

Matemática Discreta II

Profº Pablo Henrique Perondi

LISTA DE EXERCÍCIOS 5

- 1) Qual é o número mínimo de pessoas necessárias em uma festa para garantir que:
 - a) 8 delas fazem aniversário em um mesmo mês?
 - b) 6 delas tenham o primeiro dígito do CPF igual?
 - c) 3 delas tenham o primeiro dígito do CPF igual e fazem aniversário no mesmo mês?
- 2) Um ponto $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ é dito inteiro se todas as suas coordenadas são inteiras.
 - a) Dados 9 pontos inteiros do \mathbb{R}^3 , mostre que existem dois deles cujo ponto médio também é inteiro.
 - b) De um exemplo com 8 pontos do \mathbb{R}^3 inteiros tais que nenhum dos pontos médios formado por dois deles é um inteiro.
- 3) Suponha que há pelo menos 101 formigas no chão de uma sala quadrada de lado 10m. Mostre que há duas delas a uma distância menor que 1,5m.
- 4) Dados 52 números inteiros, mostre que existe um par desses inteiros cuja soma ou diferença é divisível por 100.
- 5) Sejam n um inteiro ímpar e A uma matriz simétrica $n \times n$ onde cada linha de A é formada pelos números $\{1, 2, \dots, n\}$ em uma ordem arbitrária. Mostre que todos os números $\{1, 2, \dots, n\}$ aparecem na diagonal principal de A .
- 6) Quantos números de 1 a 1000 não são divisíveis nem por 2 e nem por 3?
- 7) Quantos números de 1 a 500 são divisíveis ou por 4, ou por 6, ou por 9?
- 8) Quantas são os anagramas da palavra BRASIL em que ou a letra B ocupa o primeiro lugar, ou R ocupa o segundo lugar, ou L o sexto lugar?
- 9) Em uma cidade são publicados três jornais A, B , e C . Em uma pesquisa, 20% da população afirmaram ler o jornal A , 16% o jornal B , 14% o jornal C , 8% lê A e B , 5% lê A e C , 4% B e C e somente 2% da cidade lê os três jornais. Qual a porcentagem da população que não lê nenhum destes três jornais?