(1) $d(X,P) = d(X,Q) \iff (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = (x-5)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 \longrightarrow$

$\cancel{x^2} + 1 - 2x + \cancel{y^2} + \cancel{z^2} + 4 + 4z = \cancel{x^2} - 10x + 25 + \cancel{y^2} + 4 - 4y + \cancel{z^2} + 16 - 8z$

$8x + 4y + 12z - 40 = 0 \equiv 2x + y + 3z - 10 = 0$ //

(2) $X = (-1,2) + t(1,-1) \Rightarrow \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} \iff$

$x+1 = 2-y \therefore y = 1-x \therefore$ O coeficiente angular da perpendicular é 1, logo

$y = x+b$ e passa em $(2,2) \therefore 2 = 2+b \therefore b = 0$, $y = x$ é a reta perpendicular,

$y = x \wedge y = 1-x \Rightarrow x = 1/2$ e $y = 1/2$. Logo, $d((2,2),(1/2,1/2)) = 3\sqrt{2}/2$ //

(3)

$$d_{Pr} = \frac{\|(1,0,1) \wedge (-2,0,3)\|}{\sqrt{13}} = \frac{5}{\sqrt{13}}$$ //

(4) (a)

$$d_{Pr} = \frac{\|(0, 5/2, 1/2) \wedge (2,1,1)\|}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} = \sqrt{5}$$

(b)

$$d_{Pr} = \frac{\|(6,3,2) \wedge (1,0,1)\|}{7} = \frac{\sqrt{34}}{7}$$

(c)

$$d_{Pr} = \frac{\|(3,-2,-1) \wedge (3,2,1)\|}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{90}{7}} = 3\sqrt{\frac{10}{7}}$$

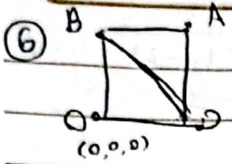
(5)

$$\pi_1 \cap \pi_2 : \begin{cases} x+y=2 \\ x = y+z \end{cases} \Rightarrow 2y+z=2 \Rightarrow \text{seja } y=\lambda,\ x = 2-\lambda,\ z = 2-2\lambda \quad \therefore X = (2,0,2) + \lambda(-1,1,-2)$$

Ou seja, qualquer ponto P dessa reta é da forma $P = (2-\lambda, \lambda, 2-2\lambda)$, logo,

precisamos que $d_{Pr} = \sqrt{\frac{14}{3}} = \frac{\|(2-\lambda, \lambda, 3-2\lambda) \wedge (1,1,1)\|}{\sqrt{3}} \Rightarrow 14 = 3 \cdot \|\vec{AP}\|^2 - \langle \vec{AP}, \vec{v} \rangle^2$

$14 = 14\lambda^2 - 28\lambda + 14 \Rightarrow \lambda^2 - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 0$ ou $\lambda = 2$, logo $P = (2,0,2)$ ou $P = (0,2,-2)$

(6) 

$r: X = (1,0,0) + \lambda(0,1,1)$, logo, $B, D = (1, \lambda, \lambda)$

$d(O,R) = d(B,D) \cdot \frac{1}{2} \therefore d(O,R) = \frac{2}{2} = \sqrt{(\alpha-\beta)^2 + (\alpha-\beta)^2}$, além

de que $|\alpha| = \beta$ e, como $\alpha \neq \beta$, então $\alpha = -\beta$ já que $d(B,O) = d(D,O)$

temos que $4 = (2\alpha)^2 + (2\alpha)^2 \Longrightarrow 4 = 8\alpha^2 \Longrightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ e $\beta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ logo:

$B = (1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$, $D = (1, -\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ e $D(A,R) = d(B,D) \cdot \frac{1}{2} \Longrightarrow$

$D(A,r) = 1$ e sabemos que $\langle \overrightarrow{OA}, (0,1,1) \rangle = 0$, logo, $(a-1)^2 + b^2 + c^2 = 1$ e $b + c = 0$

$\Longrightarrow a^2 + 1 - 2a + 2c^2 = 1 \therefore$ a única resposta possível é com $a = 2$ e $b = c = 0 \Longrightarrow$

$A = (2,0,0)$

(7) $r: X = (1,0,0) + \lambda(2,1,2)$, logo, $P = (1+2\lambda, \lambda, 2\lambda)$ e

$$d_{P\pi} = d_{P\epsilon} \iff \frac{\|(1+2\lambda, \lambda, 2\lambda) \wedge (0,0,1)\|}{1} = \frac{\|(-1+2\lambda, \lambda, 2\lambda) \wedge (0,1,0)\|}{1}$$

$(1+2\lambda)^2 + \lambda^2 + \cancel{(2\lambda)^2} - \cancel{(2\lambda)^2} = (-1+2\lambda)^2 + \cancel{\lambda^2} + (2\lambda)^2 - \cancel{\lambda^2} \Longrightarrow \lambda = 0$ ou $\lambda = \frac{8}{3}$

$\therefore P = (1,0,0)$ ou $P = (\frac{19}{3}, \frac{8}{3}, \frac{16}{3})$

$\to A = (a,b,c)$

(8) Se é paralela $\vec{r} = \vec{\epsilon} = (1,0,2)$, como ela é concorrente com

$s: [\overrightarrow{AB}, \vec{s}, \vec{r}] = 0 \Longrightarrow 2a - 2b - c + 5 = 0 \iff \langle \overrightarrow{AB}, \vec{s} \wedge \vec{r} \rangle = 0$, e

$d_{P r} = \frac{\|AP \wedge \vec{r}\|}{\|r\|} = 1$. Além disso, sabemos que todo ponto de s é da

forma: $P = (-1, 1-\lambda, 1+2\lambda) \Longrightarrow a = -1$ e $c = -2b+3$, ou

seja, $A = (-1, b, -2b+3)$, finalmente, para d_{Pr}: $9b^2 - 44b + 51 = 0$

$\Longrightarrow b = 3$ ou $b = \frac{17}{9}$, logo $A = (-1, 3, -3)$ ou $A = (-1, \frac{17}{9}, -\frac{7}{9})$,

enfim, $r: X = A + (1,0,2) \cdot \lambda$

(9) $r: X = (0,1,0) + \lambda(1,-1,0)$ e $s: X = (0,0,1) + \lambda(1,0,-1)$.

Seja $P = (a,b,c)$, $d_{Pr} = d_{Ps} \Longrightarrow \frac{\|(a, b-1, c) \wedge (1,-1,0)\|}{\sqrt{2}} = \frac{\|(a,b,c-1) \wedge (1,0,-1)\|}{\sqrt{2}}$

$\to a = x, b = y, c = z$

$\Longrightarrow y^2 + 2xz - 2z = z^2 + 2xy - 2y \iff y^2 - z^2 + 2xz - 2xy - 2z + 2y = 0$

$\iff (y-z)(y+z-2x+2) = 0$, logo, os planos são:

$\pi_1: y = z$ e $\pi_2: -2x + y + z + 2 = 0$

(10) $d = \frac{|\langle \vec{n}, \overrightarrow{AP} \rangle|}{\|n\|}$ para $n = (1,1,-1)$ e $A = (0,0,0)$, logo

$$d = \frac{|\langle (1,1,-1), (2,2,2) \rangle|}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

(11) $d = \dfrac{|\langle \vec{n}, \vec{AP} \rangle|}{\|n\|}$, $\vec{n} = (1, -2, 2)$, $P = (0,0,0)$, $A = (1,0,0)$, logo

$d = \dfrac{|\langle (1,-2,2), (1,0,0) \rangle|}{3} = \boxed{\dfrac{1}{3}}$

(12) $d_{Pr} = \dfrac{\|\vec{AP} \wedge \vec{n}\|}{\|\vec{n}\|} = \dfrac{\|(3,9,-4) \wedge (2,1,-1)\|}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{275}}{\sqrt{6}}$. Sabemos

que $Q = (1+2\lambda, \lambda, 1-\lambda)$ e $d_{QP} = \dfrac{\sqrt{275}}{\sqrt{6}} = \sqrt{(2\lambda-3)^2 + (\lambda-9)^2 + (4-\lambda)^2}$

$\Longrightarrow \lambda = 19/6 \therefore Q = \left(\dfrac{22}{3}, \dfrac{19}{6}, -\dfrac{13}{6}\right)$

(13) (a) Para ex 2: $AQ = \left|\dfrac{\langle AP, n \rangle}{\|n\|} n\right| \Rightarrow Q = \dfrac{\langle AP, n \rangle}{\|n\|^2} n + A$ ← Não tem o módulo

$Q = \dfrac{|\langle (-3,0),(1,-1) \rangle|}{(\sqrt{2})^2} \cdot (1,-1) + (-1,2) = \left(+\dfrac{3}{2}, -\dfrac{3}{2}\right) + (-1,2) = \left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ //

(b) Para o ex 3: $Q = \dfrac{-|\langle (1,0,1),(-2,0,3) \rangle|}{13} \cdot (-2,0,3) + (1,1,1) \Longrightarrow$

$Q = \left(+\dfrac{2}{13}, 0, -\dfrac{3}{13}\right) + (1,1,1) = \left(\dfrac{15}{13}, 1, \dfrac{10}{13}\right)$ //

(14) (a) $d = \dfrac{|\langle n, AP \rangle|}{\|n\|} = \dfrac{|\langle (1,-2,-2), (6,0,6) \rangle|}{3} = \dfrac{6}{3} = 2$ //

(b) $d = \dfrac{|\langle (4,-6,2), (\frac{25}{4}, 1, \frac{5}{2}) \rangle|}{14} = \dfrac{49}{14} = \dfrac{7}{2}$ //

(c) $d = \dfrac{|\langle (0,1,-\frac{5}{12}), (9,7,-2) \rangle|}{\frac{1}{\frac{13}{12}}} = \dfrac{\frac{47}{6}}{\frac{13}{12}} = \dfrac{12 \cdot 47}{6 \cdot 13} = \dfrac{94}{13}$ //

(15) Seja o plano que passa por ABC : $\pi : -x+3y-z=1$. Percebemos que $D \in \pi$ enquanto $E \notin \pi$, logo, ABCD forma uma base quadrangular e E é o vértice. Vamos dividir a pirâmide em dois tetraedros e calcular:

$V_t = V_{ABCE} + V_{ABDE} = \dfrac{1}{6}\left|[\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AE}]\right| + \dfrac{1}{6}\left|[\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE}]\right| = \dfrac{4}{6} + \dfrac{4}{6} = \dfrac{4}{3}$ //

↳ Percebe que ~~[illegible]~~, ou seja, A e B compõem uma diagonal e então $\langle \vec{AB}, \vec{CD} \rangle = 0$, logo, permitem essa separação dos tetraedros

$\rightarrow A \in \pi \mid A = (0,0,6)$ $\rightarrow$ perceba que $\pi \cap \overline{PQ} \not\subset PQ$

(16) (a) $\overline{PQ} = (1,0,0) + \lambda(1,3,2)$ e $n_\pi = (2,-2,1)$ e $\vec{AP} = (-1,0,6)$

$\therefore d(\pi, r) = \frac{|\langle n, AP\rangle|}{\|n\|} = \frac{4}{3}$ // $\rightarrow$ Para o ponto P

$d(\pi, r) = d(\pi, Q) = \frac{6}{3} = 2$ // $\rightarrow$ Para o ponto Q, logo, como $4/3 < 2$, a distância do segmento PQ é $4/3$ //

(b) $\overline{PQ}: X = (3,0,-1) + \lambda(2,1,-2)$. Vejo que $\overline{PQ} \cap \pi = \emptyset$, logo, $d(P,\pi) = d(Q,\pi) = \frac{1}{3}$ // $\hookrightarrow \overline{PQ} \parallel \pi$

---

(17) $r: X = (2,0,2) + \lambda(-1,1,-2)$ e $n_\pi = (1,-2,-1)$. Qualquer ponto P é da forma: $P = (2-\lambda, \lambda, 2-2\lambda)$. Então $d(P,\pi) = \frac{|\langle(2-\lambda, \lambda, 3-2\lambda),(1,-2,-1)\rangle|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$ $\therefore 6 = |2-\lambda-\cancel{2\lambda}-3+\cancel{2\lambda}| \Rightarrow |-1-\lambda| = 6$ $\therefore \lambda = 5$ ou $\lambda = -7$ $\therefore$ $P = (-3,5,-8)$ ou $P = (9,-7,16)$

---

(18) Seja P um ponto de r: $P = (\lambda, 1+\lambda, 1+2\lambda)$, queremos achar P tal que $d(P,\pi_1) = d(P,\pi_2)$. Para $A = (3,0,0) \in \pi_1$ e $B = (1,0,0) \in \pi_2$ temos que: $\frac{|\langle AP, n_1\rangle|}{\|n_1\|} = \frac{|\langle BP, n_2\rangle|}{\|n_2\|}$ $\therefore \frac{|\lambda - 2|}{\sqrt{6}} = \frac{|4\lambda|}{\sqrt{6}} \Longrightarrow$

$|\lambda-2| = |4\lambda| \iff (\lambda-2)^2 = (4\lambda)^2 \iff \lambda^2+4-4\lambda = 16\lambda^2$ $\therefore \lambda = \frac{2}{5}$ ou $-\frac{2}{3}$

$\Longrightarrow P = (\frac{2}{5}, \frac{7}{5}, \frac{9}{5})$ ou $P = (-2/3, 1/3, -1/3)$

---

(19) $n = (a,b,c)$. Sabemos que $\langle n, (1,1,-1)\rangle = a+b-c = 0$ $\therefore c = a+b \Rightarrow$ $n = (a, b, a+b)$. Sabemos que $d(\pi, P) = \frac{|\langle n, (0,1,-2)\rangle|}{\|n\|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore$

$\frac{|-2a-b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+ab+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Longrightarrow |-2a-b| = \sqrt{a^2+ab+b^2} \Longrightarrow 4a^2+b^2+4ab = a^2+ab+b^2$

$\Longrightarrow 3a^2+3ab = 0 \Rightarrow a^2+ab = 0 \Longrightarrow a+b = 0 \Longrightarrow a = -b,\ \forall b \neq 0$

Logo, $n = (1,-1,0)$ e passa por $(1,0,1)$ $\therefore \pi: x-y-1 = 0$. Além disso, como nós dividimos tudo por "a" temos a solução $a=0$ e $b=1 \Rightarrow c=1$, logo $y+z-1=0$ também é solução do exercício

↪ OPS

(20) $r: x = -y = 1 - z \Rightarrow r: X = (0,0,1) + \lambda(1,-1,-1)$, logo;
~~$d(r,A) = d(r,B) \therefore \frac{\|(1,0 \ldots)\|}{\|n\|}$ [illegible]~~ seja $n = (a,b,c)$, temos que

$\langle n, (1,-1,-1) \rangle = 0 \Rightarrow a - b - c = 0 \therefore a = b + c \Rightarrow n = (b+c, b, c)$. Além disso
$d(A,\pi) = d(B,\pi) \therefore \frac{|\langle n, (1,0,-1) \rangle|}{\cancel{\|n\|}} = \frac{|\langle n, (0,1,-1) \rangle|}{\cancel{\|n\|}}$, logo $|b| = |b - c|$

$\Rightarrow c = 0$ ou $c = 2b$, para $b = 1$, temos $c = 0$ ou $c = 2$ então os planos são: $\pi_1: x + y = 0$ e $\pi_2: 3x + y + 2z - 2 = 0$. O único que divide A e B é π_2, sendo a única resposta

(21) Seja $P = (x,y,z)$, temos que $d(P,\pi_1) = d(P,\pi_2) = d(P,\pi_3)$, logo

$$\begin{cases} \frac{|\langle (1,1,-1), (x,y,z) \rangle|}{\cancel{\sqrt{3}}} = \frac{|\langle (1,-1,-1), (x-2,y,z) \rangle|}{\cancel{\sqrt{3}}} \\ |\langle (1,-1,-1), (x-2,y,z) \rangle| = |\langle (1,1,1), (x-1,y,z) \rangle| \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} |x+y-z| = |x-y-z-2| \Leftrightarrow \cancel{x^2}+\cancel{y^2}+\cancel{z^2}+2xy-2xz-2yz = \cancel{x^2}+\cancel{y^2}+\cancel{z^2}+4-2xy-2xz-4x+2yz+4y+4z \ldots \\ |x-y-z-2| = |x+y+z-1| \Leftrightarrow \ldots \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 4xy - 4yz + 4x - 4y - 4z = 4 \Leftrightarrow xy - yz + x - y - z = 1 \quad (1) \Leftrightarrow (y+1)(x-z-1) = 0 \\ -4xy - 4xz - 2x + 6y + 6z = -3 \quad (2) \Leftrightarrow (3-2x)(2y+2z+1) = 0 \end{cases}$$

de (1) e (2) temos que a equação representa a união de dois planos! Logo, suas intersecções serão retas

α: De (1), se $y = -1$ em (2) temos que $x = \lambda$ e $z = 1/2$, logo $X = (0,-1,1/2) + \lambda(1,0,0)$
β: De (1), se $y = -1$ em (2) temos que $x = 3/2$ e $z = \lambda$, logo $X = (3/2,-1,0) + \lambda(0,0,1)$
γ: De (1), se $x - z = 1$ em (2) temos que $z = 1/2$, $x = 3/2$ e $y = \lambda$, logo $X = (3/2, 0, 1/2) + \lambda(0,1,0)$
δ: De (1), se $x - z = 1$ em (2) temos que $x = \lambda$, $y = 1/2 - \lambda$, $z = \lambda - 1$, logo $X = (0, 1/2, -1) + \lambda(1,-1,1)$

Enfim, o conjunto solução da equação é $\alpha \cup \beta \cup \gamma \cup \delta$, ou seja, a união das 4 retas

N

$\vdash$ Para $A = (0,0,1)$ e $n = (2,3,1)$

(22) $\vec{AQ} + \text{proj}_{\vec{n}}(\vec{AP}) = \vec{AP}$, então $\vec{AP} = (1,-2,9)$ $\therefore$ $\vec{AQ} + \left(\frac{17}{7}, \frac{-51}{14}, \frac{17}{14}\right) = (1,-2,9) \Longrightarrow \vec{AQ} = \left(-\frac{10}{7}, \frac{23}{14}, \frac{109}{14}\right)$ $\therefore$ $Q = \left(-\frac{10}{7}, \frac{23}{14}, \frac{123}{14}\right)$ //

$\vdash n = (1,1,-1)$

(23) (a) No exercício 10: $\vec{AP} = (2,2,2)$ $\therefore$ $AQ + \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-2}{3}\right) = (2,2,2)$
$\Longrightarrow Q = \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$

$\vdash n = (1,-2,2)$

(b) No exercício 11: $\vec{AP} = (-1,0,0)$ $\therefore$ $AQ + \left(-\frac{1}{9}, +\frac{2}{9}, \frac{-2}{9}\right) = (-1,0,0)$
$\Longrightarrow Q = \left(\frac{1}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{9}{9}\right)$ //

(24) (a) Evidentemente temos que $r \parallel s$, logo, $d(r,s) = d(A,s)$ para A um ponto de r. Seja $A = (1,1)$, temos $d_{pr} = \frac{\|(4,3)\wedge(-2,3)\|}{\sqrt{13}} = \frac{18}{\sqrt{13}}$ //

(b) Mesmo caso do a), $d_{pr} = \frac{\|(-1,1,2)\wedge(1,1,1)\|}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{14}{2}}$ //

(25) (a) como $\pi_1 \parallel \pi_2$, temos $d(\pi_1,\pi_2) = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{AP}\rangle|}{\|n\|} = \frac{|\langle(0,5,0),(2,1,-2)\rangle|}{3} = \frac{5}{3}$ //

(b) Como $\pi_1 \parallel \pi_2$, temos $d(\pi_1,\pi_2) = \frac{|\langle(2,0,0),(1,1,1)\rangle|}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ //

(26) (a) $\vec{r} = (1,-1,1)$ e $\vec{s} = (1,2,-3)$, como eles não são paralelos temos $d(r,s) = \frac{|[\vec{r}, \vec{s}, \vec{AB}]|}{\|\vec{r}\wedge\vec{s}\|} = \frac{7}{\sqrt{26}}$ // $\rightarrow AB = (2,2,-1)$

(b) $\vec{r} = (3,4,-2)$ e $\vec{s} = (6,-4,-1)$, como não paralelos temos:
$d = \frac{|[r,s,(24,-5,7)]|}{\|r\wedge s\|} = \frac{495}{\sqrt{1521}} = \frac{495}{39}$ //

(c) $\vec{r} = (1,2,1)$ e $\vec{s} = (1,2,1)$, como $r \parallel s$, $d(r,s) = \frac{\|\vec{AP}\wedge\vec{s}\|}{\|s\|} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{30}}{6}$ //

(27) $\vec{r} = A - B$ para $B = (a,b,c)$ $\therefore$ $\vec{r} = (a-1, b-3, c+1)$ e é $\perp (1,0,1)$ $\therefore$
$\langle \vec{r}, (1,0,1)\rangle = 0 \Longrightarrow a + c = 0$ $\therefore$ $\vec{r} = (a-1, b-3, 1-a)$ e, como $d(r,s)$ tem duas possibilidades, vamos ter que analisar. Sabemos que $s: x = (0,0,-2) + \lambda(1,0,1)$ então, se $\vec{r}$ não é paralelo a s, $d(r,s) = \frac{|[r,s,(1,3,1)]|}{\|r\wedge s\|} \Longrightarrow$
$|6-6a| = 3\sqrt{4a^2 - 8a + 2b^2 - 12b + 22} \Leftrightarrow b^2 - 6b + 9 = 0 \Rightarrow \boxed{b = 3}$
$\Longrightarrow a - 1 = 1$ $\therefore$ $\vec{r} = (1,0,-1)$, logo $r: x = (1,3,-1) + \lambda(1,0,-1)$

Percebe que $\langle \vec{r}, \vec{s}\rangle$ é sempre 0, logo, não existe o caso de paralelismo.

$r: OY: X = (0,0,0) + \lambda(0,1,0)$

28) Seja $\vec{n} = (a,b,c)$, $\langle \vec{n}, (1,0,1)\rangle = 0 \Rightarrow a = -c$, logo $\vec{n} = (a,b,-a)$
Se r e OY não são paralelas: $d = 3 = \frac{|3a|}{\sqrt{2a^2}} \iff 2a^2 = a^2 \therefore a = 0$ e $b = 1 \therefore r \parallel \vec{OY} \Rightarrow r: X = (0,0,3) + \lambda(0,1,0)$

29) $\vec{n} = (a,b,c) \to \cos(\text{ang}(r,t)) = \cos(\text{ang}(r,h)) \Rightarrow$
$\frac{|\langle \vec{n}, \vec{t}\rangle|}{\|\vec{n}\|\|\vec{t}\|} = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{h}\rangle|}{\|\vec{n}\|\|\vec{h}\|} \iff \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} = \frac{|a+b|}{\sqrt{2}} \iff |a-b| = |a+b| \Rightarrow$
$\forall b \in \mathbb{R}$ e $a=0$ ou $\forall a \in \mathbb{R}$ e $b=0 \therefore \vec{n} = (0,b,c)$ ou $\vec{n} = (a,0,c)$, sabemos também que $d(r,s) = \frac{|[\vec{n}, \vec{s}, (0,1,2)]|}{\|\vec{n}\wedge\vec{s}\|} = 2 \iff \frac{|2a|}{\sqrt{a^2+c^2}} = 2 \therefore c = 0$ e $a = 1$, então $\vec{n} = (1,0,0)$ se nós temos o caso não paralelo de $\vec{n}$. Para o paralelo:
$2 = \frac{\|(0,1,2)\wedge\vec{n}\|}{\|\vec{n}\|}$ com $\langle \vec{n}, (0,1,0)\rangle = \|n\| \Rightarrow b = 1$ e $c = 0 \therefore \vec{n} = (0,1,0)$
$\Rightarrow r: X = (0,0,0) + \lambda(0,1,0)$ ou $r: X = (0,0,0) + \lambda(1,0,0)$

~~30) $\vec{n} = (a,b,c)$, $\sin(\text{ang}(r,\pi)) = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{n}_\pi\rangle|}{\|\vec{n}\|\|\vec{n}_\pi\|} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}} = \frac{|2a-c|}{\|n\|\cdot\sqrt{5}} \Rightarrow$~~
~~$\|n\| = \sqrt{\frac{3}{8}}|2a-c| \Rightarrow a^2+b^2+c^2 = \frac{3}{8}(4a^2+c^2-4ac) \therefore 4a^2-8b^2-5c^2 = 12ac$~~
~~$d(r,s) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|[(1,0,1), \vec{n}, \vec{s}]|}{\|\vec{n}\wedge\vec{s}\|} = \frac{|b|}{\|n\|} \Rightarrow \|n\| = \frac{2|b|}{\sqrt{2}} = \frac{2|b|}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3}{8}}|2a-c|$~~
~~$16b^2 = 12a^2 + 3c^2 - 12ac$ e $a^2+b^2+c^2 = 2b^2 \therefore b^2 = a^2+c^2 \Rightarrow 4a^2+13c^2+12ac = 0$. Seja $a = 1 \Rightarrow 4a^2 + 12a + 13 = 0 \Rightarrow \nexists a \in \mathbb{R} \therefore a = c = 0$~~

30) $\vec{n} = (a,b,c)$, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|[(0,0,1),(a,b,c),(1,0,1)]|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \iff 2b^2 = a^2+b^2$
$\Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow |a| = b \therefore a = \pm b$. $\sqrt{\frac{8}{15}} = \frac{|\langle (a,b,c),(2,0,-1)\rangle|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{5}} \iff$
$4a^2-8b^2-5c^2 = 12ac$. Se $a=b \Rightarrow a=b=1$ ou $a=b=5$ com $c=2$
Se $a=-b \Rightarrow a=-b=1$ ou $a=-b=5$ com $c=2$, logo, as respostas são:
$X = A + \lambda(1,1,2)$, $X = A+\lambda(1,-1,2)$, $X = A+\lambda(5,5,2)$, $X = A+\lambda(5,-5,2)$

31) a) $n = (0,0,1)$, $\vec{n} = (1,1,1) \Rightarrow d = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{AP}\rangle|}{\|n\|}$ se, e somente se $r \cap \pi = \emptyset$. Entretanto, nesse caso, $r\cap\pi = (6,14,9)$, logo, $d = 0$

b) $\vec{\pi}: X = (1,0,-1)+\lambda(0,1,1)$ e $n = (0,1,-1)$. $r \cap \pi = \emptyset$, logo: $d = \frac{3}{\sqrt{2}}$

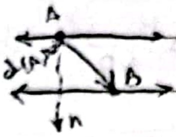
c) $\pi: X = (2,0,2) + \lambda(1,0,2) + \mu(1,-1,2) \Rightarrow n = (2,0,-1)$ e como $\pi \cap r = \emptyset$, $d = \frac{|\langle n, AP\rangle|}{\|n\|} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

(32) $ax+by+cz+d=0$ temos $\begin{cases} a+b-c+d=0 \\ 2a+b+c+1=0 \end{cases} \Rightarrow 2c+d=0$ ∴ $n=(-2c,b,c)$, então $1=\frac{|b-3c|}{\|n\|}$ ∴ $4c^2-6bc=0$ $\Rightarrow 4c=6b \Leftrightarrow 2c=3b$ ∴ $\pi: 6x-2y-3z-2=0$ ou $\pi: y-1=0$ //

(33) $\vec{u}=(0,1,2)$, já que é paralelo a reta e $\vec{v}=(2,0,3)$, já que é paralelo ao segmento, logo, $\vec{n}=(3,4,-2)$ ∴ $\frac{1}{\sqrt{29}}=\frac{|\langle n,(a-1,b-1,c-3)\rangle|}{\|n\|}$ $\Leftrightarrow |3a-3+4b-4+6-2c|=1 \Rightarrow |3a+4b-2c-1|=1$ para $b=0$, $c=0$ e $a=\frac{-d}{3}$ já que responde à equação $3x+4y-2z+d=0$ temos $|-d-1|=1$ ∴ $d=0$ ou $d=-2$, logo: $\pi: 3x+4y-2z=0$ ou $\pi: 3x+4y-2z-2=0$ //

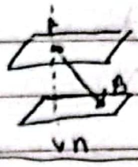
(34) $O\times Y: z=0$. Seja $A\in r$ temos que $A=(1+\lambda,-1+2\lambda,-1+4\lambda)$ e $B\in s$ temos que $B=(-1+2\mu,-2+2\mu,3\mu)$ de tal forma que $\vec{n}=\vec{AB}$, logo: $3=\frac{|\langle(0,0,1),A\rangle|}{1} \Rightarrow |-1+4\lambda|=3 \Rightarrow \lambda=1$ ou $\lambda=-1/2$, logo: $A=(2,1,3)$ ou $A'=(1/2,-2,-3)$ e $3=\frac{|\langle(0,0,1),B\rangle|}{1} \Rightarrow |3\mu|=3$ ∴ $\mu=\pm1 \Rightarrow$ $B=(1,0,3)$ ou $B'=(-3,-4,-3)$. Perceba que $\vec{AB}$ e $\vec{A'B'}$ formam retas mas $\vec{AB'}$ e $\vec{A'B}$ não respondem a pergunta, porque cruzam o plano, logo, temos $r: X=(1,0,3)+\lambda(1,1,0)$ ou $X=(-3,-4,-3)+\lambda(7,4,0)$

(35) $d(r_1,r_2)=d(A,r_2)$ → $A\in r_1$ e $B\in r_2$. Seja $A=(-\frac{c_1}{a},0)$ e $B=(-\frac{c_2}{a},0)$, $\vec{AB}=(\frac{c_1-c_2}{a},0)$ e $n=(a,b)$ temos



$\Rightarrow d(A,r_2)=\|\text{proj}_{\vec{n}}\vec{AB}\|=\left\|\frac{\langle AB,n\rangle}{\|n\|^2}\cdot n\right\|=\frac{|\langle AB,n\rangle|}{\|n\|}=\frac{|c_1-c_2|}{\|n\|}$, como queríamos.

(36) $d(\pi_1,\pi_2)=d(A,\pi_2)$. Seja $A\in\pi_1=(-\frac{d_1}{a},0,0)$ e $B\in\pi_2=(-\frac{d_2}{a},0,0)$, $\vec{AB}=(\frac{d_1-d_2}{a},0,0)$ e $n=(a,b,c)$



$d(A,\pi_2)=\|\text{proj}_{\vec{n}}\vec{AB}\|=\left\|\frac{\langle AB,n\rangle}{\|n\|^2}\cdot n\right\|=\frac{|\langle AB,n\rangle|}{\|n\|}=\frac{|d_1-d_2|}{\|n\|}$, como queríamos

(37) (a) O valor de c é a distância do ponto na extremidade do vetor ao plano. Seja $v=\vec{AO}$ ∴ $A=O-v$ e $d(A,\pi)=\frac{|\langle n,O(O-v)\rangle|}{\|n\|}=\frac{|\langle n,v\rangle|}{\|n\|}$ logo, $c=\frac{|\langle n,v\rangle|}{\|n\|^2}$. Então, $\text{proj}_{\pi}v=v-\text{proj}_{n}v$

→ O outro $\|n\|$ é necessário para negar o versor de n

(b) De a) temos: $d(P,\pi) = \frac{|\langle n, v\rangle|}{\|n\|} = c\|n\|$. Já que $c\vec{n} = v - proj_\pi v$, então $d(P,\pi) = c\|n\| = \|c\vec{n}\| = \|v - proj_\pi v\|$, como queríamos.

(38) Eles devem ser paralelos a π, logo: $\pi_1: x-y+z+d_1=0$ e $\pi_2: x-y+z+d_2=0$ e $d(\pi_1,\pi) = d(\pi_2,\pi) = 2$ ∴ $d(A,\pi_1) = 2$, com $A \in \pi \Rightarrow 2 = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{AP}\rangle|}{\|n\|}$ ∴ $2 = \frac{|-d|}{\sqrt{3}} \Rightarrow d_1 = 2\sqrt{3}$ e $d = -2\sqrt{3}$

temos: $d_1 = d(\pi_1, P) = \frac{|2+2\sqrt{3}|}{\sqrt{3}}$

e: $d_2 = d(\pi_2, P) = \frac{|2-2\sqrt{3}|}{\sqrt{3}}$ | Com $d_1 > d_2$, π_2 está mais perto //

$\pi_2: x - y + z - 2\sqrt{3} = 0$

(39) ABC: $X = (1,0,0) + \mu(1,-2,0) + \lambda(1,0,-3)$, logo, $n = \mu \wedge \lambda = (6,3,2)$ ∴ seja π o plano de resposta, $n_\pi = n = (6,3,2)$ e $d(\pi, ABC) = 3/7 \Rightarrow 3/7 = \frac{|\langle n, (1,0,\frac{d}{2})\rangle|}{\|n\|}$ $\Rightarrow 3 = |6+d| \Rightarrow d = -3$ ou $d = -9$. Como os vértices estão contidos mais próximos de $(0,0,0)$, então apenas o plano $\pi: 6x+3y+2z-3=0$ é resposta

(40) Para r reversa a s, $d(r,s)$ é a distância de dois pontos de r tal que passa uma perpendicular a ambos os planos paralelos a elas, sendo exatamente a definição de (π_1,π_2)

$d(r,s) = \frac{|[r,s,\vec{AB}]|}{\|r\wedge s\|}$ → $A \in \pi_1$ e $B \in \pi_2$, $= \frac{|\langle r\wedge s, \vec{AB}\rangle|}{\|r \wedge s\|}$, mas

como $\pi_1 // \pi_2$, $r \wedge s = n$ então: $= \frac{|\langle n, \vec{AB}\rangle|}{\|n\|} = d(\pi_1,\pi_2)$.

Se elas são paralelas, qualquer ponto terá um referente, logo, $d(r,s)$ com $r//s$ $= d(A,s)$ para $A \in r$ $= \frac{\|\vec{AP}\wedge\vec{s}\|}{\|s\|}$ e não podemos fazer relação com planos porque, se $r//s$, então r e s são coplanares e isso seria uma indefinição na fórmula r com $A \in \pi_1$ e $B \in \pi_2$

41) a) $n_{\pi_1} = n_{\pi_2} = (2, -1, 2)$ e $\vec{AB} = (0, \frac{39}{2}, 0)$ ∴

$d(\pi_1, \pi_2) = \frac{|\langle n, AB \rangle|}{\|n\|} = \frac{\frac{39}{2}}{3} = \frac{39}{6} = \frac{13}{2}$

b) $n_{\pi_1} = (1, 1, 1)$ e $n_{\pi_2} = (3, -3, 1)$, como $n_{\pi_1} \nparallel n_{\pi_2}$, $d(\pi_1, \pi_2) = 0$, porque se cruzam

c) $n_{\pi_1} = (1, 1, 1)$ e $n_{\pi_2} = (2, 1, 1)$, logo, $d(\pi_1, \pi_2) = 0$