UTFPR - Especialização em Métodos Matemáticos Aplicados
Disciplina: Equações Diferenciais de Ordem Superior
Discente: Cintia Izumi Shinoda

Trabalho 1

1. Escreva as EDOs abaixo em espaço de estados:

a. $\ddot{y} + 9y = cos\theta$

$\ddot{y} = cos\theta - 9y$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = cos\theta - 9x_1 \end{cases}$

b. $cos\,\theta\ddot{y} + 6\dot{y}^2 = k$

$\ddot{y} = \frac{-6\dot{y}^2 + k}{cos\theta}$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = \frac{-6x_2^2 + k}{cos\theta} \end{cases}$

c. $sen\,\theta\dddot{y} - \frac{1}{3}\tau\dot{y} = k$

$\dddot{y} = \frac{\frac{1}{3}\tau\dot{y} + k}{sen\theta}$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = \ddot{y}$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = \frac{\frac{1}{3}\tau x_2 + k}{sen\theta} \end{cases}$

d. $\ddot{y}^2 + 7\ddot{y} - \frac{1}{3}\tau\dot{y} + y = k$

$\ddot{y}^2 + 7\ddot{y} = \frac{1}{3}\tau\dot{y} - y + k$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x}_2^2 + 7\dot{x_2} = \frac{1}{3}\tau x_2 - x_1 + k \end{cases}$

2. Escreva os Sistemas de EDOs abaixo, em que z depende de y, em espaço de estados:

a. $\begin{cases} \dddot{y} + \ddot{y} - 5\dot{y}^2 + y = k \\ 2y + \frac{1}{3}\dot{z} - 7z = \gamma \end{cases}$

$$\begin{cases} \dddot{y} = -\ddot{y} + 5\dot{y}^2 - y + k \\ \dot{z} = -6y + 21z + 3\gamma \end{cases}$$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = \ddot{y}$; $x_4 = z$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = -x_3 + 5x_2^2 - x_1 + k \\ \dot{x_4} = -6x_1 + 21x_4 + 3\gamma \end{cases}$

b. $\begin{cases} \dot{y}^2 + \frac{1}{3}y = k \\ \dot{y} + 6\dot{z} - z = \cos\theta \end{cases}$

$$\begin{cases} \dot{y} = (-y + 3k)^{\frac{1}{2}} \\ \dot{z} = \frac{-\dot{y} + z + \cos\theta}{6} \end{cases}$$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = z$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ x_2 = (-x_1 + 3k)^{\frac{1}{2}} \\ \dot{x_3} = \frac{-x_2 + x_3 + \cos\theta}{6} \end{cases}$

c. $\begin{cases} \ddot{y} + \dot{y} - y = k \\ 4y + \frac{1}{7}\dot{z} = \gamma \end{cases}$

$$\begin{cases} \ddot{y} = -\dot{y} + y + k \\ \dot{z} = -28y + 7\gamma \end{cases}$$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = z$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = -x_2 + x_1 + k \\ \dot{x_3} = -28x_1 + 7\gamma \end{cases}$

d. $\begin{cases} \boldsymbol{\cos\theta\dddot{y} + \ddot{y} - \dot{y} - 6y = sen\beta} \\ \boldsymbol{y + \dot{z} - 3z = \gamma} \end{cases}$

$$\begin{cases} \dddot{y} = \dfrac{-\ddot{y}+\dot{y}+6y+sen\beta}{cos\theta} \\ \dot{z} = -y + 3z + \gamma \end{cases}$$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = \ddot{y}$; $x_4 = z$

Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = \dfrac{-x_3+x_2+6x_1+sen\beta}{cos\theta} \\ \dot{x_4} = -x_1 + 3x_4 + \gamma \end{cases}$