i\pi k z_0) \end{bmatrix}, \text{ gdzie} \quad (2.5)$$

$k$  jest długością wektora falowego w ośrodku w którym zachodzi propagacja w kierunku równoległym do grubości warstwy, a  $z_0$  jest grubością warstwy.

- Macierz opisująca przejście fali E-M przez granicę ośrodków

$$M_i = \frac{1}{1+r} \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

gdzie  $r$  jest amplitudowym współczynnikiem odbicia fali na opisywanej granicy ośrodków wynikającym z równań Fresnela i zależnym od kąta padania.

Obliczenie współczynnika transmisji płytki płasko-równoległej wymaga więc skonstruowania macierzy opisującej taką płytke z trzech macierzy:

$$M = M_i \cdot M_p \cdot M_i.$$

### 2.1.2. FDTD

Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu (ang. FDTD - finite-difference time-domain) jest szeroko wykorzystywana w niniejszej pracy ze względu na możliwości symulowania ośrodków materialnych opisywanych modelem Lorenza-Drudego 2.3.1, oraz bezpośrednie obliczanie wartości pól  $E$  i  $H$  we wszystkich

punktach siatki obliczeniowej. Poniżej przedstawione zostały podstawowe elementy tej metody symulacji numerycznych. Podstawą do współcześnie prowadzonych symulacji elektromagnetycznych w dziedzinie czasu jest algorytm Yee[57], który rozwiązywanie równań Maxwella sprowadza do następującej sekwencji:

1. Zastąpienie wszystkich różniczek w prawach Ampera i Faradaya różnicami skończonymi.
2. Przekształcić powstałe równania, tak aby wyrazić amplitudy pól  $E$  i  $H$  w nieznanym czasie  $t_0 + \Delta_t$  przez ich wartości w czasie  $t_0$ , oraz wartości drugiego pola w czasie  $t_0 + \frac{\Delta_t}{2}$ .
3. Obliczyć wartości pola  $H$  w czasie  $t_0 + \Delta_t$ .
4. Na podstawie już obliczonej wartości  $H$  dla  $t = t_0 + \Delta_t$ , obliczyć wartości pola  $E$  w czasie  $t_0 + \frac{3}{2}\Delta_t$ .
5. Powtarzając kroki 3-4 ewoluować stan układu przez rzadany czas.

Na lepsze zrozumienie tych kilku abstrakcyjnie opisanych kroków pozwoli nam przeanalizowany poniżej przykład. Ponieważ prowadzenie rachunków dla problemu trójwymiarowego byłoby przesadnie skomplikowane dla celów poglądowych skupimy się na problemie jednowymiarowym.

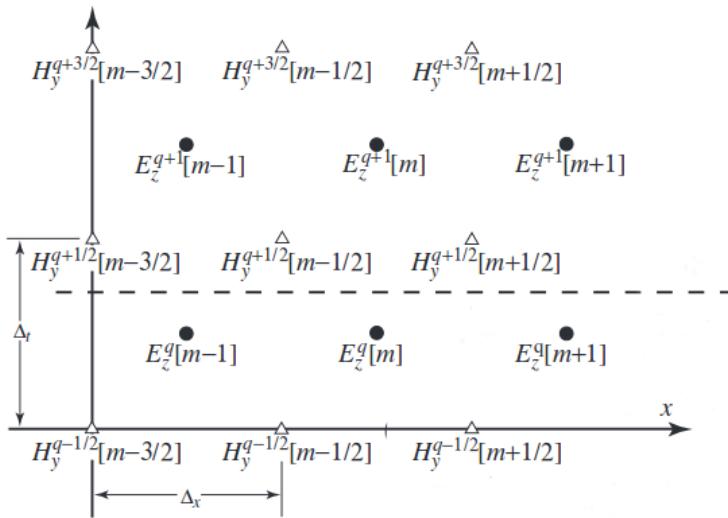
### 2.1.3. FDTD w jednym wymiarze

Przyjmijmy jednowymiarową przestrzeń opisywaną przez oś  $x$ , oraz założmy, że pole elektryczne posiada jedynie składową w kierunku  $z$ . W takiej sytuacji prawo Faradaya możemy zapisać jako:

$$\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} \hat{e}_y \quad (2.7)$$

Zgodnie z oczekiwaniemi jedyną zmienną w czasie składową natężenia pola magnetycznego jest  $H_y$ . Wykorzystując ten fakt możemy również uprościć zapis prawa Ampera:

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \hat{e}_z \quad (2.8)$$



Rysunek 2.2: Graficzna prezentacja dyskretyzacji w jednowymiarowej metodzie FDTD. Pozioma przerywana linia wskazuje przykładową granicę pomiędzy wartościami już obliczonymi i szukanymi w kolejnym kroku symulacji.

Z powyższych równań możemy zapisać skalarny układ równań różniczkowych na składowe  $H_y$  i  $E_z$ ,

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}, \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x}, \quad (2.9)$$

w którym zmiana w czasie amplitudy jednego z pól wyrażona jest przez pochodną względem  $x$  drugiego pola. Równanie wyprowadzone z 2.7 posłuży nam do ewolucji w czasie natężenia pola magnetycznego, natomiast równanie 2.8 do obliczenia przyszłych (w czasie  $t_0 + \Delta_t$ ) wartości pola  $E$ .

Dla analizy numerycznych aspektów metody FDTD wygodnie jest traktować czas jako drugi wymiar problemu. Wprowadzając konwencję przypisowania górnych indeksów  $q$  iteracjom algorytmu, oraz umieszczanych w nawiasach kwadratowych indeksów  $m$  opisujących położenie w przestrzeni. Możemy wyprowadzić formuły do obliczania wartości obu pól

$$H_y^{q+\frac{1}{2}}[m + \frac{1}{2}] = H_y^{q-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta_t}{\mu \Delta_x} (E_z^q[m+1] - E_z^q[m]), \quad (2.10)$$

$$E_z^{q+1}[m] = E_z^q + \frac{\Delta_t}{\varepsilon \Delta_x} (H_z^{q+\frac{1}{2}}[m + \frac{1}{2}] - H_z^{q-\frac{1}{2}}[m - \frac{1}{2}]), \quad (2.11)$$

Ponieważ wartości obu pól w kolejnym korku czasowym wyrażane są jedynie przez wartość tego pola w kroku poprzednim, oraz wartości drugiego pola w siedmiu punktach możemy zastosować dyskretyzację skokową<sup>1</sup>. Jej zastosowanie powoduje, że obliczane wartości pól  $E$  i  $H$  nie dotyczą dokładnie tej samej chwili w czasie, przez co dokładne uzgodnienie fazy obu pól wymaga wykonania dodatkowego "połówkowego" kroku na jednym z pól. Zaletą zastosowanej dyskretyzacji jest natomiast wyższa, o rzad wielkości, dokładność numeryczna. Ze względu na zysk numeryczny, algorytm skokowy stosujemy również dla dyskretyzacji względem położenia. Graficzną reprezentację rozwiązywania jednowymiarowego problemu elektromagnetycznego metodą FDTD przedstawia rysunek ??.

Współczynniki  $\frac{\Delta_t}{\varepsilon \Delta_x}$  i  $\frac{\Delta_t}{\mu \Delta_x}$  odgrywają kluczową rolę w równaniach 2.10 i 2.11, wygodnie jest przedstawić je w formie pozwalającej przeanalizować jak daleko energia może propagować się w pojedynczym kroku czasowym [38]. W tym celu wprowadza się tzw. współczynnik Couranta,  $S = \frac{c \Delta_t}{\Delta_x}$ , będący stosunkiem odległości pokonywanej przez front fali elektromagnetycznej w jednym kroku czasowym i gęstości próbkowania w przestrzeni. W przypadku symulacji jednowymiarowych, uwzględniając fakt, że wartości w kolejnych chwilach czasu zależą jedynie od punktów dyskretnych z najbliższego otoczenia możemy stwierdzić, że powinno spełniać warunek  $S \leq 1$ . W szczególności optymalnym dla omawianej sytuacji jest wybranie  $S = 1$ , ponieważ wtedy w jednym kroku czasowym front fali elektromagnetycznej pokonuje odległość równą  $\Delta_x$ . Wybranie właściwego współczynnika Couranta komplikuje wprowadzenie niejednorodności w obszarze symulacji. Ponieważ prędkość fazowa zależy od współczynnika załamania, prędkość fazowa w dwóch różnych obszarach symulacji może być różna. W takiej sytuacji, przy zachowaniu równomiernego próbkowania przestrzennego doprowadzenie do idealnego dopasowania siatki przestrzennej i kroku czasowego może okazać się niemożliwe, co prowadzi do powstania "dyspersji numerycznej" siatki FDTD.

---

<sup>1</sup>Często spotykana jest również nazwa żabi skok, będąca kalą językową z angielskiego leap-frog

W ogólności dla problemów wielowymiarowych stosuje się wzór

$$S \leq \frac{n_{min}}{\sqrt{DIM}}, \quad (2.12)$$

gdzie przez  $DIM$  oznaczono liczbę wymiarów przestrzennych symulacji, a  $n_{min}$  najniższy współczynnik załamania materiału znajdującego się w przestrzeni symulacji. Wyznaczenie odpowiedniego współczynnika Couranta dla symulacji z materiałami dyspersyjnymi ?? jest zagadnieniem skomplikowanym, wymagającym każdorazowego rozpatrzenia parametrów symulacji.

#### 2.1.4. Warunki brzegowe

Równania 2.10 i 2.11 mogą być oczywiście zastosowane jedynie do punktów nie będących granicznymi dla obszaru symulacji. Numeryczne rozwiązanie równania różniczkowego zawsze wiąże się z odpowiednim dobraniem warunków brzegowych, które nie powinny wprowadzać dodatkowych artefaktów do modelowanego zjawiska. Najprosztszym sposobem jest zastosowanie warunku Dirichleta przyjęcie skrajnych wartości pola elektrycznego lub magnetycznego jako równych 0, fizycznie wprowadzenie tego typu założenia jest równoważne z umieszczeniem na granicy symulowanego obszaru idealnego przewodnika, odpowiednio elektrycznego(PEC)<sup>2</sup> lub magnetycznego(PMC)<sup>3</sup> Wprowadzenie stałej, równej zero wartości na granicy obszaru symulacji powoduje odbicie obu pól, w stosunku do pola dla którego ustalono zerową wartość na granicy przy odbiciu następuje zmiana znaku. Przykład wyników symulacji w pustej przestrzeni ze sztywnymi warunkami brzegowymi znajduje się na ilustracji 2.3a. Ograniczenie obszaru symulacji przy pomocy idealnego przewodnika, de facto ogranicza możliwości metody do modelowania jedynie wnęk rezonansowych. Większość zjawisk elektromagnetycznych odbywa się w otwartej przestrzeni<sup>4</sup>

---

<sup>2</sup>Od ang. Perfect Electric Conductor

<sup>3</sup>Będącego tworem numerycznym (dla wygody numerycznej wprowadza się również przewodność magnetyczną. W skrócie określonym jako PMC od ang. Perfect Magnetic Conductor

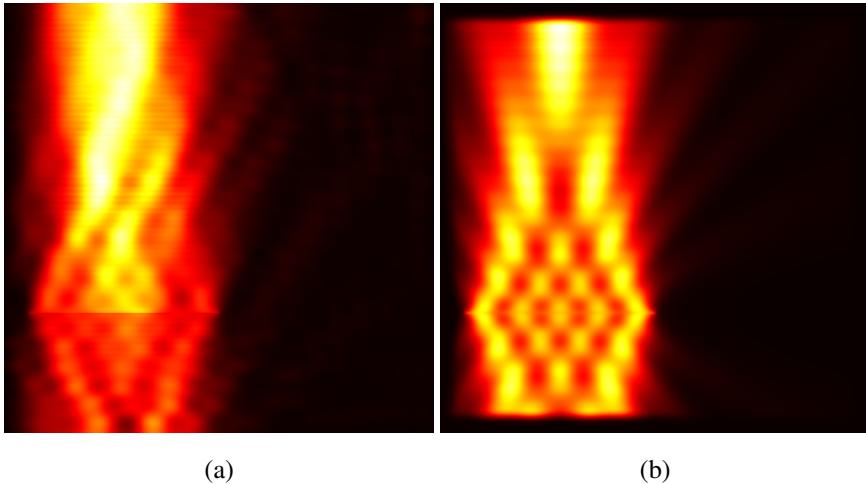
<sup>4</sup>Za którą z dobrym przybliżeniem możemy uważać nawet zamknięte laboratorium. Ponieważ analizowane zjawiska dyfrakcji, czy rozpraszań zachodzą w małym obszarze, położonym z dala od ograniczeń fizycznych takich jak ściany które słabo odbijają światło widzialne.

W przypadku niektórych struktur istnieje naturalne zakończenie obszaru symulacji. Przykładem mogą być periodyczne kryształy fotoniczne, dla których obszar symulacji stanowi komuórka elementarna z periodycznie zadanymi warunkami brzegowymi. Rozwiązania niektórych problemów elektromagnetycznych szybko zanikają w przestrzeni, w związku z czym zastosowanie odpowiednio dużego obszaru symulacji może umożliwić przeprowadzenie obliczeń. Inne zagadnienia wymagają zamiany zmiennych jak np.  $\hat{x} = \tanh(x)$ , która prowadzi do zmiany dziedziny symulacji z  $x \in (-\infty; +\infty)$  na  $\hat{x} \in (-1; 1)$  i rozwiązania zmienionego problemu.

Wygodniejszym rozwiązaniem pozwalającym na skończonej siatce modelować zjawiska zachodzące w nieograniczonej przestrzeni, wprowadza się absorbcyjne warunki brzegowe (ABC od ang. absorbing boundary condition). W przypadku symulacji jednowymiarowej dla  $n = 1$ , współczynnika Couranta  $S = 1$  i zastosowaniu standardowego założenia o braku źródeł poza obszarem symulacji, tego typu warunek brzegowy można łatwo zrealizować. Wartości amplitudy pola w wierzchołku na brzegu w kroku  $q + 1$  musi wynosić dokładnie wartość amplitudy tego pola w kroku  $q$  w wierzchołku sąsiednim. W sytuacji wielowymiarowej, gdy w obszarze symulacji występują np. materiały stratne zagadnienie to staje się znacznie bardziej skomplikowane. Przykładowymi propozycjami rozwiązań omawianego problemu są warunki przegowe typu TFSF(ang total field scatter field).

### 2.1.5. PML

Zmiane podejścia do realizacji symulacji numerycznych dotyczących zjawisk w nieograniczonej przestrzeni zaproponował Jean-Pierre Bérenger. Zamiast konstruowania odpowiedniego warunku brzegowego zaproponował on wprowadzenie nieodbijającej warstwy absorbcyjnej, określanej jako PML (ang. perfectly matched layer), przylegającej do granicy obszaru symulacji [3]. Dzięki zastosowaniu takiej warstwy za nią możemy użyć np. sztywnych warunków Dirichleta, ponieważ po przejściu przez warstwę PML natężenie pola E-M będzie na tyle słabe, że fala odbita od brzegu nie będzie miała wpływu na wynik całości symulacji. Warstwa PML tworzona jest ze sztucznego materiału, którego własności zostały wyprowadzone przez podział rozwiązania równania falowego, stąd stosowana angielska na-



Rysunek 2.3: Porównanie wyników symulacji z propagacją fali E-M w wolnej przestrzeni dla symulacji w której brzeg z warunkiem Dirichleta (a) jest otaczany przez materiał o  $n = 1$ , (b) został otoczony obszarem PML

zwia *split-field* PML.<sup>5</sup>. Wyprowadzenie podane przez Bérengera wymagało również wprowadzenia do równań Maxwella przewodnictwa magnetycznego, które było niezerowe jedynie w niefizycznym obszarze PML.

Obecnie powszechnie wykorzystywana jest wersja PML nie wymagająca modyfikacji równania falowego, która wyraża PML przez obszar symulacji zajmowany przez jednoosiowy absorbujący materiał anizotropowy, stąd stosowana nazwa UPML (ang uniaxial PML). Pierwotne wyprowadzenie UPML oparte było na analitycznym obliczeniu własności materiału spełniających warunek absorbencyjności i zerowego współczynnika odbicia niezależnie od polaryzacji i kąta padającego promieniowania E-M [36]. Później przedstawione zostały bardziej eleganckie formy wyprowadzenia PML oparte na optyce transformacyjnej [34], podobne wyprowadzenie UPML stosowane jest w rozdziale 4 niniejszej pracy.

Należy również nadmienić, że PML posiada pewne ograniczenia. Jednym z nich jest zależność współczynnika absorbcji od kąta padania promieniowania E-

---

<sup>5</sup>Orginalne wyprowadzenie podane przez Bérengera dotyczyło rozwiązywania równań Maxwella, to samo podejście zostało jednak bezpośrednio przełożone na modelowanie innych zjawisk opisywanych równaniem falowym

M. Współczynnik tłumienia jest proporcjonalny do  $k_0 \cos(\theta)$ , gdzie  $\theta$  jest kątem padania. Dla kątów bliskich  $\frac{\pi}{2}$  tłumienie fali padającej dąży do zera, w związku z czym takie fale będą w znacznym stopniu docierać do brzegu symulacji po odbiciu od którego znów znajdą się w interesującym nas obszarze. W praktyce, w symulacjach FDTD można uniknąć tego typu problemów zapewniając odpowiednią odległość symulowanego układu od obszaru PML.

Zasadniczym problemem dotyczącym PML w symulacjach numerycznych jest odbicie na granicy PML wynikające z dyskretności siatki obliczeniowej. W celu uniknięcia problemów związanych z odbiciem numerycznym stosowany w obliczeniach PML nie jest jednolitym ośrodkiem, ale de facto składa się z wielu warstw ośrodków o coraz to większym współczynniku absorbcji.

Niedoskonałością PML, której w żaden sposób nie można uniknąć jest założenie o niezmienności medium graniczącego z PML w kierunku prostopadłym do PML. W takiej sytuacji należy możliwe jest wykorzystanie jedynie absorberów opartych o twierdzenie adiabateyczne [28].

### 2.1.6. Źródła pola elektromagnetycznego

Ostatnim z omawianych podstawowych elementów metody FDTD jest wprowadzenie źródeł. Najbardziej podstawowym sposobem na realizację tego zadania jest umieszczenie tzw. źródła sztywnego. W takim przypadku w wybranym punkcie symulacji pole elektryczne nie jest obliczane zgodnie z równaniem 2.11, zamiast tego zależność czasu stanu pola elektrycznego od czasu jest dla niego podana w sposób analityczny. Tego typu źródło, podobnie jak zadane w sposób stały warunki brzegowe wprowadza dodatkowe odbicia w obszarze symulacji.

Innym sposobem wprowadzenia źródła, jest wykorzystanie prawa ampera z gęstością prądu

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.13)$$

gdzie  $\vec{J}$  może być rozumiany jako gęstość prądu elektrycznego związana z przepływem nośników swobodnych w materiale o określonej przewodności elektrycznej  $\sigma$ , ale może też być wykorzystany jako sposób wprowadzenia źródła pola elektrycznego do symulacji. Wprowadzenie źródła addytywnego wymaga wykorzy-

stania innego równania niż prezentowane wcześniej 2.11, wyprowadzamy z 2.13 przez zastąpienie pochodnych różnicami skończonymi podobnie jak w poprzednim wypadku.

### 2.1.7. BOR FDTD

W przypadku symulacji dotyczącej struktury o symetrii cylindrycznej możliwe jest zredukowanie problemu trójwymiarowego do problemu dwuwymiarowego. Po zamianie współrzędnych na cylindryczne w równaniach (2.7) i (2.8) zależność od kąta  $\phi$  separuje się od zmiennych przestrzennych  $r$  i  $z$  dając analityczne rozwiązanie w postaci szeregów zależnych od kąta

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{m=0}^{\infty} (\vec{e}_u(r, z, t)\cos(m\phi) + \vec{e}_v(r, z, t)\sin(m\phi))$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \sum_{m=0}^{\infty} (\vec{h}_u(r, z, t)\cos(m\phi) + \vec{h}_v(r, z, t)\sin(m\phi)). \quad (2.14)$$

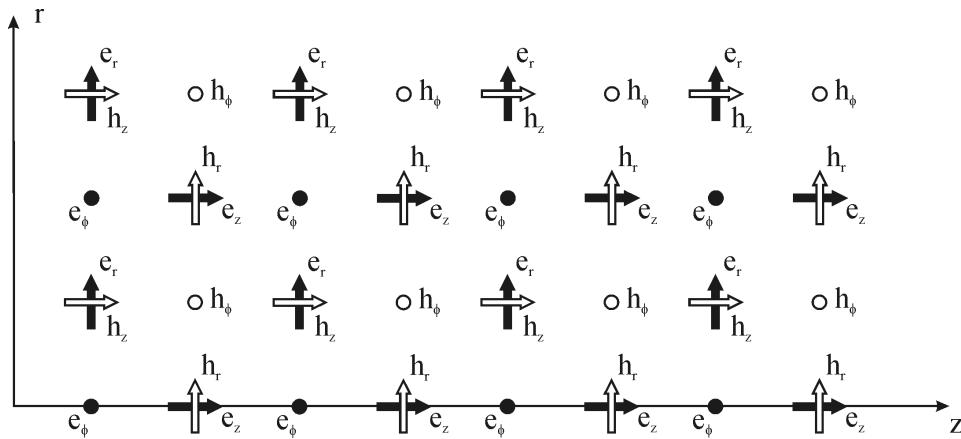
W powyższym wzorze  $m$  jest liczbą numerującą azymutalne mody pola E-M, dla określonego modu prowadzenie symulacji wymaga jedynie aktualizowania wartości funkcji  $e_u, e_v, h_u$  i  $h_v$ , które to są funkcjami jedynie dwóch zmiennych. Jeżeli rozkład pola na początku symulacji, oraz pół generowanych przez źródła znajdujące się w obszarze symulacji można rozłożyć na skończoną liczbę elementów sum ze wzorów (2.14) to rozwiązuje kilka problemów dwu wymiarowych, a następnie stosując zasadę superpozycji pól możemy znaleźć rozwiązanie problemu trójwymiarowego, metodą o dużo mniejszej złożoności obliczeniowej i pamięciowej<sup>6</sup>.

W przypadku symulacji BOR FDTD stabilność numeryczna wyrażana przez współczynnik Couranta zależy od  $m$ . Dla  $m = 0$  największa dopuszczalna wartość przy symulacjach z najniższym współczynnikiem załamania spośród symulowanych materiałów wynosi  $S = \sqrt{2}$ , dla wyższych modów  $S \propto m + 1$ .

Ze względu na symetrię układu współrzędnych pola, których punkty dyskretyzacji znajdują się na osi są tożsamościowo równe zero, poza szczególnymi przypadkami jak  $e_z$  dla modu  $m = 0$ , oraz  $e_{\phi}ih_r$  dla  $m=1$  ( w przypadku dyskretyzacji

---

<sup>6</sup>Liczba punktów w symulacji dwuwymiarowej jest kwadratową funkcją rozdzielczości, a w przypadku obliczeń w trzech wymiarach sześcienną



Rysunek 2.4: Przykład dyskretyzacji do rozwiązywania równań różniczkowych metody BOR FDTD [1]

jak na rysunku 2.4). Ze względu na specjalne traktowanie osi symetrii podczas obliczeń jest to obszar symulacji najbardziej podatny na nietabilności numeryczne. W szczególności jeśli interesujące nas zjawiska zachodzą zdala od osi optycznej poprawę stabilności uzyskuje się poprzez wymaganie zerowych wartości na  $m$  najbliższych osi rzędach wierzchołków dyskretyzacji [27].

Wynikowe rozkłady pola w symulacjach metodą BOR FDTD są dwu wymiarowymi mapami, na których jedna z osi odpowiada współrzędnej  $z$  - konwencjonalnie równoległej do osi symetrii. Druga natomiast współrzędnej  $r$  - odległości od osi. Ze względu na zasadniczą różnicę znaczeniu obu osi kluczowe dla interpretacji wyników jest zdefiniowanie położenia osi symetrii.

Przykładowe rozwiązania: fala zanikająca, plazmon, fala propagująca?

## 2.2. Systemy liniowe niezmiennicze ze względu na przesunięcia

Celem obecnego podrozdziału jest zdefiniowanie pojęcia systemów liniowych, które w niniejszej pracy znajduje zastosowanie w analizie zjawisk obrazowania. W ogólności przez systemem rozumiemy odpowiedniość pomiędzy zestawem funkcji wejściowych, a zestawem funkcji wyjściowych. W przypadku sieci elektrycz-

nych funkcjami wejściowymi jak i wyjściowymi mogą być zależności napięcia i natężenia prądu elektrycznego od czasu. Jeżeli ograniczymy opis do systemów deterministycznych, określonemu zestawowi funkcji wejściowych musi odpowiadać dokładnie jeden układ funkcji wyjściowych. Wyjście układu nie musi jednak pozwalać na jednoznaczną identyfikację wejścia, w szczególności dla wielu stanów wejścia system może nie odpowiadać żadnym wyjściem.

Matematyczną reprezentacją opisanego systemu, jest operator  $S\{\cdot\}$ , który działając na zestaw funkcji wejściowych  $g_i$  tworzy funkcje wyjściowe  $f_i$ :

$$f_i(\vec{x}) = S\{g_i(\vec{x})\}. \quad (2.15)$$

Nie wprowadzając dodatkowych założeń dotyczących operatora  $S\{\cdot\}$ , nie można podać innych matematycznych własności systemu, niż definicja wyrażona równaniem 2.15. Szczególne znaczenie nie tylko dla niniejszej pracy, ale również wielu zastosowań inżynierskich mają tzw. systemy liniowe. Warunkiem liniowości systemu jest spełnianie zasady superpozycji, którą wyraża poniższe równanie:

$$S\{\alpha p(\vec{x}) + \beta q(\vec{x})\} = \alpha S\{p(\vec{x})\} + \beta S\{q(\vec{x})\} \quad (2.16)$$

Zgodnie z powyższym równaniem, odpowiedź systemu możemy przedstawić jako sumę odpowiedzi na funkcje składowe na które rozłożyliśmy wejście układu. W przypadku zjawisk elektromagnetycznych zasada superpozycji spełniona jest dla amplitud pól elektromagnetycznych<sup>7</sup> - w przypadku promieniowania koherentnego lub dla natążen tych pól w przypadku światła całkowicie niespójnego. Do rozkładu funkcji wejściowej na elementarne składowe posłużymy się własnością filtracji delty Diraca

$$g(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) \delta(x - \eta) d\vec{\eta}. \quad (2.17)$$

Poszukując funkcji wyjściowej dla układu  $S\{\cdot\}$  odpowiadającej funkcji wejściowej  $g(x)$ , wykonujemy podstawienie równania 2.17 do równania 2.15

$$f(\vec{x}) = S\left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) \delta(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta} \right\}. \quad (2.18)$$

---

<sup>7</sup>Można tak? teoria skalarna...?

Ponieważ funkcja  $g(\vec{\eta})$  nie zależy od zmiennych  $\vec{x}$ , możemy traktować ją jako wagę i korzystając z własności superpozycji 2.16 włączyć operator  $S$  pod znak całki

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) S\{\delta(\vec{x} - \vec{\eta})d\vec{\eta}\}, \quad (2.19)$$

dla uproszczenia zapisu powyższego równania wprowadzimy funkcję

$$h(\vec{x}, e\vec{t}a) := S\{\delta(\vec{x} - \vec{\eta})\}. \quad (2.20)$$

Powyższa funkcja nazywana jest funkcją odpowiedz impulsowej (ang. impulse response), w optyce zazwyczaj określa się ją mianem funkcji rozmycia punktu (ang. point-spreadfunction). Korzystając z wprowadzonego oznaczenia możemy do równania 2.19 podstawić definicję 2.20, otrzymując jedną z podstawowych formuł stosowanych do opisu systemów liniowych, tzw. całkę superpozycji:

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) h(\vec{x}, \vec{\eta}) d\vec{\eta}. \quad (2.21)$$

Powyższe równanie wskazuje, że dla opisania odpowiedzi systemu na dowolny zestaw funkcji wejściowych niezbędna jest jedynie znajomość funkcji odpowiedzi impulsowych układu. W obecnie rozważanym ogólnym przypadku funkcja odpowiedzi musi być zdefiniowana dla wszystkich punktowych wzbudzeń w płaszczyźnie wejściowej. Przykładem analizowanego układu może być np. soczewka oświetlana promieniowaniem niekoherentnym, dla której niezbędnym zestawem informacji potrzebnym do obliczenia natężenia światła w płaszczyźnie obrazu jest znajomość funkcji odpowiedzi dla wszystkich źródeł punktowych znajdujących się w płaszczyźnie przedmiotu.

Szczególne znaczenie dla niniejszej pracy ma kolejna, często spotykana w zastosowaniach własność układów liniowych określana jako niezmienniczość. W ogólności, może być to np. niezmienniczość systemu elektrycznego w czasie. Rozumiana jako zależność funkcji odpowiedzi impulsowej  $h(t, \tau)$  (gdzie  $t$  jest czasem, w którym poszukiwana jest odpowiedź na impuls elektryczny mający miejsce w czasie  $\tau$ ) jedynie od różnicy  $t - \tau$ . Dla układów elektrycznych taka własność jest zazwyczaj spełniona, ponieważ oporniki, kondensatory i indukcyjności z których są zbudowane zazwyczaj nie zmieniają swoich własności w czasie eksperymentów.

Dla układu obrazującego niezmienniczość rozumiemy jako niezmienniczość ze względu na przesunięcia w wyniku której, funkcja odpowiedzi impulsowej zależy jedynie od odległości pomiędzy położeniem wzbudzenia, a położeniem obrazu

$$h(\vec{x}, \vec{\eta}) = h(\vec{x} - \vec{\eta}). \quad (2.22)$$

Powysza własność zastosowana do układów obrazujących jest więc równoważna stwierdzeniu, że zmiana położenia przedmiotu wpływa jedynie na zmianę położenia jego obrazu. W przypadku niemal wszystkich realnych układów optycznych własność ta nie jest spełniona w całej przestrzeni położzeń, zazwyczaj można jednak obszar podzielić na "łaty" w których zastosowanie będą miały odpowiednie funkcje  $h_i$ , natomiast w ramach "łańcuchów" dobrym przybliżeniem stosować można założenie o izoplanatyczności systemu. Szczególnym przypadkiem obszaru często wykorzystywanego w analizie obrazowania przez klasyczne elementy optyczne jest oś układu, w stosunku do której stosuje się omawiane przybliżenie.

Stosując równanie 2.22 do wzoru 2.21 otrzymujemy

$$f(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{\eta}) h(\vec{x} - \vec{\eta}) d\vec{\eta} = g * h, \quad (2.23)$$

w powyższym równaniu  $*$  oznacza operację splotu. Ze względu na to znaczące uproszczenie całki superpozycji dla układów liniowych niezmienniczych ze względu na przesunięcia (ang. LSI - linear shift-invariant) matematyczny opis tej klasy systemów posiada znacznie bardziej rozbudowaną strukturę matematyczną. Prostota systemów LSI, będąca źródłem rozbudowanej teorii związanej z ich analizą przejawia się gdy z twierdzenia o splocie, będącego jedną z podstawowych własności transformaty Fouriera zapiszemy powyższe równanie jako

$$Ff(\vec{f}) = Fg(\vec{f}) \cdot Fh(\vec{f}), \quad (2.24)$$

gdzie przez  $F$  oznaczona została transformata Fouriera, a  $\cdot$  oznacza zwykłe mnożenie. W ten sposób znaleźliśmy funkcji wyjściowych układu typu LSI z obliczania splotu<sup>8</sup> zastąpiliśmy obliczaniem transformaty Fouriera, mnożeniem i obliczeniem

---

<sup>8</sup>Będącego zazwyczaj skomplikowaną operacją analityczną lub wysokiej złożoności operacją numeryczną.

odwrotnej transformaty Fouriera. Transformata Fouriera funkcji odpowiedzi impulsowej ze względu na swoje szczególne znaczenie nazywana jest funkcją przenoszenia  $H = Fh$ .

W równaniu 2.24 można zauważyć formę zagadnienia własnego opisującego układ typu LSI, w którym wartości funkcji  $H$  dla różnych częstości przestrzennych  $f$  można interpretować jako wartości własne układu. Funkcjami własnymi są natomiast fale płaskie, ponieważ przeprowadzenie matematycznej operacji transformacji Fouriera jest w przypadku analizy zjawisk falowych równoważne rozłożeniu funkcji w bazie fal płaskich. Kolejnymi wnioskami jakie możemy uzyskać wprost z wzoru 2.24 jest sposób w jaki układy LSI modyfikują funkcje wejściowe w postaci fal płaskich. W takim przypadku  $G = |A|e^{\Phi}$  jest po prostu liczbą zespoloną, a układ wprowadza jedynie tłumienie  $|A|$  i stałą modyfikację fazy  $\Phi$  padającej na fali płaskiej[9].

W całej pracy posługując się terminem częstości przestrzennych odnosimy się do podanej powyżej formuły w której transformacja Fouriera została zastosowana w stosunku do funkcji położenia, dlatego ze szczególną uwagą należy odróżniać częstości przestrzenne (rozkład w bazie fal płaskich), od częstotliwości odpowiadającej rozkładowi promieniowania w bazie fal monochromatycznych.

## 2.3. Modele dyspersji materiałów

### 2.3.1. Model Lorenza-Drudego

Powszechnie wykorzystywany do opisu własności dyspersyjnych materiałów jest tzw. model Lorenza-Drudego. De facto jest on połączeniem opisu substancji przewodzących (opisywanych modelem Drudego), oraz dielektryków (opisywanych modelem Lorenza). Wyprowadzenie obu modeli opiera się na zastosowaniu zasad mechaniki klasycznej w stosunku do częstek naładowanych znajdujących się w materii. Dla dielektryków przyjmujemy, że są one silnie związane z węzłami sieci krystalicznej, a ruch każdego ładunku opisuje równanie oscylatora tłumionego, pobudzanego siłą harmoniczną wywoływaną przez zewnętrzne pole

elektromagnetyczne:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} + m\omega^2 \vec{r} = q\vec{E}_0 e^{i\omega t}, \quad (2.25)$$

w powyższym równaniu  $m$  nie należy traktować jako masy ładunku, a jako parametr stanowiący tzw. masę efektywną, której wartość można wyznaczyć przy pomocy mechaniki kwantowej. W przypadku substancji o różnych węzłach sieci krystalicznej, równanie 2.25 należy zapisać osobno dla każdego rodzaju ładunków i centrów sieci. Rozwiązując powyższe równanie różniczkowe, oraz korzystając z definicji polarizacji możemy wyznaczyć przenikalność dielektryczną ośrodka nie-przewodzącego jako:

$$\varepsilon = 1 + \frac{N_o q^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega - i\gamma_j}. \quad (2.26)$$

Wprowadzone w powyższym równaniu współczynniki  $f_j$  opisują tzw. siłę oscylatora, związaną z prawdopodobieństwem przejść między stanami częstek opisywanego materiału. Wprowadzony parametr  $N_o$  opisuje koncentrację oscylatorów. W przeciwnieństwie do izolatorów elektrycznych opis metali musi przedewszystkim uwzględnić istnienie nośników swobodnych. Zaniedbując oddziaływanie ładunków swobodnych ze sobą i zakładając, że ich zderzenia z wierzchołkami sieci krystalicznej mają charakter w pełni przypadkowy możemy ich klasyczne równanie ruchu zapisać jak:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} = q\vec{E}_0 e^{i\omega t}. \quad (2.27)$$

W powyższym równaniu wprowadzona siła oporu  $m\gamma \vec{v}$  wynika ze zderzeń z węzłami sieci krystalicznej. Rozwiązanie powyższego równania prowadzi do następującego wyrażenia na przenikalność dielektryczną

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma}, \quad (2.28)$$

w którym wprowadzona wartość  $\omega_p$  to częstotliwość plazmowa, opisywana wzorem:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m}}, \quad (2.29)$$

gdzie  $N$  jest koncentracją swobodnych nośników o ładunku  $q$ . Im większa koncentracja nośników swobodnych, tym większa jest częstość plazmowa opisywanego metalu. W przeciwnieństwie przenikalność elektryczna maleje, co jest odzwierciedleniem faktu, że w powszechnie przyjętej konwencji nośniki poruszają się przeciwnie do pola elektrycznego. Dla częstotliwości z zakresu optycznego  $\gamma \ll \omega$  co jest odzwierciedleniem faktu, że droga swobodna elektronów w paśmie przewodnictwa jest znacznie większa od rozważanych długości fal. Zgodnie z równaniem 2.28 oznacza to, że dla światła widzialnego decydującą rolę dla własności metali ma część rzeczywista  $\epsilon$ , która jest dodatnia tylko dla  $\omega > \omega_p$ . Dla takich częstotliwości w równanie falowe w metalach będzie mieć rozwiązanie w postaci fal poprzecznych. Fizyczną interpretację  $\omega_p$  znaleźć można w rozwiązaniu równania 2.27, jest to częstość własna drgań podłużnych elektronów swobodnych. Sama nazwa częstości plazmowej jest natomiast podstawą dla wprowadzenia tzw. plazmonu objętościowego, stanowiącego kwant omawianych drgań.

Ponieważ polaryzacja jest sumą efektywnych momentów dipolowych przypadających na jednostkę objętości, to wkłady do polaryzacji pochodzące od oddziaływań z elektronami w paśmie przewodnictwa i jonami sieci krystalicznej podlegają dodawaniu. Dlatego model przenikalności elektrycznej materiałów uwzględniający oba te zjawiska, jest sumą wkładów pochodzących z równań 2.26 i 2.28. Zazwyczaj model materiałowy dopasowywane jest do danych eksperymentalnych jedynie w ograniczonym zakresie, ze względu na to większość rezonansów z wzoru 2.26 może zostać zstępionych stałą wartością zwyczajowo określana jako  $\epsilon_\infty$ , a ostateczny wzór przyjmuje postać

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma} + \frac{Nq^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega} \quad (2.30)$$

## 2.4. Przybliżenie ośrodka efektywnego

Przybliżenie ośrodka efektywnego (ang. EMA effective medium approximations lub ang. EMT effective medium theory) to określenie używane w odniesieniu do analitycznych modeli opisujących makroskopowe własności elektromagnetyczne przestrzeni złożonej z różnych materiałów. EMA pozwala opisywać nie-

jednorodny obszar w przestrzeni złożony z wielu materiałów jako jeden homogeniczny obszar o innych właściwościach - jako metamateriał. Kluczowym w wprowadzeniu przybliżenia EMT jest zdefiniowanie geometrii w jakiej układane są materiały składowe, na jej podstawie w zależności od rozmiarów wprowadzane są ostateczne formuły.

Dla niniejszej pracy szczególne znaczenia mają jednowymiarowe układy, w których periodycznie umieszczone są kolejne warstwy ośrodków materialnych. W sytuacji gdy możemy zakładać, że pojedyncza warstwa jest tak cienka w porównaniu z długością fali, że wartości pól  $E$  i  $D$  wewnątrz warstwy w określonej chwili czasu są stałe. Możemy wprowadzić przybliżone wartości tensora przenikalności elektrycznej:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\parallel} &= f \cdot \varepsilon_1 + 1 - f \cdot \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{\perp} &= (f \cdot \varepsilon_1^{-1} + (1-f) \cdot \varepsilon_2^{-1})^{-1}, \end{aligned} \quad (2.31)$$

oraz magnetycznej:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\perp} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mu_{\parallel} &= f \cdot \mu_1 + 1 - f \cdot \mu_2 \\ \mu_{\perp} &= (f \cdot \mu_1^{-1} + (1-f) \cdot \mu_2^{-1})^{-1}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Oznacza to, że w ośrodku wypełnionym naprzemienne dwoma materiałami, fala elektromagnetyczna propaguje się tak jak w jednoosiowym materiale dwój-łomnym. Osią takiego metamateriału jest dowolna prosta prostopadła do granic warstw dwu tworzących go materiałów [40].

## Rozdział 3

# Kształtowanie fali elektromagnetycznej w zakresie THz

Poniższy rozdział dotyczy wykorzystania siatek dyfrakcyjnych jako elementów detektorów promieniowania, umożliwiających transmisję selektywną ze względu na częstotliwość oraz skierowanie promieniowania do tranzystora polowego stanowiącego faktyczny detektor. W szczególności w podrozdziale 3.1.1 omówione są możliwości wykorzystania metalowych siatek dyfrakcyjnych do uzyskania transmisijs rezonansowej w zakresie THz. Następnie w części 3.1.2 zaprojektowane zostały siatki dyfrakcyjne do wzbudzenia modu falowodowego umożliwiającego transmisję promieniowaną E-M w kierunku detektora.

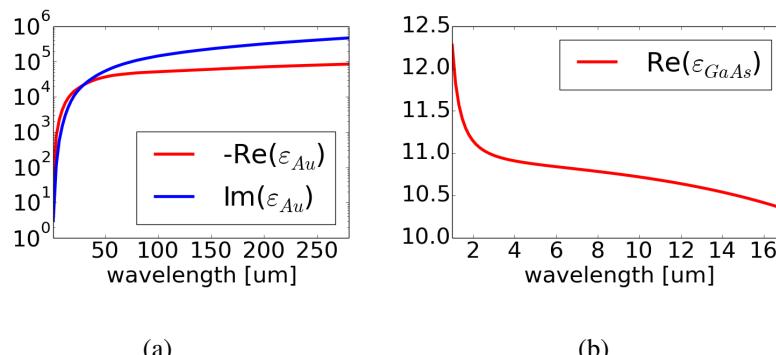
W dalszej części rozdziału przedstawione są możliwości wykorzystania podwójnych metalowych siatek dyfrakcyjnych do uzyskania transmisijs jednokierunkowej, które w geometrii cylindrycznej mogą być również wykorzystane do koncentracji fali E-M. Poza zakresem poniższej pracy znajdują się zjawiska fizyczne związane z generacją i detekcją promieniowania THz.

Do modelowania promieniowania elektromagnetycznego w zakresie THz używane są metody tradycyjnie wykorzystywane w optyce, w szczególności metoda FDTD. Ze względu na różnicę w długości fali, właściwości materiałów w zakresie THz znacznie różnią się od tych dla światła widzialnego.

### **3.0.1. Właściwości wykorzystywanych materiałów**

Kluczowymi procesami odpowiedzialnymi za wartość przenikalności elektrycznej ciał stałych dla niskich częstotliwości THz, określanych niekiedy jako subterahercowe, są mechanizm Drudego (patrz sekcja 2.3.1) i relaksacja Debye'a. Dla częstotliwości bliższych dalekiej podczerwieni podstawowe znaczenie mają optyczne fonony - skwantowane mody drgań sieci krystalicznej. W zależności od wykorzystywanych materiałów typowe wartości współczynnika załamania dla polimerów znajdują się w przedziale  $n \in (1.4; 1.5)$ , dla półprzewodników  $n \in (3.1; 3.5)$  i charakteryzują się niewielką dyspersją. Wypolerowane powierzchnie metalowe są wykorzystywane jako zwierciadła o współczynniku odbicia  $R \approx 0.99$  [19].

W układach omawianych w poniższym rozdziale wykorzystywane są złoto i arsenek galu, dlatego ich właściwości omówione zostaną bardziej szczegółowo. Wszystkie przewodniki, w tym złoto, ze względu na czasy relaksacji rzędu  $10^{-14}\text{s}$



Rysunek 3.1: Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali dla (a)  $Au$  [26], (b)  $GaAs$  [41]

charakteryzują się niemal bezdispersyjną przewodnością. W związku z tym równanie (2.30) możemy zapisać w prostszej postaci

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + i \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega}, \quad (3.1)$$

gdzie przez  $\sigma_0$  oznaczona została przewodność. Dla złota w warunkach normalnych  $\sigma_0 = 45.2 \frac{S}{\mu\text{m}}$ . Ze względu na znacznie większą wartość bezwzględną części urojonej od rzeczywistej dla obszaru subterahercowego powyższe równanie (3.1) możemy dalej uprościć do postaci

$$\varepsilon(\omega) \approx i \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega}. \quad (3.2)$$

Różnica w wartości bezwzględnej części rzeczywistej i urojonej przenikalności elektrycznej złota zmniejsza się ze wzrostem częstotliwości. Dla  $f = 2 \text{ THz}$  moduł części rzeczywistej jest ok. 5 razy mniejszy od modułu części urojonej. Część rzeczywista przenikalności elektrycznej dla fal dłuższych niż optyczne jest ujemna, a jej moduł zmienia się od  $10^2$  do  $10^4$ . Ze względu na dominujący charakter części urojonej związanej z przewodnictwem, eksperymentalne wyznaczenie przenikalności elektrycznej jest bardzo trudne. Eksperymentalne wyznaczenie części rzeczywistej  $\varepsilon_{Au}$  prowadzone jest jedynie dla częstotliwości powyżej

1 THz (długości fali poniżej ok.  $300 \mu\text{m}$ ) [26]<sup>1</sup>. Zależność  $\varepsilon$  od długości fali została przedstawiona na wykresie 3.1a.

Symulacje opisywane w poniższym rozdziale prowadzone są z maksymalną rozdzielczością  $0.5 \mu\text{m}$  na punkt obliczeniowy, natomiast głębokość naskórkowa dla 1 THz,  $\delta = 74.9 \text{ nm}$  [19]. Mała głębokość naskórkowa w porównaniu do długości fali oraz rozmiaru siatki przyjętej w obliczeniach uprawnia do przybliżenia złota przez doskonały przewodnik.

W przeciwieństwie do złota warstwy *GaAs* w zakresie THz mogą być traktowane jako bezstratne. Charakteryzują się one również słabą dyspersją, a w przypadku obliczeń prowadzonych dla wąskiego zakresu długości fali, wartość przenikalności elektrycznej może być traktowana jako stała. Warto jednak zwrócić uwagę na to, że warstwy *GaAs* uzyskiwane w wyniku epitaksji z wiązki molekularnej poddawane są zazwyczaj procesowi wygrzewania w celu ich wygładzenia lub eliminacji zanieczyszczeń. Proces ten może mieć jednak znaczący wpływ na koncentrację elektronów w paśmie przewodnictwa, co może istotnie zmienić właściwości elektromagnetyczne tego materiału [58]. Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali dla *GaAs* przedstawia wykres na rysunku 3.1b.

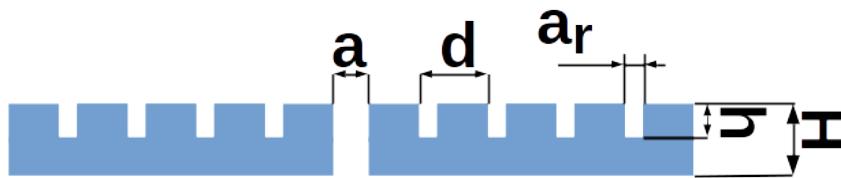
## 3.1. Antena THz - siatka dyfrakcyjna wraz z falowodem

### 3.1.1. Rezonansowa transmisja przez grube siatki

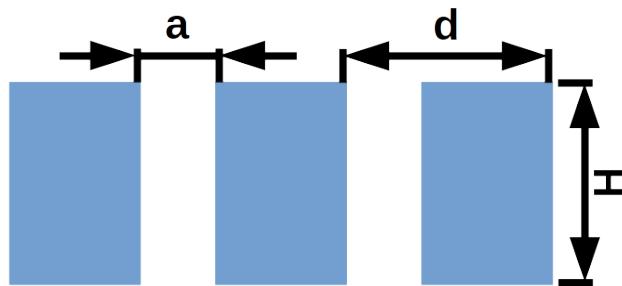
Modelowym układem, w którym można przeprowadzić analizę zjawisk związanych z rezonansową transmisją fali elektromagnetycznej przez siatkę z idealnego przewodnika jest układ przedstawiony na rysunku 3.2 oświetlony od strony rowków. Zakładając, że zarówno rowki jak i szczelina są na tyle cienkie, że możliwe jest wzbudzenie w nich jedynie modu podstawowego<sup>2</sup>, problem propagacji

<sup>1</sup>Powyższa analiza prawdziwa jest dla eksperymentów prowadzonych w temperaturze pokojowej. Obniżenie temperatury do  $T = 80\text{K}$  powoduje wzrost przewodności złota do  $\sigma_0 = 208 \frac{\text{S}}{\mu\text{m}}$ . W temperaturach kriogenicznych w cienkich warstwach złota dominujący wpływ na przewodność może mieć rozpraszanie elektronów na defektach struktury [21]

<sup>2</sup>Dla falowodów planarnych metal-izolator-metal nie istnieje długość fali odcięcia dla modu podstawowego w polaryzacji TM



Rysunek 3.2: Schemat szczeliny otoczonej siatką rowków umożliwiającej nadzwyczajną transmisję rezonansową



Rysunek 3.3: Schemat siatki dyfrakcyjnej wykorzystywanej w simulacjach

fali E-M przez układ można rozwiązać analitycznie. W tym celu promieniowanie w przestrzeni swobodnej możemy rozłożyć na fale płaskie, a wzbudzenia we wnętrzu rowków i falowodu zastąpić polami modów podstawowych. Wymagając odpowiednich warunków zszycia rozwiązań nadzwyczajną transmisję (przeważającą o kilka rzędów wielkości transmisji przewidywaną za pomocą rachunku opartego o współczynnik wypełnienia) przez szczelinę możemy wyróżnić następujące mechanizmy [25]:

- Rezonansowa transmisja przez mod falowodowy w szczelinie. Kontrolowana przez grubość metalu  $H$  na zasadzie rezonansu Fabry-Pérot. Maksimum transmisji występuje w przyjętym przybliżeniu dla

$$\frac{\lambda}{n_{\text{eff}}} = 2 \frac{H}{m}, \quad (3.3)$$

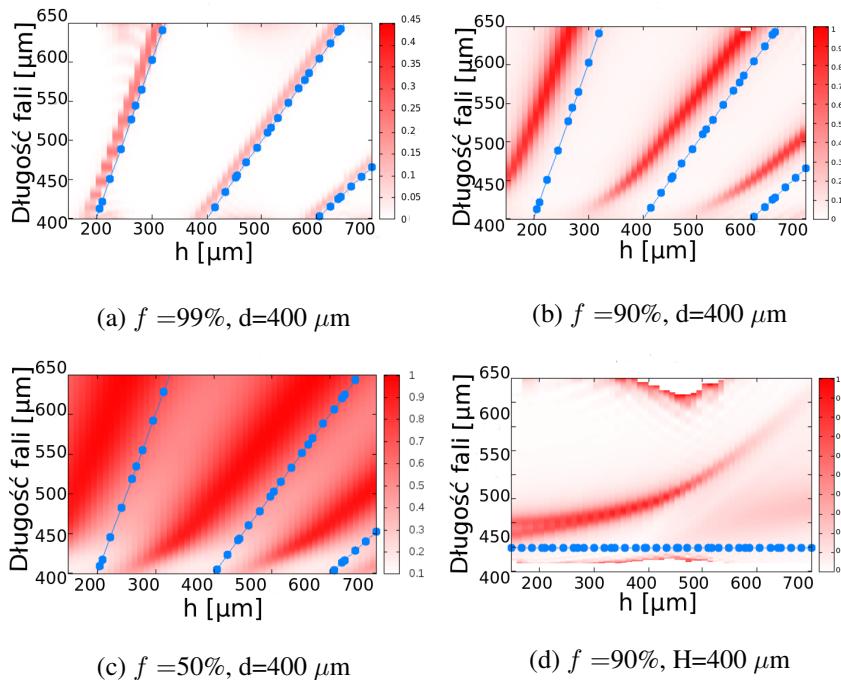
gdzie  $\lambda$  oznacza długość fali promieniowania padającego na układ,  $H$  zgodnie z rysunkiem 3.2 jest długością falowodu,  $m$  dowolną liczbą naturalną, a  $n_{\text{eff}}$  efektywnym współczynnikiem załamania modu falowodowego. W przypadku falowodów metal-powietrze-metal  $n_{\text{eff}} \approx 1$ .

- Wzbudzenie modów w rowkach, pozwalające na późniejszy transport energii z rowków do szczeliny przy pomocy fali powierzchniowej. Dzięki temu mechanizmowi transmisja przez szczelinę unormowana do rozmiarów otworu może być znacznie większa od 1. Warunek na rezonansowe wzbudzenie modów wewnętrz szczelin to  $\lambda \approx 4\frac{h}{2m+1}$  (patrz rys. 3.2). Wykorzystanie tego wzbudzenia możliwe jest jednak jedynie przy dopasowanej reemisji energii z kolejnych rowków.
- Zgodne w fazie drgania modów w rowkach, pozwalające na wzbudzenie w płaszczyźnie wejściowej fali powierzchniowej transportującej energię fali E-M do szczeliny. Sytuacja taka występuje dla  $d \approx \lambda$ .

Należy podkreślić, że w używanym modelu pominięto wpływ fal ewanescentnych. Jest to uprawnione dla przewidywania transmisji przez strukturę w polu dalekim ze względu na eksponencjalny zanik tych modów wraz z odległością od warstwy metalowej. Jednakże należy mieć świadomość, że obecne w okolicach struktury fale ewanescentne mają istotny wpływ na wymienione mechanizmy [8].

Przeprowadzona analiza teoretyczna opisuje jedynie mechanizmy prowadzące do nadzwyczajnej transmisji przez szczelinę otoczoną rowkami w przypadku układu jednowymiarowego. Przewidywania płynące z opisanych wyżej zjawisk fizycznych zostały jednak poddane weryfikacji z wynikami eksperymentalnymi dotyczącymi układów dwuwymiarowych z otworami cylindrycznymi [8] i prostokątnymi [18], wykazując możliwość uogólnienia przedstawionego modelu.

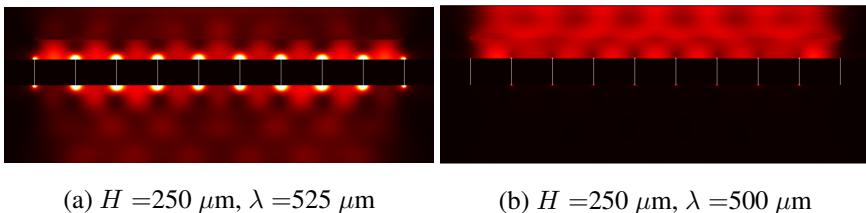
Ze względu na trudności w eksperimentalnej realizacji układu z rysunku 3.2, oraz zależności położenia od rezonansu (3.3) jedynie od grubości w kolejnych symulacjach skupiono się na siatce dyfrakcyjnej jak na rysunku 3.4. Za pomocą symulacji metodą FDTD sprawdzono przewidywane w przybliżeniu cienkich falowodów położenie rezonansu, oraz dokonano ilościowego oszacowania transmisji promieniowania THz przez nieskończoną jednowymiarową metalową siatkę dyfrakcyjną w zależności od jej grubości  $H$  i współczynnika wypełnienia  $f = \frac{a}{d}$ . Wykresy przedstawione na rysunku 3.4 wykazują, że nawet dla siatek dyfrakcyjnych o szerokich, chociaż ciągle znaczco podfalowych otworach, jak  $a = 40 \mu\text{m}$



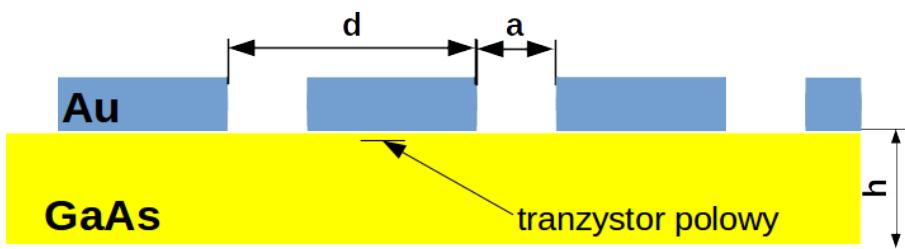
Rysunek 3.4: Zależność współczynnika transmisji od parametrów geometrycznych siatki. Niebieską linią kropkowaną zaznaczono przewidywane wzorem (3.3) położenie maksimum rezonansu transmisji.

możliwe jest uzyskanie transmisji rezonansowej. Położenie rezonansu ulega jednak przesunięciu w kierunku większych długości fal [49].

Za pomocą symulacji metodą FDTD wykazano również, że wraz ze wzrostem okresu siatki  $d$  następuje zarówno przesunięcie maksimum rezonansu w kierunku dłuższych fal, jak i zawężenie transmitowanego pasma. Wydłużenie okresu siatki może więc posłużyć do zawężenia zakresu transmitowanych długości fal przy jednoczesnym powiększeniu otworów. Rozkład energii całkowitej pola E-M uzyskiwanego przy oświetleniu omawianych siatek złotych falą o długości znajdującej się w maksymum transmisji przedstawia rysunek 3.5a, natomiast rozkład pola powstający w przypadku źródła odstrojonego od rezonansu przedstawia rysunek 3.5b.



Rysunek 3.5: Rozkład całkowitej energii pola E-M dookoła siatki złotej oświetlonej z góry za pomocą monochromatycznego źródła o długości fali  $\lambda$



Rysunek 3.6: Schemat detektora promieniowania THz na tranzystorze polowym umieszczonym w falowodzie z  $GaAs$  z naniesioną złotą siatką dyfrakcyjną

### 3.1.2. Antena dla promieniowania THz o działaniu opartym na wzbudzeniu modu falowodowego

Projektowana antena promieniowania THz powinna nie tylko zapewniać selektywność reakcji na promieniowanie E-M z wąskiego zakresu długości fali, co można uzyskać przy użyciu mechanizmów opisanych w podrozdziale 3.1.1. Jej podstawowym zadaniem jest umożliwienie wzbudzenia detektora zlokalizowanego w małym obszarze za pomocą promieniowania padającego na dowolną część anteny. Zastosowanie siatki dyfrakcyjnej jest najwydajniejszą metodą na sprężenie fali E-M z zakresu THz do podkładu z półprzewodnika. Możliwa jest wydajność sprężenia sięgająca nawet 80%[35]. Kompletny schemat układu anteny, wraz z podkładem w którym umieszczony jest detektor promieniowania THz w postaci tranzystora polowego, przedstawia rysunek 3.6.

Rozkład pola na rysunku 3.5a nie zapewnia transportu promieniowania E-M w kierunku tranzystora polowego. Możliwy jest jednak transport energii z wy-

korzystaniem falowodu tworzonego przez podkład z *GaAs*. Siatka dyfrakcyjna tworząca antenę zostanie wykorzystana do dopasowania pędu fali padającej i pędu modu falowodowego. W tym celu należy rozwiązać równanie dyspersji modów falowodowych [32]:

$$\delta[\kappa\cos(\kappa h) + \gamma\sin(\kappa h)] - \kappa[\kappa\sin(\kappa h) - \gamma\cos(\kappa h)] = 0, \quad (3.4)$$

gdzie  $\delta = \sqrt{\beta^2 - \omega^2\mu_0\varepsilon_0}$ , a  $\kappa = \sqrt{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{\text{GaAs}} - \beta^2}$ .

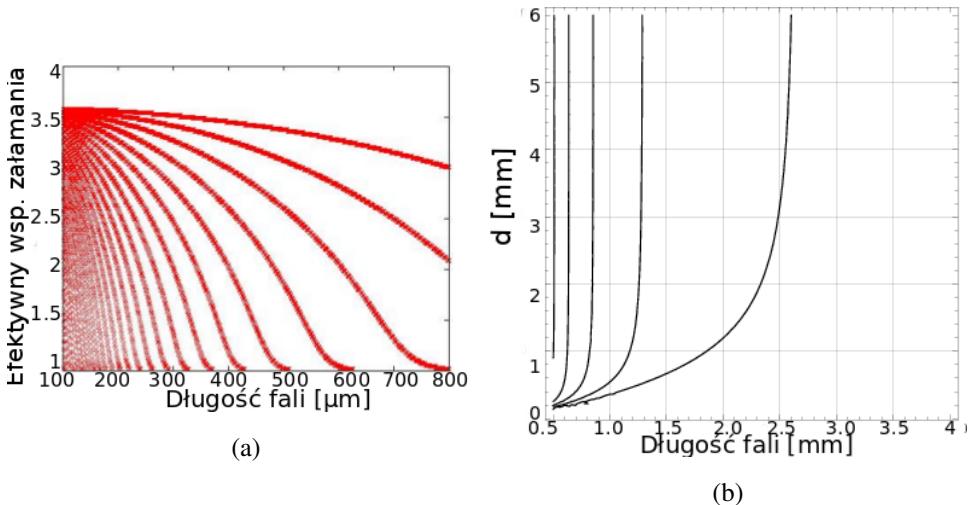
Wszystkie wartości  $\beta$  spełniające powyższą równość są dopuszczalnymi wartościami składowej wektora falowego w kierunku propagacji. W ten sposób efektywne współczynniki załamania modów TM w falowodzie planarnym można obliczyć jako  $n_{\text{eff}} = \frac{\beta}{k_0}$ . Rozwiązywanie powyższego równania możliwe jest jedynie na drodze numerycznej (lub graficznie). W przypadku rozważanych podkładów z *GaAs*,  $h = 400 \mu\text{m}$ , możliwe wartości efektywnego współczynnika załamania przedstawia wykres 3.7a. Różne współczynniki  $n_{\text{eff}}$  odpowiadające tej samej długości fali wynikają z wielomodowego charakteru falowodu tworzonego przez podkład *GaAs*. Dopasowanie pędowe między modelem prowadzonym w falowodzie, a falą padającą wymaga dodania odpowiedniego pędu do fali padającej przez siatkę dyfrakcyjną, co dla składowych wektora falowego możemy zapisać jako

$$k_{i\parallel} + l\frac{2\pi}{d} = k_0 \cdot n_{\text{eff,m}},$$

gdzie przez  $k_{i\parallel}$  oznaczono składową wektora falowego równoległą do kierunku propagacji w falowodzie,  $l$  jest liczbą naturalną odpowiadającą rzędowi ugięcia na siatce dyfrakcyjnej, a  $n_{\text{eff,m}}$  jest efektywnym współczynnikiem m-tego modu falowodowego. W przypadku padania normalnego pęd fali padającej w kierunku propagacji w falowodzie wynosi zero. Szczególnie interesujący jest również przypadek wzbudzenia modu przy pomocy pierwszego rzędu dyfrakcyjnego siatki, ponieważ dla niego uzyskamy największą efektywność, dlatego po uproszczeniu z powyższego równania możemy wyprowadzić

$$d = \frac{2\pi}{k_0 \cdot n_{\text{eff,m}}}. \quad (3.5)$$

Na podstawie powyższego wzoru przygotowano wykres zależności okresu siatki  $d$  potrzebnej do wzbudzenia kolejnych modów falowodowych w zależności od



Rysunek 3.7: Wyniki rozwiązania problemu falowodu planarnego o grubości  $h = 400 \mu\text{m}$  z GaAs. (a) Zależność  $n_{\text{eff}}$  od długości fali, (b) wykres łączący okres siatki dyfrakcyjnej z długością fali dla której pracuje antena.

długości fali dla której pracować ma antena. Wyniki tych obliczeń przedstawia wykres 3.7b.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń zaproponowano siatkę dla źródła o częstotliwości  $f = 300 \text{ GHz}$  ( $\lambda \approx 1 \text{ mm}$ ) o grubości  $H = 1 \mu\text{m}$  i okresie  $d = 729 \mu\text{m}$ . W strukturach wytwarzanych eksperymentalnie pod podkładem *GaAs* znajduje się warstwa *Au* o grubości  $1 \mu\text{m}$ , którą w symulacji metodą FDTD traktujemy jako doskonały przewodnik. Na rysunku 3.8 przedstawiono rozkład gęstości energii wewnętrz zaproponowanej struktury. Wyniki symulacji komputerowych potwierdzają możliwość propagacji promieniowania E-M z zakresu subterahercowego w kierunku detektora w zaprojektowanym układzie. Niemal bezstratna propagacja promieniowania z tego zakresu w półprzewodnikach została również potwierdzona w pracach eksperymentalnych [35].

Bazując na pracach numerycznych dotyczących jednowymiarowych siatek dyfrakcyjnych pozwalających na wzbudzenie modów falowodowych w podkładach z *GaAs* przeanalizowane zostało działanie analogicznych falowodów opartych na cylindrycznych siatkach dyfrakcyjnych. Ze względu na wzbudzenie modów falowodowych o kierunku propagacji prostopadłym do pasków siatki dyfrakcyjnej



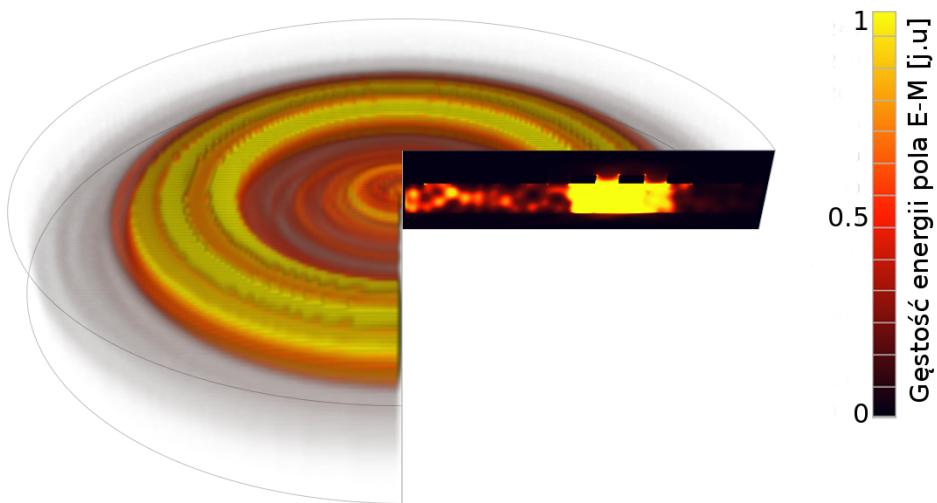
Rysunek 3.8: Uzyskany przy pomocy symulacji metodą FDTD. Uśredniony rozkład gęstości energii pola elektromagnetycznego wewnątrz falowodu z *GaAs*, na którym umieszczono antenę w postaci siatki dyfrakcyjnej o  $d = 729 \mu\text{m}$  oświetloną pod kątem normalnym za pomocą źródła o częstotliwości 300 GHz.

uzyskujemy częściową koncentrację promieniowania w obszarze detektora. Odpowiedni eksperyment numeryczny został przeprowadzony przy użyciu metody FDTD we współrzędnych cylindrycznych, szerzej opisanej w podrozdziale 2.1.7. Wynik symulacji przedstawione na rysunku 3.9 odpowiada strukturze z *GaAs* o rozmiarach 10x10mm pokrytej siatką dyfrakcyjną o okresie  $d = 538 \mu\text{m}$  i otworach o szerokości  $250 \mu\text{m}$  (współczynnik wypełnienia 0.53), która została oświetlona promieniowaniem o długości fali 2.52 mm. W ten sposób potwierdzono możliwość wykorzystania tego typu struktur do konstrukcji anten dla detektorów promieniowania THz umieszczonych wewnątrz podkładu z *GaAs* [44].

## 3.2. Transmisja jednokierunkowa

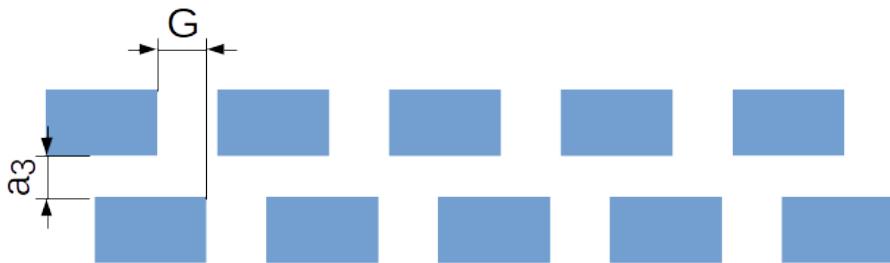
W dalszej części tego rozdziału omawiane są podwójne metalowe siatki dyfrakcyjne (ang. DMG - double metallic grating). Dla rozróżnienia w odniesieniu do wcześniej omawianych siatek wykorzystywany jest termin SMG (ang. single metallic grating).

Przykład struktury typu DMG zbudowanej z dwu siatek dyfrakcyjnych o tym samym współczynniku wypełnienia i okresie przedstawia rysunek 3.10. Propozycję tego typu struktury jako uogólnienia SMG podał Chen Cheng i inni [6], prezentując możliwość regulacji położenia maksimum widma transmisji przez dobór wartości  $G$  i  $a_3$  (3.10). Możliwe jest również uzyskanie niskiej transmisji przez strukturę dla szerokiego zakresu widmowego przy odpowiednim doborze  $G$  i  $a_3$ , co może zostać wykorzystane do budowy urządzeń mikromechanicznych kontrolujących współczynnik transmisji wiązki [6].

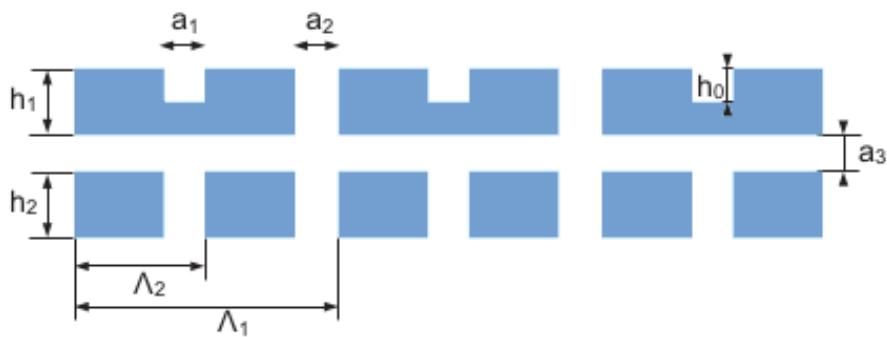


Rysunek 3.9: Rozkład energii pola E-M uzyskany w symulacji metodą BOR FDTD wewnętrz falowodu planarnego z siatką o geometrii cylindrycznej umieszczoną na podkładzie z *GaAs*. Wynik symulacji znajduje się w przekroju przedstawionym na rysunku, obrazowe przejście do geometrii cylindrycznej uzyskano przez wizualizację średniej wartości w danym punkcie falowodu

Analizę fizycznych mechanizmów prowadzących do nadzwyczajnej transmisji przez DMG zaczniemy od przypadku  $a_3 = 0$  i  $G = 0$ . W takiej sytuacji uzyskujemy strukturę SMG o grubości dwóch siatek budujących DMG. Zgodnie z wykresami na rysunku 3.4 dla tego typu siatki złożonej z dwóch SMG o grubości  $h = 300 \mu\text{m}$  uzyskalibyśmy rezonanse transmisji takie jak dla siatki o  $h = 600 \mu\text{m}$ , czyli dla długości fali  $\lambda \approx 400 \mu\text{m}$  i  $\lambda \approx 600 \mu\text{m}$ . W wyniku stopniowego zwiększania  $a_3$  obserwujemy zbliżanie obu maksimów transmisji, przesuwających się odpowiednio w kierunku fal dłuższych i krótszych. W do odległość  $a_3 \approx \frac{h}{2}$ , następuje degeneracja obu modów, a maksimum transmisji występuje w okolicach maksimum obu siatek SMG dla  $\lambda \approx 560 \mu\text{m}$  [5]. Dalsze zwiększenie odległości powoduje znaczący spadek transmisji w szerokim zakresie spektrum długości fali. Związane jest to ze słabym sprzężeniem stojącej fali powierzchniowej za pierwszą SMG z modami falowodów w drugiej SMG. Znaczne zwiększenie  $a_3$ , aż do odległości odpowiadającej warunkowi konstruktywnej interferencji w re-



Rysunek 3.10: Schematyczny obraz DMG analizowanych w pracy [6]



Rysunek 3.11: Schemat omawianej podwójnej siatki metalowej zaprojektowanej do uzyskania transmisji asymetrycznej

zonatorze Fabry-Perot'a tworzonego przez powietrze i dwie warstwy o efektywnych współczynnikach i grubościach obliczonych zgodnie z modelem efektywnym przedstawionym w pracy [39] prowadzi do powstania kolejnych maksimów transmisji przez cały układ.

Niezależnie od modyfikowania własności transmisyjnych przy pomocy odległości  $a_3$  między SMG, przesunięcie maksimum transmisji jak i jej blokowanie, można uzyskać zmieniając boczne przesunięcie siatek -  $G$ . Maksimum transmisji przez DMG można uzyskać również dla układu w którym  $G$  dobrano tak, aby wyeliminować bezpośredni prześwit przez strukturę. Dla DMG jak na rysunku 3.10 maksimum transmisji przez strukturę występuje dla  $G$  równego zero lub połowie okresu SMG. Minimum transmisji natomiast dla  $G$  równego ćwierć okresu SMG [4].

Możliwość zastosowania podwójnych siatek metalowych w celu uzyskania różnej transmisji w przypadku propagacji światła w przeciwnych kierunkach przez strukturę zostało zaproponowane przez Ji Xu i innych [55]. W przeciwieństwie do wcześniejszych prac na temat DMG [6, 5, 4] w zaproponowanej strukturze jedna z siatek miała okres większy od długości fali dla której projektowano układ ( $\Lambda > \lambda$ ). Autorzy błędnie interpretując wyniki symulacji FDTD twierdzili, że możliwe jest zastosowanie tego typu struktury jako elementu toru optycznego o jednokierunkowej transmisji światła. Późniejsza analiza numeryczna i eksperymentalna wykazała, że układ spełnia twierdzenie Lorenza o wzajemności - w związku z czym nie może być traktowany jako izolator optyczny [12]. Zwiększenie okresu jednej z siatek umożliwiło zastosowanie rowków w siatce wejściowej dla kierunku charakteryzującego się wysokim współczynnikiem transmisji[55].

Odpowiednio dobrane parametry siatki podwójnej mogą prowadzić jednak do transmisji asymetrycznej. Różnica w transmisji przejawia się niskim współczynnikiem transmisji przy oświetleniu prostopadłym jednej ze stron i wysokim przy oświetleniu z drugiej. Nie jest to jednak warunek wystarczający na realizację izolatora optycznego [12], ponieważ w przypadku wysokiej transmisji promieniowanie E-M jest uginane przez siatkę dyfrakcyjną.

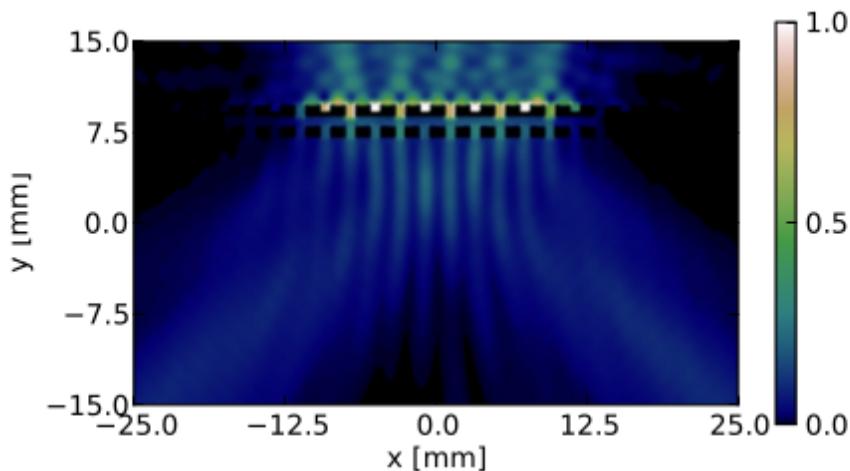
Fakt ten wynika z budowy podwójnej siatki metalowej służącej do uzyskania transmisji asymetrycznej, która została przedstawiona na rysunku 3.11. Uzyskanie transmisji jednokierunkowej możliwe jest przy dobraniu parametrów układu tak, aby  $\Lambda_1 = 2\Lambda_2$  oraz długość fali E-M padającej na DMG  $\lambda$  spełniała nierówność  $\Lambda_2 < \lambda < \Lambda_1$ . Przywołując klasyczne prawo Braggów

$$\Lambda \cdot \sin(\alpha_n) = n\lambda \quad (3.6)$$

dla padania pod kątem  $0^\circ$ , zakładając otoczenie w postaci powietrza z obu stron DMG możemy wyprowadzić warunek na liczbę rzędów ugięcia uzyskiwanych przy użyciu siatki dyfrakcyjnej o okresie  $\Lambda$ .

$$0 \leq |n| \leq \frac{\Lambda}{\lambda}, \quad (3.7)$$

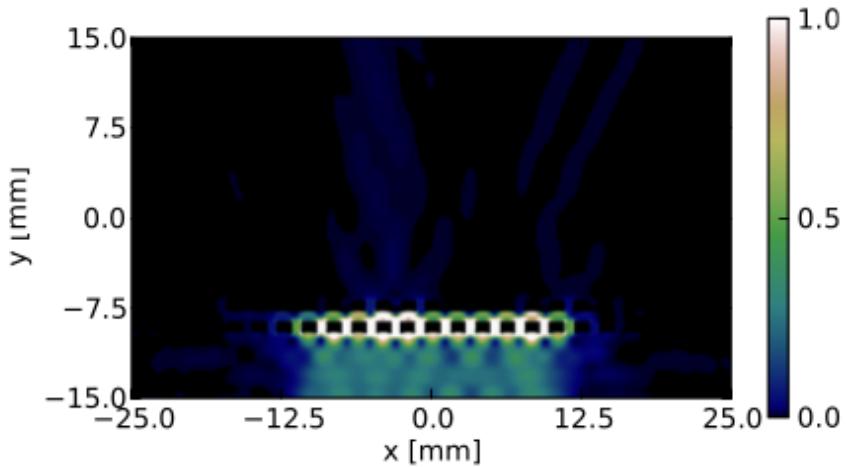
z którego wynika, że omawiany układ może wykazywać jednie -1, 0 i +1 rząd ugięcia dla  $\Lambda = \Lambda_1$ . Ze względu na podfalowy okres  $\Lambda_2$  fala E-M padająca pod kątem



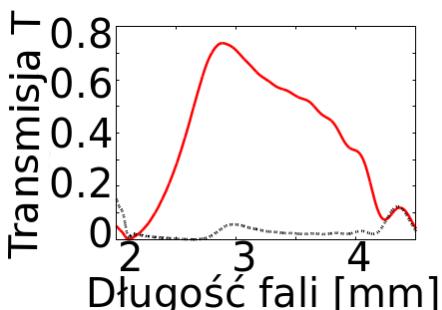
Rysunek 3.12: Rozkład gęstości energii pola E-M w przypadku prostopadłego oświetlenia układu DMG zaprojektowanego do transmisji asymetrycznej od strony siatki z rowkami [48]

$0^\circ$  będzie przez tę siatkę propagować się bez zmiany kierunku. W wyniku interferencji za siatką dyfrakcyjną o okresie  $\Lambda_1$  możliwe jest wyeliminowanie jednego z rzędów dyfrakcyjnych. Przedstawiona siatka projektowana jest dla długości fali ok 2.9 mm dla której kąt ugięcia  $-1$  i  $+1$  rzędu wynosi  $45^\circ$  oraz wygaszeniem rzędu zerowego. Wynik symulacji FDTD przedstawiający rozkład energii pola E-M w przypadku oświetlenia struktury od strony siatki o okresie  $\Lambda_1$  przedstawia rysunek 3.12.

Z innej perspektywy, strukturę typu DMG można analizować jako układ falowodów metal-dielektryk-metal, o rozmiarach podfalowych ( $a_1, a_2, a_3 < \lambda$ ), dlatego wzbudzany może być w nich jedynie mod podstawowy w polaryzacji TM. Promieniowanie o polaryzacji TE jest w pełni odbijane przez omawiany układ. Dla  $a_3 \rightarrow 0$  struktura przypomina omawianą w podrozdziale 3.1.1. W przypadku  $a_3 \neq 0$  możliwe jest dodatkowe sprzęganie pomiędzy falowodami poprzez kanał pomiędzy siatkami dyfrakcyjnymi. Różnica w fazie składowych pola E-M dochodzącego do otworów w siatce o okresie  $\Lambda_1$  w przypadku oświetlenia prostopadłego od strony siatki o okresie  $\Lambda_2$  w omawianym przypadku wynosi  $\pi$  w wyniku czego współczynnik transmisji dla takiej sytuacji zbliża się do 0. Rozkład gęstości ener-



Rysunek 3.13: Rozkład gęstości energii pola E-M w przypadku prostopadłego oświetlenia układowi DMG zaprojektowanego do transmisji asymetrycznej od strony siatki podfalowej [48]



Rysunek 3.14: Zależność współczynnika transmisji przez omawianą strukturę DMG od długości fali dla oświetlenia z różnych stron. Wykres odpowiada DMG o  $\Lambda_1 = 2\Lambda_2 = 4.2$  mm,  $a_1 = a_2 = a_3 = 0.7$  mm,  $h_1 = h_2 = 2h_0 = 1$  mm [48].

gii odpowiadający oświetleniu układu od strony siatki o okresie  $\Lambda_2$  przedstawia rysunek ??.

W wyniku optymalizacji numerycznej parametrów struktury uzyskano znaczącą różnicę we współczynniku transmisji w przypadku oświetlenia z różnych stron DMG dla szerokiego zakresu długości fali [48]. Zależność współczynnika transmisji przez DMG w przeciwnych kierunkach od długości fali przedstawia wykres na rysunku 3.14. Dalsze symulacje numeryczne wykazały, że możliwa jest niezależna zmiana otworów w obu siatkach bez utraty transmisji jednokierunkowej

w celu poprawy kontrastu standardowo wyrażanego wzorem

$$C = \frac{|T_1 - T_2|}{T_1 + T_2}, \quad (3.8)$$

gdzie przez  $T_1$  i  $T_2$  oznaczono natężeniowe współczynniki transmisji przy oświetleniu DMG odpowiednio od strony siatki o okresie  $\Lambda_1$  i  $\Lambda_2$ .

Dla pełnego zrozumienia znaczenia kontrastu wprowadźmy dodatkowe definicje:

$$\begin{aligned} R &= T_1 - T_2 \\ Q &= \frac{T_1}{T_2}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Zakładając, że  $T_1 > T_2$  (z czego wynika, że  $Q > 1$ ), możemy zapisać wyrażenie z mianownika wzoru 3.8 przy pomocy wprowadzonych zmiennych  $R$  i  $Q$ :

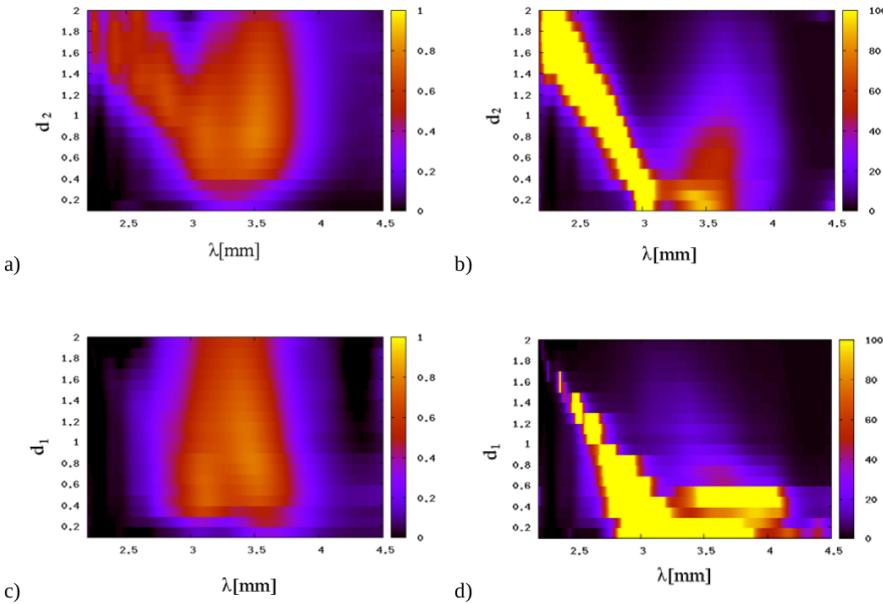
$$T_1 + T_2 = \frac{Q+1}{Q-1} \cdot R, \quad (3.10)$$

co po podstawieniu do wzoru (3.8) wskazuje, że pomimo tego, że różnica transmisji  $R$  znajduje się w liczniku wyrażenia, to sam kontrast zależny jest jedynie od ilorazu transmisji w przeciwnych kierunkach i wyraża się wzorem:

$$C = \frac{Q-1}{Q+1}. \quad (3.11)$$

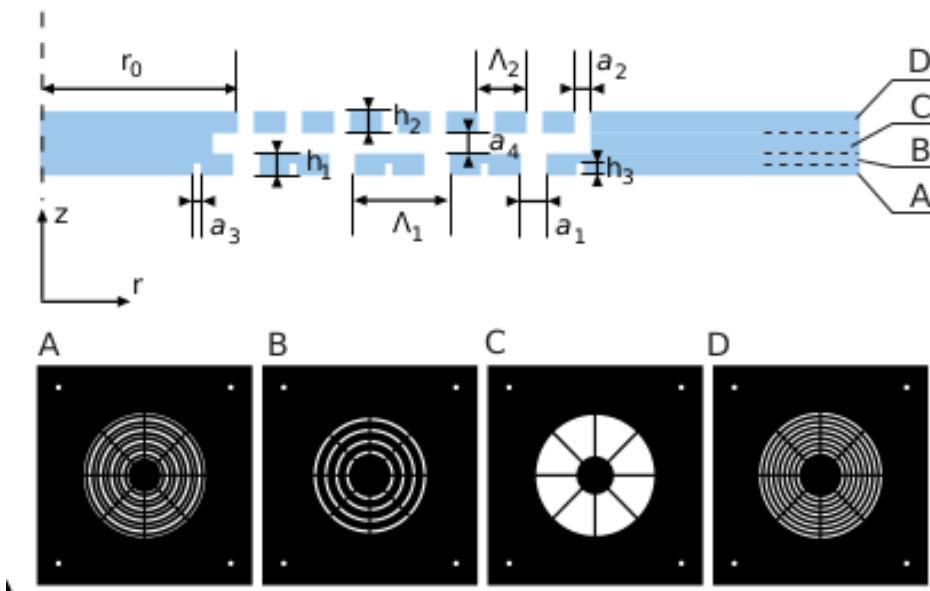
Co oznacza, że posługując się jedynie wartością kontrastu - bez podania wartości transmisji  $T_1$  lub różnicy  $R$ , nie jest wystarczające do przedstawienia charakterystyki układu wykazującego transmisję jednokierunkową [47]. Również można prowadzić optymalizację tego typu struktury wykorzystując do tego wprowadzone oznaczenia  $R$  i  $Q$ . Dla odróżnienia od poprzednich siatek, w których otwory w obu SMG były równe  $a_2$  wprowadzono oznaczenia  $d_1$  i  $d_2$  - dla otworów w siatkach o okresie odpowiednio  $\Lambda_1$  i  $\Lambda_2$ . Zależność wprowadzonych w 3.9 współczynników od długości fali i rozmiarów otworów przedstawiają wykresy na rysunku 3.15.

Optymalne parametry pracy wielowarstwy to  $R = 1$ , oraz  $Q \rightarrow \infty$  oznaczające transmisję jednokierunkową. Na podstawie wyników zaprezentowanych na 3.15 możemy stwierdzić, że optymalnymi rozmiarami otworów są  $d_1 \in (0.3, 0.5)$  mm, oraz  $d_2 \in (0.6, 1)$  mm w przypadku pracy układu dla szerokiego spektrum długości fali. Dodatkowo stwierdzić można, że



Rysunek 3.15: Zależność współczynników  $R$  (a) i (c), oraz  $Q$  (b) i (d) od długości fali  $\lambda$  oraz od rozmiarów otworów w obu siatkach. Rozmiar otorów dla (a) i (b)  $d_1 = 0.7$  mm, natomiast dla (c) i (d)  $d_2 = 0.7$  mm

- Zwiększenie  $d_1$  powyżej wskazanego zakresu powoduje znaczne zwiększenie transmisji w kierunku blokującym - co objawia się spadkiem kontrastu na wykresie 3.15d.
- Zmiana rozmiarów  $d_2$  nie ma zasadniczego wpływu na  $Q$ , a tym samym na kontrast (3.11), może jednak prowadzić do poszerzenia spektrum i zwiększenia różnicy  $R$  w transmisji w przeciwnych kierunkach (patrz rysunek 3.15a).
- Dla wąskiego zakresu długości fali w okolicach  $\lambda \approx 2.6$  mm, możliwe jest uzyskanie wysokiego kontrastu  $Q > 100$  i różnicy  $R \approx 0.7$ , dla  $d_1 > 1$  mm. Taka struktura wykazuje jednak transmisję wynoszącą ok. 10% dla fal dłuższych od 3 mm[47].

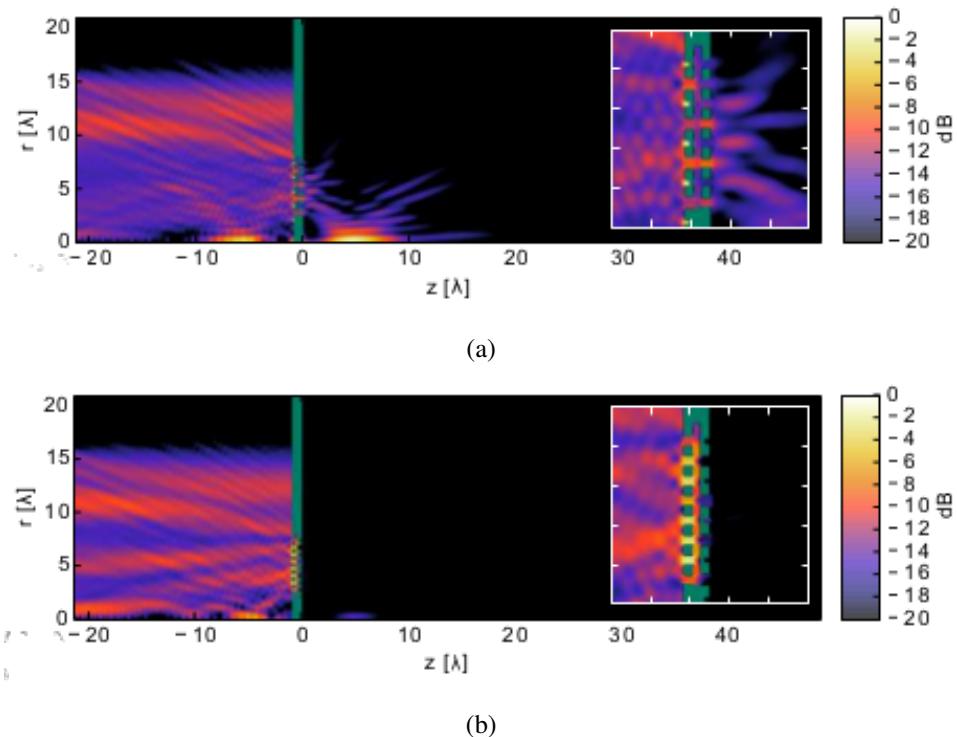


Rysunek 3.16: Schemat DMG w konfiguracji cylindrycznej uzyskiwanej przez złożenie wielu przesłon o grubości  $\frac{\lambda}{30}$  [56]

### 3.3. Soczewka dyfrakcyjna z transmisją jedno kierunkową

Transmisja w -1 i +1 rzędzie dyfrakcyjnym przez strukturę jednowymiarową opisywaną w poprzedniej części pracy może zostać wykorzystana do koncentracji wiązki.

W omawianej wcześniej geometrii planarnej koncentracja następowała w postaci linii o konstruktywnej interferencji z kolejnych otworów siatki. W poniższym podrozdziale prezentowana jest podwójna siatka dyfrakcyjna, która do koncentracji promieniowania wykorzystuje mechanizm przypominający płytke strefową Fresnela. Analogię między geometrią planarną, a cylindryczną możemy odnaleźć poprzez myślowe przedstawienie siatki jednowymiarowej jako fragmentu siatki o bardzo dużym promieniu  $r$ . Ze względu na konieczność oświetlenia DMG przy pomocy promieniowania E-M, którego natężenie pola magnetycznego  $H$  jest w



Rysunek 3.17: Rozkład gęstości energii pola E-M dla cylindrycznej DMG oświetlonej falą o płaskim froncie fazowym wykazujący (a) wysoką transmisję i koncentrację i (b) brak transmisji fali padającej [56]

. Wewnątrz wykresów przedstawione zostały powiększone obrazy rozkładu gęstości energii w pobliżu struktury.

każdym punkcie równolegle do pasków siatki, niezbędne w geometrii cylindrycznej jest wykorzystanie źródła fali E-M o polaryzacji radialnej.

W celu eksperymentalnej realizacji jednokierunkowej soczewki dyfrakcyjnej dla promieniowania THz, zaprojektowane zostały przesłony o grubości  $\frac{\lambda}{30} = 0.1$  mm, które układane w stos jak na rysunku 3.16 zostały wykorzystane do budowy cylindrycznej wersji struktury typu DMG [56].

Układ poddany ostatecznej weryfikacji doświadczalnej i obliczeniowej składał się z dwóch siatek dyfrakcyjnych zawierających odpowiednio 4 i 8 otworów. Okresy siatek wynosiły  $\Lambda_1 = \frac{4}{3}\lambda$  i  $\Lambda_2 = \frac{2}{3}\lambda$ , rozmiary otworów to odpowiednio  $a_1 = \frac{1}{3}\lambda$  i  $a_2 = 0.267\lambda$ . Odległość od osi symetrii układu do pierwszej szczeriny

wynosiła  $r_0 = 2.67\lambda$ . Grubości obu siatek były sobie równe  $h_1 = h_2 = \frac{1}{3}\lambda$  a odległość między nimi  $a_4 = 0.233\lambda$ . Dodatkowe rowki wzmacniające transmisję miały szerokość  $a_3 = 0.133\lambda$  i głębokość  $h_3 = \frac{h_1}{2}$ .

Taka struktura oświetlona została falą o polaryzacji radialnej o profilu amplitudy opisanym za pomocą funkcji supergaussowskiej  $A \propto \exp\left\{-\frac{(r-R_0)}{2\sigma^2}\right\}^{10}$ , będącej numerycznym odpowiednikiem fali płaskiej we współrzędnych cylindrycznych. Rozkład gęstości energii odpowiadający opisanej symulacji przedstawia rysunek 3.17. Na podstawie symulacji FDTD z impulsem gaussowskim wyznaczono współczynnik kontrastu struktury (3.8) równy  $C = 99.8\%$  [56]. Ponieważ metal tworzący podwójną siatkę metalową opisywany jest w symulacji jako doskonały przewodnik, wykonane obliczenia są skalowalne z długością fali. W granicach stosowności uwzględnionego przybliżenia dla wykorzystywanego materiału.

## Rozdział 4

# PML

Poniższy rozdział traktuje na temat realizacji nie odbijających warstw absorbowyjących, opartych o koncepcję PML (wstępnie zaprezentowaną w kontekście metody FDTD w podrozdziale 2.1.5) przy pomocy struktur warstwowych. Rozdział przechodzi od dokładnego wyprowadzenia UPML zgodnie z optyką transformacyjną, do analizy możliwości przybliżenia warstwy UPML za pomocą metamateriału.

## 4.1. Wyprowadzenie UPML

Rozważania dotyczące PML zaczniemy od przypomnienia ogólnej postaci równania falowego

$$\nabla \cdot (a \nabla U) = \frac{a}{b} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\ddot{u}}{b}, \quad (4.1)$$

gdzie przez  $u(\vec{x}, t)$  oznaczono skalarną amplitudę fali, a  $c = \sqrt{ab}$  jest prędkością fazową fali opisywanej powyższym równaniem dla parametrów  $a(\vec{x}), b(\vec{x})$  opisujących ośrodek, w którym zachodzi propagacja. Powyższe równanie różniczkowe drugiego rzędu, możemy zapisać w postaci dwóch równań z pierwszą pochodną poprzez wprowadzenie pola  $\vec{v}(x, t)$ :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = b \nabla \cdot \vec{v}, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = a \nabla u. \quad (4.3)$$

Bardziej abstrakcyjnie w postaci równania wektorowego powyższe dwa równania możemy zapisać jako

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} u \\ \vec{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ a \nabla \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \nabla \cdot \\ \vec{v} \end{pmatrix} = \hat{D} \vec{w}, \quad (4.4)$$

dla liniowego operatora  $\hat{D}$  i czterowektora  $\vec{w} = (u; \vec{v})$  (w przestrzeni trójwymiarowej). Kluczową własnością, która decyduje o tym, że równanie 4.4 jest „równaniem falowy” okazuje się być antyhermitowskość operatora  $\hat{D}$ . To właśnie z tej własności wynikają oscylujące rozwiązania równania, spełnienie prawa zachowania energii, a przez to wszystkie zajwiska, które kojarzymy z fizyką fal. Każde rów-

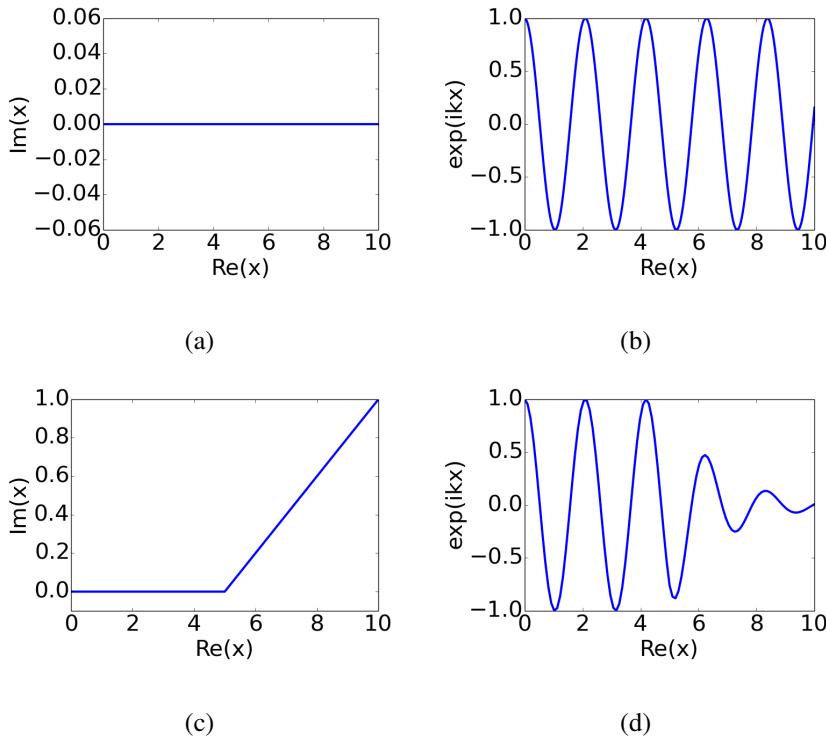
nanie falowe, zaczynając od równań skalarnych, przez równania fali elektromagnetycznej po równanie Schrödinger'a (mechanika kwantowa) i równania Lamé-Navier'a (fale sprężyste w ciałach stałych) mogą zostać przedstawione w formie  $\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = \hat{D}\vec{w}$ , dla pewnej funkcji falowej  $\vec{w}$  i antyhermitowskiego operatora  $\hat{D}$  [14]. W niniejsze prace skupiamy się na zastosowaniu PML w elektromagnetyzmie, te same koncepcje mogą być jednak zastosowane do wszystkich wymienianych przypadków.

Załóżmy, że  $w(x, t)$  jest rozwiązaniem równania falowego w nieograniczonej przestrzeni. Interesujące nas zjawiska zachodzą w okolicy początku układu współrzędnych  $x = 0$ , a obszar symulacji chcemy zakończyć tak aby absorbował fale propagujące się. W szczególności skupimy się na zakończeniu obszaru symulacji dla dodatniej części osi  $+x$  (rozważanie dla pozostałych kierunków jest analogiczne). Zakończenie obszaru symulacji przeprowadzimy w trzech krokach:

1. W nieskończonej przestrzeni wykonamy analityczne przedłużenie równania falowego i rozwiązania do zespolonego konturu  $x$ . Takie rozszerzenie zmienia fale propagujące się poza interesującym nas obszarem fale zanikające bez wprowadzenia odbicia.
2. Ciągle w nieograniczonej przestrzeni dokonamy zamiany współrzędnych, tak aby wyrazić zespolony  $x$  przez rzeczywiste położenie. W nowych współrzędnych otrzymamy rzeczywiste położenia i materiały których własności są opisywane przy pomocy liczb zespolonych.
3. Zakończymy obszar symulacji w obliczonym na podstawie zamiany zmiennych materiale w miejscu w którym pole będzie na tyle stłumione, aby zastosowany warunek brzegowy nie miał znaczenia.

Zakładamy dalej, że przestrzeń znajdującej się daleko od interesującego nas obszaru w okolicach  $x = 0$  jest jednorodna, liniowa i niezmienia się w zależności od czasu. Dzięki tym założeniom fala propagująca się musi przyjmować formę superpozycji fal płaskich:

$$w(\vec{x}, t) = \sum_{\vec{k}, \omega} W_{\vec{k}, \omega} e^{i(kx - \omega t)}, \quad (4.5)$$



Rysunek 4.1: Na rysunkach (a) i (b) odpowiednio przedstawiono rzeczywiste wartości położenia na zespolonej płaszczyźnie  $x$  i odpowiadające im rozwiązań rówania falowego. Na rysunkach (c) dla wartości  $x > 5$  zastosowano zmieniony kontur wyorzystujący zespolone wartości dla  $x$ , odpowiednie rozwiązań rówania falowego przedstawia wykres na rysunku (d).

gdzie  $W_{\vec{k},\omega}$  są stałymi amplitudami,  $\omega$  częstotliwością kołową, a  $\vec{k}$  wektorem falowym (W ośrodku izotromowym związanymi zależnością dyspersyjną  $\omega = c|\vec{k}|$ , gdzie  $c$  oznacza prędkość fazową). Dla fal propagujących się w kierunku  $+x$  prędkość grupowa  $\frac{d\omega}{d\vec{k}}$  jest dodatnia. Kierunek prędkości fazowej i grupowej w ośrodkach jednorodnych są zgodne z wykluczeniem kilku szczególnych przypadków [51]. Dlatego dalej założymy, że  $k$  jest dodatnie.

Kluczowym jest, że rozwiązania mogą zostać rozłożone w bazie funkcji postaci

$$\vec{W}(y, z)e^{i(kx - \omega t)}, \quad (4.6)$$

która to jest funkcją analityczną w  $x$ . Oznacza to, że możemy dokonać jej analitycznego przedłużenia dla zespolonych wartości  $x$ . Pierwotny problem fali propagującej się przedstawiają górne wykresy na rysunku 4.1. Jeżeli jednak zamiast rozważać propagację wzdłuż rzeczywistego  $x$ , rozwiążemy problem propagacji po zespolonym konturze przedstawionym na wykresie 4.1c zauważymy że dla obszaru w którym do rzeczywistej części dodaliśmy liniowo rosnącą część urojoną uzyskujemy falę zanikającą. Ponieważ na wykresie 4.1d rozwiązanie dla  $x < 5$  nie uległo zmianie, a w obszarze  $x > 5$  obserwujemy falę zanikającą to przestrzeń dla  $x > 5$  wykazuje działanie nieodbijającej warstwy absorpcyjnej.

Dla wygody obliczeniowej przy stosowaniu tak powstałej warstwy zamiast stosować rozwinięcie analityczne możemy dokonać zamiany współrzędnych w omawianym równaniu różniczkowym. Oznaczmy zespolony  $x$  przez  $\tilde{x}(x) = x + if(x)$ , traktując od tej pory  $x$  zawsze jako rzeczywiste położenie. Taka zamiana współrzędnych wymaga od nas zamiany każdego różniczkowania po zdeformowanym konturze  $\partial\tilde{x} = (1 + i\frac{df}{dx})\partial x$ . Ponieważ założyliśmy, że nasze równanie różniczkowe jest niezależne od  $x$  (przynajmniej dla dużych  $x$ , gdzie  $f(x) \neq 0$ ) nie musimy uwzględniać żadnych dodatkowych wyrazów. Jak wykażemy w kolejnych akapitach wygodnie jest wybrać  $\frac{df}{dx} = \frac{\sigma_{ax}}{\omega}$  i ostatecznie zapisać wymaganą zamianę zmiennych jako:

$$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{1}{1 + i\frac{\sigma_x(x)}{\omega}} \frac{\partial}{\partial x}. \quad (4.7)$$

W obszarach PML, gdzie  $\sigma_x \neq 0$ , oscylujące rozwiązania równania falowego przyjmują postać fal eksponencjalnie zanikających. Poza PML ( $\sigma_{ax} = 0$ ) rozwiązywane równanie pozostaje niezmienione: nie występują odbicia ponieważ jest to analityczne rozwinięcie pierwotnego rozwiązania i w obszarach gdzie  $\tilde{x} = x$  rozwiązanie nie może się zmienić.

Po wykonaniu podstawienia (4.7) rozwiązania równania falowego w obszarze PML przyjmują postać:

$$e^{ikx} e^{-\frac{k}{\omega} \int^x \sigma_x(x') dx'}, \quad (4.8)$$

warto zauważyć, że pojawiający się wykładnik potęgi  $\frac{k}{\omega}$  dla materiałów bezdyspersyjnych jest stały i równy odwrotności prędkości fazowej. W ten sposób uzasadani-

liśmy zaproponowany wybór  $\frac{df}{dx} = \frac{\sigma_x}{\omega}$ , dzięki któremu otrzymujemy niezależność współczynnika tłumienia od częstotliwości promieniowania E-M.

Zasadniczo zgodnie z przedstawionym wyprowadzeniem możemy zastosować dowolnie mały obszar PML, ponieważ nie ma rzadnego ograniczenia na wartości  $\sigma_x$ . W praktyce numerycznej, ze względu na zastosowaną dyskretyzację gwałtowne zmiany  $\sigma_x$  prowadzą do powstania „odbić numerycznych”. Z tego powodu  $\sigma_x$  zazwyczaj ma postać funkcji kwadratowej lub sześcienniej narastającej od zera na obszarze większym od połowy długości fali promieniowania występującego w symulacji [15].

W przypadku równań Maxwella każda zamiana współrzędnych może zostać wyrażona przez równania Maxwella we współrzędnych kartezjańskich ze zmienionymi materiałami [54]. Zamiana współrzędnych jest równoważna zmianie przenikalności elektrycznej  $\varepsilon$  i magnetycznej  $\mu$  w ogólności na absorbujące ośrodki anizotropowe.

W ogólności w przypadku trójwymiarowych równań Maxwella dla ośrodka opisywanego przy pomocy tensorów  $\hat{\varepsilon}$  i  $\hat{\mu}$

$$\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

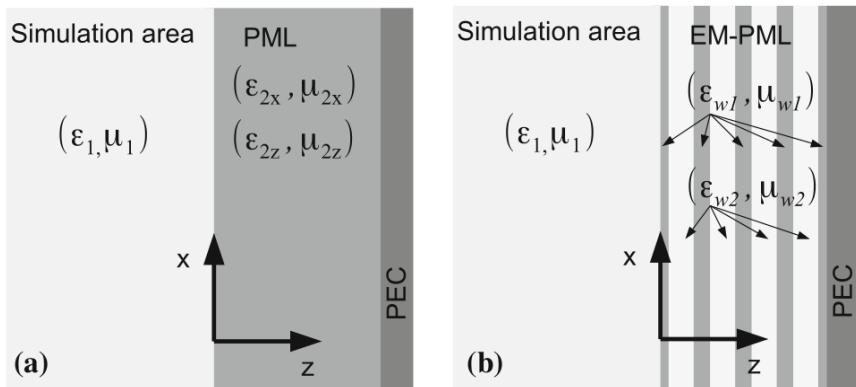
warstwą PML może być materiał o charakteryzujący się przenikalnością elektryczną i magnetyczną opisywaną ternsorami:

$$\hat{\varepsilon}_{\text{PML}} = \begin{bmatrix} s \cdot \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & s \cdot \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\varepsilon_z}{s} \end{bmatrix}, \hat{\mu}_{\text{PML}} = \begin{bmatrix} s \cdot \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & s \cdot \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\mu_z}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

gdzie  $s$  jest dowolną liczbą zespoloną [36], której część odpowiedzialna za tłumienie jest równoznaczna liniowemu współczynnikowi deformacji konturu zmiennych przestrzennych w część urojoną.

## 4.2. PML ze struktury warstwowej [29]

Porównując ogólną postać PML podaną w równaniu (4.10) z modelem ośrodka efektywnego przedstawionym w podrozdziale 2.4 można zaproponować przybliże-



Rysunek 4.2: Schematyczne przedstawienie analizowanej struktury warstwowej i przybliżanego przy pomocy modelu ośrodka efektywnego ośrodka PML

nie ośrodka typu PML przy pomocy struktury warstwowej o odpowiednich właściwościach efektywnych. W szczególności dla uproszczenia analizy skupimy się na polaryzacji TM, dla której istotnymi składowymi tensorów opisujących własności materiałowe są:  $\epsilon_x, \mu_y$  i  $\epsilon_z$ . Ze względu na ograniczenia używanego modelu ośrodka efektywnego, zgodnie ze schmatem na rysunku 4.2  $\epsilon_x = \epsilon_y$ , oraz  $\mu_x = \mu_y$ . Ponownie odwołując się do granicy między ośrodkami przedstawione na rysunku 4.2 warunki dla których wielowarstwa będzie efektywnie spełniać rolę PML przedstawiają się następująco:

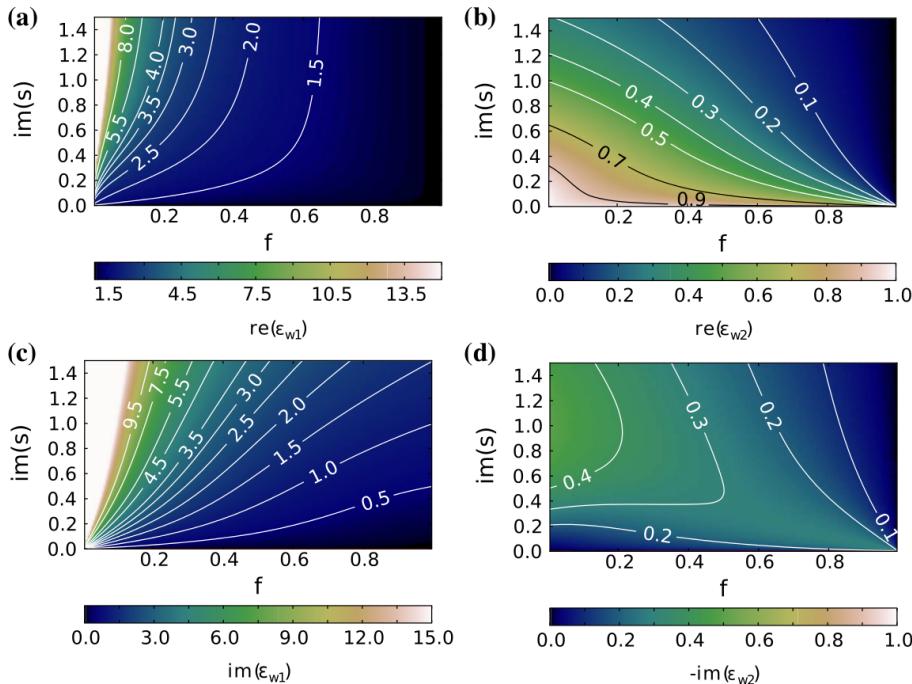
$$f \cdot \epsilon_{w1} + (1 - f) \cdot \epsilon_{w2} = s \cdot \epsilon_1, \quad (4.11)$$

$$[f \cdot \epsilon_{w1}^{-1} + (1 - f) \cdot \epsilon_{w2}^{-1}]^{-1} = s^{-1} \cdot \epsilon_1, \quad (4.12)$$

$$f \cdot \mu_{w1} + (1 - f) \cdot \mu_{w2} = s \cdot \mu_1, \quad (4.13)$$

gdzie przez  $f$  oznaczony został współczynnik wypełnienia, równy ułamkowi przestrzeni wielowarstwy zajmowanemu przez materiał  $w1$ . Odpowiednie warunki dla polaryzacji TE to:

$$\epsilon_{w1} = \rho \frac{\epsilon_1 \cdot s}{f \cdot \rho + (1 - f)}, \quad (4.14)$$



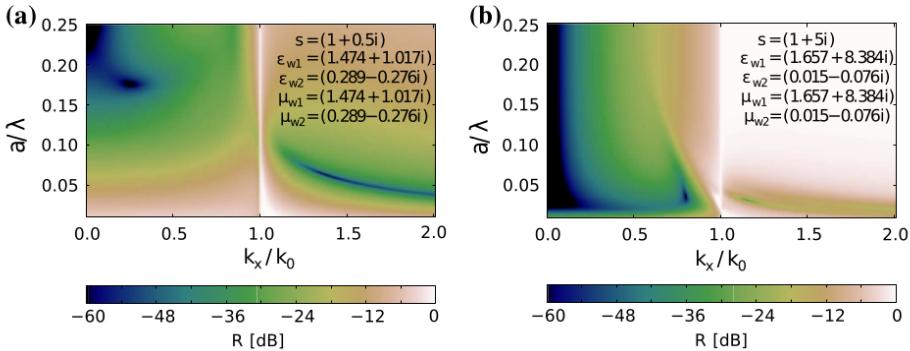
Rysunek 4.3: Zależność przenikalności elektrycznej materiałów tworzących UPML (w lewej kolumnie  $\epsilon_{w1}$ , w prawej  $\epsilon_{w2}$ ) w funkcji współczynnika wypełnienia i urojonej części parametru  $s$  (założono  $\text{Re}(s)=1$ ). Górnny wiersz na wykresach (a) i (b) prezentuje zależności części rzeczywistych, dolny na wykresach (c) i (d) części urojonych przenikalności elektrycznych. Ujemne wartości  $\epsilon$  na wykresach (c) i (d) odpowiadają materiałom ze wzmacnieniem optycznym.

$$\epsilon_{w2} = \frac{\epsilon_1 \cdot s}{f \cdot \rho + (1-f)}, \quad (4.15)$$

gdzie

$$\rho = 1 + \frac{s^2 - 1 \pm \sqrt{(s^2 - 1)(s^2 - (2f - 1)^2)}}{2f(1-f)}. \quad (4.16)$$

Wykresy na rysunku 4.3 prezentują wyniki obliczonych (4.14) i (4.15) jako funkcję współczynnika wypełnienia  $f$  i parametru  $s$ , dla którego przyjęto  $s = 1 + \alpha i$ . Używamy rozwiązań dla (4.16) z  $|\rho| > 1$ . Podobne wyrażenia jak (4.11) i (??) można wypisać i rozwiązać dla  $\mu_{w1}$  i  $\mu_{w2}$ . W przypadku gdy  $\epsilon_1 = \mu_1$  otrzymujemy  $\epsilon_{w1} = \mu_{w1}$  i  $\epsilon_{w2} = \mu_{w2}$ .

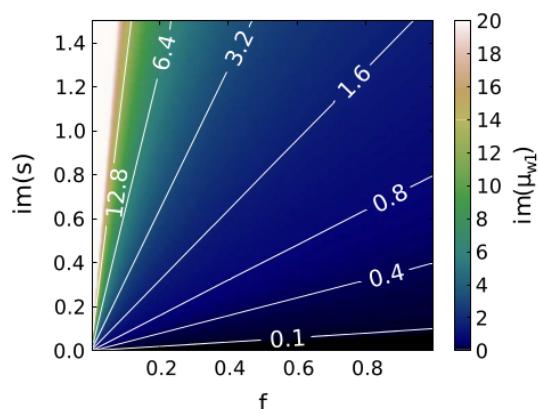


Rysunek 4.4: Zależność natężeniowego współczynnika odbicia od kąta padania i okresu wielowarstwy dla struktury zgodnej ze schmatem na rysunku 4.2, dla  $N = 5$  par warstw, przy współczynniku wypełnienia  $f = 0.6$ . Wysunek po lewej (a) przedstawia wyniki dla  $s = 1 + 0.5i$ , wykres po prawej przedstawia wyniki dla  $s = 1 + 5i$ .

Zależność współczynnika odbicia od kąta padania, oraz grubości komórki elementarnej wielowarstwy przedstawia wykres na rysunku 4.4. Ze względu na umieszczenie idealnego przewodnika za wielowarstwą współczynnik odbicia łączy w sobie część odbijaną od wielowarstwy, jak i transmitowaną przez wielowarstwę i odbijaną od zwierciadła z PEC. Analizując wykres 4.4 możemy zauważyć, że wraz ze wzrostem  $\frac{a}{\lambda}$  zmniejsza się współczynnik odbicia fal propagujących się  $\frac{k_x}{k_0} < 1$ . Wynika to z faktu jednoczesnego zwiększenia grubości warstwy pochłaniającej, więc jest przedewszystkim związane ze zmniejszeniem transmisji przez wielowarstwę. W przypadku fal ewanescenckich  $\frac{k_x}{k_0} > 1$  obserwujemy wzrost współczynnika odbicia. Można to interpretować jako odbicie od pierwszej warstwy wynikające z niespełnienia warunków homogenizacji (przybliżenie ośrodków efektywnego zakłada  $\frac{a}{\lambda} \rightarrow 0$ ) przez strukturę. Dlatego wzrost jest większy dla większej części ujętej współczynnika  $s$ , skutkującej większą różnicą współczynników załamania na granicy pierwszej warstwy i powietrza.

Przedstawione wyniki możliwe są do osiągnięcia przy pomocy materiałów wykazujących szczególne własności elektryczne i magnetyczne, w szczególności obliczenia zakładają zespoloną przenikalność magnetyczną, oraz zysk optyczny. Dla  $s = 1 + 5i$  możliwe jest uzyskanie warstwy PML o całkowitej grubości  $5 \cdot a \approx \frac{\lambda}{20}$

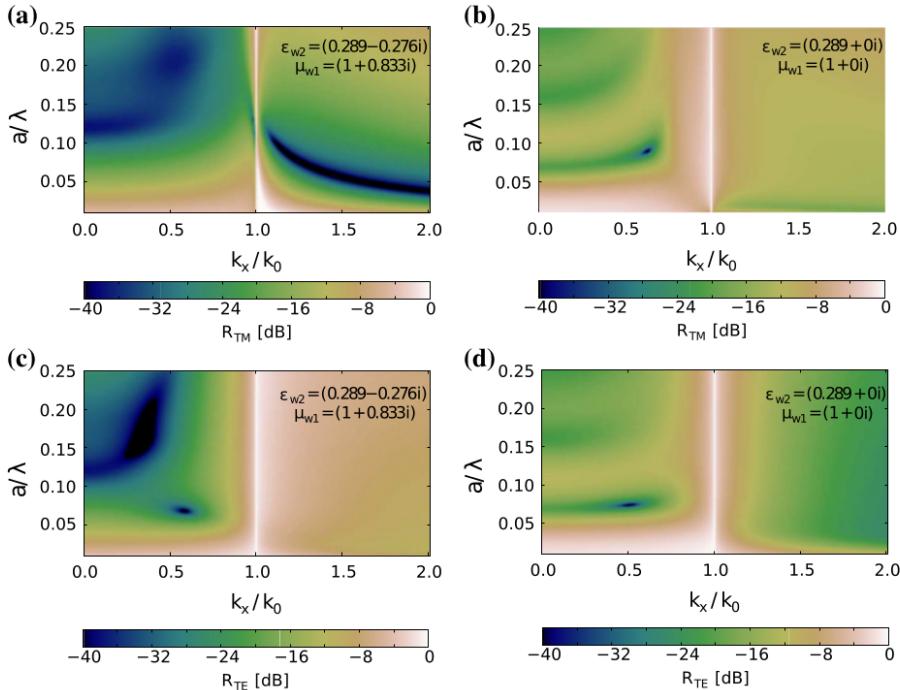
Rysunek 4.5: Zależność części urojonej przenikalności magnetycznej jednego z materiałów  $\mu_{w1}$ , od części urojonej współczynnika  $s$  i współczynnika wypełnienia  $f$  w przypadku gdy założono  $\mu_{w2} = 1$



wykazującej natężeniowy współczynnik odbicia ok -30dB dla szerokiego zakresu kątów padających fal płaskich.

W przypadku oświetlenia wielowarstwy przy pomocy polaryzacji TM jeden ze współczynników przenikalności magnetycznej może zostać ustalony w sposób arbitralny. W szczególności możemy więc założyć  $\mu_{w2} = 1$ , ponieważ większość materiałów spotykanych w przyrodzie charakteryzuje się taką wartością dla częstotliwości optycznych. Drugą przenikalność magnetyczną możemy wyznaczyć przy pomocy wzoru 4.13. Część rzeczywista  $\text{Re}(\mu_{w1}) = 1$ , a zależność części urojonej  $\text{Im}(\mu_{w1})$  od części urojonej współczynnika  $s$ , oraz współczynnika wypełnienia przedstawia wykres 4.5. Na podstawie przywołanego wykresu możemy zauważyc, że wysoki współczynnik wypełnienia, oraz wykorzystanie małej części urojonej  $s$  skutkują małymi wartościami  $\text{Im}(\mu_{w1})$ , jest to dla nas istotne ponieważ korzystając z realnych materiałów będziemy zmuszeni przybliżyć te wartość przez 0.

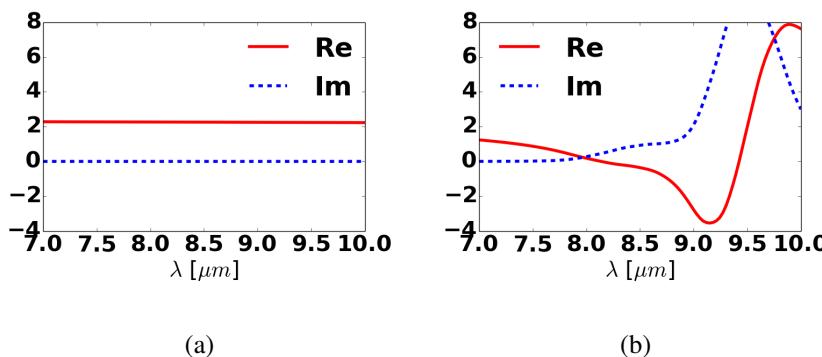
W przypadku zastosowania nie numerycznego należy zaniedbać własności magnetyczne materiałów  $\mu = 1$ , oraz zysk optyczny  $\text{Im}(\varepsilon) \geq 0$ . Wyniki dla obu polarizacji po zastosowaniu się do wymienionych przybliżeń przedstawiają wykresy na rysunku 4.6. Zaproponowany absorber składa się z materiału stratnego, oraz warstw charakteryzujących się przenikalnością elektryczną mniejszą od 1. Przedstawione wyniki obliczeń wskazują, że w wyniku poczynionych założeń efektywność pracy wielowarstwy jako struktury PML znacznie różni się w zależności od polaryzacji. W przeciwnieństwie do obliczeń dla wielowarstw odpowiada-



Rysunek 4.6: Zależność natężeniowego współczynnika odbicia  $R$ , od kąta padania i grubości warstw dla wielowarstwy składającej się z  $N = 5$  okresów, dla  $s = 1 + 5i$  i  $f = 0.6$ . Spełniając założenie, że  $\mu_{w2} = 1$  (a,c), oraz  $\mu_{w1} = \mu_{w2} = 1$ ,  $\text{Im}(\epsilon_1) \geq 0$  i  $\text{Im}(\epsilon_2) \geq 0$  (b,d). Wyniki dla polaryzacji TM (a,b) oraz TE (c,d). Przenikalność elektryczna  $\epsilon_{w1} = 1.474 + 1.017i$ .

jących PML, narzucone wartunki prowadzą do mniejszej wartości współczynnika odbicia dla polaryzacji TE. Wysokie współczynniki odbicia, uniemożliwiające zastosowanie wielowarstwy, pojawiają się jednak jedynie dla kątów padania bliskich  $90^\circ$ , co jest charakterystyczne dla UPML.

Na podstawie przeprowadzonej dyskusji, można wysunąć prostą regułę jaką należy posługiwać się w celu doboru materiałów do budowy wielowarstwy efektywnie przypominającej UPML graniczący z powietrzem. Kluczowym elementem jest wykorzystanie materiału którego część rzeczywista przenikalności elektrycznej znajduje się w zakresie od 0 do 1. Przeprowadzone obliczenia wskazują również, że materiał ten powinien być możliwie bezstratny. Druga wykorzystywana

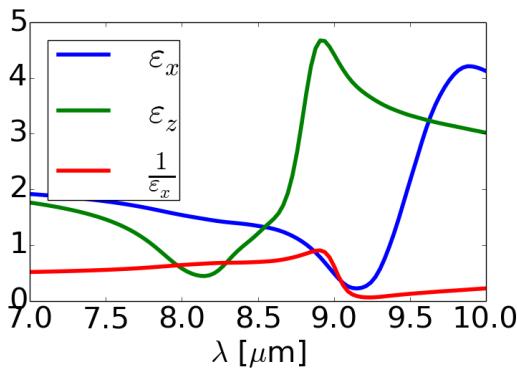


Rysunek 4.7: Wartości przenikalności elektrycznej w zakresie od 7 do 10  $\mu\text{m}$  dla (a)  $\text{NaCl}$  [20], (b)  $\text{SiO}_2$  [17]

substancja powinna posiadać część rzeczywistą przenikalności elektrycznej większą od 1, oraz wykazywać stratność.

W ogólności w szerokich zakresach spektralnych większość materiałów charakteryzuje się  $\text{Re}(\varepsilon) > 1$ , wyjątkami są zakresy długości fali w okolicach rezonansów dyspersyjnych (patrz. 2.3.1). Możliwe jest również uzyskanie zaprojektowanych własności  $\varepsilon$  w metamateriałach np. w strukturach typu fishnet [52]. Przykładem pary materiałów, które możemy zastosować w realizacji UPML przy pomocy wielowarstwy są  $\text{SiO}_2$  i  $\text{NaCl}$  dla długości fali w okolicach 8  $\mu\text{m}$ . Przenikalności elektryczne zaproponowanych materiałów przedstawiają wykresy na rysunku 4.7. Rolę materiału o przenikalności elektrycznej  $\varepsilon \in (0, 1)$ , spełnia w tym obszarze  $\text{SiO}_2$ , ponieważ dla długości fali 9.5  $\mu\text{m}$  występuje dla tego materiału rezonans również efektywna część urojona wielowarstwy wynikająca głównie z własności  $\text{SiO}_2$ .

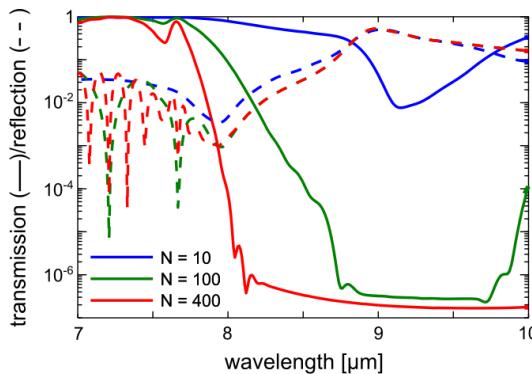
Efektywne własności stosu złożonego z naprzemiennych warstw  $\text{NaCl}$  i  $\text{SiO}_2$  o współczynniku wypełnienia drugim materiałem  $f = 0.56$ , dla których przyjęto zmierzone eksperymentalnie wartości  $\varepsilon$  przedstawia wykres na rysunku 4.8. Zgodnie z (4.10) warstwa opisywana struktura przypominająca PML powinna charakteryzować się  $\frac{1}{\varepsilon_x} = \varepsilon_z$ , dlatego na wykresie zaznaczono również  $\frac{1}{\varepsilon_x}$ . Na podstawie wykresu 4.8 wielowarstwa powinna więc charakteryzować się najniższym współczynnikiem odbicia dla długości fali z zakresu 8-8.2  $\mu\text{m}$ . Wartości natężeniowych



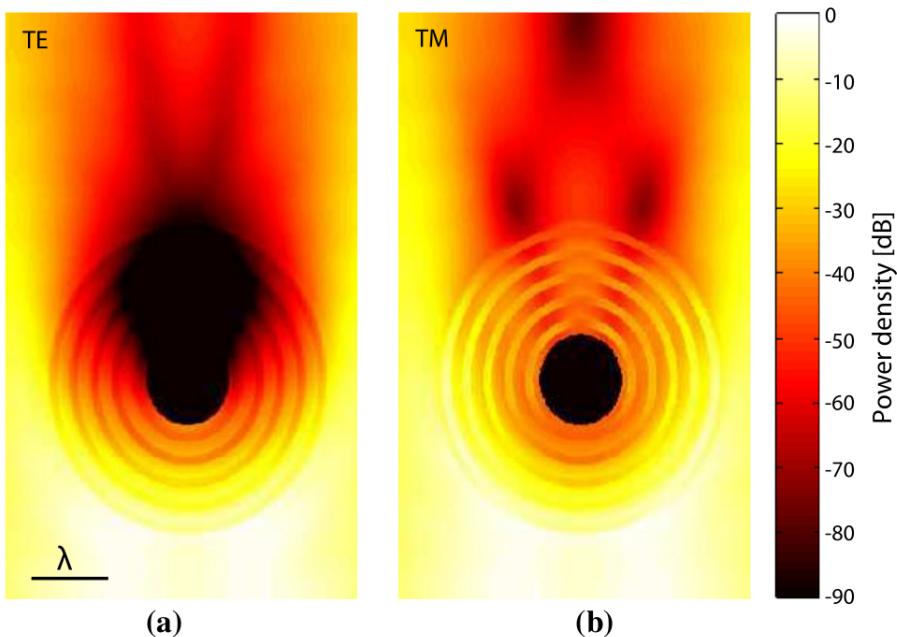
Rysunek 4.8: Współczynniki efektywne wielowarstwy zbudowanej z  $SiO_2$  i  $NaCl$ , o współczynniku wypełnienia przez  $SiO_2$  równym  $f = 0.56$ , dla eksperymentalnych wartości  $\varepsilon$ .

współczynników transmisji i odbicia w zależności od liczby par warstw  $N$  oraz długości fali przedstawia wykres na rysunku 4.9.

Bazując na zaprojektowanej wielowarstwie można zaproponować jej realizację w geometrii cylindrycznej. W tym przypadku jakość nieodbijającej warstwy absorbcyjnej możemy ocenić na podstawie symulacji, w których wewnętrz struktury typu core-shell zamknięty zostanie walec z idealnego przewodnika. Rozkład gęstości energii pola E-M dla struktury typu core-shell odpowiadającą rozważanej wielowarstwie, oświetlono falą monochromatyczną dla polaryzacji TM i TE przedstawia rysunek



Rysunek 4.9: Współczynnik transmisji (linia ciągła) i odbicia (linia przerywana) dla wielowarstwy złożonej z  $SiO_2/NaCl$  zaprojektowanej dla oświetlenia dłużością fali  $8 \mu\text{m}$ , dla której współczynniki załamania  $n_{SiO_2} = 0.41 + 0.32i$ ,  $n_{NaCl} = 1.51$ . Współczynnik wypełnienia struktury przez  $SiO_2$  wynosi  $f = 0.56$ ,  $a = 200\text{nm}$ . Rozważane zostały stosey o  $N = 10, 100, 400$ .



Rysunek 4.10: Wyniki symulacji we współrzędnych cylindrycznych dla polaryzacji (a) TE i (b) TM. Struktura typu core-shell oświetlona jest z dołu, na rysunku (a) zamieszczono wzorzec długości fali.

## Rozdział 5

# Bezdyfrakcyjna propagacja światła w wielowarstwach metaliczno-dielektrycznych

Każdy element liniowego układu optycznego możemy wyrazić jako układ filtrujący częstotliwość i częstotliwości przestrzenne oświetlającego ten układ źródła. Poniższy rozdział poświęcony jest modelowaniu propagacji światła przez wielowarstwy metaliczno-dielektryczne wykorzystywane do budowy elementów optycznych o zaprojektowanych własnościach filtrowania częstotliwości przestrzennych. W przeciwieństwie do przestrzeni swobodnej, będącej przestrzennym filtrem dolno-przepustowym, mogą one charakteryzować się również transmisją wysokich częstotliwości przestrzennych, które w przestrzeni swobodnej mają charakter fal ewanescentnych. Wykorzystanie układów tego typu umożliwia konstrukcję elementów optycznych działających poza klasycznym ograniczeniem dyfrakcyjnym.

Złamanie ograniczenia dyfrakcyjnego możliwe jest dzięki zastosowaniu materiałów charakteryzujących się ujemnym załamaniem światła, rozumianym jako załamanie pod kątem skierowanym przeciwnie niż wynikałoby to z Prawa Snelliusa. Materiały takie w odniesieniu do tej klasycznej formuły optyki geometrycznej muszą charakteryzować się ujemnym współczynnikiem załamania światła. Korzystając z elektrodynamiki klasycznej opisywanej równaniami Maxwell'a wiemy, że współczynnik załamania związany jest z przenikalnością elektryczną i magnetyczną ośrodka:  $n = \pm\sqrt{\epsilon\mu}$ . Wybór dodatniej gałęzi pierwiastka jest więc konwencjonalny i musi być dostosowany do sytuacji fizycznej. Ujemna wartość współczynnika załamania światła jest równoważna zmianie kierunku prędkości fazowej, której zwrot jest zgodny ze zwrotem wektora falowego. Pierwszą propozycją definicji ośrodków o ujemnym współczynniku załamania była ujemna wartość iloczynu skalarnego wektora Poyntinga i wektora falowego  $\vec{P} \cdot \vec{k} < 0$  podana przez Wiktora Wieselaga [53]. Ze względu na tę własność materiały takie nazywane są lewoskrętnymi (ang. left-handed) gdyż w stosunku do iloczynu  $\vec{E} \times \vec{H}$  nie ma zastosowania reguła prawej dłoni, a przeciwna - lewej.

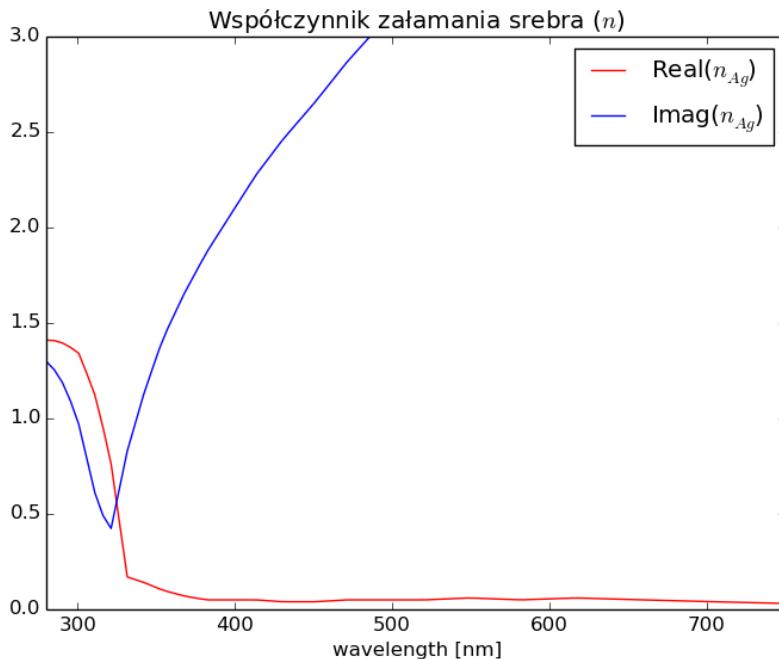
Materiały lewoskrętne muszą charakteryzować się ujemnymi wartościami  $\epsilon$  i  $\mu$  dla tego samego zakresu częstotliwości. Materiały takie nie były do tej pory obserwowane w przyrodzie, eksperymentalnie dowiedziono jednak możliwości sztucznego wytworzenia metamateriałów o takich właściwościach[42] przy pomocy SSR(ang split-ring resonator).

Język używany do opisu działania analizowanych struktur warstwowych wywodzi się z Optyki Fourierowskiej w której podstawowym pojęciem są układy LSI (ang. Linear shift-invariant systems). Opisywane struktury spełniają warunki tego typu układów - nie wykazują własności nielinijowych, oraz są niezmiennicze ze względu na przesunięcia. Wykorzystanie formalizmu Optyki Fourierowskiej umożliwia analityczną ocenę wyników symulacji numerycznych, oraz wprowadza spójny zestaw pojęć wykorzystywanych do opisu rozważanych układów. Dokładniejsze omówienie podstawowych pojęć związanych z układami LSI znajduje się w rozdziale 2.2.

## 5.1. Właściwości dyspersyjne materiałów optycznych w zakresie widzialnym

Wykorzystywane w optyce materiały charakteryzują się niską podatnością magnetyczną w rozważanej części widma, w związku z czym przyjmuje się  $\mu(\omega) = 1$ . Ze względu na właściwości elektryczne wykorzystywane materiały możemy podzielić na dielektryki i przewodniki. Dielektrykami nazywamy materiały, w których pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego powstają dipole elektryczne. Powodem powstawania dipoli może być przesunięcie ładunków dodatnich w stosunku do ujemnych lub powstanie spójnej orientacji przestrzennej dipoli elektrycznych tworzących dany ośrodek. W przeciwnieństwie do dielektryków, ze względu na obecność swobodnych nośników ładunku elektrycznego przewodniki nie ulegają polaryzacji w zewnętrznym polu elektrycznym. W niniejszej pracy jako przewodniki rozważane są metaliczne pierwiastki chemiczne, dlatego terminy przewodnik i metal traktowane są zamiennie.

Zjawiska fizyczne omawiane w poniższym rozdziale bardzo silnie zależą od przenikalności elektrycznej wykorzystywanych materiałów. W szczególności wymagają wykorzystywania materiałów o ujemnej przenikalności elektrycznej. Takie własności przejawiają metale, których zastosowanie do nadrozdzielczego obrazowania przy pomocy cienkiej warstwy przewodnika zaproponował John Pendry. Wykorzystanie warstwy znacznie cieńszej od długości fali pozwala na rozprężenie pola elektrycznego i magnetycznego przez co możliwe jest nadrozdzielcze

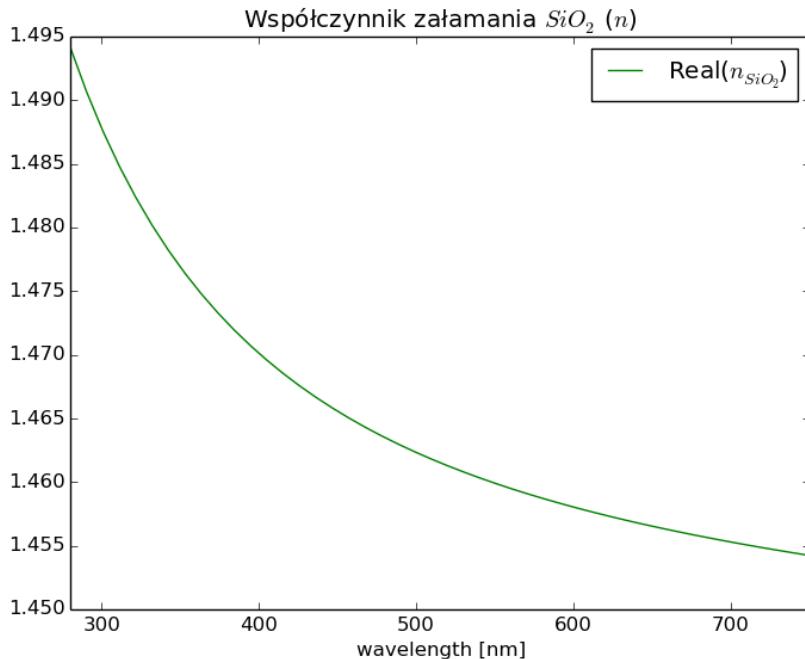


Rysunek 5.1: Zależność współczynnika załamania od długości fali w zakresie optycznym, dla metalu -  $Ag$  [13].

obrazowanie przy pomocy materiału z  $\mu = 1$ . [31]

W zakresie optycznym znajdują się częstości rezonansowe atomów metali skutkujące silną dyspersją współczynnika załamania i wysoką absorpcją. Zależność rzeczywistej i urojonej części współczynnika załamania dla srebra prezentuje wykres 5.1. Na wykresie widać charakterystyczny obszar w zakresie ok. 310-350 nm w którym obserwujemy znaczny spadek części rzeczywistej współczynnika załamania i minimum zdolności absorpcyjnych. Wysoka wartość części urojonej współczynnika załamania wskazuje na silną absorpcję promieniowania dla długości fali powyżej 350nm.

Dla dielektryków współczynnik załamania zazwyczaj maleje wraz ze wzrostem długości fali. Zależność ta jest znacznie słabsza niż w przypadku metali. Jako przykład na wykresie 5.2 przedstawiono współczynnik załamania  $SiO_2$ . Urojona część współczynnika załamania dla dielektryków jest mniejsza niż w przypadku

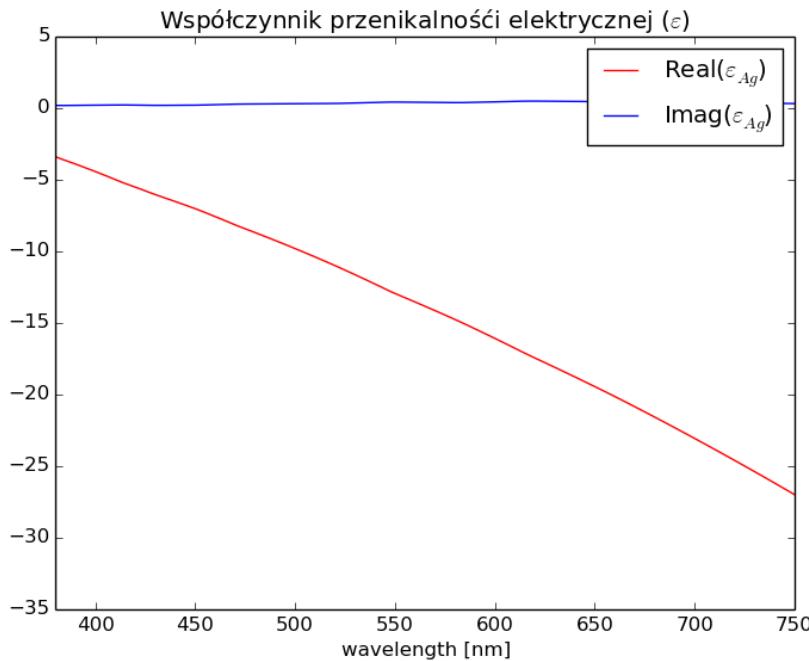


Rysunek 5.2: Zależność współczynnika załamania od długości fali w zakresie optycznym, dla szkła kwarcowego -  $SiO_2$  [23]

metali. W szczególności dla przedstawionego szkła kwarcowego w większości zastosowań jest zaniedbywana.

W celu opisu dyspersyjnych dielektryków z powodzeniem stosuje się model Lorenza-Lorenza, a wartość  $\varepsilon$  często traktowana jest jako stała. W przypadku metali, ze względu na wspomniany charakter rezonansowy  $\varepsilon(\omega)$  musi być opisywana przy użyciu modelu Lorenza-Drudego. Dokładniejsze omówienie tego modelu znajduje się w rozdziale 2.3.1.

Należy zaznaczyć, że pominięty został wpływ wektora falowego na wartości  $\varepsilon$  i  $\mu$ . W ogólności  $\varepsilon(\omega, \vec{k})$  jest funkcją zarówno częstotliwości jak i wektora falowego, co należy rozumieć jako zależność indukcji elektrycznej  $\vec{D}(t, \vec{r})$  nie tylko od wzbudzenia w poprzedzającej chwili czasu  $t'$ , ale również od wzbudzenia fali elektromagnetycznej w otoczeniu  $\vec{r}'$ . Ze względu na zależność od otoczenia ta klasa zjawisk nazywana jest nielokalnymi. Wpływ otoczenia na stan polaryzacji

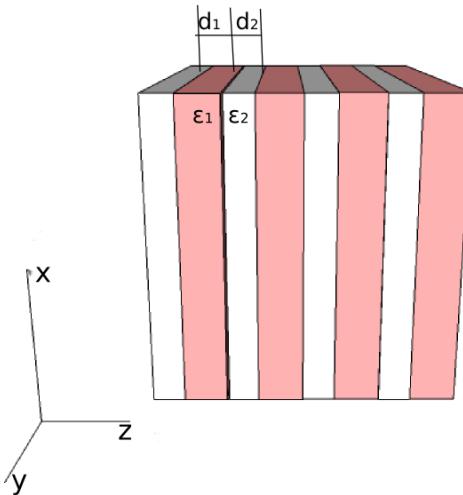


Rysunek 5.3: Zależność przenikalności elektrycznej od długości fali w zakresie optycznym, dla metalu  $Ag$  [13]

$\vec{P}$  nie można pomijać gdy zmienność pola elektromagnetycznego jest znacząca w porównaniu z drogą swobodną elektronów w ośrodku.

## 5.2. Wielowarstwy z bezdyfrkacyjną propagacją światła

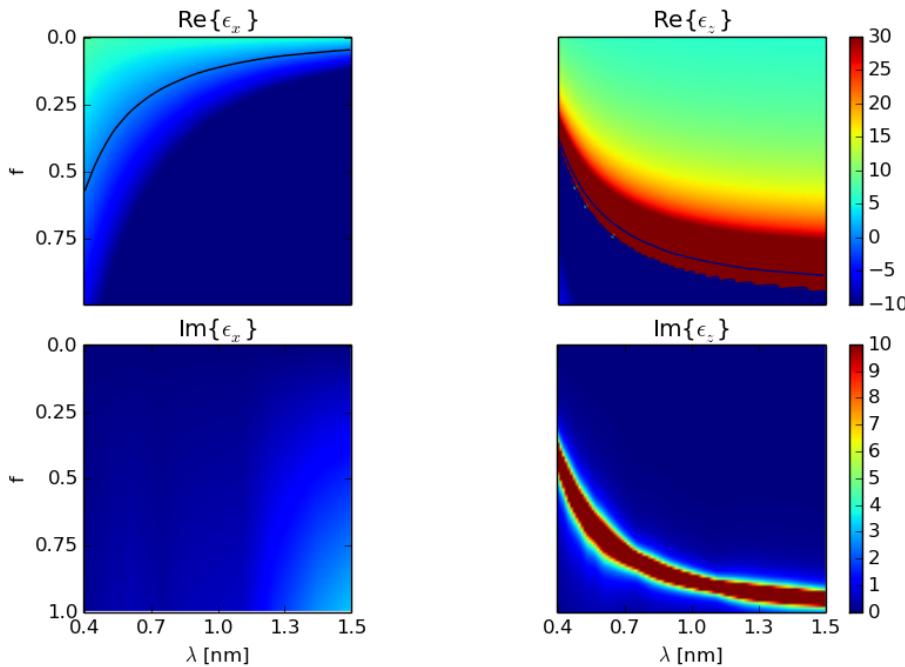
Zgodnie z przedstawionymi właściwościami materiałowymi, obrazowanie z rozdzielcością przekraczającą klasyczne ograniczenie dyfrakcyjne przy pomocy metali wiąże się z dużymi stratami natężenia światła w wyniku absorpcji. Zwiększenie współczynnika transmisji przez wielowarstwy zawierające metal możliwe jest dzięki wykorzystaniu efektu rezonansowego tunelowania [37]. Chociaż zastosowanie zaproponowane w cytowanej pracy nie było związane z obrazowaniem,



Rysunek 5.4: Schemat wielowarstwy metaliczno dielektrycznej

to możliwość uzyskania współczynnika transmisji rzędu 70% dla wielowarstwy zawierającej łącznie 40 nm srebra otwiera możliwości wysokiej transmisji i wykorzystania materiałów o ujemnym  $\epsilon$ . Schemat wielowarstwy przedstawia rysunek 5.4. W proponowanym podejściu obrazowanie nad rozdzielcze nie wynika wprost z zastosowania materiału o  $\epsilon = -1$ , ale z efektywnych anizotropowych właściwości powstałego w ten sposób metamateriału [33]. Przy pomocy przybliżenia ośrodka efektywnego, szerzej omówionego w rozdziale 2.4, możemy dobierając grubości warstw do parametrów stosowanych materiałów uzyskać metamateriał o  $\epsilon_z \rightarrow \infty$  i  $\epsilon_x \rightarrow 0$ .

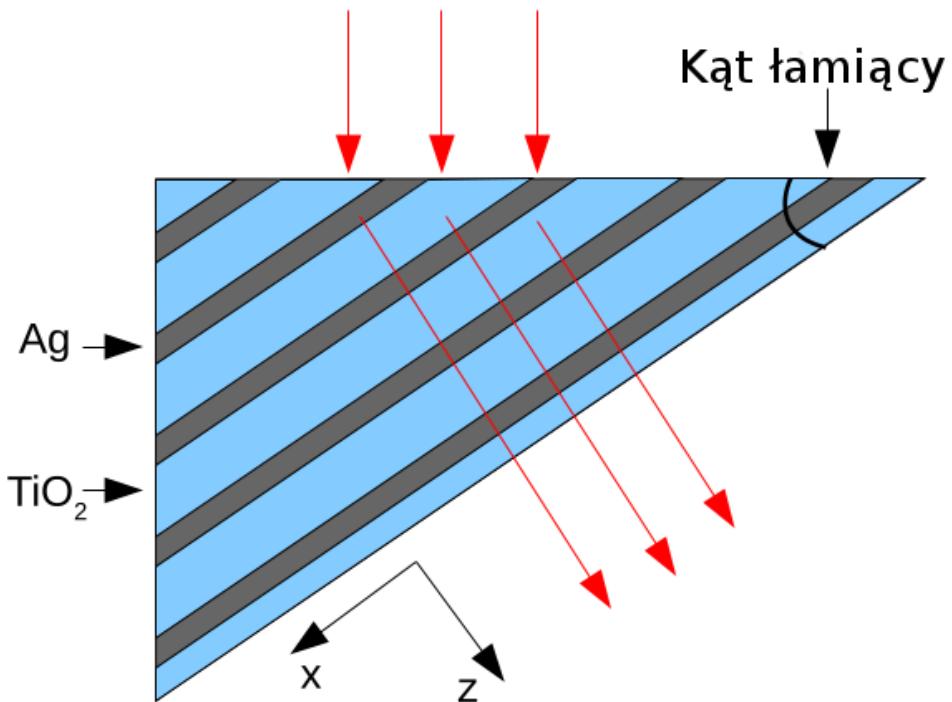
Przykład materiałów z których w opisany sposób można konstruować wielowarstwę charakteryzującą się transmisją bezdyfrakcyjną prezentują wykresy na rysunku 5.5. W szczególności na wykresach zaobserwować możemy, że obszar wysokiego  $\epsilon_z$  graniczy z obszarem w którym ta składowa przenikalności elektrycznej przyjmuje wartości ujemne. Dla uzyskania własności bezdyfrakcyjnych, kluczowe jest dobranie takiego współczynnika wypełnienia  $f$ , który pozwoli dla określonych wybranych długości fali uzyskać efektywne wartości składowych tensora przenikalności elektrycznej jak najbliższe tym przez nas poszukiwanym. W przypadku prezentowanych materiałów dla długości fali ok. 500 nm możemy uzyskać  $\epsilon_x \approx 0$  i  $\epsilon_z \approx 10$



Rysunek 5.5: Przenikalność ośrodka efektywnego obliczona zgodnie ze wzorem (2.31) zbudowanego z warstw  $Ag$  [13] i  $TiO_2$  [7]. Współczynnik wypełnienia  $f=1$  oznacza, że struktura zbudowana jest jedynie ze srebra. Przy pomocy konturu zaznaczono  $\varepsilon_x = 0$  oraz  $\varepsilon_z = 100$ .

### 5.3. Nadrozdzielczy pryzmat

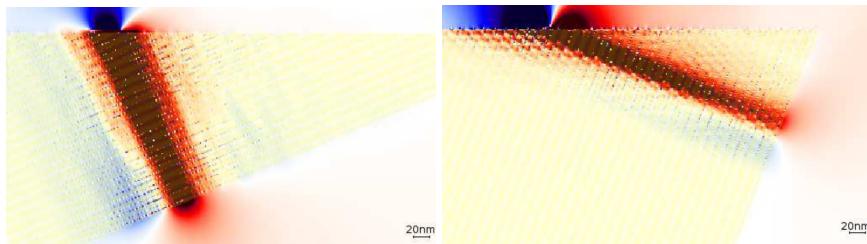
Możliwość konstruowania układów warstwowych charakteryzujących się propagacją promieniowania elektromagnetycznego prostopadle do granicy warstw umożliwiła nie tylko konstrukcję supersoczewek, ale również elementów o bardziej złożonej geometrii. Wykonując ścięcie pod pewnym kątem możemy warstwową supersoczewkę przekształcić w element optyczny kształtem przypominającym pryzmat, przykład prezentuje rysunek 5.6. Wykorzystując wielowarstwę o efektywnych właściwościach zapewniających obrazowanie z podfalową rozdzielczością, można taki układ wykorzystać do realizacji operacji rzutowania nie podlegającej klasycznemu ograniczeniu dyfrakcyjnemu [45]. Uzyskując w ten sposób



Rysunek 5.6: Schemat pryzmatu zbudowanego z metamateriału mogącego charakteryzować się kierunkową (prostopadłą do granicy warstw) propagacją fali elektromagnetycznej. Strzałkami schematycznie przedstawiono kierunek propagacji fali E-M.

obraz źródeł o charakterystyce podfalowej powiększony do rozmiarów umożliwiających obserwację przy pomocy tradycyjnych mikroskopów. Możliwe jest również wykorzystanie superpryzmatu do zmniejszenia obrazu, dzięki czemu maska o rozmiarach większych od długości fali może posłużyć do wykonania litografii o rozmiarach podfalowych.

Wykorzystując dwa pryzmaty charakteryzujące się kierunkową propagacją światła, możemy realizować również inne przekształcenia geometryczne na dwuwymiarowych obrazach. Poprzez złożenie dwóch pryzmatów z rysunku 5.6 wzdłuż krawędzi równoległej do osi x, możemy uzyskać element wykonujący na obrazach o rozmiarach podfalowych operację obrotu. Składając w ten sposób dwa pryzmaty o kącie łamiącym równym  $45^\circ$  możemy zrealizować przesunięcie. Wy-



(a) Kąt łamiący 0.4 rad

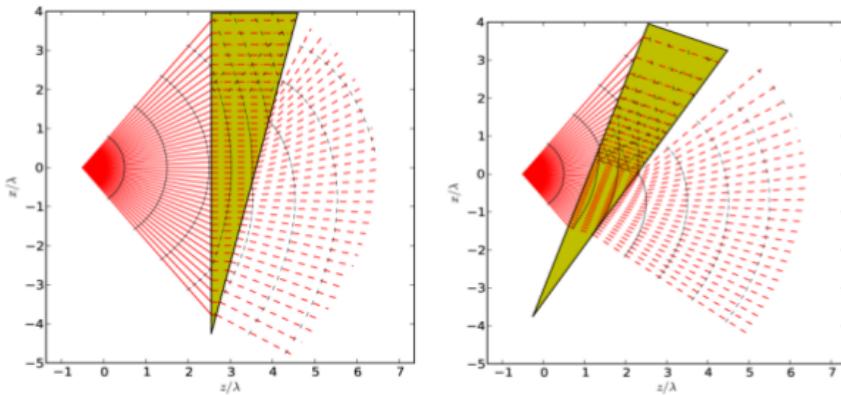
(b) Kąt łamiący 1.2 rad

Rysunek 5.7: Wynik symulacji metodą FDTD propagacji fali E-M przez superpryzmat. Pryzmat oświetlony został wiązką gaussowską o FWHM 90 nm i długości fali 421 nm [45]

korzystując trzy pryzmaty możemy połączyć operację rzutowania i przesunięcia uzyskując efekt powiększenia lub pomniejszenia obrazu w jednym zintegrowanym mikroelementem optycznym bez zmiany kierunku propagacji promieniowania E-M [16].

Ze względu na propagację światła wewnętrz MDM w określonym kierunku do projektowania układów, których elementy złożone są z omawianych ściętych wielowarstw metaliczno dielektrycznych wykorzystać można algorytm przypominający śledzenia promieni(ang. ray tracing). Kierunek promieni w wiązce wewnętrz wielowarstwy jest wymuszony przez silnie anizotropową efektywną przewodność elektryczną wielowarstwy, natomiast w przestrzeni swobodnej możemy o nim wnioskować na podstawie klasycznych praw dyfrakcji [30].

Wykorzystując zaproponowany model możemy zaprojektować elementy optyczne do koncentracji promieniowania elektromagnetycznego. Takie mikrourządzenia można zbudować wykorzystując zarówno struktury płaskie jak przedstawiona na rysunku 5.9a i 5.9b, jak i cylindryczne 5.9c czy też zbudowane z kilku elementów typu core-shell 5.9d

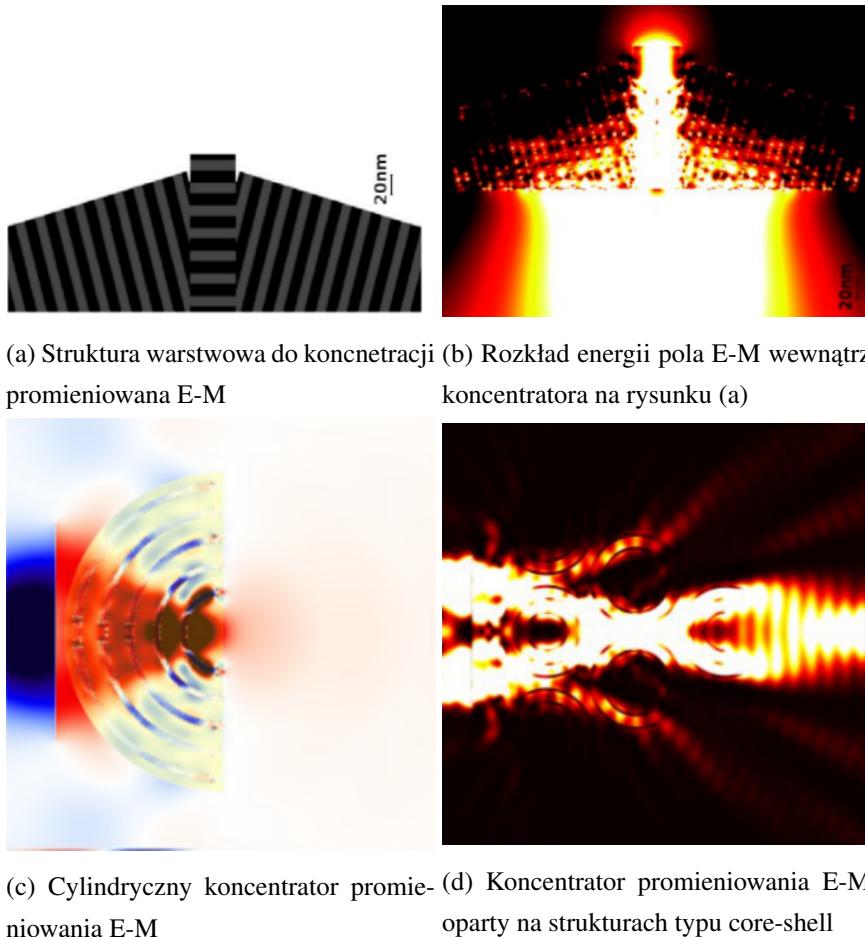


Rysunek 5.8: Przykłady algorytmu śledzenia promieni dla wiązki promieni przechodzącej przez pryzmat z metamateriałem umożliwiającego obrazowanie podfałowe [30]

## 5.4. Analiza chropowatosci

W poprzedzających częściach pracy zakładaliśmy, że granice między ośrodkami tworzącymi wielowarstwę są idealnie płaskie. W warunkach eksperymentalnych, przy wykorzystaniu technik umożliwiających naprzemienne układanie kilkunastu warstw różnych materiałów o grubości od kilkunastu do kilkudziesięciu nanometrów, takich jak fizyczne osadzanie z fazy gazowej (ang. PVD - physical vapour deposition), uzyskanie takich warstw jest niemożliwe. W poniższym rozdziale przeanalizowany zostanie wpływ niedoskonałości warstw na obrazowanie przez struktury MDM.

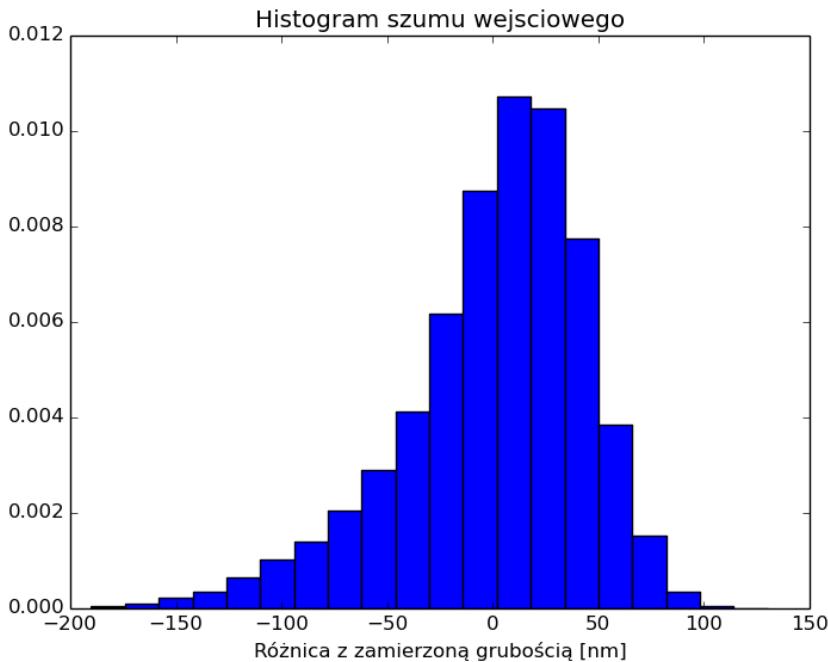
Podstawowym parametrem wykorzystywanym do opisu chropowatości jest średnia kwadratowa różnic faktycznej grubości warstwy od zamierzonej (ang. RMS - root mean square). Różnice uzyskanej w stosunku do projektowanej grubości warstwy w kolejnych punktach nie są zmiennymi losowymi niezależnymi, dlatego do pełnego opisu topologii powierzchni niezbędne jest wykorzystanie funkcji autokorelacji [43]. Na podstawie pomiarów mikroskopem sił atomowych (ang. AFM - atomic force microscope) można stwierdzić, że RMS powierzchni podlega statystyce gaussowskiej. Histogram wyników uzyskanych przy



Rysunek 5.9: Wyniki symulacji metodą FDTD układów do koncentracji promieniowania E-M [30]

pomocy pomiarów AFM przedstawia wykres 5.10, dwu wymiarowy skan uzyskany w pomiarach przedstawia rysunek 5.11.

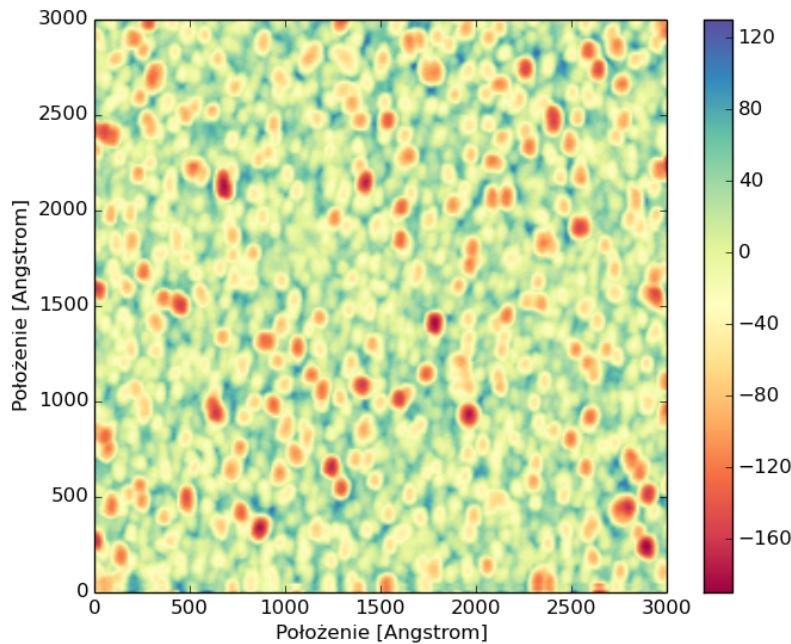
Efektywne współczynniki przenikalności elektrycznej uzyskiwane za pomocą wzoru (2.31) w znacznym stopniu zmieniają się w wyniku wprowadzenia chropowatości. Szczególnie dużą zmienność można zaobserwować w okolicach rezonansu dla  $\varepsilon_{\perp}$ , czyli w zakresie długości fali dla którego projektowane są własności metamateriału. Zbliżenie wartości do przewidywanych w warunkach homogenizacji można zaobserwować w przypadku symulacji struktur dla których punkty od-



Rysunek 5.10: Histogram odchyleń od zamierzonej grubości dla warstwy 30 nm obserwowanej za pomocą AFM w punktach odległych od siebie o 11.7 nm

powiadające pomiarom grubości z mikroskopu są bardziej oddalone. Ze względu na przybliżenie granicy warstwy pomiędzy punktami pomiarowymi z AFM poprzez funkcję gładką autorzy otrzymują większe gładkie obszary na powierzchni symulowanej granicy między ośrodkami [22].

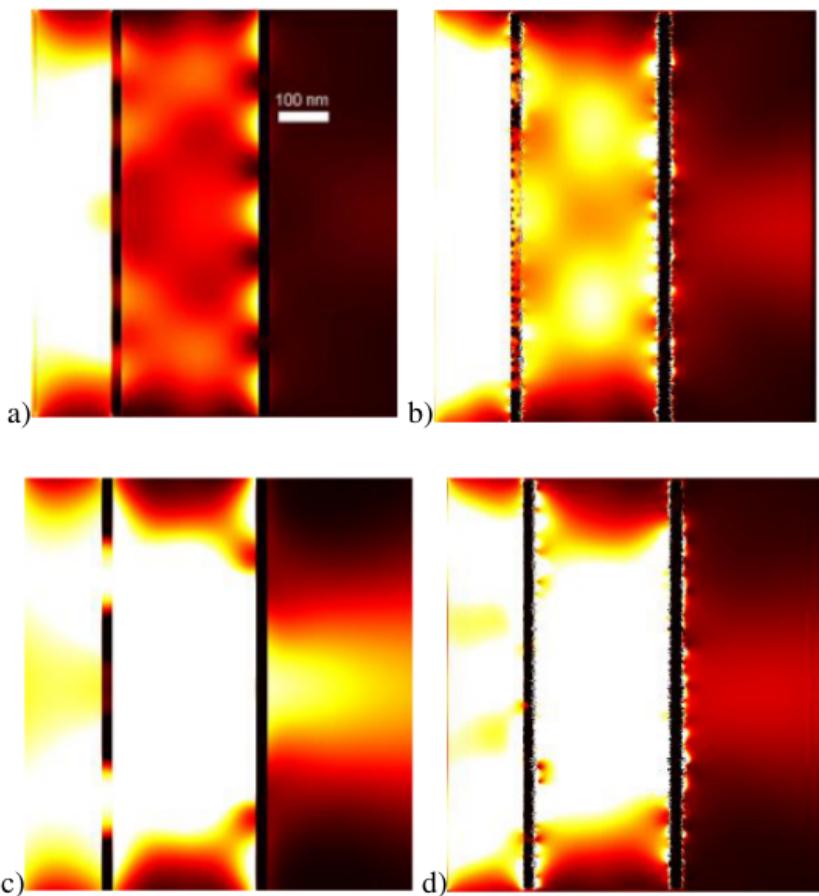
Nierówność warstw może mieć pozytywny wpływ na niektóre parametry opisujące zdolności obrazujące wielowarstwy. Uwzględnienie chropowatości może zwiększyć współczynnik transmisji przez granicę dwóch ośrodków poprzez skrócenie zasięgu propagacji plazmonów powierzchniowych w przypadku przypadkowej chropowatości, oraz dodatkowe wzmacnianie fal ewanescenckich przy pomocy sinusoidalnej chropowatości o okresie podfalowym [11]. Przykład układu dla którego wprowadzenie chropowatości zwiększa współczynnik transmisji przez układ dla wąskiego zakresu długości fali przedstawia rozkład pola elektromagnetycznego na rysunku 5.12 a i b. W ogólności jednak wzrost chropowatości powierzchni



Rysunek 5.11: Pomiary grubości na powierzchni napylonej warstwy 30 nm srebra za pomocą AFM

zmniejsza współczynnik transmisji przez strukturę warstwową, co możemy zaobserwować po zmianie długości fali oświetlającej soczewkę na rozkładach pola na rysunkach 5.12 c i d.

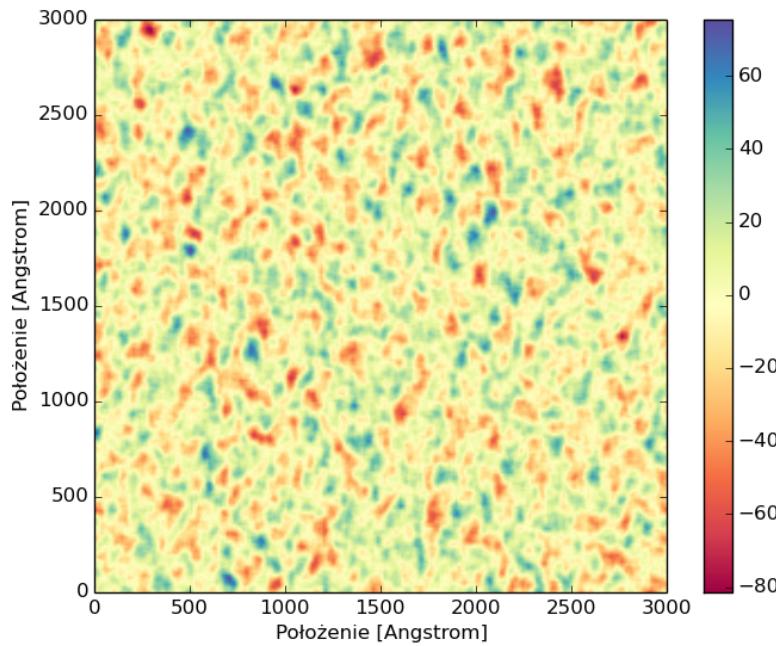
Zmiana właściwości materiałów z których zbudowana jest wielowarstwa na charakteryzujące się mniejszą absorpcją nie może być wykorzystana do kompenacji strat transmisji w wyniku nierówności warstw. Wprowadzenie chropowatosci prowadzi do powstania losowych zaburzeń rozkładu pola elektromagnetycznego, których interferencja wprowadza zniekształcenie optycznej funkcji przenoszenia (ang. OTF - Optical Transfer Function) [9]. Odpowiednio dobrany współczynnik absorpcji wewnętrz metalu zapewnia szybkie zanikanie losowych zaburzeń umożliwiając zachowanie płaskiego charakteru OTF. Szczególne znaczenie dla zachowania własności obrazowania podfałowego ma płaszczyzna wyjściowa



Rysunek 5.12: Rozkład natężenia pola elektromagnetycznego wewnętrz i poza strukturą warstwową o własnościach supersoczewki z warstwami chropowatymi, oświetloną za pomocą źródła monochromatycznego o długościach fali odpowiednio a,b  $\lambda = 430$  nm i c,d  $\lambda = 490$  nm [46]

wielowarstwy, na której utrzymanie RMS poniżej 0.6 nm jest kluczowe dla użyskania PSF o szerokości podfalowej [10].

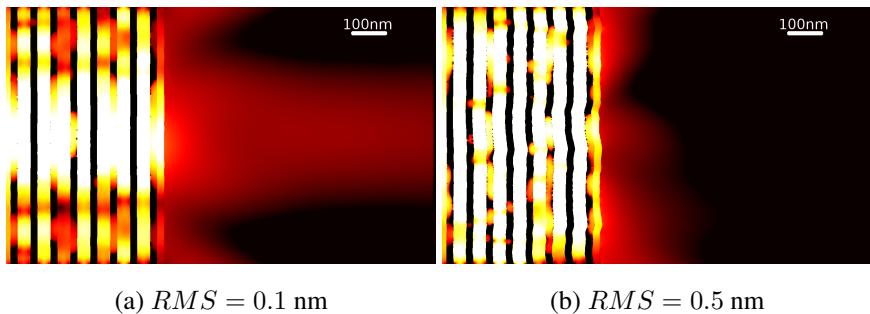
Należy zwrócić uwagę, że na skutek chropowatości współczynnik  $\varepsilon_{\perp}$  zostaje zmniejszony w okolicach rezonansu [10] (dla idealnej supersoczewki  $\varepsilon_{\perp} \rightarrow -\infty$ ), co powoduje, że możliwa jest efektywna transmisja wyższych częstotliwości przestrzennych, a co za tym idzie zwiększenie zdolności rozdzielczej układu. Wła-



Rysunek 5.13: Wizualizacja powierzchni chropowatej wygenerowanej na podstawie pomiarów AFM. Generowana jest zmienna losowa podlegająca rozkładowi normalnemu o widmowej gęstości mocy odpowiadającej wynikom pomiarów przy pomocy AFM.

sności obrazujące, które są optymalne przy płaskim kształcie OTF zostają jednocześnie zaburzone, a ich zachowanie możliwe jest poprzez użycie materiałów o większym współczynniku absorpcji. Na podstawie takiego rozważania Zhen Guo i in. [10] wnioskują, że chropowatość w zasadniczy sposób pogarsza zdolności obrazujące supersoczewki, zdolność rozdzielczą jest natomiast kontrolowana poprzez stratność użytych materiałów.

Porównanie wyników prac numerycznych prowadzonych przez różnych autorów dotyczących wpływu chropowatości na współczynnik transmisji, szerokość i kształt PSF oraz na zdolność rozdzielczą wielowarstwy wymaga uwzględnienia różnic w zastosowanych przez nich metodyce. Kluczowym elementem jest sposób generacji powierzchni chropowatej - w niektórych pracach nie jest uwzględniana



Rysunek 5.14: Wyniki symulacji wielowarstwy o 17 chropowatych granicach ośrodków, z różnymi wartościami RMS charakteryzującymi chropowatość warstw. Na ilustracji (b) obserwujemy znaczne ograniczenie strumienia fali E-M propagującego się w pole dalekie na skutek interferencji wielu fal płaskich losowo zaburzonych przez nierówności [2].

autokorelacja nierówności [10] przez co zaniedbane zostają charakterystyczne elementy topologii widoczne w pomiarach przy pomocy AFM. W innych wykorzystywane są algorytmy heurystyczne łączące punkty z pomiarów mikroskopowych za pomocą wielomianów sklejanych<sup>1</sup> [22], w innych pracach autorzy opierają się na widmowym rozkładzie gęstości mocy zmiennej losowej [2]. Przykład powierzchni chropowatej wygenerowanej na podstawie pomiarów z mikroskopu AFM z wykorzystaniem ostatniej z wymienionych metod znajduje się na ilustracji 5.13.

Niezależnie od zastosowanej metodyki symulacji pola elektromagnetycznego i generacji warstw chropowatych składających się na supersoczewki zbudowane ze struktur MDM wyniki pozwalają na wysunięcie zgodnych wniosków. Uzyskanie nadrozdzielczego obrazowania przez omawiane układy możliwe jest jedynie w wielowarstwach o  $RMS < 1.5 \text{ nm}$  [10, 43, 22]. Wraz ze wzrostem liczby warstw własności transmisyjne i obrazujące stosu MDM stają się bardziej wrażliwe na chropowatości powierzchni ???. W przypadku stosów składających się z kilkunastu warstw RMS nawet na poziomie 0.5 nm może uniemożliwić uzyskanie wysokiego

<sup>1</sup>tzw. krzywa B-sklejana, w literaturze polskiej postulowana bywa również nazwa splajn od angielskiego B-spline

współczynnika transmisji, a co za tym idzie praktycznego wykorzystania tego typu soczewek [2].

# Bibliografia

- [1] T. J. Antosiewicz. *Wpływ nanostruktury sondy metalizowanej na rozdzielczosć optycznego mikroskopu skaningowego bliskiego pola.* Uniwersytet Warszawski. Wydział Fizyki, 2009.
- [2] A.Pastuszczak, M.Stolarek, and R. Kotyński. Engineering the point spread function of layered metamaterials. *Opto-Electronics Review*, 21(4):355–366, 2013.
- [3] J. Berenger. A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves. *Journal of Computational Physics*, 114:185–200, Oct. 1994. doi: 10.1006/jcph.1994.1159.
- [4] H. Chan, Z. Marcet, K. Woo, D. Tanner, D. Carr, J. Bower, R. Cirelli, E. Ferry, F. Klemens, J. Miner, et al. Optical transmission through double-layer metallic subwavelength slit arrays. *Opt. Lett.*, 31(4):516–518, 2006.
- [6] C. Cheng, J. Chen, Q.-Y. Wu, F.-F. Ren, J. Xu, Y.-X. Fan, and H.-T. Wang. Controllable electromagnetic transmission based on dual-metallic grating structures composed of subwavelength slits. *Applied Physics Letters*, 91(11): 111111–111111, 2007.
- [5] C. Cheng, J. Chen, D.-J. Shi, Q.-Y. Wu, F.-F. Ren, J. Xu, Y.-X. Fan, J. Ding, and H.-T. Wang. Physical mechanism of extraordinary electromagnetic transmission in dual-metallic grating structures. *Physical Review B*, 78(7):075406, 2008.
- [7] J. R. Devore. Refractive indices of rutile and sphalerite. *J. Opt. Soc. Am.*, 41(6):416–417, Jun 1951. doi: 10.1364/JOSA.41.000416. URL <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=josa-41-6-416>.

- [8] T. W. Ebbesen, H. Lezec, H. Ghaemi, T. Thio, and P. Wolff. Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays. *Nature*, 391(6668):667–669, 1998.
- [9] J. Goodman. Introduction to fourier optics.
- [10] Z. Guo, Q. Huang, C. Wang, P. Gao, W. Zhang, Z. Zhao, L. Yan, and X. Luo. Negative and positive impact of roughness and loss on subwavelength imaging for superlens structures. *Plasmonics*, 9(1):103–110, 2014.
- [11] S. Huang, H. Wang, K.-H. Ding, and L. Tsang. Subwavelength imaging enhancement through a three-dimensional plasmon superlens with rough surface. *Opt. Lett.*, 37(8):1295–1297, 2012.
- [12] D. Jalas, A. Petrov, M. Eich, W. Freude, S. Fan, Z. Yu, R. Baets, M. Popovic, A. Melloni, J. D. Joannopoulos, et al. What is—and what is not—an optical isolator. *Nat. Photonics*, 7(8):579–582, 2013.
- [13] P. B. Johnson and R. W. Christy. Optical constants of the noble metals. *Phys. Rev. B*, 6:4370–4379, Dec 1972. doi: 10.1103/PhysRevB.6.4370. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.6.4370>.
- [14] S. G. Johnson. Notes on the algebraic structure of wave equations. *Online at http://math.mit.edu/~stevenj/18.369/wave-equations.pdf*, 2007.
- [15] S. G. Johnson. Notes on perfectly matched layers (pmls). *Lecture notes, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts*, 2008.
- [16] Z. Junming, F. Yijun, Z. Bo, and J. Tian. Sub-wavelength image manipulating through compensated anisotropic metamaterial prisms. *Opt. Express*, 16(22):18057–18066, Oct 2008. doi: 10.1364/OE.16.018057. URL <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-16-22-18057>.
- [17] J. Kischkat, S. Peters, B. Gruska, M. Semtsiv, M. Chashnikova, M. Klinkmüller, O. Fedosenko, S. Machulik, A. Aleksandrova, G. Monastyrskyi, Y. Flores, and W. T. Masselink. Mid-infrared optical properties of thin films of aluminum oxide, titanium dioxide, silicon dioxide, aluminum nitride, and

- silicon nitride. *Appl. Opt.*, 51(28):6789–6798, Oct 2012. doi: 10.1364/AO.51.006789. URL <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-51-28-6789>.
- [18] K. K. Koerkamp, S. Enoch, F. Segerink, N. Van Hulst, and L. Kuipers. Strong influence of hole shape on extraordinary transmission through periodic arrays of subwavelength holes. *Physical Review Letters*, 92(18):183901, 2004.
- [19] Y.-S. Lee. *Principles of Terahertz Science and Technology: Proceedings of the International Conference, Held in Mainz, Germany, June 5-9, 1979*, volume 170. Springer Science & Business Media, 2009.
- [20] H. Li. Refractive index of alkali halides and its wavelength and temperature derivatives. *Journal of physical and chemical reference data*, 5(2):329–528, 1976.
- [21] D. Lide and W. Haynes. *CRC handbook of chemistry and physics: a ready-reference book of chemical and physical data-/editor-in-chief, David R. Lide; ass. ed. WM "Mickey" Haunes*. Boca Raton, Fla: CRC, 2009.
- [22] A. Ludwig and K. J. Webb. Impact of surface roughness on the effective dielectric constants and subwavelength image resolution of metal–insulator stack lenses. *Opt. Lett.*, 37(20):4317–4319, 2012.
- [23] I. H. Malitson. Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica. *J. Opt. Soc. Am.*, 55(10):1205–1208, Oct 1965. doi: 10.1364/JOSA.55.001205. URL <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=josa-55-10-1205>.
- [24] P. Markos and C. M. Soukoulis. *Wave propagation: from electrons to photonic crystals and left-handed materials*. Princeton University Press, 2008.
- [25] L. Martin-Moreno, F. Garcia-Vidal, H. Lezec, K. Pellerin, T. Thio, J. Pendry, and T. Ebbesen. Theory of extraordinary optical transmission through subwavelength hole arrays. *Physical review letters*, 86(6):1114, 2001.

- [26] M. Ordal, L. Long, R. Bell, S. Bell, R. Bell, R. Alexander, and C. Ward. Optical properties of the metals al, co, cu, au, fe, pb, ni, pd, pt, ag, ti, and w in the infrared and far infrared. *Applied Optics*, 22(7):1099–1119, 1983.
- [28] A. F. Oskooi, L. Zhang, Y. Avniel, and S. G. Johnson. The failure of perfectly matched layers, and towards their redemption by adiabatic absorbers. *Optics Express*, 16(15):11376–11392, 2008.
- [27] A. F. Oskooi, D. Roundy, M. Ibanescu, P. Bermel, J. D. Joannopoulos, and S. G. Johnson. MEEP: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method. *Computer Physics Communications*, 181: 687–702, January 2010. doi: doi:10.1016/j.cpc.2009.11.008.
- [30] A. Pastuszczak, M. Stolarek, and R. Kotynski. Slanted layered superlenses for subwavelength light manipulation. In *Transparent Optical Networks (ICTON), 2011 13th International Conference on*, pages 1–4. IEEE, 2011.
- [29] A. Pastuszczak, M. Stolarek, T. Antosiewicz, and R. Kotyński. Multi-layer metamaterial absorbers inspired by perfectly matched layers. *Optical and Quantum Electronics*, 47(1):89–97, 2015. ISSN 0306-8919. doi: 10.1007/s11082-014-9986-z. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11082-014-9986-z>.
- [31] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3966–3969, Oct 2000. doi: 10.1103/PhysRevLett.85.3966. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.85.3966>.
- [32] J. Petykiewicz. *Podstawy fizyczne optyki scalonej*. PWN, 1989.
- [33] S. A. Ramakrishna, J. Pendry, M. Wiltshire, and W. Stewart. Imaging the near field. *J. Mod. Opt.*, 50(9):1419–1430, 2003.
- [34] C. M. Rappaport. Perfectly matched absorbing boundary conditions based on anisotropic lossy mapping of space. *Microwave and Guided Wave Letters, IEEE*, 5(3):90–92, 1995.

- [35] J.-F. Roux, F. Aquistapace, F. Garet, L. Duvillaret, and J.-L. Coutaz. Grating-assisted coupling of terahertz waves into a dielectric waveguide studied by terahertz time-domain spectroscopy. *Applied optics*, 41(30):6507–6513, 2002.
- [36] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, and J.-F. Lee. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 43(12):1460–1463, 1995.
- [37] M. Scalora, M. J. Bloemer, A. S. Pethel, J. P. Dowling, C. M. Bowden, and A. S. Manka. Transparent, metallo-dielectric, one-dimensional, photonic band-gap structures. *J. Appl. Phys.*, 83(5):2377–2383, 1998. doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.366996>. URL <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/83/5/10.1063/1.366996>.
- [38] B. Schneider. Understanding the finite-difference time-domain method, 2010. URL [www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd](http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd).
- [39] J.-T. Shen, P. B. Catrysse, and S. Fan. Mechanism for designing metallic metamaterials with a high index of refraction. *Physical review letters*, 94(19):197401, 2005.
- [40] A. H. Sihvola. *Electromagnetic mixing formulas and applications*. Number 47. Iet, 1999.
- [41] T. Skauli, P. Kuo, K. Vodopyanov, T. Pinguet, O. Levi, L. Eyres, J. Harris, M. Fejer, B. Gerard, L. Becouarn, et al. Improved dispersion relations for gaas and applications to nonlinear optics. *J. Appl. Phys.*, 94(10):6447–6455, 2003.
- [42] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, 84:4184–4187, May 2000. doi: 10.1103/PhysRevLett.84.4184. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.4184>.
- [43] T. Stefaniuk, G. Nowak, and R. Kotynski. Effect of surface roughness on subwavelength imaging with layered metamaterial optical elements. In *SPIE*

- Optics+ Optoelectronics*, pages 807010–807010. International Society for Optics and Photonics, 2011.
- [45] M. Stolarek, A. Pastuszczak, J. Pniewski, and R. Kotyński. Sub-wavelength imaging using silver-dielectric metamaterial layered prism. *Proc. SPIE*, 7746:774613–774613–8, 2010. doi: 10.1117/12.883603. URL <http://dx.doi.org/10.1117/12.883603>.
- [44] M. Stolarek, A. Pastuszczak, and R. Kotyński. Numerical analysis of transmission through a sub-wavelength metallic aperture or grating at visible and terahertz wavelengths. *International Conference on Transparent Optical Networks*, 2011. doi: 10.1109/ICTON.2011.5971166. URL <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-80155146333&partnerID=40&md5=d1e264a029afe87b9ca131e0fc9d34fa>. cited By 0.
- [46] M. Stolarek, P. Wróbel, T. Stefaniuk, M. Włazło, A. Pastuszczak, and R. Kotyński. Spatial filtering with rough metal-dielectric layered metamaterials. *Photonics Letters of Poland*, 5(2):60–62, 2013. doi: 10.4302/plp.2013.2.09.
- [48] M. Stolarek, D. Yavorskiy, R. Kotyński, C. Zapata-Rodríguez, J. Łusakowski, and T. Szoplik. Asymmetric transmission of terahertz radiation through a double grating. *Opt. Lett.*, 38(6):839–841, Mar 2013. doi: 10.1364/OL.38.000839. URL <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-38-6-839>.
- [47] M. Stolarek, D. Yavorskiy, R. Kotynski, C. Zapata Rodriguez, J. Lusakowski, and T. Szoplik. Broadband asymmetric transmission of thz radiation through double metallic gratings. In *Transparent Optical Networks (ICTON), 2013 15th International Conference on*, pages 1–4. IEEE, 2013.
- [49] J. Szczytko, M. Stolarek, B. Pietka, J. Łusakowski, A. Wawro, A. Barańska, E. Papis, R. Adomavicius, A. Krotkus, N. Pałka, and P. Zagrajek. Terahertz properties of metallic layers and grids. *2012 19th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications, MIKON 2012*, 1:271–275, 2012. doi: 10.1109/MIKON.2012.

6233514. URL <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84864722637&partnerID=40&md5=f55c490b2fb9d5a5c186a4c6ff27ef4a>. cited By 0.
- [50] M. C. Teich and B. Saleh. Fundamentals of photonics. *Canada, Wiley Inter-science*, page 3, 1991.
- [51] F. L. Teixeira and W. C. Chew. General closed-form pml constitutive tensors to match arbitrary bianisotropic and dispersive linear media. *Microwave and Guided Wave Letters, IEEE*, 8(6):223–225, 1998.
- [52] J. Valentine, S. Zhang, T. Zentgraf, E. Ulin-Avila, D. A. Genov, G. Bartal, and X. Zhang. Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index. *nature*, 455(7211):376–379, 2008.
- [53] V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Phys. Usp.*, 10(4):509–514, 1968.
- [54] A. Ward and J. Pendry. Refraction and geometry in maxwell's equations. *J. Mod. Opt.*, 43(4):773–793, 1996.
- [55] J. Xu, C. Cheng, M. Kang, J. Chen, Z. Zheng, Y.-X. Fan, and H.-T. Wang. Unidirectional optical transmission in dual-metal gratings in the absence of anisotropic and nonlinear materials. *Opt. Lett.*, 36(10):1905–1907, 2011.
- [56] D. Yavorskiy, M. Stolarek, J. Łusakowski, and R. Kotyński. Asymmetric transmission of radially polarized thz radiation through a double circular grating. *Opt. Express*, 22(25):30547–30552, Dec 2014. doi: 10.1364/OE.22.030547. URL <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-22-25-30547>.
- [57] K. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14:302–307, May 1966. doi: 10.1109/TAP.1966.1138693.
- [58] Y. Zhang, B. Chang, Z. Yang, J. Niu, Y. Xiong, F. Shi, H. Guo, and Y. Zeng. Annealing study of carrier concentration in gradient-doped gaas/gaalas epi-

layers grown by molecular beam epitaxy. *Applied optics*, 48(9):1715–1720, 2009.