1. Im Folgenden sei K ein Körper, es seien $n, m \in \mathbb{N}$ mit $n, m \geq 1$, V und W seien K-Vektorräume und $f, g \colon V \to W$ seien K-linear.
   - ◯ Sind $T_1, T_2, T_3 \subseteq V$, so dass $T_i \cup T_j$ für alle $1 \leq i \neq j \leq 3$ linear unabhängig ist, so ist auch $T_1 \cup T_2 \cup T_3$ linear unabhängig.
   - ◯ Ist f ein Isomorphismus, so ist auch die duale Abbildung f^* ein Isomorphismus.
   - ◯ Ist $A \in \mathrm{GL}_n(K)$, so sind die Potenzen $(A, A^2, A^3, \ldots, A^{n^2})$ eine Basis von $\mathrm{Mat}(n \times n, K)$.
   - ◯ Ist $\ker f^* = \ker g^*$, so ist $f = g$.
   - ◯ Sind $U_1, U_2 \subseteq V$ Untervektorräume, so ist auch
     $$U_1 + U_2 = \{u_1 + u_2 \mid u_1 \in U_1, u_2 \in U_2\}$$
     ein Untervektorraum von V.
   - ◯ Es gilt $(f - g)^* = f^* - g^*$.
   - ◯ Ist $A \in \mathrm{GL}_n(K)$ symmetrisch (d.h. $A^T = A$), so ist auch A^{-1} symmetrisch.
   - ◯ Sind $A \in \mathrm{Mat}(n \times m, K)$ und $B \in \mathrm{Mat}(m \times n, K)$ mit $AB = \mathbb{1}_n$, so ist auch $BA = \mathbb{1}_m$.
   - ◯ Ist $\lambda \in K$ ein Eigenwert von $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, K)$, so ist $\lambda^2 + 2$ ein Eigenwert von $A^2 + 2\mathbb{1}_n$.
   - ◯ Ist $U \subseteq V$ ein Untervektorraum, so ist $f(U)$ ein Untervektorraum von W mit $f^*(f(U)^\perp) \subseteq U^\perp$.

2. Im Folgenden sei K ein Körper, es sei $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$, V sei ein K-Vektorraum und $f \colon V \to V$ sei linear.
   - ◯ Ist $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ und $\lambda > 0$ für jeden Eigenwert λ von A, so ist A invertierbar.
   - ◯ Ist $T \subseteq V$, so dass jede endliche Teilmenge von T linear unabhängig ist, so ist auch T linear unabhängig.
   - ◯ Es ist $\ker(f)^\perp = \ker(f^*)$.
   - ◯ Sind $A, B \in \mathrm{Mat}(n \times n, K)$, so dass es ein $S \in \mathrm{GL}_n(K)$ mit $B = SAS^{-1}$ gibt, so ist $\ker A = \ker B$.
   - ◯ Ist $K = \mathbb{C}$ und $\dim_{\mathbb{C}} V < \infty$, so ist $\dim_{\mathbb{R}} V > \dim_{\mathbb{C}} V$.
   - ◯ Ist $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ mit $\det(A) = 1$ und $A_{ij} \in \mathbb{Z}$ für alle $1 \leq i, j \leq n$, so ist A invertierbar mit $(A^{-1})_{ij} \in \mathbb{Z}$ für alle $1 \leq i, j \leq n$.
   - ◯ Sind $U_1, U_2 \subseteq V$ zwei Untervektorräume mit $U_1 \subseteq U_2$, so ist $U_1^\perp \subseteq U_2^\perp$.
   - ◯ Es seien $A, B \in \mathrm{Mat}(n \times n, K)$. Ist $\lambda \in K$ ein Eigenwert von A und $\mu \in K$ eine Eigenwert von B, so ist $\lambda + \mu$ ein Eigenwert von $A + B$.
   - ◯ Für jedes $v \in V \setminus \{0\}$ ist die Menge $\{f \in \mathcal{L}(V, V) \mid v \text{ ist ein Eigenvektor von } f\}$ ein Untervektorraum von $\mathcal{L}(V, V)$.

3. Es sei K ein Körper, $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$, V ein endlichdimensionaler K-Vektorraum und $f \colon V \to V$ linear.
   - ◯ Es ist $\mathrm{rang}(f) = \mathrm{rang}(f^*)$.
   - ◯ Ist $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Kollektion von Untervektorräumen $U_n \subseteq V$, so dass $U_n \subseteq U_{n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$, so ist $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} U_n$ ein Untervektorraum von V.
   - ◯ Sind $v_1, v_2 \in V$, so dass (v_1, v_2) linear unabhängig ist, so ist auch $(v_1 + v_2, v_1 - v_2)$ linear unabhängig.
   - ◯ Es ist $\chi_f(T) = \chi_{f^*}(T)$.
   - ◯ Die Menge $\{v \in V \mid \text{es gibt } \lambda \in K \text{ mit } f(v) = \lambda v\}$ ist ein Untervektorraum von V.
   - ◯ Ist $A \in \mathrm{GL}_n(K)$ mit $A^{-1} = A^T$, so ist $\det(A) = 1$.
   - ◯ Die Determinante $\det \colon \mathrm{Mat}(n \times n, K) \to K$ ist nicht linear.
   - ◯ Es seien $\mathcal{B} = (b_1, \ldots, b_n)$ und $\mathcal{C} = (c_1, \ldots, c_n)$ zwei Basen von V, und $\mathcal{B}^* = (b_1^*, \ldots, b_n^*)$ und $\mathcal{C}^* = (c_1^*, \ldots, c_n^*)$ die entsprechenden dualen Basen von V^*. Ist $\mathcal{B}^* = \mathcal{C}^*$, also $b_i^* = c_i^*$ für alle $1 \leq i \leq n$, so ist $\mathcal{B} = \mathcal{C}$.
   - ◯ Ist $A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ mit $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$, so ist auch $A^{-1} \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$.