Mril de 2025

6872 Fundamentos de Eletrônica Aula 4: Capacitor e Indutor

Elvio J. Leonardo

Bacharelado em Ciência da Computação Departamento de Informática Universidade Estadual de Maringá

v. 2020

Roteiro

- Capacitor
- ► Indutor
- ► Capacitor e Indutor em Corrente Contínua
- ► Capacitor e Indutor em Corrente Alternada
- ► Transformador

Capacitor

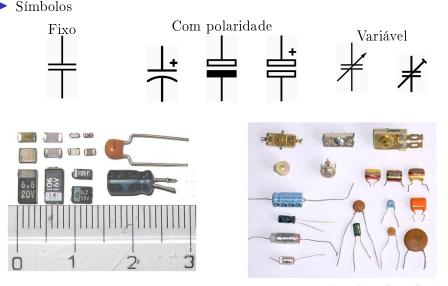
- Componente com 2 terminais que armazena energia em um campo elétrico
- Consiste de duas placas condutoras separadas por dielétrico
 - Placas de filme ou disco metálico (alumínio)
 - Dielétrico (isolante) de vidro, cerâmica, ar, papel, mica, etc.
- ► Não dissipa energia (como os resistores)
 - ► Energia é armazenada em campo elétrico
- Unidade de Capacitância: Farad [F], pelo cientista inglês Michael Faraday
- Valor da capacitância e tolerância
 - ► Indicado no corpo do componente, com números impressos ou faixas de cores



Michael Faraday, (born September 22, 1791, Newington, Surrey, England-died August 25, 1867, Hampton Court, Surrey), English physicist and chemist whose many experiments contributed greatly to the understanding of electromagnetism.

Capacitor

Símbolos

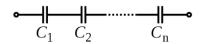


Capacitor

ightharpoonup Relação tensão v(t) e corrente i(t) em um capacitor

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \qquad e \qquad v(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + v(t_0)$$

- Em regime, a corrente no capacitor é nula se a tensão for constante
- A tensão no capacitor é o acumulado da corrente com o tempo
- Associação de capacitores

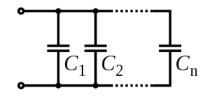


Associação série:

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

► Associação paralelo:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



Indutor

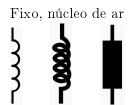
- Componente com 2 terminais que armazena energia em um campo magnético
- ► Consiste de um condutor (fio) enrolado em forma de espiras
- Não dissipa energia (como os resistores)
 - ► Energia é armazenada em campo magnético
- Unidade de Indutância: Henry [H], pelo cientista americano Joseph Henry
- Valor da indutância
 - ► Indicado no corpo do componente, com números impressos ou faixas de cores

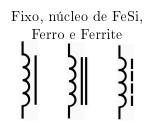


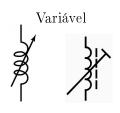
Joseph Henry (born December 17, 1797, Albany, New York, U.S.—died May 13, 1878, Washington, D.C.), one of the first great American scientists after Benjamin Franklin. He aided and discovered several important principles of electricity, including selfinduction, a phenomenon of primary importance in electronic circuitry.

Indutor

► Símbolos











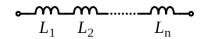


Indutor

ightharpoonup Relação tensão v(t) e corrente i(t) em um indutor

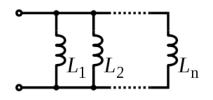
$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$
 e $i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau + i(t_0)$

- Em regime, a tensão no indutor é nula se a corrente for constante
- A corrente no indutor é o acumulado da tensão com o tempo
- ► Associação de indutores



- Associação série: $L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$
- Associação paralelo:

$$\boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}}$$



Análise em Corrente Contínua

- ► Carga do Capacitor
- No circuito ao lado, a chave é fechada em t = 0 sendo que a tensão no capacitor neste instante é $v_C(0) = 0$

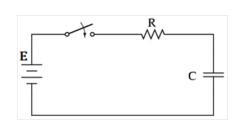
$$E = v_R(t) + v_C(t)$$

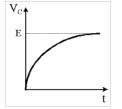
$$E = Ri(t) + v_C(t)$$

$$E = RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)$$

$$v_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$







Análise em Corrente Contínua

- ► Descarga do Capacitor
- No circuito ao lado, a chave muda para a posição b em t=0 sendo que a tensão no capacitor neste instante é $v_C(0)=E$

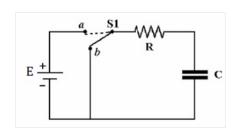
$$0 = v_R(t) + v_C(t)$$

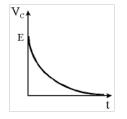
$$0 = Ri(t) + v_C(t)$$

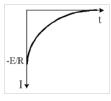
$$0 = RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)$$

$$v_C(t) = v_C(0)e^{-\frac{t}{RC}} = Ee^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = -\frac{v_C(0)}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$



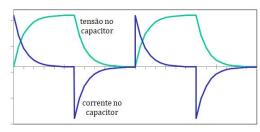


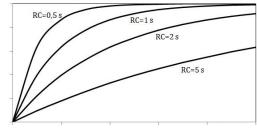


Carga e Descarga do Capacitor

- ► Mudando a chave rapidamente
 - Carga e descarga se alternam

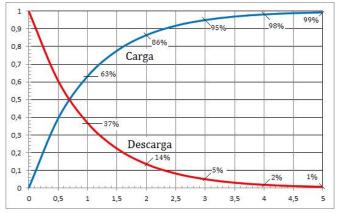
- ightharpoonup Alterando R e C
 - Tempo de carga e descarga mudam





Carga e Descarga do Capacitor

- ightharpoonup Constante de tempo: $\tau = RC$
 - Determina os tempos de carga e descarga do capacitor
 - ightharpoonup Para efeitos práticos, carga (ou descarga) completa em 5τ
 - ► Unidade: segundo [s]



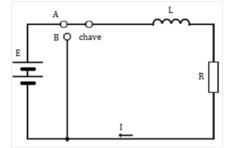
Carga e Descarga do Indutor

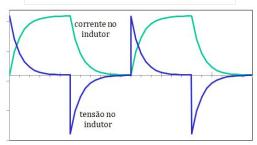
Carga do indutor

$$E = v_R(t) + v_L(t)$$
$$i(t) = \frac{E}{L}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$
$$v_L(t) = Ee^{-\frac{R}{L}t}$$

► Descarga do indutor

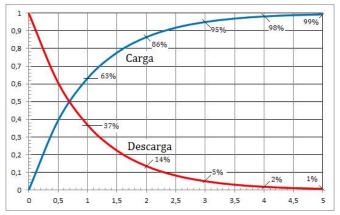
$$0 = v_R(t) + v_L(t)$$
$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$
$$v_L(t) = -Ee^{-\frac{R}{L}t}$$





Carga e Descarga do Indutor

- ▶ Constante de tempo: $\tau = \frac{L}{R}$
 - ▶ Determina os tempos de carga e descarga do indutor
 - ightharpoonup Para efeitos práticos, carga (ou descarga) completa em 5 au
 - ► Unidade: segundo [s]



- ► Resistor em Circuito CA
 - Fonte senoidal com frequência f e frequência angular $\omega=2\pi f$
- ► Fonte de tensão:

$$v(t) = E\sin(\omega t)$$

► Tensão no resistor:

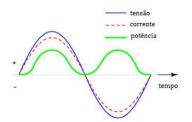
$$v_R(t) = v(t) = E\sin(\omega t)$$

Corrente no resistor:

$$i(t) = \frac{E}{R}\sin(\omega t)$$

- Corrente e tensão em fase
 - ► Potência sempre positiva





- Capacitor em Circuito CA
 - ► Fonte de tensão:

$$v(t) = E\sin(\omega t)$$

► Tensão no capacitor:

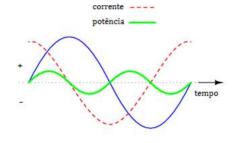
$$v_C(t) = v(t) = E\sin(\omega t)$$

Corrente no capacitor:

$$i(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$$
$$= E\omega C \cos(\omega t)$$
$$= E\omega C \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

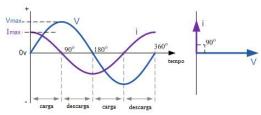


tensão



- Corrente adiantada em relação à tensão em 90°
 - ▶ Potência positiva (carga) e negativa (descarga)

- Capacitor em Circuito CA
 - Representação vetorial



Corrente no resistor:

$$i(t) = \frac{E}{R}\sin(\omega t)$$

Corrente no capacitor:

$$i(t) = E\omega C \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

- \blacktriangleright Portanto, $\frac{1}{\omega C}$ é equivalente à R
 - ▶ <u>Reatância capacitiva</u>: equivalente à resistência, porém para circuitos capacitivos em corrente alternada

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

► Reatância capacitiva varia inversamente com a frequência



- ► Indutor em Circuito CA
 - ► Fonte de tensão:

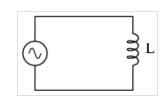
$$v(t) = E\sin(\omega t)$$

► Tensão no indutor:

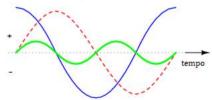
$$v_L(t) = v(t) = E\sin(\omega t)$$

► Corrente no indutor:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int v_L(t)dt$$
$$= -\frac{E}{\omega L} \cos(\omega t)$$
$$= \frac{E}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



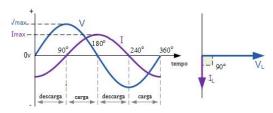




- ► Corrente atrasada em relação à tensão em 90°
 - Potência positiva (carga) e negativa (descarga)



- ► Indutor em Circuito CA
 - Representação vetorial



Corrente no resistor:

$$i(t) = \frac{E}{R}\sin(\omega t)$$

Corrente no capacitor:

$$i(t) = \frac{E}{\omega L} \omega C \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

- Portanto, ωL é equivalente à R
 - ▶ <u>Reatância indutiva</u>: equivalente à resistência, porém para circuitos indutivos em corrente alternada

$$X_L = \omega L$$

Reatância indutiva varia diretamente com a frequência



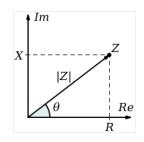
- ightharpoonup Impedância Elétrica (Z)
 - ▶ É a oposição que o circuito faz à passagem da corrente elétrica
 - Estende o conceito de resistência elétrica à circuitos em corrente alternada
 - Possui magnitude (módulo) e fase (argumento)
 - ightharpoonup É representada como um número complexo: Z = R + jX
 - ► A parte real é a resistência R
 - A parte imaginária é a reatância XReatância indutiva, quando a parte imaginária é positiva (X>0)Reatância capacitiva, quando a parte imaginária é negativa (X<0)Impedância apenas resistiva, quando a parte imaginária é nula (X=0)

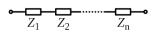
- ightharpoonup Impedância Elétrica (Z)
 - ▶ Representação cartesiana: Z = R + jX
 - onde R = Re(Z) é a parte real, e X = Im(Z) é a parte imaginária de Z
 - ▶ Representação polar: $Z = |Z|e^{j\theta}$
 - onde |Z| é o módulo (valor absoluto), e $\theta = \arg(Z)$ é argumento de Z
 - Associação série:

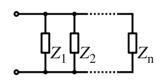
$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$$

Associação paralelo:

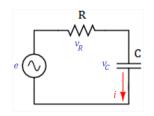
$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}$$

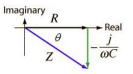




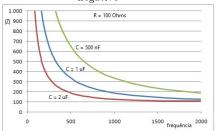


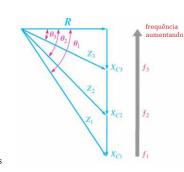
- ► Circuito R-C Série
 - Fonte de tensão: $e(t) = E \sin(\omega t) = E \sin(2\pi f t) \text{ V}$
 - ▶ Impedância: associação de 2 impedâncias
 - Resistor: $Z_1 = R$
 - Capacitor: $Z_2 = -j\frac{1}{\omega C}$
 - ► Impedância equivalente:
 - $Z = Z_1 + Z_2 = R j\frac{1}{\omega C}$
 - Módulo da impedância: $|Z| = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2} = \sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$
 - Argumento da impedância: $\arg(Z) = \arctan\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) = \arctan\left(-\frac{1}{\omega CR}\right)$

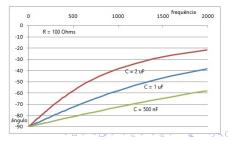




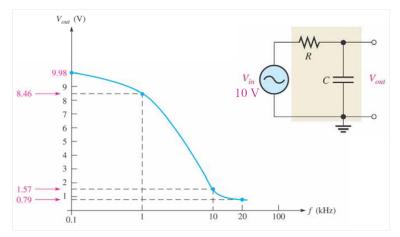
- Circuito R-C Série: Resposta com a frequência
 - Se a frequência aumenta, a reatância capacitiva diminui
 - A frequência não altera o valor da resistência
 - Portanto, para $f_1 < f_2 < f_3$
 - O módulo da impedância equivalente diminui: $|Z_1| > |Z_2| > |Z_3|$
 - O argumento da impedância fica menos negativo



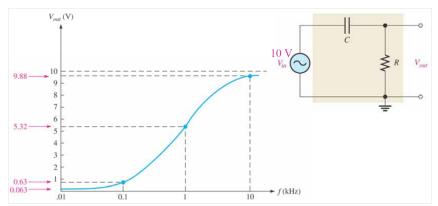




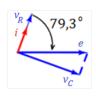
- ► Circuito *R-C* Série: Resposta com a frequência
 - ► Filtro Passa-Baixa



- ► Circuito R-C Série: Resposta com a frequência
 - ► Filtro Passa-Alta



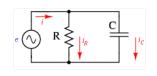
ightharpoonup Circuito R-C Série: Exemplo



- Para $E = 10\sqrt{2}$ V, f = 60 Hz, R = 5 Ω, e C = 100 μF
 - $e(t) = 10\sqrt{2}\sin(120\pi t) = 10\angle 0^{\circ} \text{ V}$
 - $|X_C| = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 60 \times 100\mu} = 26.5 \ \Omega, \ X_C = 26.5 \angle -90^{\circ} \ \Omega$
 - $Z = 5 j26,5 = 27,0 \angle 79,3^{\circ} \Omega$
 - $i = \frac{e}{Z} = 10 \angle 0^o \div 27,0 \angle -79,3^o = 0,370 \angle 79,3^o$ A
 - $v_R = Ri = 5\angle 0^o \times 0.370\angle 79.3^o = 1.85\angle 79.3^o \text{ V}$
 - $v_C = X_C i = 26.5 \angle -90^\circ \times 0.370 \angle 79.3^\circ = 9.83 \angle -10.7^\circ \text{ V}$
 - ► $e = v_R + v_C = 1.85 \angle 79.3^\circ + 9.83 \angle -10.7^\circ = 0.343 + j1.82 + 9.66 j1.82 = 10 + j0 = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$



- ► Circuito R-C Paralelo
 - Fonte de tensão: $e(t) = E \sin(\omega t) = E \sin(2\pi f t) \text{ V}$
 - ▶ Impedância: associação de 2 impedâncias
 - Resistor: $Z_1 = R$
 - Capacitor: $Z_2 = -j\frac{1}{\omega C}$
 - Impedância equivalente: $Z = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)^{-1} = |Z|e^{-j\theta}$
 - Módulo da impedância: $|Z| = \left(\sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}\right)^{-1} = \left(\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}\right)^{-1}$
 - Argumento da impedância: $\arg(Z) = \arctan\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) = \arctan\left(-\frac{1}{\omega CR}\right)$





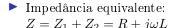
ightharpoonup Circuito R-C Paralelo: Exemplo

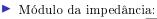


- Para $E = 10\sqrt{2}$ V, f = 60 Hz, R = 5 Ω, e C = 100 μF
 - $e(t) = 10\sqrt{2}\sin(120\pi t) = 10\angle 0^{\circ} \text{ V}$
 - $|X_C| = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 60 \times 100\mu} = 26.5 \ \Omega, \ X_C = 26.5 \angle -90^{\circ} \ \Omega$
 - $Z = \left(\frac{1}{5} + j\frac{1}{26,5}\right)^{-1} = 4.83 j0.910 = 4.91 \angle -10.7^{\circ} \Omega$
 - ▶ $i = \frac{e}{Z} = 10 \angle 0^o \div 4.91 \angle -10.7^o = 2.04 \angle 10.7^o = 2 + j0.377$ A
 - $I_R = \frac{e}{R} = 10\angle 0^o \div 5\angle 0^o = 2\angle 0^o = 2 + j0 \text{ A}$
 - $i_C = \frac{e}{X_C} = 10\angle 0^o \div 26,5\angle 90^o = 0,377\angle 90^o = j0,377 \text{ A}$
 - $i = i_R + i_C = 2\angle 0^o + 0.377\angle 90^o = 2 + j0.377 = 2.04\angle 10.7^o$ A



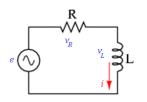
- Circuito R-L Série
 - Fonte de tensão: $e(t) = E \sin(\omega t) = E \sin(2\pi f t) \text{ V}$
 - ▶ Impedância: associação de 2 impedâncias
 - Resistor: $Z_1 = R$
 - Indutor: $Z_2 = j\omega L$

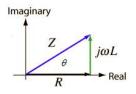




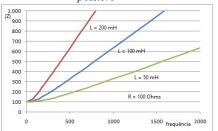
$$|Z| = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

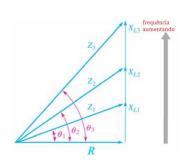
Argumento da impedância: $\arg(Z) = \arctan\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$

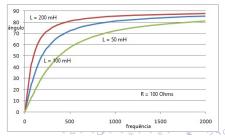




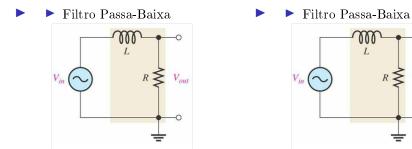
- Circuito R-L Série: Resposta com a frequência
 - Se a frequência aumenta, a reatância indutiva aumenta
 - A frequência não altera o valor da resistência
 - Portanto, para $f_1 < f_2 < f_3$
 - O módulo da impedância equivalente aumenta: $|Z_1| < |Z_2| < |Z_3|$
 - O argumento da impedância fica mais positivo



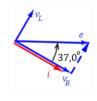




➤ Circuito R-L Série: Resposta com a frequência



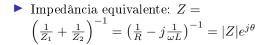
ightharpoonup Circuito R-L Série: Exemplo

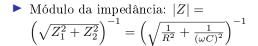


- ▶ Para $E = 10\sqrt{2}$ V, f = 60 Hz, R = 5 Ω , e L = 10 mH
 - $e(t) = 10\sqrt{2}\sin(120\pi t) = 10\angle 0^{\circ} \text{ V}$
 - $|X_L| = 2\pi f L = 2\pi \times 60 \times 10 \text{m} = 3{,}77 \ \Omega, \ X_L = 3{,}77 \angle 90^{\circ} \ \Omega$
 - $Z = 5 + j3,77 = 6,26 \angle 37,0^{\circ} \Omega$
 - ▶ $i = \frac{e}{Z} = 10 \angle 0^o \div 6,26 \angle 37,0^o = 1,60 \angle -37,0^o$ A
 - $v_R = Ri = 5\angle 0^o \times 1,60\angle -37,0^o = 7,98\angle -37,0^o \text{ V}$
 - $v_L = X_L i = 3,77 \angle 90^o \times 1,60 \angle -37,0^o = 6,02 \angle 53,0^o \text{ V}$
 - ► $e = v_R + v_C = 7.98 \angle -37.0^o + 6.02 \angle 53.0^o = 6.38 j4.81 + 3.62 + j4.81 = 10 + j0 = 10 \angle 0^o \text{ V}$

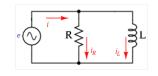


- ► Circuito *R-L* Paralelo
 - Fonte de tensão: $e(t) = E \sin(\omega t) = E \sin(2\pi f t) \text{ V}$
 - ▶ Impedância: associação de 2 impedâncias
 - Resistor: $Z_1 = R$
 - Capacitor: $Z_2 = j\omega L$

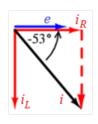




Argumento da impedância: $\arg(Z) = \arctan\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$



ightharpoonup Circuito R-L Paralelo: Exemplo

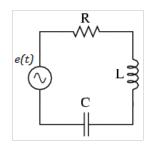


- ▶ Para $E = 10\sqrt{2}$ V, f = 60 Hz, R = 5 Ω , e L = 10 mH
 - $e(t) = 10\sqrt{2}\sin(120\pi t) = 10\angle 0^{\circ} \text{ V}$
 - $|X_L| = 2\pi f L = 2\pi \times 60 \times 10 \text{m} = 3{,}77 \ \Omega, \ X_L = 3{,}77 \angle 90^{\circ} \ \Omega$
 - $Z = \left(\frac{1}{5} j\frac{1}{3,77}\right)^{-1} = 1.81 + j2.40 = 3.01 \angle 53.0^{\circ} \Omega$
 - $i = \frac{e}{Z} = 10 \angle 0^{\circ} \div 3,01 \angle 53,0^{\circ} = 3,32 \angle -53,0^{\circ} = 2 j2,65 \text{ A}$
 - $i_R = \frac{e}{R} = 10\angle 0^o \div 5\angle 0^o = 2\angle 0^o = 2 + j0 \text{ A}$
 - $i_L = \frac{e}{X_L} = 10\angle 0^o \div 3,77\angle 90^o = 2,65\angle -90^o = -j2,65 \text{ A}$
 - $i = i_R + i_L = 2\angle 0^o + 2{,}65\angle 90^o = 2 j2{,}65 = 3{,}32\angle 53{,}0^o$ A



- Circuito R-L-C Série
 - Fonte de tensão: $e(t) = E \sin(\omega t) = E \sin(2\pi f t) \text{ V}$
 - ▶ Impedância: associação de 3 impedâncias
 - Resistor: $Z_1 = R$
 - Indutor: $Z_2 = j\omega L$
 - Capacitor: $Z_3 = -j\frac{1}{\omega C}$
 - ► Impedância equivalente:

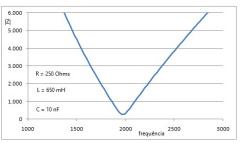
$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

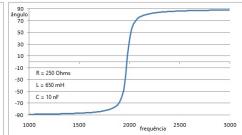


- ightharpoonup Circuito R-L-C Série: Exemplo
 - Para $R = 250 \Omega$, L = 650 mH, e C = 10 nF

$$ightharpoonup Z = R + jX = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \Omega$$

- Para f = 1000 Hz, Z = 250 + j (4084 15915) = 250 j11831 Ω
- Para $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 1974.1 \text{ Hz}, Z = 250 + j (8062 8062) = 250 + j0 \Omega$
- ▶ Para $f = 3000 \text{ Hz}, Z = 250 + j (12252 5305) = 250 + j6947 \Omega$





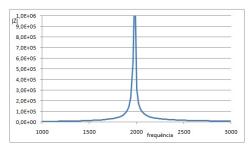
- ightharpoonup Circuito L-C Paralelo: Exemplo
 - Para L = 650 mH, e C = 10 nF

$$ightharpoonup Z = \left[0 + j\left(\frac{-1}{\omega L} + \omega C\right)\right]^{-1} \Omega$$

Para
$$f = 1000 \text{ Hz}, Z = \left[0 + j\left(-\frac{1}{4084} + \frac{1}{15915}\right)\right]^{-1} = -j5494 \Omega$$

► Para
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 1974.1 \text{ Hz}, Z = \left[0 + j\left(-\frac{1}{8062} + \frac{1}{8062}\right)\right]^{-1} = \infty \Omega$$

▶ Para
$$f = 3000$$
 Hz, $Z = \left[0 + j\left(-\frac{1}{12252} + \frac{1}{5305}\right)\right]^{-1} = j9357$ Ω



Transformador

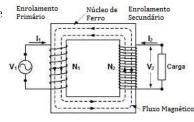
- Dispositivo que transfere energia elétrica entre 2 ou mais circuitos através de indução eletromagnética
- ➤ Composto de 2 ou mais indutores (denominados **enrolamentos**) acoplados magneticamente
 - A corrente por cada um dos enrolamentos altera o campo magnético resultante, influenciando a corrente induzida nos outros enrolamentos
 - Oferece também isolamento elétrico entre os circuitos uma vez que o acoplamento é apenas do campo magnético
- ➤ São usados para *transformar* tensão e corrente alternadas, isto é, alterar valores de tensão e corrente, mas mantendo a mesma potência
- ▶ Supondo transformador com 2 enrolamentos, denominados "1" e "2"

$$P_1 = P_2, \qquad V_1 \times I_1 = V_2 \times I_2$$



Transformador

- Na maioria dos casos tem 2 enrolamentos, denominados **primário** e **secundário**
 - <u>Primário</u>: enrolamento conectado à fonte de energia (onde o transformador recebe energia)
 - <u>Secundário</u>: enrolamento conectado à carga (onde o transformador fornece energia)



Símbolos







Com indicação de sentido de enrolamento

Transformador

- Relação de transformação é dada pela relação entre os números de espiras de cada enrolamento
 - ► Tensão e corrente:

$$\boxed{\frac{V_P}{V_S} = \frac{N_P}{N_S}} \text{ e} \boxed{\frac{I_P}{I_S} = \frac{N_S}{N_P}}$$

Potência no primário e secundário devem ser iguais: $V_P I_P = V_S I_S$



