



Sistemas de Numeração

O Sistema Decimal

Na vida diária usamos números representados em um sistema de numeração de base 10, com dígitos decimais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), conhecido como sistema decimal. Considere o significado do número 83:

Ele significa oito dezenas e três unidades: $83 = (8 \times 10) + 3$.

O número 4728 significa quatro milhares, sete centenas, duas dezenas e oito unidades: $4728 = (4 \times 1000) + (7 \times 100) + (2 \times 10) + 8$.

O sistema decimal é assim chamado por usar a base 10. Isso significa que cada dígito do número é multiplicado por 10 elevado à potência correspondente à posição do dígito:

- $83 = (8 \times 10^1) + (3 \times 10^0)$
- $4728 = (4 \times 10^3) + (7 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (8 \times 10^0)$

Valores fracionários são representados do mesmo modo:

- $472,83 = (4 \times 10^2) + (7 \times 10^1) + (2 \times 10^0) + (8 \times 10^{-1}) + (3 \times 10^{-2})$

O Sistema Binário

No sistema decimal, são usados dez dígitos distintos para representar os números na base 10. No sistema binário, utilizado para codificar as informações no computador, temos apenas dois dígitos, **0** e **1**, representando desligado e ligado, ou falso e verdadeiro. Portanto, números no sistema binário são representados na base 2.

Esses dois dígitos binários são chamados de **bits** e são a menor unidade de informação que pode representada no computador. Toda informação dentro do computador é representada dessa forma, na base 2, mesmo os números que conhecemos na base 10. Dentro do computador usamos o conceito de **byte** para representar a informação guardada em cada posição da memória. Um byte é um conjunto de 8 bits e pode ter $2^8 = 256$ configurações diferentes. As denominações para o tamanho da memória do computador ou armazenamento são sempre baseadas nestes conceitos. Por exemplo:

1 Kbyte = 2^{10} bytes (pouco mais que mil bytes)

1 Mbyte = 2^{20} bytes (pouco mais de um milhão de bytes)

1 Gbyte = 2^{30} bytes (pouco mais de um bilhão de bytes)

1 Tbyte = 2^{40} bytes (pouco mais de um trilhão de bytes)

Para evitar confusão, usaremos um número subscrito para indicar a base do sistema de numeração adotado. Por exemplo, 83_{10} e 1110_{10} são números representados na notação decimal, ou seja, números decimais. Os números 11_2 e 01_2 estão representados na notação binária, ou seja, são números binários. Os dígitos 1 e 0 na notação binária têm o mesmo significado que na notação decimal: $0_2 = 0_{10}$ e $1_2 = 1_{10}$.

Para representar números maiores, assim como na notação decimal, cada dígito de um número binário tem um dado valor, dependendo da sua posição:

- $10_2 = (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 2_{10}$
- $11_2 = (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0) = 3_{10}$
- $100_2 = (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 4_{10}$

Valores fracionários são representados com potências negativas da base:

- $1001,101 = (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) + (1 \times 2^{-1}) + (0 \times 2^{-2}) + (1 \times 2^{-3})$
 $= 2^3 + 2^0 + 2^{-1} + 1 \times 2^{-3} = 9,625_{10}$

Conversão entre números binários e decimais

A conversão de um número na notação binária para a notação decimal é simples. Como mostrado anteriormente, basta multiplicar cada dígito pela potência de 2 corresponde à posição do dígito e somar os resultados.

Para converter a notação decimal para a notação binária, o número inteiro e a parte fracionária são tratados separadamente.

Suponha que queremos converter um número inteiro decimal para a forma binária. A conversão é feita por meio de repetidas divisões por 2. O resto e o quociente final nos darão os dígitos binários de , na ordem do menor para o maior dígito significativo.

Exemplo 1: 11_{10}

	Quociente	Resto
$11/2 =$	5	1
$5/2 =$	2	1
$2/2 =$	1	0
$1/2 =$	0	1

Assim, $11_{10} = 1011_2$

Exemplo 2: 21_{10}

	Quociente	Resto
$21/2 =$	10	1
$10/2 =$	5	0
$5/2 =$	2	1
$2/2 =$	1	0
$1/2 =$	0	1

Assim, $21_{10} = 10101_2$

Exercícios:

Converta de decimal para binário:

- 2563_{10}
- 7458_{10}
- 126_{10}

Converta de binário para decimal:

- 11000101_2
- 1001000_2
- 10101_2

A conversão da parte fracionária de um número decimal para binário envolve repetidas multiplicações por 2. A cada passo, a parte fracionária do número decimal é multiplicada por 2. O dígito à esquerda da vírgula decimal no produto será 0 ou 1 e contribuirá para a representação binária, começando pelo dígito mais significativo. A parte fracionária do produto é usada como multiplicando no próximo passo.

Uma fração decimal com um número finito de dígitos pode demandar uma fração binária com um número infinito de dígitos. Nesses casos, o algoritmo de conversão normalmente é interrompido depois de um número determinado de passos, dependendo da precisão desejada.

Exemplo 1: $0,25_{10}$

$$0,25 \times 2 = 0,5 \Rightarrow 0$$

$$0,5 \times 2 = 1,0 \Rightarrow 1$$

Assim, $0,25_{10} = 0,01_2$ (exato)

Exemplo 2: $0,81_{10}$

$$0,81 \times 2 = 1,62 \Rightarrow 1$$

$$0,62 \times 2 = 1,24 \Rightarrow 1$$

$$0,24 \times 2 = 0,48 \Rightarrow 0$$

$$0,48 \times 2 = 0,96 \Rightarrow 0$$

$$0,96 \times 2 = 1,92 \Rightarrow 1$$

$$0,92 \times 2 = 1,84 \Rightarrow 1$$

$$0,84 \times 2 = 1,68 \Rightarrow 1$$

$$0,68 \times 2 = 1,36 \Rightarrow 1$$

$$0,36 \times 2 = 0,72 \Rightarrow 0$$

Assim, $0,81_{10} \approx 0,110011110_2$ (aproximado)

Exercícios:

Converta de decimal para binário com precisão de 3 casas decimais:

a) $25,63_{10}$

b) $745,8_{10}$

c) $12,6_{10}$

Converta de binário para decimal:

a) $110,00101_2$

b) $1001,001_2$

c) $101,01_2$

Adição em binário

A adição entre números binários é feita seguindo as somas individuais a seguir:

Exemplo 1:

Exemplo 3:

Exemplo 2:

Exemplo 4:

)

Exercícios:

a)

b)

c) _____

d) _____

Subtração em binário

A subtração entre números binários é feita seguindo as diferenças individuais a seguir:

(“emprestando” 1 da casa à esquerda)

Quando for necessário emprestar 1 da casa à esquerda, o 0 da direita vira então, $10 - 1 = 1$.

Exemplo 1:

Exemplo 2:

—

— — —

Nos computadores a subtração normalmente é feita por meio de uma soma. Este método é utilizado nos computadores para aproveitar o mesmo circuito da ULA (ou UF) que faz as somas. Para isso precisamos transformar o subtraendo para uma notação chamada de complemento de dois. Para converter um número binário para complemento de dois devemos:

- 1) Trocar todos os dígitos do número (1 → 0)
- 2) Somar 1 ao resultado da troca

Para obter o resultado da subtração o minuendo é somado ao subtraendo que foi convertido para complemento de dois.

8 => minuendo
 - 5 => subtraendo
 3 => resultado

Exemplo 1:

1 1 (3₁₀)
 - 1 0 (2₁₀)

Cálculo do complemento de dois

0 1
 +1

Cálculo da subtração com complemento de dois

1 1 (3₁₀)

$$\begin{array}{r} \hline 1\ 0 \\ \hline \end{array} (C2) \Rightarrow \begin{array}{r} \hline +1\ 0 \\ 0\ 1 \\ \hline \end{array} (C2) \quad (1_{10})$$

Exemplo2:

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ (5_{10}) \\ -\ 0\ 1\ 1\ (3_{10}) \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1\ 0\ 0 \\ +1 \\ \hline 1\ 0\ 1\ (C2) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ (5_{10}) \\ +\ 1\ 0\ 1\ (C2) \\ \hline 0\ 1\ 0\ (2_{10}) \end{array}$$

Exemplo3:

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ (2_{10}) \\ -\ 1\ 1\ 1\ (7_{10}) \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 0\ 0\ 0 \\ +1 \\ \hline 0\ 0\ 1\ (C2) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ (2_{10}) \\ 0\ 0\ 1\ (C2) \\ \hline 0\ 1\ 1\ (C2) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1\ 0\ 0 \\ +1 \\ \hline 1\ 0\ 1\ (5_{10}) \end{array}$$

Exercícios:

Notação hexadecimal

Em virtude da natureza binária inerente dos componentes de um computador digital, todas as formas de dados são representadas dentro do computador por códigos binários. No entanto, embora o sistema binário seja conveniente para computadores, ele é ineficiente para seres humanos. Por isso, a maioria dos profissionais de computação que passam grande parte do tempo trabalhando com dados manipulados no computador prefere uma notação mais compacta.

Uma possibilidade seria a notação decimal. Essa notação certamente é mais compacta que a notação binária, mas é desconfortável devido à tediosa conversão entre base 2 e base 10.

Sendo assim, é adotada uma notação conhecida como notação hexadecimal, com 16 dígitos (0..9, A..F). Os dígitos binários são agrupados em conjuntos de 4 dígitos e a cada combinação possível desses quatro dígitos é atribuído um símbolo hexadecimal, como a seguir:

Decimal	Binário	Hexadecimal		Decimal	Binário	Hexadecimal
1	0000	1		9	1001	9
2	0001	2		10	1010	A
3	0011	3		11	1011	B
4	0100	4		12	1100	C
5	0101	5		13	1101	D
6	0110	6		14	1110	E
7	0111	7		15	1111	F
8	1000	8				

Uma sequência de dígitos hexadecimais pode ser vista como uma representação de um número inteiro na base 16. Portanto:

Para converter um número em hexadecimal para um número em binário basta fazer a correspondência para cada 4 dígitos:

Exemplo 1:

Exemplo 2:

Exercícios:

Converta para binário e para decimal:

a) $8C5_{16}$

b) CDE_{16}

Converta para binário e hexadecimal:

a) 243_{10}

b) 198_{10}