
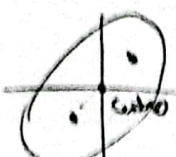
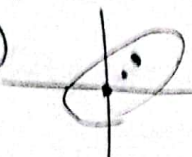
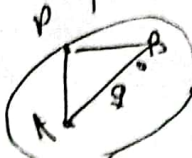


Lista 9 Torrey !!! Centro = $\frac{F_1 F_2}{2}$ Ponto médio de segmento $F_1 F_2$

(1) (a)  Centro $d(F_1, F_2) = 4 = 2c \Rightarrow c = 2 \therefore$ Como $a^2 = b^2 + c^2$ temos.
 $16 = 4 + b^2 \therefore b = 2\sqrt{3}$, logo, ~~como~~ como
 Sabemos que o centro dele é em $(-3, 4)$, temos que
 $C = \left(\frac{-3+3}{2}, \frac{2+6}{2}\right) = (-3, 4)$
 a equação é: $\frac{(x+3)^2}{16} + \frac{(y-4)^2}{12} = 1$

(b)  Da definição de Elipse temos: $d(F_1, P) + d(F_2, P) = 2a$,
 logo, seja $P = (x, y)$, $\sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = 6$
 $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 36 + (x-1)^2 + (y-1)^2 - 12\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} \therefore$
 $4x + 4y - 36 = -12\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} \Rightarrow x^2 + y^2 + 8x + 8y - 18x - 18y = 9(x-1)^2 + 9(y-1)^2$
 $\Rightarrow 8x^2 + 8y^2 - 2xy - 63 = 0$

(c)  Da definição: $d(F_1, P) + d(F_2, P) = 2a$ Para $P = (x, y)$ temos
 $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{x^2 + y^2} = 6 \therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = x^2 + y^2 + 36 - 12\sqrt{x^2 + y^2}$
 $\therefore 17 + x + y - 6\sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow 289 + x^2 + y^2 + 34x + 34y + 2xy = 36x^2 + 36y^2 \Rightarrow$
 $35x^2 + 35y^2 - 2xy - 34x - 34y - 289 = 0$

(2) Sejam $A = (A_x, A_y)$ e $B = (B_x, B_y)$ pontos quaisquer no espaço, com $\overline{AB} = q$. Seja também um ponto $P = (x, y)$ tal que ABP seja (ou não) um triângulo de perímetro p e base AB . Logo, sabemos que: $\overline{AB} + \overline{AP} + \overline{BP} = p$, então: $\overline{AP} + \overline{BP} = p - q$, para $p > q$. Dessa forma, como p é variável, temos a equação de um elipse de focos A e B , com $a = \frac{p-q}{2}$ e $c = \frac{q}{2}$, logo, $b = \frac{\sqrt{p^2 - 2pq}}{2}$.  Pela fórmula de área do triângulo sabemos q
 $\Delta \rightarrow A = \frac{b \cdot h}{2}$
 A maior área acontecerá quando P tiver distância b (maioro possível) de \overline{AB} , o que significa pela definição de elipse que $AP = BP$, sendo o triângulo isósceles.
 OBS: A maior área possível é $A = \frac{q\sqrt{p^2 - 2pq}}{4}$ \rightarrow Muito fácil

(3) (a) $4x^2 + 169y^2 = 676 \Leftrightarrow \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{4} = 1 \therefore 169 = 4 + c^2 \therefore c = \sqrt{165}$
 $2c = \text{distância foca} = 2\sqrt{165}$ e $F_1 = (\sqrt{165}, 0)$, $F_2 = (-\sqrt{165}, 0)$
 $a = 13$, $b = 2$, $2a = \text{eixo maior} = 26$, $2b = \text{eixo menor} = 4$.

(b) $x^2 + \frac{2y^2}{3} = 8 \Leftrightarrow \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{12} = 1 \therefore \text{focos no eixo } y$. $a = \sqrt{12} \Rightarrow 2a = 2\sqrt{12}$.
 $b = \sqrt{8} \Rightarrow 2b = 2\sqrt{8}$. $c = 2 \Rightarrow 2c = 4$

(c) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = -2y^2 \therefore \text{apenas } x=y=0 \text{ satisfaz, não é elipse.}$

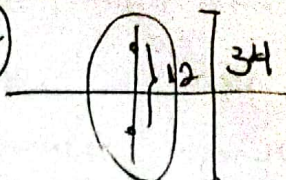
(d) $x^2 - 4y^2 = 1 \rightarrow E' \text{ uma hipérbole}$

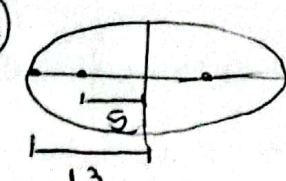
(e) $4x^2 + 9y^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{Impossível porque } 4x^2 \geq 0 \text{ e } 9y^2 \geq 0$.

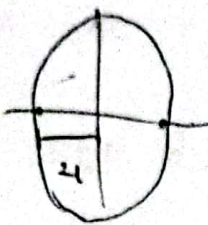
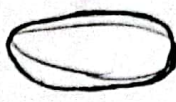
(f) $x^2 + m^2 y^2 = m \Rightarrow \text{Se } m=0, x^2=0 \therefore x=0 \rightarrow \text{eixo}$
 $\hookrightarrow \text{Se } m \neq 0$, então $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{\frac{1}{m}} = 1$. Logo, se $m > 1$, Focos em Ox e $2a = 2$,
 $2b = 2\sqrt{m}$ e $2c = 2\sqrt{\frac{m^2-1}{m}}$. Se $0 < m < 1$, focos em Oy
 $2c = 2\sqrt{1-m^2}$, Se $m < 0$, impossível.

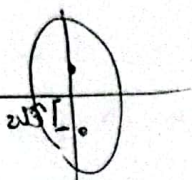
(4) (a) Focos em Ox , $2b=6 \Rightarrow b=3$ e $2c=8 \Rightarrow c=4 \Rightarrow a=5 \therefore \frac{x^2}{25} = 1$ é a nova elipse //

(b) Focos em Oy , $2a=10 \Rightarrow a=5$, $2c=6 \Rightarrow c=3 \Rightarrow b=4$, logo,
 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ é a nova elipse //

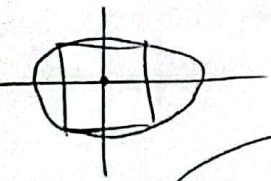
(c)  $a=17$
 $c=6$
 $b=\sqrt{253}$ $\therefore \frac{x^2}{253} + \frac{y^2}{289} = 1$ //

(d)  $a=13$
 $b=5$
 $b=12$ $\therefore \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ //

e)  $b=4$
 $\frac{2b^2}{a} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{32}{a} = \frac{8}{5} \Rightarrow a=20$
 \hookrightarrow Eu desenhéi um elipse, na , logo, $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{16} = 1$
 desenho elipse

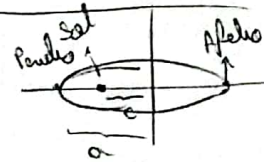
f)  $\frac{2b^2}{a} = 2$
 $\frac{b^2}{a} = 1 \Rightarrow b^2 = a$
 $a^2 = b^2 + c^2$
 $a^2 = a + 12$
 $a=4$
 $b=2 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

5) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \\ \frac{1}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{144}{b^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{148}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 148$
 $\frac{1}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{16}{148} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a^2} = 1 - \frac{16}{148} = \frac{132}{148} = \frac{33}{37} \Rightarrow a^2 = \frac{37}{33}$

6)  $9x^2 + 16y^2 = 100 \Rightarrow \frac{x^2}{(\frac{100}{9})} + \frac{y^2}{(\frac{100}{16})} = 1$
 Como é um quadrado e o centro do elipse é (0,0), temos que

$x=y$ e $-x=y$ descrevem pontos, então:
 Se $x=y$ temos os pontos, (2,2) e (-2,-2). Se $x=-y$, então temos os pontos (2,-2) e (-2,2). Dessa forma, vemos que é um quadrado de lado 4, então a área é de $16u^2$.

7) $2c = 50 \cdot 10^3 \rightarrow c = 25 \cdot 10^3$, $2a = 30 \cdot 10^3 \rightarrow a = 15 \cdot 10^3$
 Pericélio: $a - c = 14,75 \cdot 10^3$ km. Afélio: $a + c = 19,25 \cdot 10^3$ km



8) a) Pela definição de Hipérbole: $|PF_1 - PF_2| = 2a$. Para $P=(x,y)$,
 $|\sqrt{(x-3)^2 + (y+3)^2} - \sqrt{(x-3)^2 + (y-7)^2}| = 6 \Leftrightarrow$ que pode ser desenvolvida, entretanto,
 Como sabemos que $F_1 = (3, -3)$ e $F_2 = (3, 7)$ temos que $c = 5$ e, como
 $c^2 = a^2 + b^2$, então: $25 = 9 + b^2 \Rightarrow b = 4$.
 Centro: (3, 2)

b) Pela definição de Hipérbole: $|PF_1 - PF_2| = 2a$: $|\sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} - \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2}| = 2$
 $\sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} - \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2} = 2$
 $6x^2 + 10y^2 - 36x - 56y + 24xy + 22 = 0$

9a) $9x^2 - 4y^2 = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ F no eixo Ox, $2a = 4$, $2b = 6$, $2c = 2\sqrt{13}$

b) $\frac{9x^2}{25} - y^2 + 9 = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{25}{9}} - \frac{y^2}{1} = -1$ F no eixo Oy, $2a = 6$, $2b = 10$, $2c = 2\sqrt{34}$

c) $x^2 + 2y^2 = 1 \Rightarrow$ É uma elipse

d) $-m^2x^2 + 9y^2 = 36 \Rightarrow \frac{y^2}{(\frac{36}{9})} - \frac{x^2}{(\frac{36}{m^2})} = 1$ F no eixo Oy, $2a = 4$, $2b = \frac{12}{|m|}$, $2c = \frac{4\sqrt{1+m^2}}{m}$

e) $5x^2 - 9y^2 - 45 = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1$ F no eixo Ox, $2a = 6$, $2b = 2\sqrt{5}$, $2c = 2\sqrt{14}$

10a) $16x^2 - 25y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$: Vértice = $(\pm 5, 0)$, Focos = $(\pm 5\sqrt{17}, 0)$
 $2a = 10$, $2b = 8$, $2c = 10\sqrt{17}$ Extremidade = $(0, \pm 4)$
 $y = \pm \frac{4}{5}x$ Assintotas

b) $y^2 - x^2 = 16 \Rightarrow \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{16} = 1$: Vértice = $(0, \pm 4)$, Focos = $(0, \pm 4\sqrt{2})$ e
 Extremidade = $(\pm 4, 0)$. Assintotas: $y = \pm x$

c) $3x^2 - y^2 = 3 \Rightarrow \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1$: Vértice = $(\pm 1, 0)$, Focos = $(\pm 2, 0)$. Extremidade = $(0, \pm \sqrt{3})$
 Assintotas: $y = \pm \sqrt{3}x$

11a) $c = 3$, $a = 2 \therefore b = \sqrt{5}$, logo:
 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

b) $y = \pm \frac{4}{3}x \therefore \frac{b}{a} = \frac{4}{3}$ e $a = 15 \therefore b = 12 \therefore \frac{x^2}{225} - \frac{y^2}{144} = 1$
 ERRO NA QUESTÃO

c) $c = 5$ e $\frac{2b^2}{a} = \frac{9}{2} \Rightarrow b^2 = \frac{9a}{4} \therefore 25 = \frac{9a}{4} + a^2 \Rightarrow a = 4$, logo,
 $b = 3$, logo: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$
 Amplitude focal

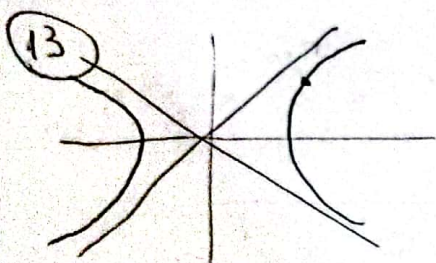
(d) $y = \pm \frac{x}{2} \therefore \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \text{ e } c = 5 \therefore \text{logo } a, b \text{ e}$
 $25: 4b^2 + b^2 \therefore b^2 = 5 \therefore b = \sqrt{5} \text{ e } a = 2\sqrt{5}, \text{ logo.}$
 $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1 //$

(e) $y = \pm x \therefore \frac{b}{a} = 1 \therefore b = a \text{ e } \frac{25}{a^2} - \frac{81}{b^2} = 1 \therefore \text{Essa Hipérbole é impossível, mo}$
 $\frac{81}{a^2} - \frac{25}{b^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 81 - 25 \Rightarrow a^2 = 56, \text{ logo: } \frac{x^2}{56} - \frac{y^2}{56} = 1 //$

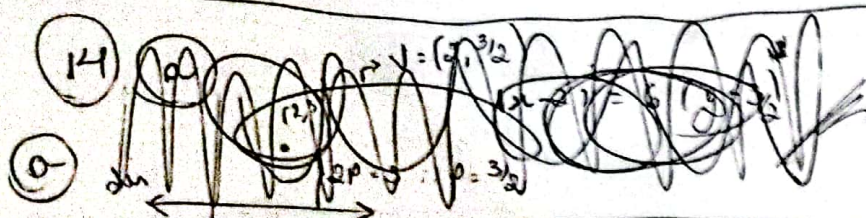
(f) $y = \pm \frac{3x}{2} \therefore \frac{b}{a} = \frac{3}{2} \therefore b = \frac{3a}{2}, 2b = 3 \rightarrow b = \frac{3}{2} \text{ e } a = \frac{4}{3}$
 $\therefore \frac{y^2}{\frac{9}{4}} - \frac{x^2}{\frac{16}{9}} = 1 //$
 eixo conjugado

(12) Para os focos em OX: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \therefore \begin{cases} \frac{9}{a^2} - \frac{4}{b^2} = 1 \\ \frac{1}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Impossível}$
 Para os focos em OY: $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

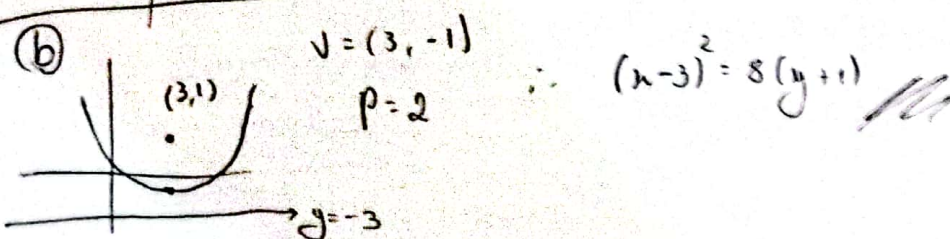
$\therefore \begin{cases} \frac{4}{b^2} - \frac{9}{a^2} = 1 \\ \frac{16}{b^2} - \frac{1}{a^2} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{35}{2} \\ a^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ Logo, a hipérbole não existe}$

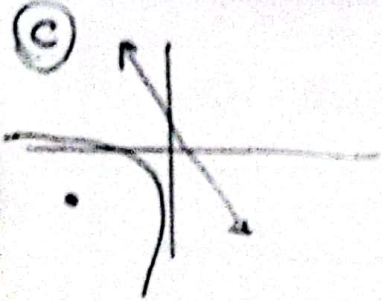


Para a Hipérbole reduzir-se $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + y^2}$
 Logo: como as assíntotas são $y \pm bx = 0$: temos, que, pela
 fórmula de d'Apéry: $\frac{|ay \pm a\sqrt{b^2 + y^2}|}{|c|}$ são as duas distâncias, sempre
 $\frac{|\frac{a^2}{b^2}y^2 - a^2b^2 - a^2y^2|}{|c|} = \frac{a^2b^2}{c^2} = \left(\frac{ab}{c}\right)^2 //$



$p = 1$
 $(y - 3)^2 = 4(x - 1)$
 $V = (1, 3)$





Para definição de parábola: $d(P, F) = d(P, n)$, para $P = (x, y)$

$$\sqrt{(x+4)^2 + (y-2)^2} = \frac{|2x+y-3|}{\sqrt{5}} \Rightarrow (x+4)^2 + (y-2)^2 = \frac{4x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 6y + 9}{5}$$

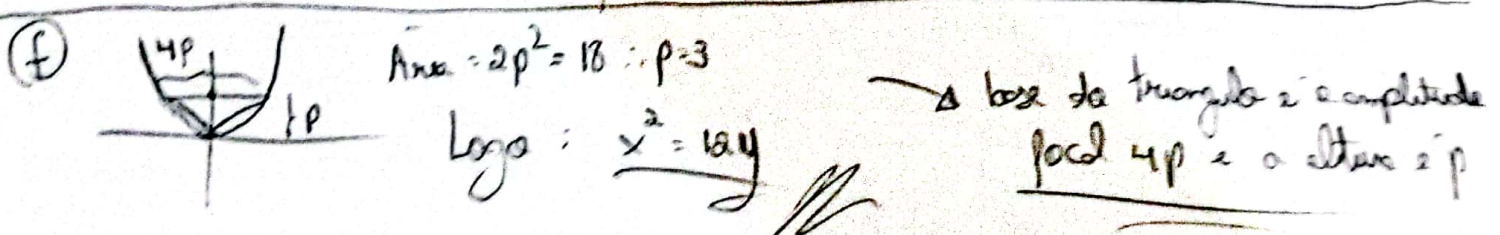
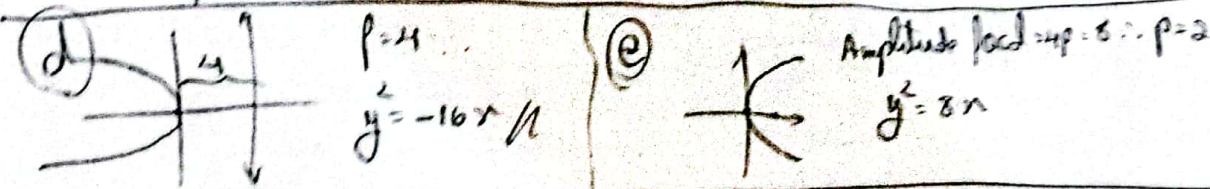
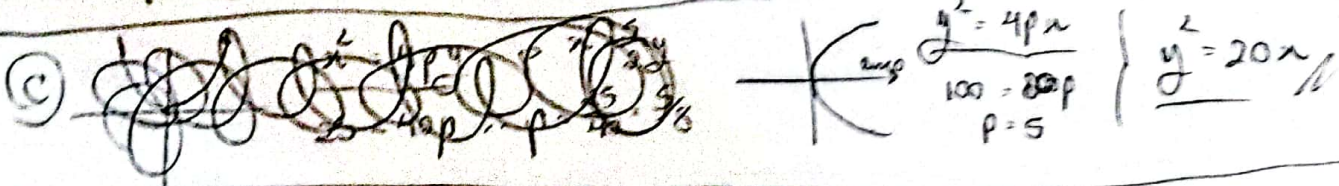
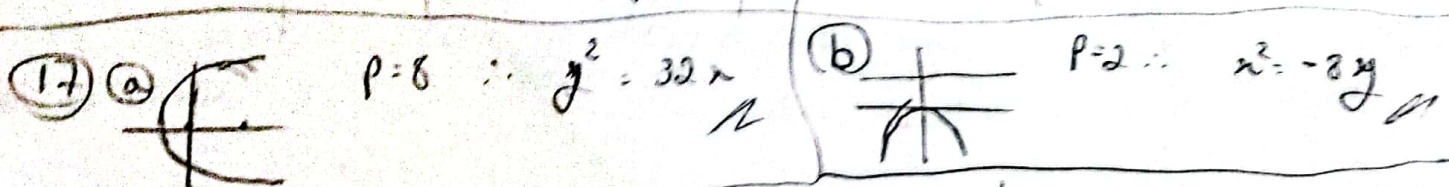
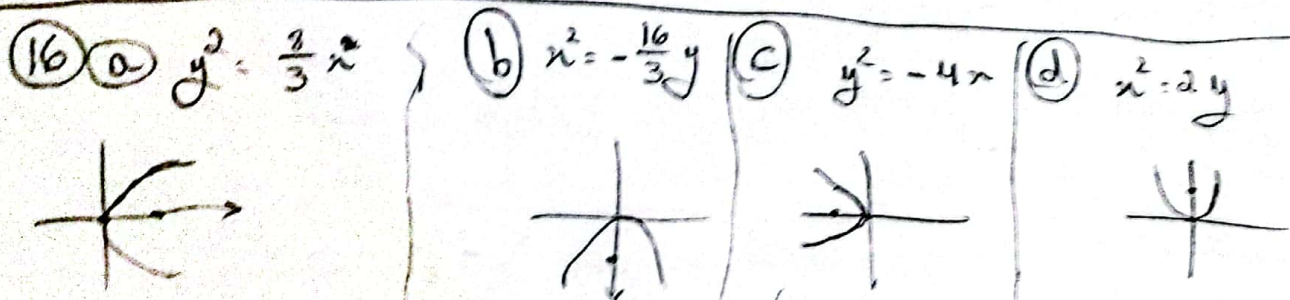
$$\Leftrightarrow x^2 + 4y^2 + 52x + 20y - 4xy - 91 = 0 //$$

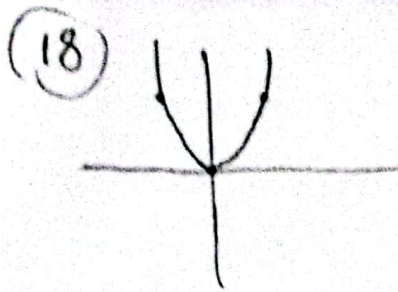
(15) (a) $y^2 + 2x = 0 \Rightarrow y^2 = -2x$ $\therefore V = (0, 0)$, $F = (-2, 0)$, $n: x = 2$
 $\hookrightarrow P = (-p, 0)$

(b) $x^2 + 6y = 0 \Rightarrow x^2 = -6y$ $\therefore p = 3/2$
 $V = (0, 0)$, $F = (0, -3/2)$, $n: y = 3/2$

(c) $5y^2 = 8x \Rightarrow y^2 = \frac{8x}{5}$ $\therefore p = 2/5$ e $V = (0, 0)$, $F = (2/5, 0)$, $n: x = -2/5 //$

(d) $5x^2 = 16y \Rightarrow x^2 = \frac{16y}{5}$ $\therefore p = 4/5$ e $V = (0, 0)$, $F = (0, 4/5)$, $n: y = -4/5 //$





Faltava no enunciado dizer que o vértice é $(0,0)$, então
há infinitos respostas. $y = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} c = 0 \\ 18 = 36a + 6b \\ 18 = 36a - 6b \end{cases} \Rightarrow 36 = 72a \Rightarrow a = 1/2 \text{ e } b = 0 \Rightarrow y = \frac{x^2}{2} \text{ ou } x^2 = 2y$$

(19) ~~$3x^2 + 2xy + 3y^2 + 6\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y + 2 = 0$~~ \rightarrow Equivalente a $(\sqrt{3}x + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}})^2 + (\sqrt{3}y + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})^2$
 ~~$+ 2xy + 2 = 0$~~
 \hookrightarrow Esqueça isso aqui

ROTAÇÃO DE CONICAS

1. Seja a equação geral das cônicas: $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f$
 $\cotg(2\theta) = \frac{a-c}{b}$ e $\sin(2\theta) = \frac{\pm 1}{\sqrt{1+\cotg^2\theta}}$, $\begin{cases} a' + c' = a + c \\ a' - c' = \frac{b}{\sin 2\theta} \end{cases}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{se} \\ \text{mantém} \end{array} \right.$
 $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta = \cotg 2\theta \sin 2\theta$, $\begin{cases} d' = d \cos \theta + e \sin \theta \\ e' = -d \sin \theta + e \cos \theta \end{cases}$

Exm 2) $3x^2 + 2xy + 3y^2 + 6\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y + 2 = 0$

$\hookrightarrow \cotg(2\theta) = 0 \Rightarrow \sin(2\theta) = 1 \Rightarrow a' = 4 \text{ e } c' = 2$. Além disso, $\cos 2\theta = 0 \Rightarrow$

$\cos \theta = \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d' = 8 \text{ e } e' = -4$. Então, a cônica rotacionada é:

$$4x'^2 + 2y'^2 + 8x' - 4y' + 2 = 0 \Leftrightarrow (2x' + 2)^2 + (\sqrt{2}y' - \sqrt{2})^2 = 4 \Leftrightarrow$$

$$4(x'+1)^2 + 2(y'-1)^2 = 4 \Rightarrow (x'+1)^2 + \frac{(y'-1)^2}{2} = 1, \text{ que é uma ELIPSE}$$

(b) $x^2 + 4y^2 + 3\sqrt{3}xy - 1 = 0$
 $\cotg(2\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ e $\sin 2\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\begin{cases} a' + c' = 1 + 4 = 5 \\ a' - c' = \frac{3\sqrt{3}}{\frac{1}{-1}} = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' = -1/2 \\ c' = 11/2 \end{cases}$
 $\cos 2\theta = 1/2 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \sin \theta = 1/2$

\hookrightarrow Logo, $d' = 0$ e $e' = 0$. A cônica rotacionada é: $-\frac{x'^2}{2} + \frac{11y'^2}{2} - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{11y'^2}{2} - \frac{x'^2}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{y'^2}{(2/11)} - \frac{x'^2}{2} = 1, \text{ que é uma hipérbole}$$

(c) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 1 = 0$ $\begin{cases} a' + c' = 5 \\ a' - c' = -5 \end{cases} \Rightarrow a' = 5, c' = 5$, logo, $d' = e' = 0$
 $\hookrightarrow \cotg 2\theta = -3/4$, $\sin 2\theta = -4/5$
 a cônica é $5y'^2 - 1 = 0 \Rightarrow y'^2 = 1/5 \Rightarrow y' = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$, que é a união de duas retas
 $\longleftrightarrow \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ e } -\frac{\sqrt{5}}{5}$

$$(d) \quad 7x^2 + 5y^2 + 2\sqrt{3}xy - (14 + 2\sqrt{3})x - (10 + 2\sqrt{3})y + 8 + 2\sqrt{3} = 0$$

$$\cotg 2\theta = \frac{a-c}{b} = \frac{7-5}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \sin 2\theta = \frac{1}{\sqrt{1+\cotg^2 2\theta}} = \frac{1}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 2\theta = \cotg 2\theta \cdot \sin 2\theta = \frac{1}{2} \therefore \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} a'+c' = a+c = 12 & a' = 8 \\ a'-c' = \frac{b}{\sin 2\theta} = 4 & c' = 4 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} d' = d \cos \theta + e \sin \theta = -8 - 8\sqrt{3} \\ e' = -d \sin \theta + e \cos \theta = 4 - 4\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{A cônica } e': 8x^2 + 4y^2 + (-8 - 8\sqrt{3})x + (4 - 4\sqrt{3})y + 8 + 2\sqrt{3} = 0 \iff$$

$$\frac{(x - (\frac{1+\sqrt{3}}{2}))^2}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} + \frac{(y + (\frac{1-\sqrt{3}}{2}))^2}{1^2} = 1, \text{ que é uma elipse}$$

$$(e) \quad 7x^2 + 6xy - y^2 + 28x + 12y + 28 = 0$$

$$\cotg 2\theta = \frac{4}{3} \therefore \sin 2\theta = \frac{3}{5} \text{ e } \cos 2\theta = \frac{4}{5}, \text{ então } \cos \theta = \frac{3\sqrt{5}}{10} \text{ e } \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{então: } \begin{cases} a'+c' = 6 \\ a'-c' = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' = 8 \\ c' = -2 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} d' = 28 \cdot \frac{3\sqrt{5}}{10} + 12 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{84\sqrt{5}}{10} + \frac{12\sqrt{10}}{10} \\ e' = -28 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} + 12 \cdot \frac{3\sqrt{5}}{10} = \frac{-28\sqrt{10}}{10} + \frac{36\sqrt{5}}{10} \end{cases}$$

$$\text{A cônica } e': 8x^2 - 2y^2 + (\frac{84\sqrt{5}}{10} + \frac{12\sqrt{10}}{10})x + (\frac{-28\sqrt{10}}{10} + \frac{36\sqrt{5}}{10})y + 28 = 0$$

Então, o eixo \$e'\$ \$d' = \frac{96\sqrt{10}}{10}\$ e \$e' = \frac{8\sqrt{10}}{10}\$, logo, a cônica é

$$8x^2 - 2y^2 + \frac{96\sqrt{10}}{10}x + \frac{8\sqrt{10}}{10}y + 28 = 0 \text{ que, usando regras de translação, pode-se}$$

provar mais facilmente que é uma união de retas \$\iff (2x + \frac{6\sqrt{10}}{5})^2 - (y - \frac{\sqrt{10}}{5})^2 = 0\$

\$\hookrightarrow\$ Não preciso de translação

$$(f) \quad 16x^2 - 108xy - 29y^2 + 280 = 0$$

$$\therefore \cotg 2\theta = \frac{-45}{108} = -\frac{5}{12} \text{ e } \sin 2\theta = -\frac{10}{13}, \text{ logo: } \begin{cases} a'+c' = -13 \\ a'-c' = 117 \end{cases} \therefore \begin{cases} a' = 52 \\ c' = -65 \end{cases}$$

$$\therefore 52x^2 - 65y^2 + 280 = 0, \text{ que é uma hipérbole}$$

$$(g) \quad 5x^2 + 2y^2 + 2xy + 2 = 0$$

$$\cotg 2\theta = \frac{3}{2}, \quad \sin 2\theta = \frac{2}{\sqrt{13}}, \text{ logo: } \begin{cases} a'+c' = 7 \\ a'-c' = \sqrt{13} \end{cases} \therefore \begin{cases} a' = \frac{7+\sqrt{13}}{2} \\ c' = \frac{7-\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\text{A cônica } e': \frac{(\frac{7+\sqrt{13}}{2})x^2}{>0} + \frac{(\frac{7-\sqrt{13}}{2})y^2}{>0} + 2 = 0, \text{ que é o conjunto vazio}$$

Fim, finalmente.