Matemática Discreta II
Prof^o Pablo Henrique Perondi

LISTA DE EXERCÍCIOS 1

1) Para cada afirmação abaixo, verifique se ela é verdadeira ou falsa. Apresente um contraexemplo para as falsas e justifique/mostre as verdadeiras.

a) Se $a|b$, então $(a+c)|(b+c)$.

b) Se $a|b$, então $ac|bc$.

c) Se $a|b$, então $-a|-b$.

d) Se $a|bc$, então $a|b$ ou $a|c$.

e) Se $a|bc$ com a primo, então $a|b$ ou $a|c$.

f) Se $a|(b+c)$, então $a|b$ ou $a|c$.

g) A cada 4 números consecutivos, um é múltiplo de 5.

h) A cada n números consecutivos, um é múltiplo de n.

i) Se existem inteiros s_1 e s_2 tais que $d = s_1a + s_2b$, então $MDC(a,b) = d$.

j) Se existem inteiros s_1 e s_2 tais que $1 = s_1a + s_2b$, então $MDC(a,b) = 1$.

k) Para todo inteiro k, os números $4k+3$ e $5k+4$ são primos entre si.

2) Encontre o quociente e o resto da divisão de:

a) 187 por 6.

b) -187 por -6.

c) 350 por 13.

d) 350 por -13.

e) -223 por 10.

3) Mostre que as afirmações abaixo são verdadeiras.

a) Se r é o resto da divisão de b por a, então o resto da divisão de bc por ac é rc para todo inteiro positivo c.

b) A soma dos quadrados de dois inteiros ímpares não pode ser um quadrado perfeito.

c) Seja d um divisor positivo de dois números a e b. Então $MDC(a,b) = d$ se, e somente se, $MDC(a/d, b/d) = 1$.

d) Se $a|b$ e $MDC(b,c) = 1$, então $MDC(a,c) = 1$.

4) Use o Algoritmo de Euclides para determinar os máximos divisores comuns abaixo.

a) $MDC(155, 810)$.

b) $MDC(1806, 594)$.

c) $MDC(-742, 1064)$.

5) Use a propriedade $MDC(a, b, c) = MDC(MDC(a, b), c)$ e o Exercício 4 para determinar os máximos divisores comuns abaixo.

a) $MDC(155, 810, 140)$.

b) $MDC(1806, 594, 133)$.

c) $MDC(77, -742, 1064)$.

6) Utilize o Exercício 4 para determinar inteiros s_1 e s_2 tais que:

a) $MDC(155, 810) = 155s_1 + 810s_2$.

b) $MDC(1806, 594) = 1806s_1 + 594s_2$.

c) $MDC(-742, 1064) = -742s_1 + 1064s_2$.

7) Utilize o Exercício 4 para calcular os mínimos múltiplos comuns abaixo.

a) $MMC(155, 810)$. **b)** $MMC(1806, 594)$. **c)** $MMC(-742, 1064)$.

8) Seja n um inteiro arbitrário diferente de 0 e -1 e c um inteiro não nulo. Determine:

a) $MMC(n, n+1)$. **b)** $MMC(2n-1, 2n+1)$. **c)** $MMC(cn, cn+c)$.

9) Determine quantos números primos dividem 15!.

10) Fatore cada número abaixo no produto de números primos.

a) 150. **b)** 48. **c)** 144. **d)** 360. **e)** 252.

11) Para cada número b do Exercício 10, determine quantos divisores (positivos e negativos) b possui.

12) Para cada número b do Exercício 10, determine todos os divisores positivos de b.

13) Use as fatorações do Exercícios 10 para determinar os valores abaixo.

a) $MDC(150, 48)$ e $MMC(150, 48)$.

b) $MDC(144, 360)$ e $MMC(144, 360)$.

c) $MDC(252, 48)$ e $MMC(252, 48)$.