UTFPR - Especialização em Métodos Matemáticos Aplicados
Disciplina: Equações Diferenciais de Ordem Superior
Discente: Cintia Izumi Shinoda

Trabalho 1

1. Escreva as EDOs abaixo em espaço de estados:

a. $\boldsymbol{\ddot{y} + 9y = cos\theta}$

$\ddot{y} = -9y + cos\theta$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = -9x_1 + cos\theta \end{cases}$

b. $\boldsymbol{cos\,\theta\ddot{y} + 6\dot{y}^2 = k}$

$\ddot{y} = \frac{-6\dot{y}^2+k}{cos\theta}$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = \frac{-6x_2^2+k}{cos\theta} \end{cases}$

c. $sen\theta\dddot{y} - \boldsymbol{\frac{1}{3}\tau\dot{y} = k}$

$\dddot{y} = \frac{\tau\dot{y}+3k}{sen\theta}$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = \ddot{y}$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = \frac{\tau x_2+3k}{sen\theta} \end{cases}$

d. $\dddot{\boldsymbol{y}}^2 + 7\ddot{\boldsymbol{y}} - \frac{1}{3}\boldsymbol{\tau}\dot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{y} = \boldsymbol{k}$

$\dddot{y} = (-21\ddot{y} + \tau\dot{y} - 3y + 3k)^{\frac{1}{2}}$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = \ddot{y}$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = (-21x_3 + \tau x_2 - 3x_1 + 3k)^{\frac{1}{2}} \end{cases}$

2. Escreva os Sistemas de EDOs abaixo, em que z depende de y, em espaço de estados:

a. $\begin{cases} \dddot{\boldsymbol{y}} + \ddot{\boldsymbol{y}} - 5\dot{\boldsymbol{y}}^2 + \boldsymbol{y} = \boldsymbol{k} \\ 2\boldsymbol{y} + \frac{1}{3}\dot{\boldsymbol{z}} - 7\mathbf{z} = \boldsymbol{\gamma} \end{cases}$

$\begin{cases} \dddot{y} = -\ddot{y} + 5\dot{y}^2 - y + k \\ \dot{z} = -6y + 21z + 3\gamma \end{cases}$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = \ddot{y}$; $x_4 = z$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = -x_3 + 5x_2^2 - x_1 + k \\ \dot{x_4} = -6x_1 + 21x_4 + 3\gamma \end{cases}$

b. $\begin{cases} \dot{\boldsymbol{y}}^2 + \frac{1}{3}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{k} \\ \dot{\boldsymbol{y}} + 6\dot{\boldsymbol{z}} - \boldsymbol{z} = \boldsymbol{cos\theta} \end{cases}$

$\begin{cases} \dot{y} = (-y + 3k)^{\frac{1}{2}} \\ \dot{z} = \frac{-\dot{y}+z+cos\theta}{6} \end{cases}$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = \mathrm{z}$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ x_2 = (-x_1 + 3k)^{\frac{1}{2}} \\ \dot{x_3} = \frac{-x_2 + x_3 + cos\theta}{6} \end{cases}$

c. $\begin{cases} \boldsymbol{\ddot{y} + \dot{y} - y = k} \\ \boldsymbol{4y + \frac{1}{7}\dot{z} = \gamma} \end{cases}$

$$\begin{cases} \ddot{y} = -\dot{y} + y + k \\ \dot{z} = -28y + 7\,\gamma \end{cases}$$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = z$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = -x_2 + x_1 + k \\ \dot{x_3} = -28x_1 + 7\gamma \end{cases}$

d. $\begin{cases} \boldsymbol{\cos\theta \dddot{y} + \ddot{y} - \dot{y} - 6y = sen\beta} \\ \boldsymbol{y + \dot{z} - 3z = \gamma} \end{cases}$

$$\begin{cases} \dddot{y} = \frac{-\ddot{y} + \dot{y} + 6y + sen\beta}{cos\theta} \\ \dot{z} = -y + 3z + \gamma \end{cases}$$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = \ddot{y}$; $x_4 = z$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = \frac{-x_3 + x_2 + 6x_1 + sen\beta}{cos\theta} \\ \dot{x_4} = -x_1 + 3x_4 + \gamma \end{cases}$