Lista 06 - Álgebra Linear - ~~De~~ Vetores Modelos Lineares

RA: 132788

① a) $T(u+v) = T(u) + T(v)$ e $T(cv) = cT(v)$

$T(x,y) = (x-y, x+y)$ e $T(kw) = k(a-b, a+b)$

1) Seja $u = (a,b)$ e $v = (c,d)$, então $T(u+v) = (a+c-b-d, a+c+b+d) = T(u) + T(v) = (a-b, a+b) + (c-d, c+d)$.

Logo, é transformação linear.

① b) $T(x,y,z) = (z, x+y)$

Seja $u = (a,b,c)$ e $v = (d,e,f)$

1) $T(u+v) = (c+f, a+b+d+e) = T(u) + T(v) = (c, a+b) + (f, d+e)$

2) $T(kw) = (kc, k(a+b)) = k(c, a+b) = kT(u)$,

Logo, é transformação linear.

① c) $T(x,y,z) = (2x-y+z, 0, 0)$

$u = (a,b,c)$, $v = (d,e,f)$, $T(u) = (2a-b+c, 0, 0)$

e $T(v) = (2d-e+f, 0, 0)$

1) $T(u+v) = (2a+2d-b-e+c+f, 0, 0) = T(u) + T(v)$

2) $T(kw) = (2ka-kb+kc, 0, 0) = k(2a-b+c, 0, 0) = kT(u)$

Logo, é transformação linear.

① d) $T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = a+d$

$u = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$ e $v = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$, $T(u) = x+w$ e $T(v) = \alpha + \delta$

1) $T(u+v) = x+w+\alpha+\delta = T(u) + T(v)$

2) $T(ku) = kx+kw = k(x+w) = kT(u)$

Logo, é transformação linear

tilibra

1e - $T_\theta(x,y) = (x\cos\theta - y\sin\theta,\ y\cos\theta + x\sin\theta)$

Seja $u=(a,b)$ e $v=(c,d)$,

1) $T(u+v) = ((a+c)\cos\theta - (b+d)\sin\theta,\ (b+d)\cos\theta + (a+c)\sin\theta) =$
$T(u)+T(v)$

2) $T(ku) = (kx\cos(\theta) - ky\sin\theta,\ ky\cos\theta + kx\sin\theta) = kT(u)$,

Logo, é uma transformação linear.

2.a) $T(x,y) = \sqrt[3]{x^3+y^3}$

Seja $u=(a,b)$ e $v=(c,d)$

1) $T(u+v) = \sqrt[3]{(a+c)^3+(b+d)^3} \neq T(u)+T(v) = \sqrt[3]{a^3+b^3} + \sqrt[3]{c^3+d^3}$

Logo, não é transformação linear.

2.b) $T(x,y) = (xy, y)$

Seja $u=(a,b)$, $v=(c,d)$

$T(u+v) = ((a+c)(b+d), (b+d)) = (ab+ad+bc+cd, b+d) \neq T(u)+T(v)$
$= (ab,b) + (cd,d) = (ab+cd, b+d)$.

Logo, não é transformação linear.

2.c) $T(x,y) = (x^2+y^2, y)$

Seja $u=(a,b)$ e $v=(c,d)$, $T(u) = (a^2+b^2, b)$ e $T(v) = (c^2+d^2, d)$

$T(u+v) = ((a+c)^2+(b+d)^2, b+d) \neq T(u)+T(v) = (a^2+b^2+c^2+d^2, b+d)$

Logo, não é transformação linear.

2.d) $T(x,y,z) = (|x|, y+z)$

Seja $u=(a,b,c)$ e $v=(d,e,f)$

$T(u+v) = (|a+d|, b+c+e+f) \neq T(u)+T(v) = (|a|+|d|, b+c+e+f)$

Logo, não é transformação linear.

2e) $T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = ad - bc$

seja $u = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$ e $v = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$

$T(u+v) = (x+\alpha)(w+\delta) - (y+\beta)(z+\gamma) \neq T(u)+T(v) = xw - yz + \alpha\delta - \beta\gamma$

Logo, não é transformação linear!!!

3.a) $T(1,0) = (2,-1,0)$ e $T(0,1) = (0,0,1)$

$T(x,y) = x\,T(1,0) + y\,T(0,1)$

$T(x,y) = x(2,-1,0) + y(0,0,1)$

$T(x,y) = (2x, -x, y)$

3.b) $T(1,2) = (3,-1)$ e $T(0,1) = (1,2)$

$T(x,y) = x \cdot T((1,2) - 2(0,1)) + y \cdot T(0,1)$

$T(x,y) = x \cdot [T(1,2) - 2T(0,1)] + y \cdot T(0,1)$

$T(x,y) = x[(3,-1) + (-2,-4)] + y(1,2)$

$T(x,y) = x(1, -5) + y(1,2)$

$T(x,y) = (x+y, -5x+2y)$

3.c) $T(1,0,0) = (1,0)$, $T(0,1,0) = (1,-1)$, $T(0,0,1) = (0,1)$

$T(x,y,z) = x \cdot T(1,0,0) + y\,T(0,1,0) + z\,T(0,0,1)$

$T(x,y,z) = (x,0) + (y,-y) + (0,z)$

$T(x,y,z) = (x+y, z-y)$

3.d) $T(0,1,0) = (1,-2)$, $T(1,0,1) = (3,1)$ e $T(1,1,0) = (0,2)$

$T(x,y,z) = x \cdot T(1,0,0) + y \cdot T(0,1,0) + z\,T(0,0,1)$

$T(x,y,z) = x \cdot (-1,4) + y(1,-2) + z(4,-3)$

$T(x,y,z) = (-x+y+4z, 4x-2y-3z)$

Lista 07 – Álgebra Linear – Vitor Madeira Lorençon, RA: 132788.

dim(Dom) = dim(N(L)) + dim(Im)

1.a) $T(x,y,z) = (x, 2y, 0)$

$T(x,y,z) = (0,0,0) = (x, 2y, 0)$

$\begin{cases} x = 0 \\ 2y = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 0,\ y = 0,\ \forall z \in \mathbb{R}$. Logo, todo vetor do núcleo é da forma $(0,0,z)$.

Portanto, $B = \{(0,0,1)\}$ e dim é 1.

Para a imagem a primeira e segunda coordenada pode ser qualquer valor dos reais, já a terceira, sempre 0. Logo, qualquer vetor da imagem é da forma $(a,b,0)$ e, $B = \{(1,0,0),(0,1,0)\}$ e dim é 2. $\Rightarrow (x,2y,0) = x(1,0,0) + y(0,2,0) + z(0,0,0)$

1.b) $T(x,y,z) = (x-y-z, 2z-x)$

$T(x,y,z) = (x-y-z, 2z-x) = (0,0)$

$\begin{cases} x-y-z = 0 \\ 2z - x = 0 \end{cases} \Rightarrow z = \frac{x}{2},\ y = \frac{x}{2}$, logo, os vetores do núcleo são da forma $(x, \frac{x}{2}, \frac{x}{2})$, cuja base é $B = \{(2,1,1)\}$ e dim 1.

A imagem, como $x-y-z$ e $2z-x \in \mathbb{R}$, qualquer vetor da forma (a,b) é imagem,

$(x-y-z, 2z-x) \to x(1,-1) + y(-1,0) + z(-1,2)$. dim B = 2

$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \{(1,-1),(1,0)\}$

1.c) $T(x,y,z) = (x+y, 2x-y+z) \Rightarrow (0,0,0) = (x+y, 2x-y+z)$

$\begin{cases} x+y = 0 \\ 2x-y+z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -x \\ z = -3x \end{cases} \Rightarrow$ Todo vetor do núcleo é da forma $(x, -x, -3x)$

Portanto $B = \{(1,-1,-3)\}$ e dim = 1.

Para a imagem, $(x+y, 2x-y+z) = x(1,2) + y(1,-1) + z(0,1)$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, logo, $B = \{(1,0),(0,1)\}$ e dim = 2

1.d $T(x,y,z,t) = (x-y+z+t,\ x+2z-t,\ x+y+3z-3t) = (0,0,0)$

$$\begin{cases} x-y+z+t=0 \\ x+2z-t=0 \\ x+y+3z-3t=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=x+2z \\ y=2x+3z \end{cases} \Rightarrow$$

Para a imagem, $(x-y+z+t,\ x+2z-t,\ x+y+3z-3t) = x(1,1,1) + y(-1,0,1) + z(1,2,3) + t(1,-1,-3)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ B = \{(1,1,1),(0,1,2)\}$$

$\dim B = 2$

Para o núcleo, a solução é $(x, 2x+3z, z, x+2z)$, em que $B = \{(1,2,0,1), (0,3,1,2)\}$, em que $\dim = 2$

2.a $T^2(x,y,z,t) = (0,0,0,0)$ onde $T(x,y,z,t) = (z,t,0,0)$

$T(T(x,y,z,t)) = T((z,t,0,0)) = (0,0,0,0)$, como queríamos.

2.b $T^3(x,y,z,t,s) = (0,0,0,0,0)$ onde $T(x,y,z,t,s) = (0,x,y,0,t)$

$T(T(T(x,y,z,t,s))) = T(T(0,x,y,0,t)) = T(0,0,x,0,0) = (0,0,0,0,0)$, como queríamos.

3.a $T(x,y,z) = (2x+y-z,\ 3x-2y+4z)$

$[T]^{\beta}_{\beta'}$, onde $\beta = \{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$ e $\beta' = \{(1,3),(1,4)\}$

1) $T(1,1,1) = a_{11}\cdot(1,3) + a_{21}(1,4) = (2,5)$

2) $T(1,1,0) = a_{12}\cdot(1,3) + a_{22}(1,4) = (3,1)$

3) $T(1,0,0) = a_{13}\cdot(1,3) + a_{23}(1,4) = (2,3)$

1) $\begin{cases} a_{11} + a_{21} = 2 \\ 3a_{11} + 4a_{21} = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} a_{11} = 3 \\ a_{21} = -1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} a_{12} + a_{22} = 3 \\ 3a_{12} + 4a_{22} = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} a_{12} = 11 \\ a_{22} = -8 \end{cases}$ $\Rightarrow [T]^{\beta}_{\beta'} = \begin{bmatrix} 3 & 11 & 5 \\ -1 & -8 & -3 \end{bmatrix}$

3) $\begin{cases} a_{13} + a_{23} = 2 \\ 3a_{13} + 4a_{23} = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} a_{13} = 5 \\ a_{23} = -3 \end{cases}$

tilibra

3.b) $[T]_{\beta'}^{\beta}$, $\beta = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$, $\beta' = \{(0,1),(1,0)\}$

1. $T(1,0,0) = a_{11}(0,1) + a_{21}(1,0) = (2,3)$
2. $T(0,1,0) = a_{12}(0,1) + a_{22}(1,0) = (1,-2)$
3. $T(0,0,1) = a_{13}(0,1) + a_{23}(1,0) = (-1,4)$

1) $\begin{cases} a_{21} = 2 \\ a_{11} = 3 \end{cases}$

2) $\begin{cases} a_{22} = 1 \\ a_{12} = -2 \end{cases}$ $\Rightarrow [T]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

3) $\begin{cases} a_{23} = -1 \\ a_{13} = 4 \end{cases}$ $\hookrightarrow [T]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ Para $\beta' = \{(1,0),(0,1)\}$

4) $T(x,y,z) = (x+y, y+z)$, $\beta = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$ e $\beta' = \{(1,0),(1,1)\}$

1. $T(1,0,0) = a_{11}(1,0) + a_{21}(1,1) = (1,0)$
2. $T(0,1,0) = a_{12}(1,0) + a_{22}(1,1) = (1,1)$
3. $T(0,0,1) = a_{13}(1,0) + a_{23}(1,1) = (0,1)$

1) $\begin{cases} a_{11} + a_{21} = 1 \\ a_{21} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{11} = 1 \\ a_{21} = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} a_{12} + a_{22} = 1 \\ a_{22} = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} a_{12} = 0 \\ a_{22} = 1 \end{cases}$ $\Rightarrow [T]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

3) $\begin{cases} a_{13} + a_{23} = 0 \\ a_{23} = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} a_{13} = -1 \\ a_{23} = 1 \end{cases}$

5) $F(x,y) = (3x-4y, x+5y)$, $\beta = \{(1,2),(2,3)\}$ e $\beta' = \{(1,2),(2,3)\}$

1. $F(1,2) = a_{11}(1,2) + a_{12}(2,3) = (-5, 11)$
2. $F(2,3) = a_{12}(1,2) + a_{22}(2,3) = (-6, 17)$

1) $\begin{cases} a_{11} + 2a_{12} = -5 \\ 2a_{11} + 3a_{12} = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} a_{11} = 37 \\ a_{12} = -21 \end{cases}$ $\Rightarrow [T]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 37 & 52 \\ -21 & -29 \end{bmatrix}$

2) $\begin{cases} a_{12} + 2a_{22} = -6 \\ 2a_{12} + 3a_{22} = 17 \end{cases}$ $\begin{cases} a_{12} = 52 \\ a_{22} = -29 \end{cases}$

$Ax = \lambda X$

$P(\lambda) = \det(A - \lambda I_n)$, $\lambda \neq 0$

Lista 08 - Álgebra Linear - Vitor Modesto Lourenço, RA: 13XXXX

1.a) $T(x,y) = (y,x)$ em $\beta = \beta' = \{(1,0),(0,1)\}$

$[T]_\beta = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, logo, pelo polinômio característico

$P(\lambda) = 0 = \det\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) \Rightarrow \begin{bmatrix} -\lambda & 1 \\ 1 & -\lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 - 1 = 0 \Rightarrow \lambda = \pm 1$

~~Para $\lambda = 1 \Rightarrow$~~

Para $\lambda = 1 \Rightarrow \left\{ T(x,y) = (x,y) \right. \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ x = y \end{cases} \Rightarrow$ os vetores da forma (x,x) ou $x(1,1)$

Dessa forma, $\lambda = 1$ é autovalor e $(1,1)$ é autovetor

Para $\lambda = -1 \Rightarrow T(x,y) = -1(x,y) \Rightarrow \begin{cases} y = -x \\ x = -y \end{cases} \Rightarrow$ os vetores da forma $(x,-x)$ ou $x(1,-1)$

Dessa forma, $\lambda = -1$ é autovalor e $(1,-1)$ é autovetor

1.b) $T(x,y) = (x+y, x-y)$ em $\beta = \beta' = \{(1,0),(0,1)\}$

$[T]_\beta = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, logo:

$0 = \left|\left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)\right| \Rightarrow \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 1 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda = \pm\sqrt{2}$ $\rightarrow y = x(\sqrt{2}-1)$

Para $\lambda = \sqrt{2}$, $T(x,y) = \sqrt{2}(x,y)$ $\begin{cases} \sqrt{2}x = x+y \\ \sqrt{2}y = x-y \end{cases} \Rightarrow$ Os vetores da forma $x(1, \sqrt{2}-1)$

Ou seja, $\lambda = \sqrt{2}$ é autovalor e $(1, \sqrt{2}-1)$ é autovetor.

Para $\lambda = -\sqrt{2}$, $T(x,y) = -\sqrt{2}(x,y)$ $\begin{cases} -\sqrt{2}x = x+y \\ -\sqrt{2}y = x-y \end{cases} \Rightarrow$ Os vetores da forma $x(1, -\sqrt{2}-1)$

Ou seja, $\lambda = -\sqrt{2}$ é autovalor e $(1, -\sqrt{2}-1)$ é autovetor.

tilibra

1.c) $T(x,y) = (-3x+4y, -x+2y)$ em $\beta = \{(1,0),(0,1)\}$

$[T]_\beta = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, logo, pelo polinômio característico

$0 = \det\left(\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}\right) \Rightarrow \begin{vmatrix} -3-\lambda & 4 \\ -1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^2 + \lambda - 2 = 0 \to \lambda = -2,\ \lambda = 1$

Para o autovalor $\lambda = -2$ temos o autovetor: $T(x,y) = -2(x,y)$

$\begin{cases} -2x = -3x+4y \\ -2y = -x+2y \end{cases} \begin{cases} x = 4y \\ 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ as soluções são $(4y, y)$ ou $y(4,1)$ em que $(4,1)$ é autovetor

Para o autovalor $\lambda = 1$ temos o autovetor: $T(x,y) = (x,y)$

$\begin{cases} x = -3x+4y \\ y = -x+2y \end{cases} \begin{cases} x = y \\ 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ as soluções são (x,x) ou $x(1,1)$ em que $(1,1)$ é autovetor.

1.d) $T(x,y,z) = (x,y,0)$ em $\beta = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$

$[T]_\beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, logo, pelo polinômio característico

$0 = \det\left(\begin{bmatrix} 1&0&0 \\ 0&1&0 \\ 0&0&0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda&0&0 \\ 0&\lambda&0 \\ 0&0&\lambda \end{bmatrix}\right) \Rightarrow \begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (1-\lambda)(1-\lambda)(-\lambda) = 0$

, logo, $\lambda = 1$ ou $\lambda = 0$

Para $\lambda = 1$ como autovalor de multiplicidade 2, temos: $T(x,y,z) = (x,y$

$\begin{cases} x = x \\ y = y \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow$ Os vetores da forma $(x,y,0)$ ou $x(1,0,0) + y(0,1,0)$, ou seja, temos autovetores $(1,0,0)$ e $(0,1,0)$

Para $\lambda = 0$ como autovalor, temos: $T(x,y,z) = (0,0,0)$

$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$ Dessa forma, qualquer vetor na forma $(0,0,z)$ ou $z(0,0,1)$ satisfaz, logo, o autovetor é $(0,0,1)$

(1.e) $T(x,y,z) = (3x-3y-4z, 3y+5z, -z)$ em $\beta = \{(1,0,0),(0,1,0) \text{ e } (0,0,1)\}$

$[T]_\beta = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, logo, pelo polinômio característico

$\begin{vmatrix} 3-\lambda & -3 & -4 \\ 0 & 3-\lambda & 5 \\ 0 & 0 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (3-\lambda)^2(-1-\lambda) = 0$, logo $\lambda = 3$, $\lambda = -1$

Para $\lambda = 3$ sendo autovalor de multiplicidade 2, temos $T(x,y,z) = 3(x,y,z)$

$\begin{cases} 3x = 3x-3y-4z \\ 3y = 3y+5z \\ 3z = -z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0=0 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$ Os vetores soluções são $(x,0,0)$ ou $x(1,0,0)$, logo, o autovetor é $(1,0,0)$

Para $\lambda = -1$ sendo autovalor, temos: $T(x,y,z) = -(x,y,z)$

$\begin{cases} -x = 3x-3y-4z \\ -y = 3y+5z \\ -z = -z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{z}{16} \\ y = \frac{-5z}{4} \\ 0=0 \end{cases}$ Logo, os vetores soluções são da forma $(\frac{1}{16}z, \frac{-5}{4}z, z)$ ou $z(\frac{1}{16}, -\frac{5}{4}, 1)$. O autovetor é $(\frac{1}{16}, -\frac{5}{4}, 1)$

(1.f) $T(x,y) = (-y,x)$ em $\beta = \{(1,0),(0,1)\}$

$[T]_\beta = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, logo, pelo polinômio característico

$\begin{vmatrix} -\lambda & -1 \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^2 + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = \pm i$

Para $\lambda = i$ sendo autovalor, temos: $T(x,y) = i(x,y)$

$\begin{cases} ix = -y \\ iy = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = iy \\ 0=0 \end{cases}$ Logo, toda resposta é da forma (iy, y) ou $y(i,1)$, logo, $(i,1)$ é autovetor.

Para $\lambda = -i$ sendo autovalor, temos $T(x,y) = -i(x,y)$

$\begin{cases} -ix = -y \\ -iy = x \end{cases} \begin{cases} y = ix \\ 0=0 \end{cases}$ Logo toda resposta é da forma (x, ix) ou $x(1,i)$, logo, $(1,i)$ é autovetor