

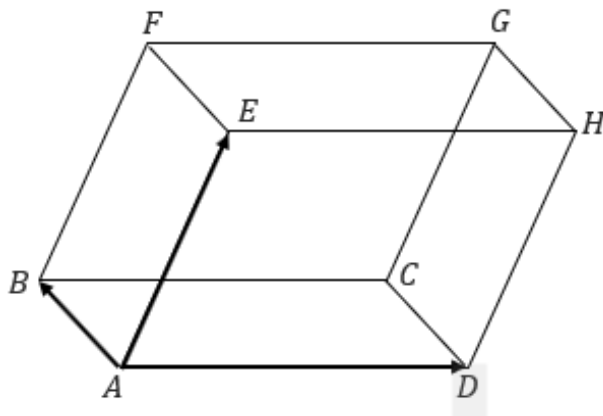
Primeira Lista de Exercícios

GEOMETRIA ANALÍTICA

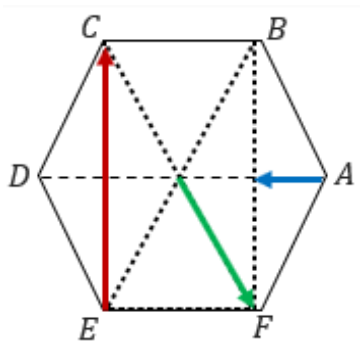
Vetores e operações

1. (Camargo–Boulos) Verifique se é verdadeira ou falsa cada afirmação e justifique sua resposta.
 - (a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \implies AC \cap BD = \emptyset$.
 - (b) $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{CD}\| \implies \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
 - (c) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \implies \|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{CD}\|$.
 - (d) Se $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, então existe um único plano contendo A, B, C, D .
2. (Camargo–Boulos) Vale a igualdade $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$ para quaisquer vetores \vec{u} e \vec{v} ? Justifique sua resposta. E quanto a $\|\vec{u} - \vec{v}\| = \|\vec{u}\| - \|\vec{v}\|$?
3. Mostre que a norma de vetores satisfaz a *desigualdade triangular*, ou seja, $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.
4. (Camargo–Boulos) Prove que $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC}$.
5. (Camargo–Boulos) Prove que se $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$, então $A = B$.
6. Determine a soma dos vetores indicados em cada caso da figura abaixo.
7. Considere o paralelepípedo $ABCDEFGH$ representado na figura abaixo.
 - (a) Sendo $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$ e $\vec{w} = \overrightarrow{AE}$, escreva $\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{EC}, \overrightarrow{HB}, \overrightarrow{DF}$ em função de $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.
 - (b) Determine os vetores

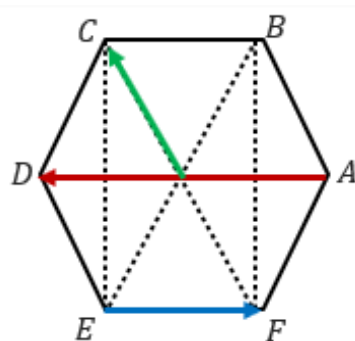
$$\vec{u} = \overrightarrow{GH} - \overrightarrow{HE} - \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} \quad \text{e} \quad \vec{v} = \overrightarrow{HD} - \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BE}.$$



8. Os hexágonos abaixo são regulares. Determine a soma dos vetores indicados em cada caso.



(a)



(b)

9. Dado \vec{u} não nulo, obtenha \vec{v} de comprimento 7 tal que \vec{u} e \vec{v} sejam paralelos e de mesmo sentido.
10. Se $\|\vec{u}\| = \frac{3}{4}$, determine o versor de \vec{u} .
11. (Camargo-Boulos) O hexágono $ABCDEF$ é regular, de centro O . Prove que $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE} + \vec{AF} = 6\vec{AO}$.
12. (Camargo-Boulos) Prove que, se $a \neq 0$, então $a\vec{u} = a\vec{v} \Rightarrow \vec{u} = \vec{v}$.
13. (Camargo-Boulos) Prove que, se $\vec{v} \neq \vec{0}$, então $a\vec{u} = b\vec{v} \Rightarrow a = b$.
14. (Camargo-Boulos) Resolva, na incógnita \vec{x} , a equação $2\vec{x} - 3\vec{u} = 10(\vec{x} + \vec{v})$.
15. (Camargo-Boulos) Suponha que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$. Se $\vec{v} \neq \vec{0}$, mostre que $|\lambda| = \frac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{v}\|}$.
16. (Camargo-Boulos) Sejam A e B pontos distintos. Mostre que o ponto X pertence ao segmento de reta AB se, e somente se, existe λ real tal que $\vec{AX} = \lambda\vec{AB}$.
17. (Camargo-Boulos) Sejam B e C dois pontos distintos e M o ponto médio do segmento BC . Prove que, se A é um ponto qualquer, então $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$.
18. (Camargo-Boulos) Sendo M ponto médio de AC , N o de BD e $\vec{x} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CB} + \vec{CD}$, prove que $\vec{x} \parallel \vec{MN}$.

19. (Camargo–Boulos) Os pontos A, B, C, D são tais que $A \neq B$, $C \neq D$, e os segmentos de retas AB e CD não são paralelos. Prove que $a\overrightarrow{AB} = b\overrightarrow{CD} \Rightarrow a = b = 0$.