

Disciplina: 6876

Turma: 02

## Lista 4: Subespaços Vetoriais

1. Verifique se os subconjuntos abaixo são subespaços vetoriais.

(a)  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y + 4z = 0\}$

(b)  $W = \{(x, y, z, t) : x + y = 0 \text{ e } z - t = 0\}$

(c)  $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$

(d) O conjunto dos vetores em  $\mathbb{R}^5$  que têm duas ou mais coordenadas nulas.

(e) O conjunto dos vetores em  $\mathbb{R}^n$  cujas coordenadas formam uma progressão aritmética.

2. Verifique em cada item se  $W$  é subespaço vetorial de matrizes.

(a)  $W = \{A \in M_n(\mathbb{R}) : A = A^T\}$

(b)  $W = \{A \in M_n(\mathbb{R}) : -A = A^T\}$

(c)  $W = \{A \in M_n(\mathbb{R}) : \det A = 0\}$

(d)  $W = \{A \in M_n(\mathbb{R}) : XA - AX = 0\}$ , onde  $X$  é uma matriz fixa.

(e)  $W = \{A \in M_n(\mathbb{R}) : \text{tr}(A) = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn} = 0\}$

(f) O conjunto das matrizes reais  $2 \times 3$  nas quais alguma coluna é formada por elementos iguais.

3. Verifique em cada item se o subconjunto é subespaço vetorial de funções.

(a)  $W = \{f(x) \mid f(x) = f(-x)\}$

(b)  $W = \{f(x) \mid f(-x) = -f(x)\}$

(c)  $W = \{f(x) \mid f \text{ é integrável em } [0, 1] \text{ e } \int_0^1 f(x) dx = 0\}$

(d)  $W = \{f(x) \mid f''(x) - 2f'(x) + f(x) = 0\}$

4. Seja  $l^\infty = \{(x_n)_{n \in \mathbb{N}} : x_n \in \mathbb{R}\}$  o espaço vetorial das sequências de números reais. Verifique que  $W = \{(x_n) : x_{n+2} - 3x_n = x_{n+1} \text{ para todo } n \in \mathbb{N}\}$  é um subespaço vetorial de  $l^\infty$ .

5. Seja  $l^{(\infty)}$  o subconjunto formado pelas sequências  $(x_n)$  que têm apenas um número finito de termos diferentes de zero. Mostre que  $l^{(\infty)}$  é um subespaço vetorial de  $l^\infty$ .