

$$\textcircled{1} d(x, P) = d(x, Q) \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = (x-5)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2$$

$$\cancel{x^2} - 2x + \cancel{y^2} + \cancel{z^2} + 4z = \cancel{x^2} - 10x + 25 + \cancel{y^2} - 4y + \cancel{z^2} + 16 - 8z$$

$$8x + 4y + 12z - 40 = 0 \equiv 2x + y + 3z - 10 = 0$$

$$\textcircled{2} \text{ ~~...~~ } X = (-1, 2) + t(1, -1) \Rightarrow \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} \Leftrightarrow$$

$$x+1 = 2-y \quad y = 1-x$$

O coeficiente angular da perpendicular é 1, logo

$$y = x + b \quad \text{passa por } (2, 2) \therefore 2 = 2 + b \therefore b = 0, \quad y = x \text{ é a reta perpendicular.}$$

$$y = x \cap y = 1-x \Rightarrow x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}. \text{ Logo, } d((2, 2), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\textcircled{3} d_{pr} = \frac{\| (1, 0, 1) \wedge (-2, 0, 3) \|}{\sqrt{13}} = \frac{5}{\sqrt{13}}$$

$$\textcircled{4} \textcircled{a} d_{pr} = \frac{\| (0, \frac{5}{2}, \frac{1}{2}) \wedge (2, 1, 1) \|}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} = \sqrt{5}$$

$$\textcircled{b} d_{pr} = \frac{\| (6, 3, 2) \wedge (1, 0, 1) \|}{7} = \frac{\sqrt{34}}{7}$$

$$\textcircled{c} d_{pr} = \frac{\| (3, -2, -1) \wedge (3, 2, 1) \|}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{90}{7}} = 3\sqrt{\frac{10}{7}}$$

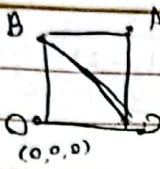
$$\textcircled{5} \pi_1 \cap \pi_2: \begin{cases} x+y=2 \\ x=y+z \end{cases} \xrightarrow{\text{seja } y=\lambda} \begin{cases} 2\lambda+z=2 \\ \lambda=z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=2-2\lambda \\ z=2-2\lambda \end{cases} \therefore X = (2, 0, 2) + \lambda(-1, 1, -2)$$

On seja, qualquer ponto P dessa reta é da forma $P = (2-\lambda, \lambda, 2-2\lambda)$, logo,

procuramos que $d_{pr} = \frac{\sqrt{14}}{3} = \frac{\| (2-\lambda, \lambda, 2-2\lambda) \wedge (1, 1, 1) \|}{\sqrt{3}} \Rightarrow 14 = 3 \cdot \|\vec{AP}\|^2 = \langle \vec{AP}, \vec{AP} \rangle$

$$14 = 14\lambda^2 - 28\lambda + 14 \Rightarrow \lambda^2 - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 0 \text{ ou } \lambda = 2, \text{ logo, } P = (2, 0, 2) \text{ ou } P = (0, 2, -2)$$



6)  $n: X = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 1)$, logo, $B, D = (1, \lambda, \lambda)$
 $d(O, R) = d(B, D) \cdot \frac{1}{2} \therefore d(O, R) = \frac{\sqrt{(1-\beta)^2 + (1-\beta)^2}}{2}$, além
 de que $|x| = \beta$ e, como $\alpha \neq \beta$, então $\alpha = -\beta$ já que $d(B, O) = d(D, O)$
 temos que $4 = (2\alpha)^2 + (2\alpha)^2 \Rightarrow 4 = 8\alpha^2 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ e $\beta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, logo:
 $B = (1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$, $D = (1, -\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ e logo $d(A, R) = d(B, D) \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$
 $d(A, R) = 1$ e sabemos que $\langle \vec{OA}, (0, 1, 1) \rangle = 0$, logo, $(a-1)^2 + b^2 + c^2 = 1$ e $b+c=0$
 $\Rightarrow a^2 + 1 - 2a + 2c^2 = 1 \therefore$ a única resposta possível é com $a=2$ e $b=c=0 \Rightarrow$
 $A = (2, 0, 0)$

7) $n: X = (1, 0, 0) + \lambda(2, 1, 2)$, logo, $P = (1+2\lambda, \lambda, 2\lambda)$ e
 $d_{p\pi} = d_{p\epsilon} \Leftrightarrow \frac{\|(1+2\lambda, \lambda, 2\lambda) \wedge (0, 0, 1)\|}{1} = \frac{\|(-1+2\lambda, \lambda, 2\lambda) \wedge (0, 1, 0)\|}{1}$
 $(1+2\lambda)^2 + \lambda^2 + (2\lambda)^2 - (2\lambda)^2 = (-1+2\lambda)^2 + \lambda^2 + (2\lambda)^2 - \lambda^2 \Rightarrow \lambda = 0$ ou $\lambda = \frac{8}{3}$
 $\therefore P = (1, 0, 0)$ ou $P = (\frac{19}{3}, \frac{8}{3}, \frac{16}{3})$

8) Se é paralelo $\vec{n} = \vec{\epsilon} = (1, 0, 2)$, como ele é concorrente com
 $\pi: [\vec{AB}, \vec{s}, \vec{n}] = 0 \Rightarrow 2a - 2b - c + 5 = 0 \Leftrightarrow \langle \vec{AB}, \vec{s} \wedge \vec{n} \rangle = 0$ e
 $d_{p\pi} = \|\vec{AP} \wedge \vec{n}\| = 1$. Além disso, sabemos que todo ponto de π é da
 forma: $\|\vec{n}\| \quad P = (-1, 1-\lambda, 1+2\lambda) \Rightarrow a = -1$ e $c = -2b+3$, ou
 seja, $A = (-1, b, -2b+3)$, finalmente, para $d_{p\pi}$: $9b^2 - 44b + 51 = 0$
 $\Rightarrow b = 3$ ou $b = \frac{17}{9}$, logo $A = (-1, 3, -3)$ ou $A = (-1, \frac{17}{9}, -\frac{7}{9})$,
 enfim, $n: X = A + (1, 0, 2) \cdot \lambda$

9) $n: X = (0, 1, 0) + \lambda(1, -1, 0)$ e $\pi: X = (0, 0, 1) + \lambda(1, 0, -1)$.
 Seja $P = (a, b, c)$, $d_{p\pi} = d_{p\pi} \Rightarrow \frac{\|(a, b-1, c) \wedge (1, -1, 0)\|}{\sqrt{2}} = \frac{\|(a, b, c-1) \wedge (1, 0, -1)\|}{\sqrt{2}}$
 $\Rightarrow a^2 + 2ax - 2z = z^2 + 2xy - 2y \Leftrightarrow y^2 - z^2 + 2xz - 2xy - 2z + 2y = 0$
 $\Leftrightarrow (y-z)(y+z-2x+2) = 0$, logo, os planos são:
 $\pi_1: y = z$ e $\pi_2: -2x + y + z + 2 = 0$

10) $d = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{AP} \rangle|}{\|\vec{n}\|}$ para $n = (1, 1, -1)$ e $A = (0, 0, 0)$, logo

$d = \frac{|\langle (1, 1, -1), (2, 2, 2) \rangle|}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$



(11) $d = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{AP} \rangle|}{\|\vec{n}\|}$, $\vec{n} = (1, -2, 2)$, $P = (0, 0, 0)$, $A = (1, 0, 0)$, logo

$d = \frac{|\langle (1, -2, 2), (1, 0, 0) \rangle|}{3} = \frac{1}{3}$

(12) $d_{pm} = \frac{\|\vec{AP} \wedge \vec{n}\|}{\|\vec{n}\|} = \frac{\|(3, 9, -4) \wedge (2, 1, -1)\|}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{275}}{\sqrt{6}}$ Sabemos

que $Q = (1+2\lambda, \lambda, 1-\lambda)$ e $d_{AP} = \frac{\sqrt{275}}{\sqrt{6}} = \sqrt{(2\lambda-3)^2 + (\lambda-9)^2 + (1-\lambda)^2}$
 $\Rightarrow \lambda = 19/6 \therefore Q = (\frac{22}{3}, \frac{19}{6}, -\frac{13}{6})$

(13) a) Para o e2: $AB = \left| \frac{\langle \vec{AP}, \vec{n} \rangle}{\|\vec{n}\|^2} \vec{n} \right| \Rightarrow Q = \frac{\langle \vec{AP}, \vec{n} \rangle}{\|\vec{n}\|^2} \vec{n} + A$ Não tem o nólub

$Q = \frac{|\langle (-3, 0), (1, -1) \rangle|}{(\sqrt{2})^2} \cdot (1, -1) + (-1, 2) = (\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}) + (-1, 2) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

b) Para o e3: $Q = \frac{-|\langle (1, 0, 1), (-2, 0, 3) \rangle|}{13} \cdot (-2, 0, 3) + (1, 1, 1) \Rightarrow$

$Q = (\frac{2}{13}, 0, -\frac{3}{13}) + (1, 1, 1) = (\frac{15}{13}, 1, \frac{10}{13})$

(14) a) $d = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{AP} \rangle|}{\|\vec{n}\|} = \frac{|\langle (1, -2, 1), (10, 0, 6) \rangle|}{3} = \frac{6}{3} = 2$

b) $d = \frac{|\langle (14, -6, 12), (1, 1, \frac{5}{2}) \rangle|}{14} = \frac{49}{14} = \frac{7}{2}$

c) $d = \frac{|\langle (0, 1, -\frac{5}{6}), (4, 7, -2) \rangle|}{\frac{13}{12}} = \frac{\frac{47}{6}}{\frac{13}{12}} = \frac{12 \cdot 47}{6 \cdot 13} = \frac{94}{13}$

(15) Seja o plano que passa por ABC: $\pi: -x + 3y - z = 1$. Percebemos que $D \in \pi$ enquanto $E \notin \pi$, logo, ABCD forma uma base quadrada e E é o vértice. Vamos dividir a pirâmide em dois tetraedros e calcular:
 $V_E = V_{ABCE} + V_{ABDE} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AE}]| + \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE}]| = \frac{4}{6} + \frac{4}{6} = \frac{4}{3}$

L> Perceba que $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$, logo, A e B compõem uma diagonal e então $\langle \vec{AB}, \vec{CD} \rangle = 0$, logo,

permitem essa separação dos tetraedros



$$\rightarrow A \in \pi \mid A = (0, 0, 6)$$

\rightarrow pontos que $\pi \cap \overline{PA} \neq \emptyset$

$$(16) (a) \overline{PA} = (1, 0, 0) + \lambda(1, 3, 2) \text{ e } n_\pi = (2, -2, 1) \text{ e } \overline{AP} = (-1, 0, 6)$$

$$\therefore d(\pi, n) = \frac{|\langle n, \overline{AP} \rangle|}{\|n\|} = \frac{4}{3} // \rightarrow \text{Para o ponto P}$$

$d(\pi, n) = d(\pi, a) = \frac{4}{3} = 2a \rightarrow$ Para o ponto a, logo, como $\frac{4}{3} < 2$, a distância do segmento PA é $\frac{4}{3}$

$$(b) \overline{PA}: X = (3, 0, -1) + \lambda(2, 1, -2). \text{ Vemos que } \overline{PA} \cap \pi = \emptyset, \text{ logo, } d(P, \pi) = d(A, \pi) = \frac{1}{3} // \rightarrow \overline{PA} \parallel \pi$$

$$(17) n: X = (2, 0, 2) + \lambda(-1, 1, -2) \text{ e } n_\pi = (1, -2, -1). \text{ Qualquer ponto P é da forma: } P = (2-\lambda, \lambda, 2-2\lambda). \text{ Então } d(P, \pi) = \frac{|\langle (2-\lambda, \lambda, 2-2\lambda), (1, -2, -1) \rangle|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \therefore 6 = |2-\lambda-2\lambda-3+2\lambda| \Rightarrow |1-\lambda| = 6 \therefore \lambda = 5 \text{ ou } \lambda = -7 \therefore P = (-3, 5, -8) \text{ ou } P = (9, -7, 16)$$

$$(18) \text{ Seja P um ponto de } \pi: P = (\lambda, 1+\lambda, 1+2\lambda), \text{ queremos achar P tal que } d(P, \pi_1) = d(P, \pi_2). \text{ Para } A = (3, 0, 0) \in \pi_1 \text{ e } B = (1, 0, 0) \in \pi_2 \text{ temos que: } \frac{|\langle \overline{AP}, n_1 \rangle|}{\|n_1\|} = \frac{|\langle \overline{BP}, n_2 \rangle|}{\|n_2\|} \therefore \frac{|2-2\lambda|}{\sqrt{6}} = \frac{|4\lambda|}{\sqrt{6}} \Rightarrow |2-2\lambda| = |4\lambda| \Leftrightarrow (\lambda-2)^2 = (4\lambda)^2 \Leftrightarrow \lambda^2 + 4 - 4\lambda = 16\lambda^2 \therefore \lambda = \frac{2}{5} \text{ ou } -\frac{2}{3} \Rightarrow P = (\frac{2}{5}, \frac{7}{5}, \frac{9}{5}) \text{ ou } P = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$$

$$(19) n = (a, b, c). \text{ Sabemos que } \langle n, (1, 1, -1) \rangle = a+b-c = 0 \therefore c = a+b \Rightarrow n = (a, b, a+b). \text{ Sabemos que } d(\pi, P) = \frac{|\langle n, (0, 0, 1, -2) \rangle|}{\|n\|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \therefore \frac{|1-2a-b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2+(a+b)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |1-2a-b| = \sqrt{a^2+b^2+(a+b)^2} \Rightarrow 4a^2+4b^2+4ab = a^2+2ab+b^2 \Rightarrow 3a^2+3ab=0 \Rightarrow a^2+ab=0 \Rightarrow a+b=0 \Rightarrow a=-b, \forall b \neq 0 \text{ Logo, } n = (1, -1, 0) \text{ e passa por } (1, 0, 1) \therefore \pi: x-y-1=0. \text{ Além disso, como nós dividimos tudo por 'b' temos a solução } a=0 \text{ e } b=1 \Rightarrow c=1, \text{ logo } y+z-1=0 \text{ também é solução do exercício.}$$



OPS

(20) $\pi: x = -y = -z = x$ $\pi: x = (0, 0, 1), \lambda(1, -1, -1)$, logo;
 ~~$d(A, \pi) = d(B, \pi) \Rightarrow \frac{|(1, 0, -1) \cdot (x, y, z)|}{\|(1, 0, -1)\|} = \frac{|(1, 0, -1) \cdot (x, y, z)|}{\|(1, 0, -1)\|}$~~ logo $\pi = (a, b, c)$, temos que

$$\langle \pi, (1, -1, -1) \rangle = 0 \Rightarrow a - b - c = 0 \therefore a = b + c \Rightarrow \pi = (b + c, b, c). \text{ Além disso}$$

$$d(A, \pi) = d(B, \pi) \therefore \frac{|\langle \pi, (1, 0, -1) \rangle|}{\|\pi\|} = \frac{|\langle \pi, (0, 1, -1) \rangle|}{\|\pi\|}, \text{ logo } |b| = |b - c|$$

$\Rightarrow c = 0$ ou $c = 2b$, para $b = 1$, temos $c = 0$ ou $c = 2$ então os planos são: $\pi_1: x + y = 0$ e $\pi_2: 3x + y + 2z - 2 = 0$. O único que divide A e B é π_2 , sendo a única resposta

(21) Seja $P = (x, y, z)$, temos que $d(P, \pi_1) = d(P, \pi_2) = d(P, \pi_3)$, logo:

$$\frac{|\langle (1, 1, -1), (x, y, z) \rangle|}{\sqrt{3}} = \frac{|\langle (1, -1, -1), (x-2, y, z) \rangle|}{\sqrt{3}}$$

$$|\langle (1, -1, -1), (x-2, y, z) \rangle| = |\langle (1, 1, 1), (x-1, y, z) \rangle|$$

$$\begin{cases} |x + y - z| = |x - y - z - 2| \Leftrightarrow x + y - z = x - y - z - 2 \vee x + y - z = -(x - y - z - 2) \\ |x - y - z - 2| = |x + y + z - 1| \Leftrightarrow x - y - z - 2 = x + y + z - 1 \vee x - y - z - 2 = -(x + y + z - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4xy - 4yz + 4x - 4y - 4z = 4 \Leftrightarrow xy - yz + x - y - z = 1 & (1) \\ -4xy - 4xz - 2x + 6y + 6z = -3 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y+1)(x-z-1) = 0 \\ (3-z)(2y+3z+1) = 0 \end{cases}$$

de (1) temos que a equação representa a união de dois planos! logo, nos interessa apenas estes

- α : De (1), se $y = -1$ em (2) temos que $x = \lambda$ e $z = \frac{1}{2}$, logo $x = (0, -1, \frac{1}{2}) + \lambda(1, 0, 0)$
- β : De (1), se $y = -1$ em (2) temos que $x = \frac{3}{2}$ e $z = \lambda$, logo $x = (\frac{3}{2}, -1, 0) + \lambda(0, 0, 1)$
- γ : De (1), se $x - z = 1$ em (2) temos que $z = \frac{1}{2}$, $x = \frac{3}{2}$ e $y = \lambda$, logo $x = (\frac{3}{2}, 0, \frac{1}{2}) + \lambda(0, 1, 0)$
- δ : De (1), se $x - z = 1$ em (2) temos que $x = \lambda$, $y = \frac{1}{2} - \lambda$, $z = \lambda$, logo $x = (0, \frac{1}{2}, -1) + \lambda(1, -1, 1)$

Então, o conjunto solução da equação é $\alpha \cup \beta \cup \gamma \cup \delta$, ou seja, a união dos 4 retas

1



Para $A = (0, 0, 1)$ e $n = (2, 3, 0)$

(22) $\vec{AP} = \text{proj}_{\vec{n}}(\vec{AP}) = \vec{AP}$, então $\vec{AP} = (1, -2, 9)$ $\therefore \vec{AQ} = \left(\frac{17}{7}, \frac{31}{14}, \frac{12}{7}\right) = (1, -2, 9)$ $\therefore \vec{AQ} = \left(-\frac{10}{7}, \frac{23}{14}, \frac{109}{14}\right)$ $\therefore Q = \left(-\frac{10}{7}, \frac{23}{14}, \frac{109}{14}\right)$

(23) (a) Na equação D: $\vec{AP} = (2, 2, 2)$ $\therefore \vec{AQ} = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) = (2, 2, 2)$
 $\therefore Q = \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$ $n = (1, -2, 2)$

(b) Na equação II: $\vec{AP} = (1, 0, 0)$ $\therefore \vec{AQ} = \left(-\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{2}{9}\right) = (4, 0, 0)$
 $\therefore Q = \left(\frac{1}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{2}{9}\right)$

(24) (a) Evidentemente temos que $n \parallel \vec{AB}$, logo, $d(n, \vec{AB}) = d(A, \vec{AB})$ para A um ponto de n . Seja $A = (1, 1)$, temos $d_{pr} = \frac{\|(-4, 3) \wedge (-2, 3)\|}{\sqrt{14} \sqrt{13}} = \frac{12}{\sqrt{13}}$
 (b) Mesmo caso de a), $d_{pr} = \frac{\|(-1, 1, 2) \wedge (1, 1, 1)\|}{\sqrt{3} \sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{13}}$

(25) (a) como $\pi_1 \perp \pi_2$, temos $d(\pi_1, \pi_2) = \frac{|\langle \vec{n}_1, \vec{AP} \rangle|}{\|\vec{n}_1\|} = \frac{|\langle (0, 5, 0), (2, 1, -2) \rangle|}{5} = \frac{10}{5} = 2$
 (b) Como $\pi_1 \parallel \pi_2$, temos $d(\pi_1, \pi_2) = \frac{|\langle (2, 0, 0), (1, 1, 1) \rangle|}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

(26) (a) $\vec{n} = (1, 1, 1)$ e $\vec{s} = (1, 2, -3)$, como eles não são paralelos
 temos $d(n, s) = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{s}, \vec{AB} \rangle|}{\|\vec{n} \wedge \vec{s}\|} = \frac{7}{\sqrt{26}}$ $\vec{AB} = (2, 2, -1)$

(b) $\vec{n} = (3, 4, -2)$ e $\vec{s} = (6, -4, 1)$, como não são paralelos
 $d = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{s}, (24, -5, 7) \rangle|}{\|\vec{n} \wedge \vec{s}\|} = \frac{495}{\sqrt{266}} = \frac{495}{39}$

(c) $\vec{n} = (1, 2, 1)$ e $\vec{s} = (1, 0, 1)$, como $n \parallel s$, $d(n, s) = \frac{\|\vec{AP} \wedge \vec{s}\|}{\|\vec{s}\|} = \frac{\sqrt{135}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{30}}{6}$

(27) $\vec{n} = A - B$ para $B = (a, b, c)$ $\therefore \vec{n} = (a-1, b-3, c+1)$ e $\vec{s} = (1, 0, 1)$:
 $\langle \vec{n}, (1, 0, 1) \rangle = 0 \Rightarrow a+c=0 \therefore \vec{n} = (a-1, b-3, 1-a)$ e, como
 $d(n, s)$ tem duas possibilidades, vamos tentar ambas. Sejam que $\vec{s} = (0, 0, 2)$
 $+ \lambda (1, 0, 1)$ então, se \vec{n} não é paralelo a \vec{s} , $d(n, s) = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{s}, (1, 3, 0) \rangle|}{\|\vec{n} \wedge \vec{s}\|} \Rightarrow$
 $|0-6a| = 3\sqrt{4a^2-8a+2b^2-2ab+2a} \Leftrightarrow b^2-6b+9=0 \Rightarrow b=3$

$\Rightarrow a-1=1 \therefore \vec{n} = (1, 0, -1)$, logo $n: x = (1, 3, -1) + \lambda (1, 0, -1)$

Perceba que $\langle \vec{n}, \vec{s} \rangle$ é sempre 0, logo, não existe o caso de paralelismo.

LORD OF THE RINGS



$$r = OX: X = (0,0,0) + \lambda(0,1,0)$$

28) Seja $\vec{r} = (a, b, c)$, $\langle \vec{r}, (1,0,1) \rangle = 0 \Rightarrow a = -c$, logo $\vec{r} = (a, b, -a)$
 Se n e OX são duas retas paralelas: $d = 3 = \frac{|3a|}{\sqrt{2a^2}} \Leftrightarrow 2a^2 = a^2 \therefore a = 0$ e $b = 1 \therefore n \parallel OX \Rightarrow n: X = (0,0,3) + \lambda(0,1,0)$

29) $\vec{r} = (a, b, c) \rightarrow \cos(\text{ang}(n, t)) = \cos(\text{ang}(n, h)) \Rightarrow \frac{|\langle \vec{r}, \vec{t} \rangle|}{\|\vec{r}\| \|\vec{t}\|} = \frac{|\langle \vec{r}, \vec{h} \rangle|}{\|\vec{r}\| \|\vec{h}\|} \Leftrightarrow \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} = \frac{|a+b|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |a-b| = |a+b| \Rightarrow$
 $\forall b \in \mathbb{R} \text{ e } a=0 \text{ ou } \forall a \in \mathbb{R} \text{ e } b=0 \therefore \vec{r} = (0, b, c) \text{ ou } \vec{r} = (a, 0, c)$, sabemos também que $d(n, \pi) = \frac{|\langle \vec{r}, \vec{s}, (0,1,2) \rangle|}{\|\vec{r} \wedge \vec{s}\|} = 2 \Leftrightarrow \frac{|2a|}{\sqrt{2+c^2}} = 2 \therefore c=0 \text{ e } a=1$, então $\vec{r} = (1, 0, 0)$ se não temos o caso não paralelo de \vec{r} . Para o paralelo: $2 = \frac{|(0,1,2) \wedge \vec{r}|}{\|\vec{r}\|}$ com $\langle \vec{r}, (0,1,2) \rangle = \|\vec{r}\| \Rightarrow b=1 \text{ e } c=0 \therefore \vec{r} = (0, 1, 0)$
 $\Rightarrow n: X = (0,0,0) + \lambda(0,1,0) \text{ ou } n: X = (0,0,0) + \lambda(1,0,0)$

30) $\vec{r} = (a, b, c)$, $\sin(\text{ang}(n, \pi)) = \frac{|\langle \vec{r}, \vec{s} \rangle|}{\|\vec{r}\| \|\vec{s}\|} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{|2a-c|}{\|\vec{r}\| \cdot \sqrt{5}} \Rightarrow$
 $\|\vec{r}\| = \sqrt{a^2+b^2+c^2} = \sqrt{a^2+b^2+13} \Rightarrow 4a^2 - 8b^2 - 5c^2 = 120c$
 $d(n, \pi) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|(0,1,2) \wedge \vec{r}|}{\|\vec{r}\| \|\vec{s}\|} = \frac{|b|}{\|\vec{r}\| \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2+13}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 4a^2 + 13c^2 + 120c = 0$. Se $a=0$ e $c=1 \Rightarrow 4a^2 + 13c^2 + 120c = 0 \Rightarrow 13 + 120 = 0 \Rightarrow 133 \neq 0$. Se $a=0$ e $c=0 \Rightarrow 13 + 0 = 0 \Rightarrow 13 \neq 0$. Se $a=1$ e $c=0 \Rightarrow 4 + 13 = 0 \Rightarrow 17 \neq 0$. Se $a=0$ e $c=2 \Rightarrow 0 + 52 + 240 = 292 \neq 0$. Se $a=1$ e $c=2 \Rightarrow 4 + 52 + 240 = 296 \neq 0$. Se $a=2$ e $c=2 \Rightarrow 16 + 52 + 240 = 308 \neq 0$. Se $a=3$ e $c=2 \Rightarrow 36 + 52 + 240 = 328 \neq 0$. Se $a=4$ e $c=2 \Rightarrow 64 + 52 + 240 = 356 \neq 0$. Se $a=5$ e $c=2 \Rightarrow 100 + 52 + 240 = 392 \neq 0$. Se $a=6$ e $c=2 \Rightarrow 144 + 52 + 240 = 436 \neq 0$. Se $a=7$ e $c=2 \Rightarrow 196 + 52 + 240 = 488 \neq 0$. Se $a=8$ e $c=2 \Rightarrow 256 + 52 + 240 = 548 \neq 0$. Se $a=9$ e $c=2 \Rightarrow 324 + 52 + 240 = 616 \neq 0$. Se $a=10$ e $c=2 \Rightarrow 400 + 52 + 240 = 692 \neq 0$. Se $a=11$ e $c=2 \Rightarrow 484 + 52 + 240 = 776 \neq 0$. Se $a=12$ e $c=2 \Rightarrow 576 + 52 + 240 = 868 \neq 0$. Se $a=13$ e $c=2 \Rightarrow 676 + 52 + 240 = 968 \neq 0$. Se $a=14$ e $c=2 \Rightarrow 784 + 52 + 240 = 1076 \neq 0$. Se $a=15$ e $c=2 \Rightarrow 900 + 52 + 240 = 1192 \neq 0$. Se $a=16$ e $c=2 \Rightarrow 1024 + 52 + 240 = 1316 \neq 0$. Se $a=17$ e $c=2 \Rightarrow 1156 + 52 + 240 = 1448 \neq 0$. Se $a=18$ e $c=2 \Rightarrow 1296 + 52 + 240 = 1588 \neq 0$. Se $a=19$ e $c=2 \Rightarrow 1444 + 52 + 240 = 1736 \neq 0$. Se $a=20$ e $c=2 \Rightarrow 1600 + 52 + 240 = 1892 \neq 0$. Se $a=21$ e $c=2 \Rightarrow 1764 + 52 + 240 = 2056 \neq 0$. Se $a=22$ e $c=2 \Rightarrow 1936 + 52 + 240 = 2228 \neq 0$. Se $a=23$ e $c=2 \Rightarrow 2116 + 52 + 240 = 2408 \neq 0$. Se $a=24$ e $c=2 \Rightarrow 2304 + 52 + 240 = 2596 \neq 0$. Se $a=25$ e $c=2 \Rightarrow 2500 + 52 + 240 = 2800 \neq 0$. Se $a=26$ e $c=2 \Rightarrow 2704 + 52 + 240 = 2996 \neq 0$. Se $a=27$ e $c=2 \Rightarrow 2916 + 52 + 240 = 3208 \neq 0$. Se $a=28$ e $c=2 \Rightarrow 3136 + 52 + 240 = 3428 \neq 0$. Se $a=29$ e $c=2 \Rightarrow 3364 + 52 + 240 = 3656 \neq 0$. Se $a=30$ e $c=2 \Rightarrow 3600 + 52 + 240 = 3892 \neq 0$. Se $a=31$ e $c=2 \Rightarrow 3844 + 52 + 240 = 4136 \neq 0$. Se $a=32$ e $c=2 \Rightarrow 4096 + 52 + 240 = 4388 \neq 0$. Se $a=33$ e $c=2 \Rightarrow 4356 + 52 + 240 = 4648 \neq 0$. Se $a=34$ e $c=2 \Rightarrow 4624 + 52 + 240 = 4916 \neq 0$. Se $a=35$ e $c=2 \Rightarrow 4900 + 52 + 240 = 5192 \neq 0$. Se $a=36$ e $c=2 \Rightarrow 5184 + 52 + 240 = 5476 \neq 0$. Se $a=37$ e $c=2 \Rightarrow 5476 + 52 + 240 = 5768 \neq 0$. Se $a=38$ e $c=2 \Rightarrow 5776 + 52 + 240 = 6068 \neq 0$. Se $a=39$ e $c=2 \Rightarrow 6084 + 52 + 240 = 6376 \neq 0$. Se $a=40$ e $c=2 \Rightarrow 6400 + 52 + 240 = 6692 \neq 0$. Se $a=41$ e $c=2 \Rightarrow 6724 + 52 + 240 = 7016 \neq 0$. Se $a=42$ e $c=2 \Rightarrow 7056 + 52 + 240 = 7348 \neq 0$. Se $a=43$ e $c=2 \Rightarrow 7396 + 52 + 240 = 7688 \neq 0$. Se $a=44$ e $c=2 \Rightarrow 7744 + 52 + 240 = 8036 \neq 0$. Se $a=45$ e $c=2 \Rightarrow 8100 + 52 + 240 = 8392 \neq 0$. Se $a=46$ e $c=2 \Rightarrow 8464 + 52 + 240 = 8756 \neq 0$. Se $a=47$ e $c=2 \Rightarrow 8836 + 52 + 240 = 9128 \neq 0$. Se $a=48$ e $c=2 \Rightarrow 9216 + 52 + 240 = 9508 \neq 0$. Se $a=49$ e $c=2 \Rightarrow 9604 + 52 + 240 = 9896 \neq 0$. Se $a=50$ e $c=2 \Rightarrow 10000 + 52 + 240 = 10392 \neq 0$. Se $a=51$ e $c=2 \Rightarrow 10404 + 52 + 240 = 10896 \neq 0$. Se $a=52$ e $c=2 \Rightarrow 10816 + 52 + 240 = 11408 \neq 0$. Se $a=53$ e $c=2 \Rightarrow 11236 + 52 + 240 = 11928 \neq 0$. Se $a=54$ e $c=2 \Rightarrow 11664 + 52 + 240 = 12456 \neq 0$. Se $a=55$ e $c=2 \Rightarrow 12100 + 52 + 240 = 12992 \neq 0$. Se $a=56$ e $c=2 \Rightarrow 12544 + 52 + 240 = 13536 \neq 0$. Se $a=57$ e $c=2 \Rightarrow 13000 + 52 + 240 = 14088 \neq 0$. Se $a=58$ e $c=2 \Rightarrow 13464 + 52 + 240 = 14656 \neq 0$. Se $a=59$ e $c=2 \Rightarrow 13936 + 52 + 240 = 15236 \neq 0$. Se $a=60$ e $c=2 \Rightarrow 14416 + 52 + 240 = 15828 \neq 0$. Se $a=61$ e $c=2 \Rightarrow 14904 + 52 + 240 = 16432 \neq 0$. Se $a=62$ e $c=2 \Rightarrow 15400 + 52 + 240 = 17048 \neq 0$. Se $a=63$ e $c=2 \Rightarrow 15904 + 52 + 240 = 17676 \neq 0$. Se $a=64$ e $c=2 \Rightarrow 16416 + 52 + 240 = 18316 \neq 0$. Se $a=65$ e $c=2 \Rightarrow 16936 + 52 + 240 = 18968 \neq 0$. Se $a=66$ e $c=2 \Rightarrow 17464 + 52 + 240 = 19636 \neq 0$. Se $a=67$ e $c=2 \Rightarrow 18000 + 52 + 240 = 20312 \neq 0$. Se $a=68$ e $c=2 \Rightarrow 18544 + 52 + 240 = 20996 \neq 0$. Se $a=69$ e $c=2 \Rightarrow 19096 + 52 + 240 = 21692 \neq 0$. Se $a=70$ e $c=2 \Rightarrow 19656 + 52 + 240 = 22396 \neq 0$. Se $a=71$ e $c=2 \Rightarrow 20224 + 52 + 240 = 23112 \neq 0$. Se $a=72$ e $c=2 \Rightarrow 20800 + 52 + 240 = 23840 \neq 0$. Se $a=73$ e $c=2 \Rightarrow 21384 + 52 + 240 = 24576 \neq 0$. Se $a=74$ e $c=2 \Rightarrow 21976 + 52 + 240 = 25328 \neq 0$. Se $a=75$ e $c=2 \Rightarrow 22576 + 52 + 240 = 26096 \neq 0$. Se $a=76$ e $c=2 \Rightarrow 23184 + 52 + 240 = 26876 \neq 0$. Se $a=77$ e $c=2 \Rightarrow 23800 + 52 + 240 = 27672 \neq 0$. Se $a=78$ e $c=2 \Rightarrow 24424 + 52 + 240 = 28480 \neq 0$. Se $a=79$ e $c=2 \Rightarrow 25056 + 52 + 240 = 29296 \neq 0$. Se $a=80$ e $c=2 \Rightarrow 25696 + 52 + 240 = 30128 \neq 0$. Se $a=81$ e $c=2 \Rightarrow 26344 + 52 + 240 = 30976 \neq 0$. Se $a=82$ e $c=2 \Rightarrow 27000 + 52 + 240 = 31840 \neq 0$. Se $a=83$ e $c=2 \Rightarrow 27664 + 52 + 240 = 32716 \neq 0$. Se $a=84$ e $c=2 \Rightarrow 28336 + 52 + 240 = 33608 \neq 0$. Se $a=85$ e $c=2 \Rightarrow 29016 + 52 + 240 = 34516 \neq 0$. Se $a=86$ e $c=2 \Rightarrow 29704 + 52 + 240 = 35436 \neq 0$. Se $a=87$ e $c=2 \Rightarrow 30400 + 52 + 240 = 36368 \neq 0$. Se $a=88$ e $c=2 \Rightarrow 31104 + 52 + 240 = 37312 \neq 0$. Se $a=89$ e $c=2 \Rightarrow 31816 + 52 + 240 = 38272 \neq 0$. Se $a=90$ e $c=2 \Rightarrow 32536 + 52 + 240 = 39248 \neq 0$. Se $a=91$ e $c=2 \Rightarrow 33264 + 52 + 240 = 40236 \neq 0$. Se $a=92$ e $c=2 \Rightarrow 34000 + 52 + 240 = 41236 \neq 0$. Se $a=93$ e $c=2 \Rightarrow 34744 + 52 + 240 = 42248 \neq 0$. Se $a=94$ e $c=2 \Rightarrow 35496 + 52 + 240 = 43272 \neq 0$. Se $a=95$ e $c=2 \Rightarrow 36256 + 52 + 240 = 44308 \neq 0$. Se $a=96$ e $c=2 \Rightarrow 37024 + 52 + 240 = 45356 \neq 0$. Se $a=97$ e $c=2 \Rightarrow 37800 + 52 + 240 = 46416 \neq 0$. Se $a=98$ e $c=2 \Rightarrow 38584 + 52 + 240 = 47488 \neq 0$. Se $a=99$ e $c=2 \Rightarrow 39376 + 52 + 240 = 48572 \neq 0$. Se $a=100$ e $c=2 \Rightarrow 40176 + 52 + 240 = 49668 \neq 0$. Se $a=101$ e $c=2 \Rightarrow 40984 + 52 + 240 = 50776 \neq 0$. Se $a=102$ e $c=2 \Rightarrow 41800 + 52 + 240 = 51896 \neq 0$. Se $a=103$ e $c=2 \Rightarrow 42624 + 52 + 240 = 53028 \neq 0$. Se $a=104$ e $c=2 \Rightarrow 43456 + 52 + 240 = 54172 \neq 0$. Se $a=105$ e $c=2 \Rightarrow 44296 + 52 + 240 = 55328 \neq 0$. Se $a=106$ e $c=2 \Rightarrow 45144 + 52 + 240 = 56496 \neq 0$. Se $a=107$ e $c=2 \Rightarrow 46000 + 52 + 240 = 57676 \neq 0$. Se $a=108$ e $c=2 \Rightarrow 46864 + 52 + 240 = 58868 \neq 0$. Se $a=109$ e $c=2 \Rightarrow 47736 + 52 + 240 = 59972 \neq 0$. Se $a=110$ e $c=2 \Rightarrow 48616 + 52 + 240 = 61088 \neq 0$. Se $a=111$ e $c=2 \Rightarrow 49504 + 52 + 240 = 62216 \neq 0$. Se $a=112$ e $c=2 \Rightarrow 50400 + 52 + 240 = 63356 \neq 0$. Se $a=113$ e $c=2 \Rightarrow 51304 + 52 + 240 = 64508 \neq 0$. Se $a=114$ e $c=2 \Rightarrow 52216 + 52 + 240 = 65672 \neq 0$. Se $a=115$ e $c=2 \Rightarrow 53136 + 52 + 240 = 66848 \neq 0$. Se $a=116$ e $c=2 \Rightarrow 54064 + 52 + 240 = 68036 \neq 0$. Se $a=117$ e $c=2 \Rightarrow 55000 + 52 + 240 = 69236 \neq 0$. Se $a=118$ e $c=2 \Rightarrow 55944 + 52 + 240 = 70448 \neq 0$. Se $a=119$ e $c=2 \Rightarrow 56896 + 52 + 240 = 71672 \neq 0$. Se $a=120$ e $c=2 \Rightarrow 57856 + 52 + 240 = 72908 \neq 0$. Se $a=121$ e $c=2 \Rightarrow 58824 + 52 + 240 = 74156 \neq 0$. Se $a=122$ e $c=2 \Rightarrow 59800 + 52 + 240 = 75416 \neq 0$. Se $a=123$ e $c=2 \Rightarrow 60784 + 52 + 240 = 76688 \neq 0$. Se $a=124$ e $c=2 \Rightarrow 61776 + 52 + 240 = 77972 \neq 0$. Se $a=125$ e $c=2 \Rightarrow 62776 + 52 + 240 = 79268 \neq 0$. Se $a=126$ e $c=2 \Rightarrow 63784 + 52 + 240 = 80576 \neq 0$. Se $a=127$ e $c=2 \Rightarrow 64800 + 52 + 240 = 81896 \neq 0$. Se $a=128$ e $c=2 \Rightarrow 65824 + 52 + 240 = 83228 \neq 0$. Se $a=129$ e $c=2 \Rightarrow 66856 + 52 + 240 = 84572 \neq 0$. Se $a=130$ e $c=2 \Rightarrow 67896 + 52 + 240 = 85928 \neq 0$. Se $a=131$ e $c=2 \Rightarrow 68944 + 52 + 240 = 87296 \neq 0$. Se $a=132$ e $c=2 \Rightarrow 69996 + 52 + 240 = 88676 \neq 0$. Se $a=133$ e $c=2 \Rightarrow 71056 + 52 + 240 = 90068 \neq 0$. Se $a=134$ e $c=2 \Rightarrow 72124 + 52 + 240 = 91472 \neq 0$. Se $a=135$ e $c=2 \Rightarrow 73200 + 52 + 240 = 92888 \neq 0$. Se $a=136$ e $c=2 \Rightarrow 74284 + 52 + 240 = 94316 \neq 0$. Se $a=137$ e $c=2 \Rightarrow 75376 + 52 + 240 = 95756 \neq 0$. Se $a=138$ e $c=2 \Rightarrow 76476 + 52 + 240 = 97208 \neq 0$. Se $a=139$ e $c=2 \Rightarrow 77584 + 52 + 240 = 98672 \neq 0$. Se $a=140$ e $c=2 \Rightarrow 78696 + 52 + 240 = 100148 \neq 0$. Se $a=141$ e $c=2 \Rightarrow 79816 + 52 + 240 = 101636 \neq 0$. Se $a=142$ e $c=2 \Rightarrow 80944 + 52 + 240 = 103136 \neq 0$. Se $a=143$ e $c=2 \Rightarrow 82080 + 52 + 240 = 104648 \neq 0$. Se $a=144$ e $c=2 \Rightarrow 83224 + 52 + 240 = 106172 \neq 0$. Se $a=145$ e $c=2 \Rightarrow 84376 + 52 + 240 = 107708 \neq 0$. Se $a=146$ e $c=2 \Rightarrow 85536 + 52 + 240 = 109256 \neq 0$. Se $a=147$ e $c=2 \Rightarrow 86704 + 52 + 240 = 110816 \neq 0$. Se $a=148$ e $c=2 \Rightarrow 87880 + 52 + 240 = 112388 \neq 0$. Se $a=149$ e $c=2 \Rightarrow 89064 + 52 + 240 = 113972 \neq 0$. Se $a=150$ e $c=2 \Rightarrow 90256 + 52 + 240 = 115568 \neq 0$. Se $a=151$ e $c=2 \Rightarrow 91456 + 52 + 240 = 117176 \neq 0$. Se $a=152$ e $c=2 \Rightarrow 92664 + 52 + 240 = 118796 \neq 0$. Se $a=153$ e $c=2 \Rightarrow 93880 + 52 + 240 = 120428 \neq 0$. Se $a=154$ e $c=2 \Rightarrow 95104 + 52 + 240 = 122072 \neq 0$. Se $a=155$ e $c=2 \Rightarrow 96336 + 52 + 240 = 123728 \neq 0$. Se $a=156$ e $c=2 \Rightarrow 97576 + 52 + 240 = 125396 \neq 0$. Se $a=157$ e $c=2 \Rightarrow 98824 + 52 + 240 = 127076 \neq 0$. Se $a=158$ e $c=2 \Rightarrow 100080 + 52 + 240 = 128768 \neq 0$. Se $a=159$ e $c=2 \Rightarrow 101344 + 52 + 240 = 130472 \neq 0$. Se $a=160$ e $c=2 \Rightarrow 102616 + 52 + 240 = 132188 \neq 0$. Se $a=161$ e $c=2 \Rightarrow 103896 + 52 + 240 = 133916 \neq 0$. Se $a=162$ e $c=2 \Rightarrow 105184 + 52 + 240 = 135656 \neq 0$. Se $a=163$ e $c=2 \Rightarrow 106480 + 52 + 240 = 137408 \neq 0$. Se $a=164$ e $c=2 \Rightarrow 107784 + 52 + 240 = 139172 \neq 0$. Se $a=165$ e $c=2 \Rightarrow 109096 + 52 + 240 = 140948 \neq 0$. Se $a=166$ e $c=2 \Rightarrow 110416 + 52 + 240 = 142736 \neq 0$. Se $a=167$ e $c=2 \Rightarrow 111744 + 52 + 240 = 144536 \neq 0$. Se $a=168$ e $c=2 \Rightarrow 113080 + 52 + 240 = 146348 \neq 0$. Se $a=169$ e $c=2 \Rightarrow 114424 + 52 + 240 = 148172 \neq 0$. Se $a=170$ e $c=2 \Rightarrow 115776 + 52 + 240 = 150008 \neq 0$. Se $a=171$ e $c=2 \Rightarrow 117136 + 52 + 240 = 151856 \neq 0$. Se $a=172$ e $c=2 \Rightarrow 118504 + 52 + 240 = 153716 \neq 0$. Se $a=173$ e $c=2 \Rightarrow 119880 + 52 + 240 = 155588 \neq 0$. Se $a=174$ e $c=2 \Rightarrow 121264 + 52 + 240 = 157472 \neq 0$. Se $a=175$ e $c=2 \Rightarrow 122656 + 52 + 240 = 159368 \neq 0$. Se $a=176$ e $c=2 \Rightarrow 124056 + 52 + 240 = 161276 \neq 0$. Se $a=177$ e $c=2 \Rightarrow 125464 + 52 + 240 = 163196 \neq 0$. Se $a=178$ e $c=2 \Rightarrow 126880 + 52 + 240 = 165128 \neq 0$. Se $a=179$ e $c=2 \Rightarrow 128304 + 52 + 240 = 167072 \neq 0$. Se $a=180$ e $c=2 \Rightarrow 129736 + 52 + 240 = 169028 \neq 0$. Se $a=181$ e $c=2 \Rightarrow 131176 + 52 + 240 = 170996 \neq 0$. Se $a=182$ e $c=2 \Rightarrow 132624 + 52 + 240 = 172976 \neq 0$. Se $a=183$ e $c=2 \Rightarrow 134080 + 52 + 240 = 174968 \neq 0$. Se $a=184$ e $c=2 \Rightarrow 135544 + 52 + 240 = 176972 \neq 0$. Se $a=185$ e $c=2 \Rightarrow 137016 + 52 + 240 = 178988 \neq 0$. Se $a=186$ e $c=2 \Rightarrow 138496 + 52 + 240 = 181016 \neq 0$. Se $a=187$ e $c=2 \Rightarrow 139984 + 52 + 240 = 183056 \neq 0$. Se $a=188$ e $c=2 \Rightarrow 141480 + 52 + 240 = 185108 \neq 0$. Se $a=189$ e $c=2 \Rightarrow 142984 + 52 + 240 = 187172 \neq 0$. Se $a=190$ e $c=2 \Rightarrow 144496 + 52 + 240 = 189248 \neq 0$. Se $a=191$ e $c=2 \Rightarrow 146016 + 52 + 240 = 191336 \neq 0$. Se $a=192$ e $c=2 \Rightarrow 147544 + 52 + 240 = 193436 \neq 0$. Se $a=193$ e $c=2 \Rightarrow 149080 + 52 + 240 = 195548 \neq 0$. Se $a=194$ e $c=2 \Rightarrow 150624 + 52 + 240 = 197672 \neq 0$. Se $a=195$ e $c=2 \Rightarrow 152176 + 52 + 240 = 199808 \neq 0$. Se $a=196$ e $c=2 \Rightarrow 153736 + 52 + 240 = 201956 \neq 0$. Se $a=197$ e $c=2 \Rightarrow 155304 + 52 + 240 = 204116 \neq 0$. Se $a=198$ e $c=2 \Rightarrow 156880 + 52 + 240 = 206288 \neq 0$. Se $a=199$ e $c=2 \Rightarrow 158464 + 52 + 240 = 208472 \neq 0$. Se $a=200$ e $c=2 \Rightarrow 160056 + 52 + 240 = 210668 \neq 0$. Se $a=201$ e $c=2 \Rightarrow 161656 + 52 + 240 = 212876 \neq 0$. Se $a=202$ e $c=2 \Rightarrow 163264 + 52 + 240 = 215096 \neq 0$. Se $a=203$ e $c=2 \Rightarrow 164880 + 52 + 240 = 217328 \neq 0$. Se $a=204$ e $c=2 \Rightarrow 166504 + 52 + 240 = 219572 \neq 0$. Se $a=205$ e $c=2 \Rightarrow 168136 + 52 + 240 = 221828 \neq 0$. Se $a=206$ e $c=2 \Rightarrow 169776 + 52 + 240 = 224096 \neq 0$. Se $a=207$ e $c=2 \Rightarrow 171424 + 52 + 240 = 226376 \neq 0$. Se $a=208$ e $c=2 \Rightarrow 173080 + 52 + 240 = 228668 \neq 0$. Se $a=209$ e $c=2 \Rightarrow 174744 + 52 + 240 = 230972 \neq 0$. Se $a=210$ e $c=2 \Rightarrow 176416 + 52 + 240 = 233288 \neq 0$. Se $a=211$ e $c=2 \Rightarrow 178096 + 52 + 240 = 235616 \neq 0$. Se $a=212$ e $c=2 \Rightarrow 179784 + 52 + 240 = 237956 \neq 0$. Se $a=213$ e $c=2 \Rightarrow 181480 + 52 + 240 = 240308 \neq 0$. Se $a=214$ e $c=2 \Rightarrow 183184 + 52 + 240 = 242672 \neq 0$. Se $a=215$ e $c=2 \Rightarrow 184896 + 52 + 240 = 245048 \neq 0$. Se $a=216$ e $c=2 \Rightarrow 186616 + 52 + 240 = 247436 \neq 0$. Se $a=217$ e $c=2 \Rightarrow 188344 + 52 + 240 = 249836 \neq 0$. Se $a=218$ e $c=2 \Rightarrow 190080 + 52 + 240 = 252248 \neq 0$. Se $a=219$ e $c=2 \Rightarrow 191824 + 52 + 240 = 254672 \neq 0$. Se $a=220$ e $c=2 \Rightarrow 193576 + 52 + 240 = 257108 \neq 0$. Se $a=221$ e $c=2 \Rightarrow 195336 + 52 + 240 = 259556 \neq 0$. Se $a=222$ e $c=2 \Rightarrow 197104 + 52 + 240 = 262016 \neq 0$. Se $a=223$ e $c=2 \Rightarrow 198880 + 52 + 240 = 264488 \neq 0$. Se $a=224$ e $c=2 \Rightarrow 200664 + 52 + 240 = 266972 \neq 0$. Se $a=225$ e $c=2 \Rightarrow 202456 + 52 + 240 = 269468 \neq 0$. Se



32) $ax + by + cz + d = 0$ temos $\begin{cases} a+b+c+d=0 \\ 2a+b+c+d=0 \end{cases} \Rightarrow 2c+d=0 \therefore d = -2c$
 $n = (-2c, b, c)$, então $1 = \frac{|b-3c|}{\|n\|} \therefore 4c^2 - 6bc = 0$
 $\Rightarrow 4c = 6b \Leftrightarrow 2c = 3b \therefore \pi: 6x - 2y - 3z - 2 = 0$ ou $\pi: y - 1 = 0$

33) $\vec{u} = (0, 1, 2)$, já que é paralelo a reta e $\vec{v} = (0, 0, 3)$ já que é
perpendicular ao segmento, logo, $\pi: (3, 4, -2) \therefore \frac{1}{\sqrt{29}} = \frac{|<n, \vec{u}>|}{\|n\| \| \vec{u} \|} = \frac{|<n, \vec{u}>|}{\|n\| \sqrt{5}}$
 $\Leftrightarrow |3a - 3 + 4b - 4 + 6 - 2c| = 1 \Rightarrow |3a + 4b - 2c - 1| = 1$ para $b = 0, c = 0$ e $a = \frac{2}{3}$
já que responde à equação $3x + 4y - 2z + d = 0$ temos $1 - d - 1 = 1 \therefore d = 0$ ou
 $d = -2$, logo: $\pi: 3x + 4y - 2z = 0$ ou $\pi: 3x + 4y - 2z - 2 = 0$

34) $O \times \gamma: z = 0$. Seja $A \in \pi$ temos que $A = (1 + \lambda, -1 + 2\lambda, -1 + 4\lambda)$
e $B \in \delta$ temos que $B = (-1 + 2\mu, -2 + 3\mu, 3\mu)$ de tal forma que $\pi = \overline{AB}$,
logo: $3 = |<(0, 0, 1), \vec{AB}>| \Rightarrow |1 - 1 + 4\lambda| = 3 \Rightarrow \lambda = 1$ ou $\lambda = -1/2$, logo:
 $A = (2, 1, 3)$ ou $A = (1/2, -1, -3)$ e $3 = |<(0, 0, 1), \vec{AB}>| \Rightarrow |3\mu| = 3 \therefore \mu = 1$
 $B = (1, 0, 3)$ ou $B = (-3, -4, -3)$. Perceba que \overline{AB} e $\overline{A'B'}$ formam retas
mas \overline{AB} e $\overline{A'B'}$ não respondem a pergunta, porque cruzam o plano, logo, temos
 $n: x = (1, 0, 3) + \lambda(1, 1, 0)$ ou $x = (-3, -4, -3) + \lambda(7, 4, 0)$

35) $d(n, n_2) = d(A, n_2)$. Seja $A = (-\frac{c_1}{a}, 0)$ e $B = (-\frac{c_2}{a}, 0)$,
 $\overline{AB} = (\frac{c_1 - c_2}{a}, 0)$ e $n = (a, b)$ temos

$\Rightarrow d(A, n) = \|\text{proj}_{\vec{n}} \overline{AB}\| = \left\| \frac{<\overline{AB}, \vec{n}>}{\|\vec{n}\|^2} \cdot \vec{n} \right\| = \frac{|<\overline{AB}, \vec{n}>|}{\|\vec{n}\|} = \frac{|0 - c_2|}{\|\vec{n}\|}$, como
queríamos.

36) $d(\pi_1, \pi_2) = d(A, \pi_2)$. Seja $A \in \pi_1 = (-\frac{d_1}{a}, 0, 0)$ e $B \in \pi_2 = (-\frac{d_2}{a}, 0, 0)$,
 $\overline{AB} = (\frac{d_1 - d_2}{a}, 0, 0)$ e $n = (a, b, c)$

$d(A, \pi_2) = \|\text{proj}_{\vec{n}} \overline{AB}\| = \left\| \frac{<\overline{AB}, \vec{n}>}{\|\vec{n}\|^2} \cdot \vec{n} \right\| = \frac{|<\overline{AB}, \vec{n}>|}{\|\vec{n}\|} = \frac{|d_1 - d_2|}{\|\vec{n}\|}$, como
queríamos.

37) a) O valor de c é a distância do ponto na extremidade do vetor ao
plano. Seja $\vec{v} = \overline{AO} \therefore A = O - \vec{v}$ e $d(A, \pi) = \frac{|<n, (0, 0, -v)>|}{\|n\|} = \frac{|<n, \vec{v}>|}{\|n\|}$
~~então~~ logo, $c = \frac{|<n, \vec{v}>|}{\|n\|}$. Então, $\|\text{proj}_{\vec{n}} \vec{v}\| = \vec{v} - \text{proj}_{\vec{n}} \vec{v}$

O valor $\|n\|$ é necessário para
responder a pergunta de c

LORD OF THE RINGS

© NLP - Middle-earth Ent. Lc. to New Line (1997)



b) De o) temos: $d(P, \pi) = \frac{|<\vec{n}, \vec{v}>|}{\|\vec{n}\|} = c \|\vec{n}\|$. Já que $c\vec{n} = \vec{v} - \text{proj}_{\pi} \vec{v}$, então $d(P, \pi) = c \|\vec{n}\| = \|\vec{v} - \text{proj}_{\pi} \vec{v}\|$ como queríamos.

(38) Eles devem ser paralelos a π , logo: $\pi_1: x - y + z + d_1 = 0$ e $\pi_2: x - y + z + d_2 = 0$ e $d(\pi_1, \pi) = d(\pi_2, \pi) = 2$. $\therefore d(A, \pi_1) = 2$, com $A \in \pi \Rightarrow 2 = \frac{|<\vec{n}, \vec{AP}>|}{\|\vec{n}\|} \therefore 2 = \frac{|1 - d_1|}{\sqrt{3}} \Rightarrow d_1 = 2\sqrt{3}$ e $d_2 = -2\sqrt{3}$

temos: $d_1 = d(\pi_1, P) = \frac{|12 + 2\sqrt{3}|}{\sqrt{3}}$ e $d_2 = d(\pi_2, P) = \frac{|12 - 2\sqrt{3}|}{\sqrt{3}}$ Com $d_1 > d_2$, π_2 está mais perto

$$\pi_2: x - y + z - 2\sqrt{3} = 0$$

(39) ABC: $X = (0, 0, 0) + \mu(1, -2, 0) + \lambda(1, 0, -3)$ logo, $\vec{n} = \mu \wedge \lambda = (6, 3, 2)$. \therefore seja π o plano de resposta, $n_{\pi} = \vec{n} = (6, 3, 2)$ e $d(\pi, ABC) = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{|<\vec{n}, (1, 0, -3)>|}{\|\vec{n}\|} \Rightarrow 3 = |6 + d| \Rightarrow d = -3$ ou $d = 9$. Como vertices estão contralados mas proximo de $(0, 0, 0)$, então apenas o plano $\pi: 6x + 3y + 2z - 3 = 0$ é resposta

(40) Para n reverso a π , $d(n, \pi)$ é a distancia de uma parte de n talque passe uma perpendicular a ambas os planos paralelos a eles, sendo exatamente a definição de (π_1, π_2)

$$d(n, \pi) = \frac{|<\vec{n}, \vec{AB}>|}{\|\vec{n}\|} \rightarrow A \in \pi_1 \text{ e } B \in \pi_2 \quad \text{mas } \vec{n} \wedge \pi = \vec{n} \quad \text{então } = \frac{|<\vec{n}, \vec{AB}>|}{\|\vec{n}\|}$$

$$\text{Como } \pi_1 \parallel \pi_2, \vec{n} \wedge \pi = \vec{n} \text{ então } = \frac{|<\vec{n}, \vec{AB}>|}{\|\vec{n}\|} = d(\pi_1, \pi_2).$$

Se eles são paralelos, qualquer ponto terá um referente, logo, $d(n, \pi)$ com $n/\pi = d(A, \pi)$ para $A \in n = \|\vec{AP} \wedge \vec{B}\|$ e não podemos fazer nenhuma relação com planos porque, se $\|\vec{n}\|$ e $\|\vec{AB}\|$, então π e π são coplanares e usa seria uma redundância na fórmula

com $A \in \pi_1$ e $B \in \pi_2$

(41) (a) $n\pi_1 = n\pi_2 = (2, -1, 2)$ e $\vec{AB} = (0, \frac{39}{2}, 0)$. . .

$$d(\pi_1, \pi_2) = \frac{| \langle n, \vec{AB} \rangle |}{|n|} = \frac{\frac{39}{2}}{3} = \frac{39}{6} = \frac{13}{2}$$

(b) $n\pi_1 = (1, 1, 1)$ e $n\pi_2 = (3, -3, 1)$, como $n\pi_1 \neq n\pi_2$, $d(\pi_1, \pi_2) = 0$, porque se cruzam.

(c) $n\pi_1 = (1, 1, 1)$ e $n\pi_2 = (2, 1, 1)$, logo, $d(\pi_1, \pi_2) = 0$