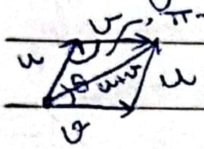
1- (a) F → C.E. seja $B = C$, logo, $\overline{AC} \cap \overline{BD} = C$

(b) F → C.E. Seja $\|v\| = \|-v\|$, temos que $v \neq -v$

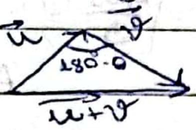
(c) V , (d) F → C.E. Seja $A = B = C = D$, há infinitos planos

2- Não, $\|u+v\| = \|u\| + \|v\| \Leftrightarrow u \parallel v$ e com mesmo sentido. Para $v = -u$, por exemplo, a igualdade não é válida. Para o segundo caso, a C.E. de $v = u$ demonstra que é falso.

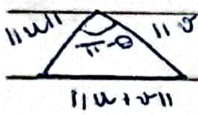
3) Seja $v$ e $u$ dois vetores de mesma origem e angulados em $\theta$:




→ temos o seguinte triângulo




, os seus lados serão:




→ Pelas condições de existência do triângulo, $\|u+v\| < \|u\| + \|v\|$

Entretanto, como há a possibilidade de $\theta = 0°$ ou $\theta = 180°$, pela lei dos cossenos, temos que a igualdade entre eles também é válida, logo, $\|u+v\| \leq \|u\| + \|v\|$

4) Como $-\vec{BA} = \vec{AB}$, $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$, válido pela definição de soma.

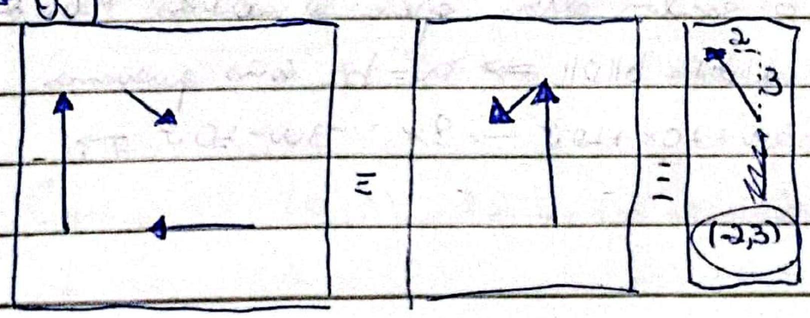
5) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC} = \vec{AC} \Longrightarrow A = B$, pela definição de igualdade

6) ? Cadê a figura? ⟶ Está abaixo

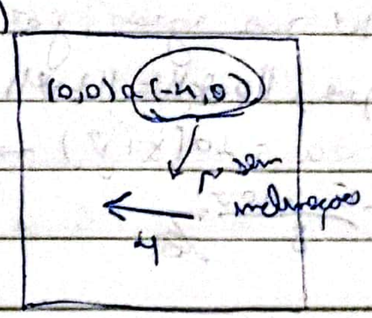
7) a) $\vec{AG} = u + v + w$, $\vec{EC} = u + v - w$, $\vec{HB} = u - w - v$, $\vec{DF} = w + u - v$

b) $u = \vec{AG}$ ou [illegible] $\vec{u} = u + w + v$, $\vec{v} = 3u + 2v - w$, no livro é HD

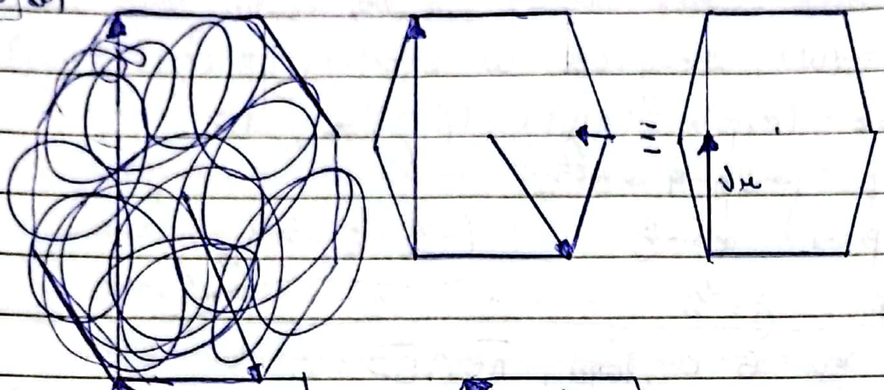
a)



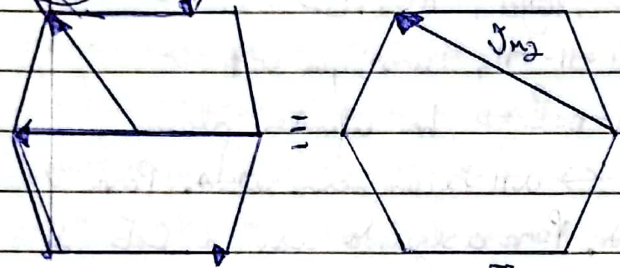

b)



8 a) $\|v_R\| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



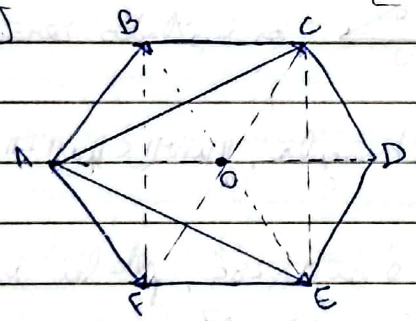

b) $\|v_{R2}\| = 2 \cdot \|v_R\| = a\sqrt{3}$




9) Dado $\vec{u}$, um vetor qualquer, $\frac{\vec{u}}{\|u\|}$ é um vetor unitário, paralelo a u e com o mesmo sentido de u, logo, $v = \frac{7\vec{u}}{\|u\|}$

10) Versor de u $= \frac{u}{\|u\|} = \boxed{\frac{4u}{3}}$

11)




AB + AF = AO

AD = 2AO

$AC + AE = 2 \cdot \frac{3AO}{2} = 3AO$

Logo:

$AB + AC + AD + AE + AF = \boxed{6AO}$

12) Para $\vec{u} = \vec{v}$, seus sentidos e direções também são iguais, tais informações não se alteram em produto de escalares. Além disso, $\|u\| = \|v\|$. Para au e av, como seus sentidos e direções são iguais, precisamos verificar seu módulo, $\|au\| = a\|u\| = \|av\| = a\|v\|$, logo $au = av \Rightarrow u = v$

13) Se $av = bv$, para a e b escalares, sabemos que a direção e sentido de av e bv são iguais, já que o escalar altera apenas o módulo. Além disso, sabemos que: $\|av\| = \|bv\| \Leftrightarrow a\|v\| = b\|v\| \Rightarrow a = b$, como queríamos

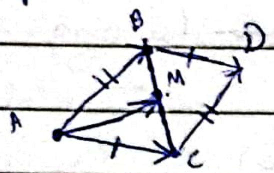
14) $2x - 3u = 10(x + v) \rightarrow 2x - 3u = 10x + 10v \rightarrow 8x = -3u - 10v \rightarrow$

$x = \frac{-3u - 10v}{8}$

15) $\frac{\|u\|}{\|v\|} = \frac{\|\lambda v\|}{\|v\|} = \frac{|\lambda|\|v\|}{\|v\|} = |\lambda|$, para $\lambda$ um escalar

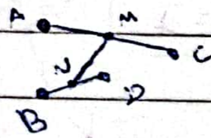
16) Para uma reta $\overline{AB}$, com $X \in \overline{AB}$, então $\overline{AX}$ pode sempre ser ampliado por um fator $\lambda$, mantendo a mesma direção e sentido de $\overline{AB}$, mas "esticando" até $\overline{AB}$, o mesmo se aplica ao contrário com o inverso do fator multiplicando o outro lado. Agora, se $X \notin \overline{AB}$, então $\overline{AX}$ terá inclinação diferente de $\overline{AB}$, não podendo ser corrigido por $\lambda$.

17)



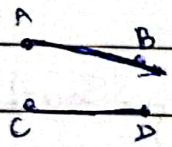

Para a figura, percebemos que $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$ e, para semelhança de triângulos $\|DM\| = \|AM\|$, logo $AD = 2AM$, então, $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$

18)




Pela questão 17, sabemos que: $\vec{AB} + \vec{AD} = 2\vec{AN}$ e $\vec{CB} + \vec{CD} = 2CN$. Logo, $x = 2AN + 2CN$, manipulando: e sabendo que $XY = -YX$, temos que $x = -2(NA + NC)$, pelo mesmo teorema da 17, $x = -2 \cdot (2NM) = -4NM = 4MN$, que é paralelo a $MN$, obviamente.

19)




Sabemos que a multiplicação por escalar altera apenas o modulo do vetor e o sentido, logo $\nexists a,b$ $\|a\vec{AB}\| = \|b\vec{CD}\|$, entretanto, embora consigamos alterar os módulos, a ~~sentido~~ direção nunca mudará. Logo, a única solução é para $a = b = 0$, porque teremos vetores nulos (sempre paralelos)