

Quinta Lista de Exercícios

GEOMETRIA ANALÍTICA

Equações de retas e planos

1. (Camargo–Boulos) Sejam $B = (-5, 2, 3)$ e $C = (4, -7, -6)$. Escreva equações nas formas vetorial, paramétrica e simétrica para a reta BC . Verifique se o ponto $D = (3, 1, 4)$ pertence a essa reta.
2. (Camargo–Boulos) Dados $A = (1, 2, 3)$ e $\vec{u} = (3, 2, 1)$, escreva equações da reta que contém A e é paralela a \vec{u} , nas formas vetorial, paramétrica e simétrica. Obtenha dois vetores diretores unitários dessa reta.
3. (Poole) Escreva uma equação na forma normal (geral) da reta que passa por P e possui \vec{n} como vetor normal, em cada caso.
 - (a) $P = (0, 0)$, $\vec{n} = (3, 2)$
 - (b) $P = (1, 2)$, $\vec{n} = (3, -4)$
4. (Poole) Dados $P = (-4, 4)$ e $\vec{u} = (1, 1)$, escreva equações da reta que passa por P e é paralela a \vec{u} , nas formas vetorial, paramétrica e simétrica.
5. Sejam $r_1 : y = m_1x + d_1$ e $r_2 : y = m_2x + d_2$ retas no plano. Mostre que r_1 e r_2 são perpendiculares se, e somente se, $m_1m_2 = -1$.
6. (Camargo–Boulos) Obtenha equações paramétricas da reta que contém o ponto $(1, 4, -7)$ e é paralela à reta de equações paramétricas

$$\begin{cases} x = 200 - \lambda \\ y = \sqrt{3} - 3\lambda \\ z = 0 \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

7. (Camargo–Boulos) Escreva equações nas formas paramétricas e simétrica da reta que contém o ponto $A = (2, 0, -3)$ e é paralela à reta descrita pelas equações

$$\frac{1-x}{5} = \frac{3y}{4} = \frac{z+3}{6}.$$

8. (Poole) Encontre equações na forma vetorial e paramétrica das retas em \mathbb{R}^2 que possuem equações:
 - (a) $y = 3x - 1$
 - (b) $3x + 2y = 5$
9. Considere a reta r de equação vetorial $X = A + \lambda \overrightarrow{AB}$.
 - (a) Mostre que r passa pelo ponto B .

- (b) Quais valores do parâmetro λ correspondem ao segmento AB .
- (c) Determine o ponto médio de AB quando $A = (1, -3, 6)$ e $B = (0, 2, -1)$.
- (d) Determine os pontos que dividem o segmento AB em três partes iguais quando $A = (1, 0, 1)$ e $B = (4, 1, -2)$.
10. (Camargo–Boulos) Sejam $A = (3, 6, -7)$, $B = (-5, 2, 3)$ e $C = (4, -7, -6)$.
- (a) Mostre que A, B, C são vértices de um triângulo.
- (b) Escreva equações paramétricas da reta que contém a mediana relativa ao vértice C .
11. (Camargo–Boulos) Sejam $A = (1, 4, 0)$, $B = (2, 1, -1)$ e $C = (1, 2, 2)$.
- (a) Mostre que A, B, C são vértices de um triângulo.
- (b) Escreva uma equação vetorial da reta que contém a altura relativa ao vértice B .
12. Sejam $A = (1, 2, 5)$ e $B = (0, 1, 0)$. Determine o ponto P da reta AB tal que $\|\overrightarrow{PB}\| = 3\|\overrightarrow{PA}\|$.
13. (Camargo–Boulos) Sejam $A = (1, 1, 1)$ e $r : X = (1, 1, 4) + \lambda(1, -1, 0)$. Obtenha os pontos de r que distam $\sqrt{11}$ de A .
14. (Camargo–Boulos) Sejam $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, 0, 1)$ e $r : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 1)$. Determine os pontos de r equidistantes de A e B .
15. (Camargo–Boulos) Escreva uma equação vetorial e equações paramétricas do plano π , utilizando as informações dadas em cada caso.
- (a) π contém $A = (1, 2, 0)$ e é paralelo aos vetores $\vec{u} = (1, 1, 0)$ e $\vec{v} = (2, 3, -1)$.
- (b) π contém $A = (1, 1, 0)$ e $B = (1, -1, -1)$ e é paralelo ao vetor $\vec{v} = (2, 1, 0)$.
- (c) π contém $A = (1, 0, 1)$ e $B = (0, 1, -1)$ e é paralelo ao segmento de extremidades $C = (1, 2, 1)$ e $D = (0, 1, 0)$.
- (d) π contém os pontos $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 1, -1)$ e $C = (1, -1, 0)$.
- (e) π contém $A = (1, 1, 2)$ e é paralelo ao plano com equações paramétricas

$$\begin{cases} x = 1 + \lambda + 2\mu \\ y = 2\lambda + \mu \\ z = -\lambda \end{cases}.$$

16. (Camargo–Boulos) Obtenha as equações paramétricas dos planos coordenados (Oxy, Oxz, Oyz) .
17. (Camargo–Boulos) É possível decompor o vetor $\vec{u} = (1, 2, 4)$ como soma de um vetor paralelo à reta $r : X = (1, 9, 18) + \lambda(2, 1, 0)$ com outro paralelo ao plano $\pi : (1, 1, 0) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(0, 1, -1)$? Em caso afirmativo, exiba uma decomposição de \vec{u} dessa forma.
18. (Poole) Escreva uma equação geral do plano que passa por $P = (3, 0, -2)$ e possui vetor normal $\vec{n} = (2, 5, 0)$.
19. (Camargo–Boulos) Escreva uma equação geral do plano π em cada caso.
 - (a) π contém $A = (1, 1, 0)$ e $B = (1, -1, -1)$ e é paralelo a $\vec{u} = (2, 1, 0)$.
 - (b) π contém $A = (1, 0, 1)$ e $B = (1, 1, -1)$ e é paralelo a CD , sendo $C = (1, 2, 1)$ e $D = (0, 1, 0)$.
 - (c) π contém $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 1, -1)$ e $C = (3, -1, 1)$.
 - (d) π contém $P = (1, 0, -1)$ e $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = 2-z$.
20. Obtenha equações gerais dos planos coordenados.
21. (Camargo–Boulos) Verifique se o vetor \vec{u} é paralelo ao plano $\pi : 4x - 6y + z - 3 = 0$, nos casos $\vec{u} = (0, 1, 6)$ e $\vec{u} = (-3, 2, 24)$.
22. (Camargo–Boulos) Dada uma equação geral, obtenha equações paramétricas do plano.
 - (a) $4x + 2y - z + 5 = 0$
 - (b) $5x - y - 1 = 0$
23. (Camargo–Boulos) Obtenha os pontos da reta $r : X = (1, 1, 1) + \lambda(2, 0, 1)$ que pertencem ao plano π , nos casos:
 - (a) $\pi : x - y - z = 0$.
 - (b) $\pi : x + 3y - 2z + 1 = 0$.
 - (c) π é o plano Oxz .