UTFPR - Especialização em Métodos Matemáticos Aplicados

Disciplina: Equações Diferenciais de Ordem Superior

Discente: Cintia Izumi Shinoda

Trabalho 3

1. Construa o gráfico de solução para as EDOs abaixo (atribua valores aleatórios para as constantes):

   a. $\ddot{y} + 9y = \cos\theta$

   $\ddot{y} = -9y + \cos\theta$

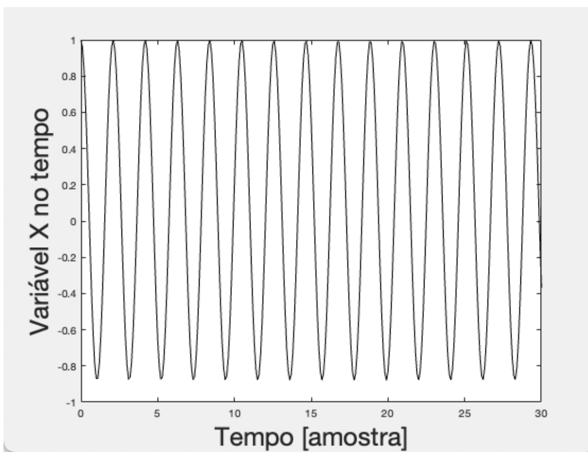
   Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$

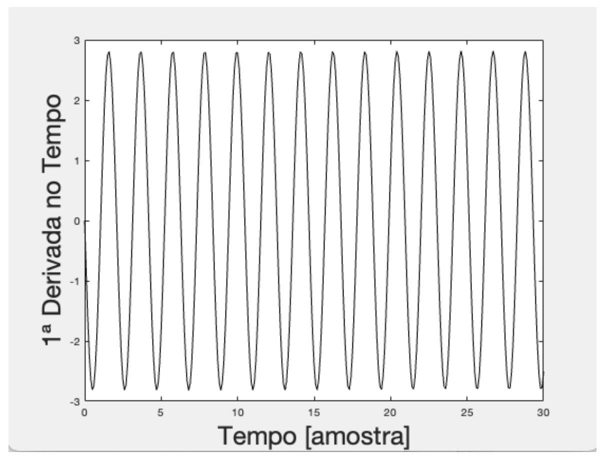
   Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = -9x_1 + \cos\theta \end{cases}$

ex1_trab3.m

```
function x_ponto = ex1_trab3(t,x)

theta = 1;
x_ponto = [0;0];
x_ponto(1) = x(2);
x_ponto(2) = -9*x(1) + cos(theta);

```

```
ex1_trab3_plot.m

clear;
clc;

[t,x] = ode45(@ex1_trab3, [0:0.1:30], [1 0]);

tempo = t;
coluna1 = x(:,1);
coluna2 = x(:,2);


figure()
plot(tempo, coluna1, 'k');
xlabel('Tempo [amostra]', 'Fontsize',24);
ylabel('Variável X no tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna2, 'k');
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('1ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);
```





b. $cos\theta\ddot{y} + 6\dot{y}^2 = k$

$$\ddot{y} = \frac{-6\dot{y}^2 + k}{cos\theta}$$

Fazendo: $x_1 = y;\quad x_2 = \dot{y}$

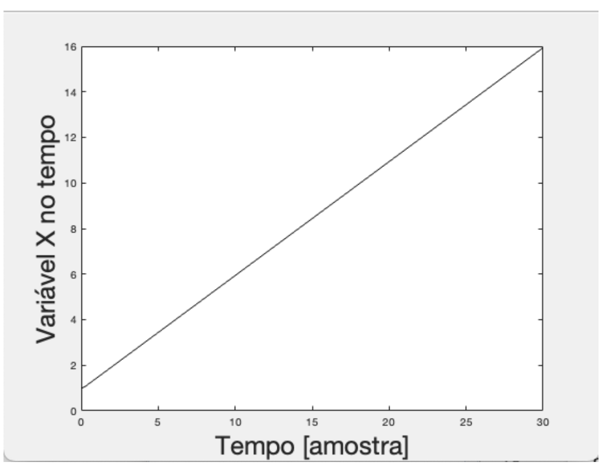
Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = \dfrac{-6x_2^2 + k}{cos\theta} \end{cases}$

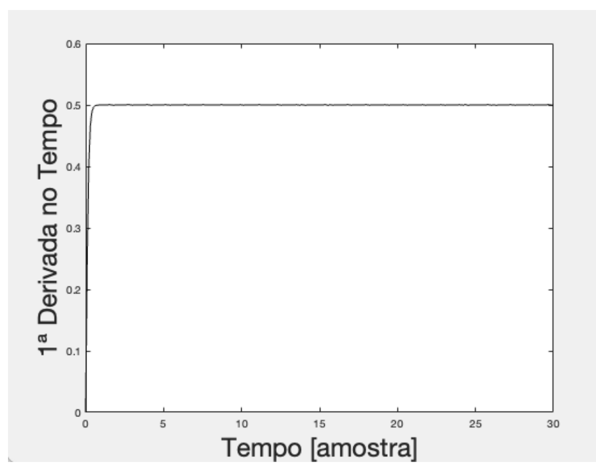
ex2_trab3.m

```
function x_ponto = ex2_trab3(t,x)

theta = 1;
k = 1.5;
x_ponto=[0;0];
x_ponto(1) = x(2);
x_ponto(2) = (-6*(x(2)^2) + k) / cos(theta);
```

ex2_trab3_plot.m

```
clear;
clc;

[t,x] = ode45(@ex2_trab3, [0:0.1:30], [1 0]);

tempo = t;
coluna1 = x(:,1);
coluna2 = x(:,2);


figure()
plot(tempo, coluna1, 'k');
xlabel('Tempo [amostra]', 'Fontsize',24);
ylabel('Variável X no tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna2, 'k');
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('1ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);
```





c. $sen\theta\ddot{y} - \frac{1}{3}\tau\dot{y} = k$

$$\ddot{y} = \frac{\tau\dot{y} + 3k}{sen\theta}$$

Fazendo: $x_1 = y; \quad x_2 = \dot{y}; \quad x_3 = \ddot{y}$

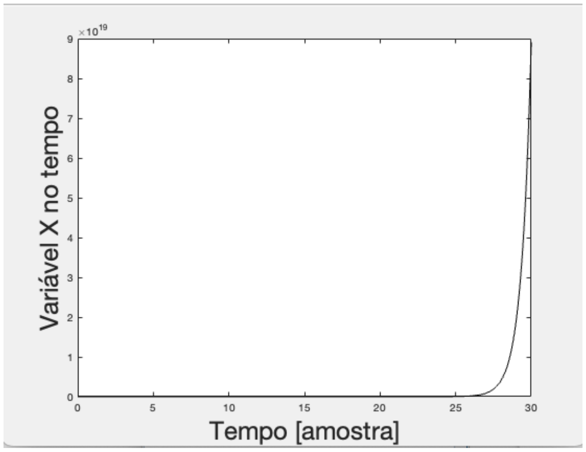
Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = \frac{\tau x_2 + 3k}{sen\theta} \end{cases}$

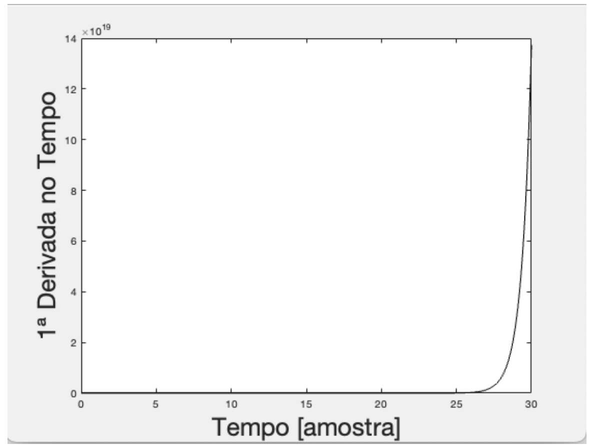
ex3_trab3.m

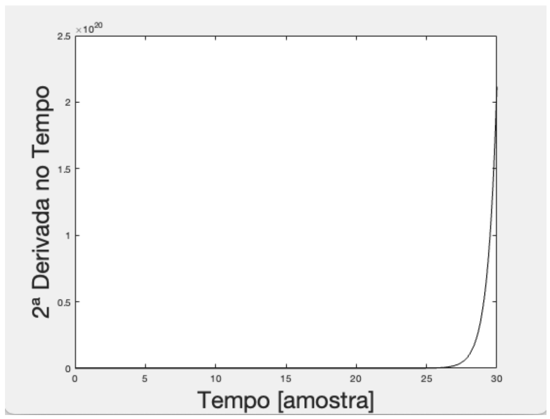
```
function x_ponto = ex3_trab3(t,x)

tau = 2;
theta = 1;
k = 1.5;

x_ponto=[0;0;0];
x_ponto(1) = x(2);
x_ponto(2) = x(3);
x_ponto(3) = (tau*x(2) + 3*k) / sin(theta);
```

ex3_trab3_plot.m

```
clear;
clc;

[t,x] = ode45(@ex3_trab3, [0:0.1:30], [1 0 0]);

tempo = t;
coluna1 = x(:,1);
coluna2 = x(:,2);
coluna3 = x(:,3);


figure()
plot(tempo, coluna1, 'k');
xlabel('Tempo [amostra]', 'Fontsize',24);
ylabel('Variável X no tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna2, 'k');
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('1ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna3, 'k');
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('2ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);
```







d. $\dddot{y}^2 + 7\ddot{y} - \frac{1}{3}\tau\dot{y} + y = k$

$$\dddot{y} = (-21\ddot{y} + \tau\dot{y} - 3y + 3k)^{\frac{1}{2}}$$

Fazendo: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}$; $x_3 = \ddot{y}$

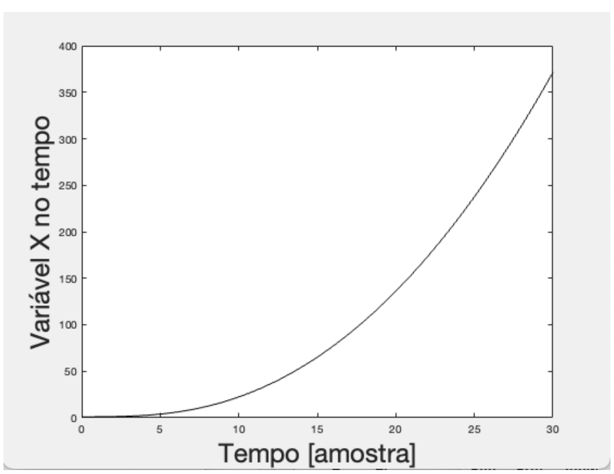
Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = (-21x_3 + \tau x_2 - 3x_1 + 3k)^{\frac{1}{2}} \end{cases}$

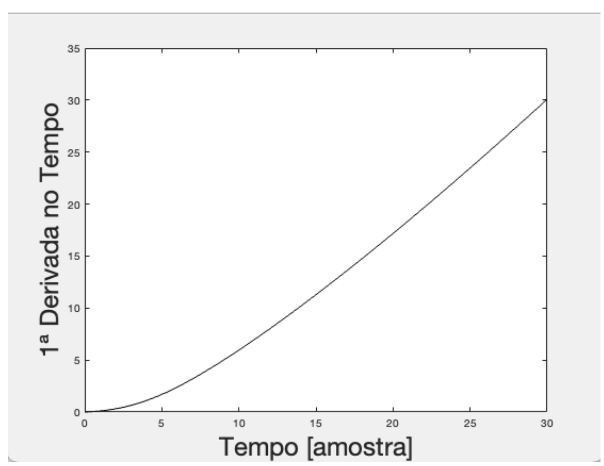
ex4_trab3.m

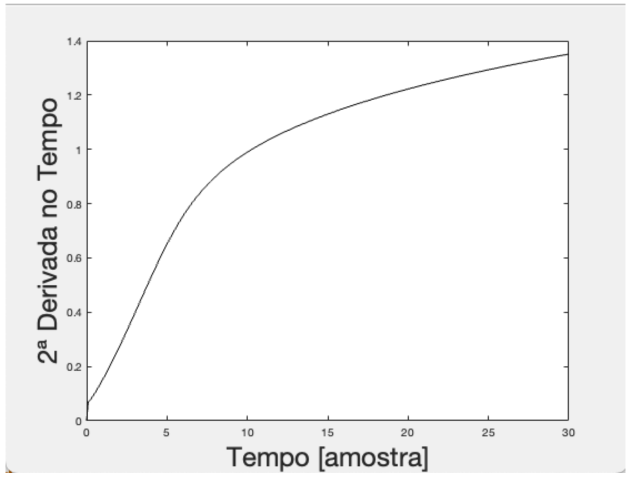
```
function x_ponto = ex4_trab3(t,x)

tau = 2;
k = 1.5;

x_ponto=[0;0;0];
x_ponto(1) = x(2);
x_ponto(2) = x(3);
x_ponto(3) = (-21*x(3) + tau*x(2) - 3*x(1) + 3*k) ^ (1/2);
```

ex4_trab3_plot.m

```
clear;
clc;

[t,x] = ode45(@ex4_trab3, [0:0.1:30], [1 0 0]);

tempo = t;
coluna1 = x(:,1);
coluna2 = x(:,2);
coluna3 = x(:,3);


figure()
plot(tempo, coluna1, 'k');
xlabel('Tempo [amostra]', 'Fontsize',24);
ylabel('Variável X no tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna2, 'k');
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('1ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna3, 'k');
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('2ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);
```







2. Construa o gráfico de solução para as EDOs abaixo, onde z depende de y (atribua valores aleatórios para as constantes):

a. $\begin{cases} \dddot{y} + \ddot{y} - 5\dot{y}^2 + y = k \\ 2y + \frac{1}{3}\dot{z} - 7z = \gamma \end{cases}$

$\begin{cases} \dddot{y} = -\ddot{y} + 5\dot{y}^2 - y + k \\ \dot{z} = -6y + 21z + 3\gamma \end{cases}$

Fazendo: $x_1 = y;\quad x_2 = \dot{y};\quad x_3 = \ddot{y};\quad x_4 = z$

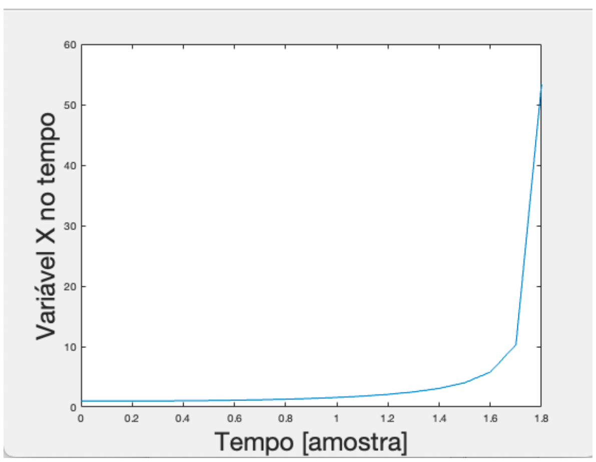
Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = -x_3 + 5x_2^2 - x_1 + k \\ \dot{x_4} = -6x_1 + 21x_4 + 3\gamma \end{cases}$

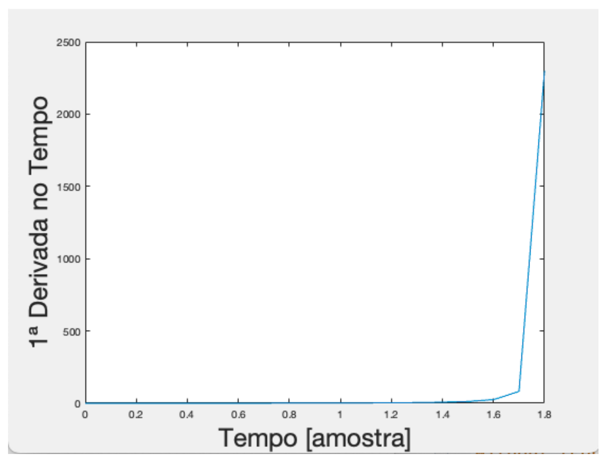
ex_2_a.m

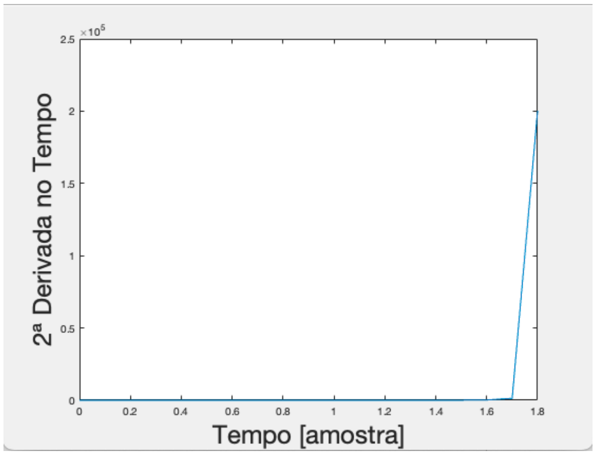
```
function x_ponto = ex_2_a(t,x)

k = 5;
gamma = 3;

x_ponto = [0;0;0;0];
x_ponto(1) = x(2);
x_ponto(2) = x(3);
x_ponto(3) = -x(3) + 5*(x(2)^2) - x(1) + k;
x_ponto(4) = -6*x(1) + 21*x(4) + 3*gamma;
```

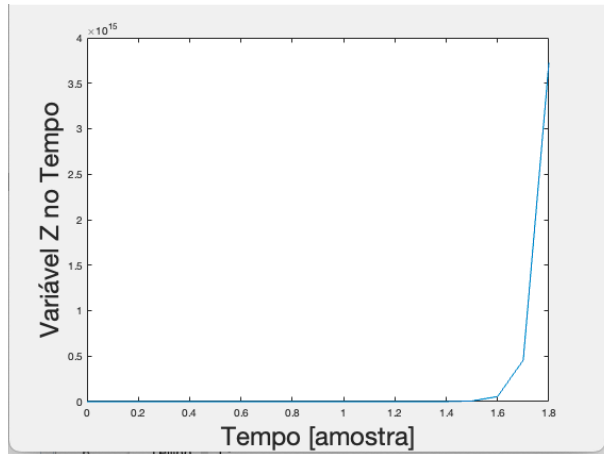
ex_2_a_plot.m

```
clear;
clc;

[t,x] = ode45(@ex_2_a, [0:0.1:30], [1 0 0 0]);

tempo = t;
coluna1 = x(:,1);
coluna2 = x(:,2);
coluna3 = x(:,3);
coluna4 = x(:,4);


figure()
plot(tempo, coluna1);
xlabel('Tempo [amostra]', 'Fontsize',24);
ylabel('Variável X no tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna2);
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('1ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna3);
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('2ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna4);
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('Variável Z no Tempo', 'FontSize',24);
```









b. $\begin{cases} \ddot{y} + \dot{y} - y = k \\ 4y + \frac{1}{7}\dot{z} = \gamma \end{cases}$

$$\begin{cases} \ddot{y} = -\dot{y} + y + k \\ \dot{z} = -28y + 7\gamma \end{cases}$$

Fazendo: $x_1 = y;\quad x_2 = \dot{y};\quad x_3 = z$

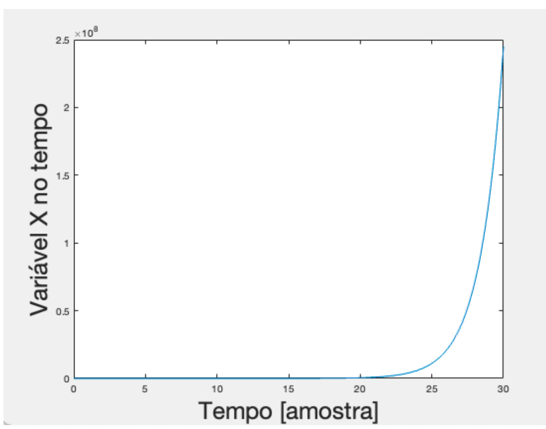
Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = -x_2 + x_1 + k \\ \dot{x_3} = -28x_1 + 7\gamma \end{cases}$

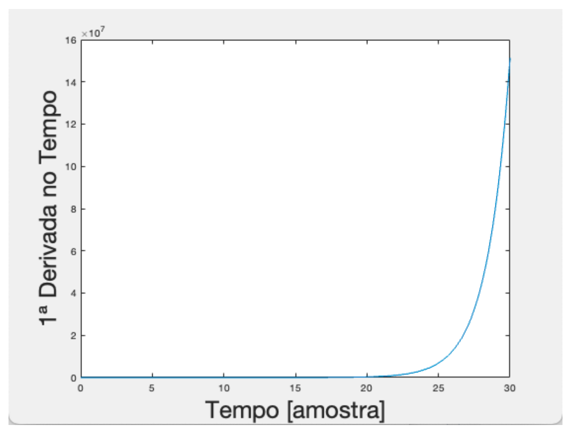
ex_2_b.m

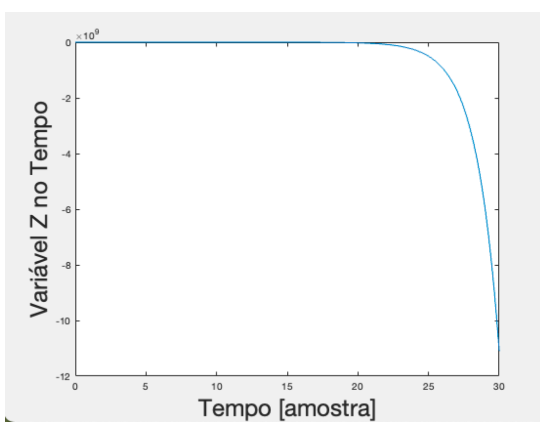
```
function x_ponto = ex_2_b(t,x)

k = 2;
gamma = 1.5;

x_ponto = [0;0;0];
x_ponto(1) = x(2);
x_ponto(2) = -x(2) + x(1) + k;
x_ponto(3) = -28*x(1) + 7*gamma;
```

ex_2_b_plot.m

```
clear;
clc;

[t,x] = ode45(@ex_2_b, [0:0.1:30], [1 0 0]);

tempo = t;
coluna1 = x(:,1);
coluna2 = x(:,2);
coluna3 = x(:,3);


figure()
plot(tempo, coluna1);
xlabel('Tempo [amostra]', 'Fontsize',24);
ylabel('Variável X no tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna2);
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('1ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna3);
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('Variável Z no Tempo', 'FontSize',24);
```







c. $\begin{cases} \dot{y}^2 + \frac{1}{3}y = k \\ \dot{y} + 6\dot{z} - z = cos\theta \end{cases}$

$$\begin{cases} \dot{y} = (-y + 3k)^{\frac{1}{2}} \\ \dot{z} = \frac{-\dot{y} + z + cos\theta}{6} \end{cases}$$

Fazendo: $x_1 = y; \quad x_2 = \dot{y}; \quad x_3 = z$

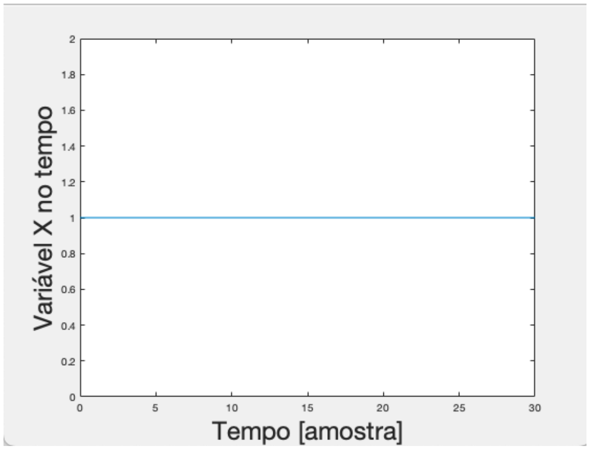
Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ x_2 = (-x_1 + 3k)^{\frac{1}{2}} \\ \dot{x_3} = \frac{-x_2 + x_3 + \cos\theta}{6} \end{cases}$

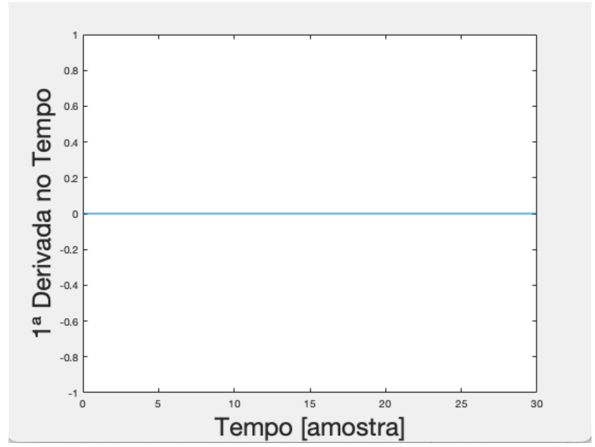
ex_2_c.m

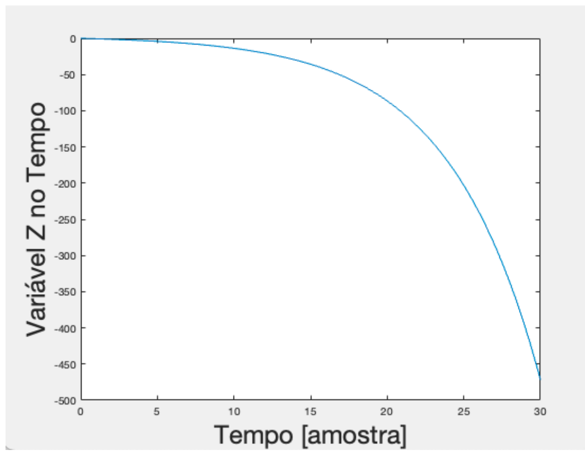
```
function x_ponto = ex_2_c(t,x)

k = 5;
theta = 1;

x_ponto = [0;0;0];
x_ponto(1) = x(2);
x(2) = (-x(1) + 3*k)^(1/2);
x_ponto(3) = (-x(2) + x(3) + cos(theta))/6;
```

ex_2_c_plot.m

```
clear;
clc;

[t,x] = ode45(@ex_2_c, [0:0.1:30], [1 0 0]);

tempo = t;
coluna1 = x(:,1);
coluna2 = x(:,2);
coluna3 = x(:,3);


figure()
plot(tempo, coluna1);
xlabel('Tempo [amostra]', 'Fontsize',24);
ylabel('Variável X no tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna2);
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('1ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna3);
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('Variável Z no Tempo', 'FontSize',24);
```







d. $\begin{cases} cos\theta\dddot{y} + \ddot{y} - \dot{y} - 6y = sen\beta \\ y + \dot{z} - 3z = \gamma \end{cases}$

$$\begin{cases} \dddot{y} = \frac{-\ddot{y}+\dot{y}+6y+\text{sen}\beta}{\cos\theta} \\ \dot{z} = -y + 3z + \gamma \end{cases}$$

Fazendo: $x_1 = y; \quad x_2 = \dot{y}; \quad x_3 = \ddot{y}; \quad x_4 = z$

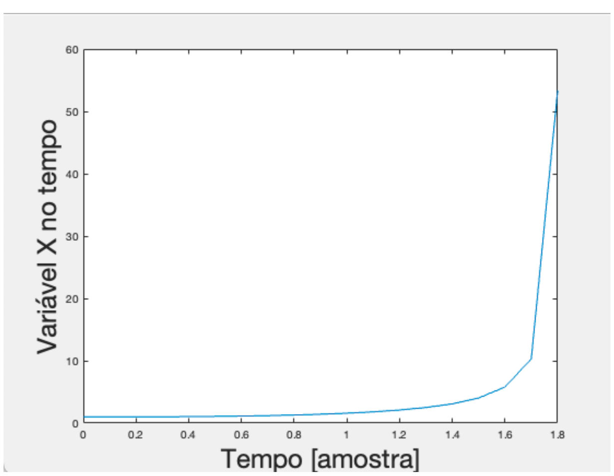
Então: $\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = x_3 \\ \dot{x_3} = \frac{-x_3+x_2+6x_1+\text{ sen}\beta}{\cos\theta} \\ \dot{x_4} = -x_1 + 3x_4 + \gamma \end{cases}$

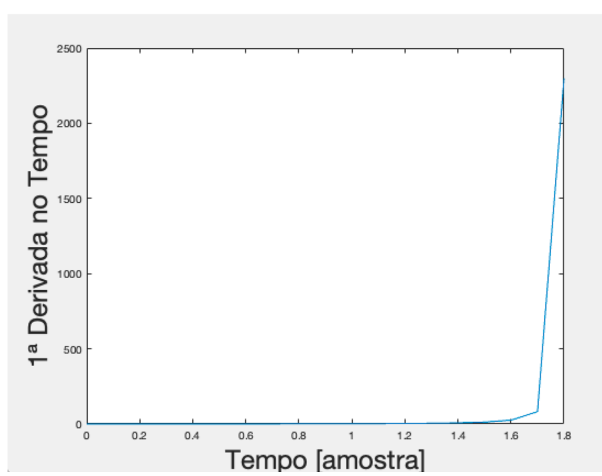
ex_2_d.m | ex_2_d_plot.m

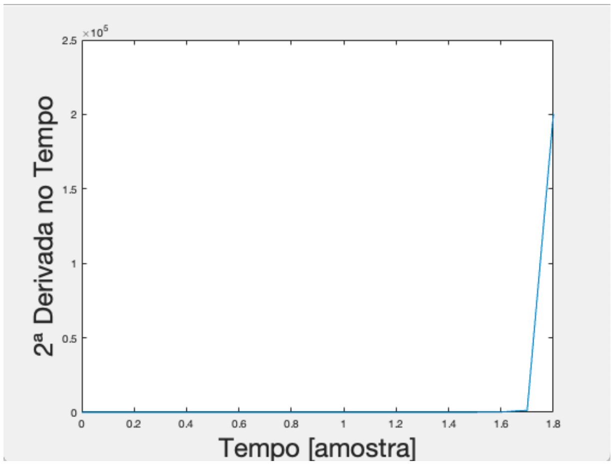
```
function x_ponto = ex_2_d(t,x)

theta = 1;
beta = 1;
gamma = 3;

x_ponto = [0;0;0;0];
x_ponto(1) = x(2);
x_ponto(2) = x(3);
x_ponto(3) = (-x(3) + x(2) + 6*x(1) + sin(beta))/cos(theta);
x_ponto(4) = -x(1) + 3*x(4) + gamma;
```

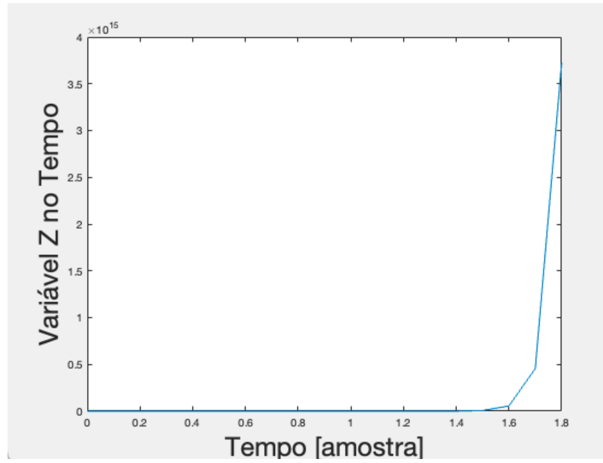
ex_2_d_plot.m

```
clear;
clc;

[t,x] = ode45(@ex_2_a, [0:0.1:30], [1 0 0 0]);

tempo = t;
coluna1 = x(:,1);
coluna2 = x(:,2);
coluna3 = x(:,3);
coluna4 = x(:,4);


figure()
plot(tempo, coluna1);
xlabel('Tempo [amostra]', 'Fontsize',24);
ylabel('Variável X no tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna2);
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('1ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna3);
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('2ª Derivada no Tempo', 'FontSize',24);

figure()
plot(tempo, coluna4);
xlabel('Tempo [amostra]','FontSize',24);
ylabel('Variável Z no Tempo', 'FontSize',24);
```






×10^5
2ª Derivada no Tempo
Tempo [amostra]


×10^15
Variável Z no Tempo
Tempo [amostra]