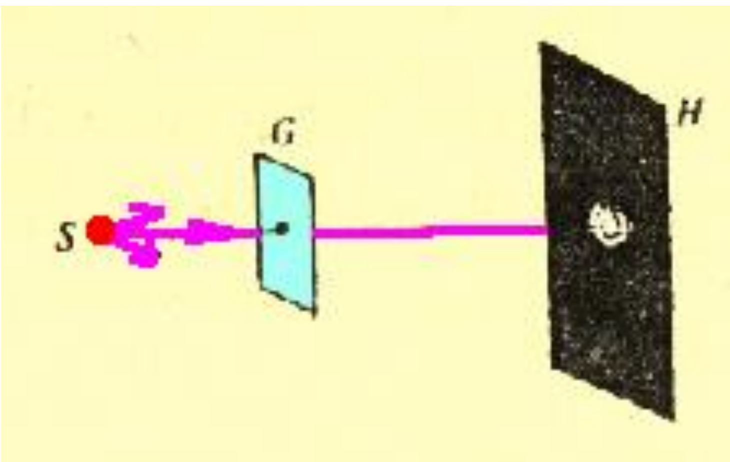
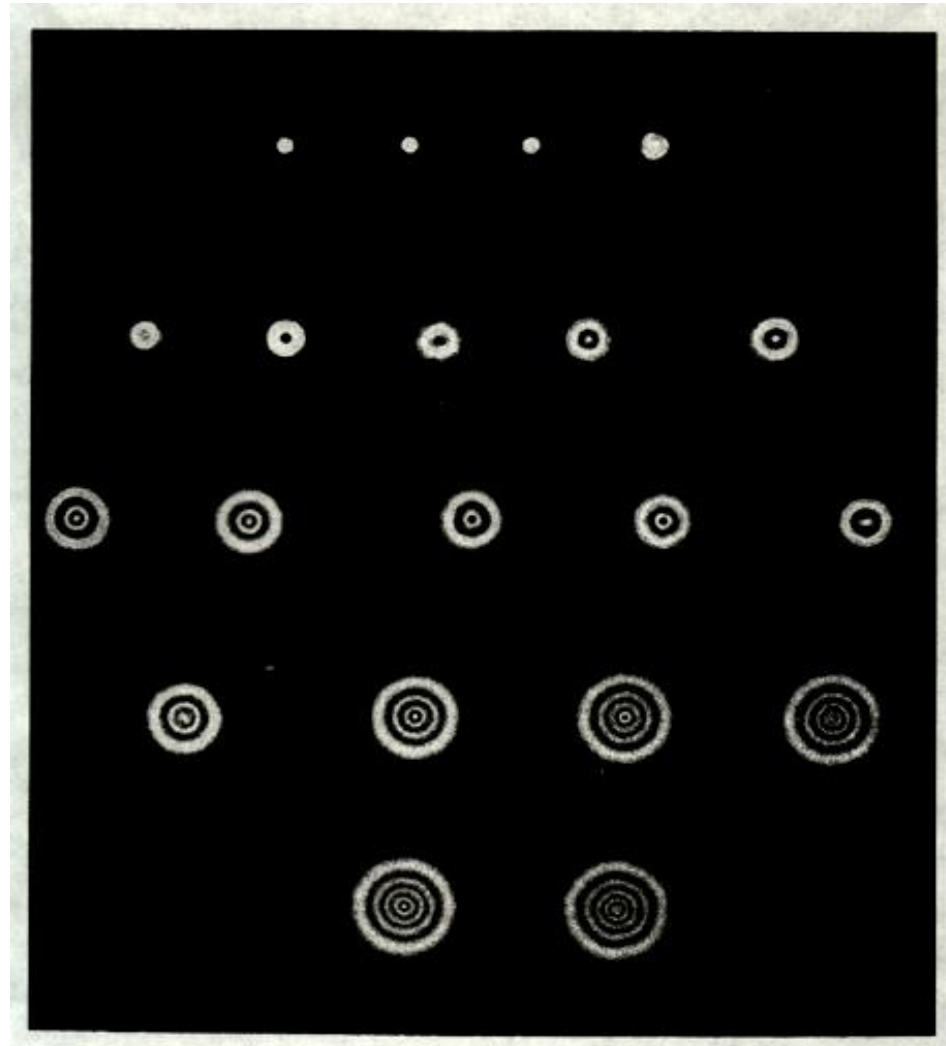
§ 5 光的衍射

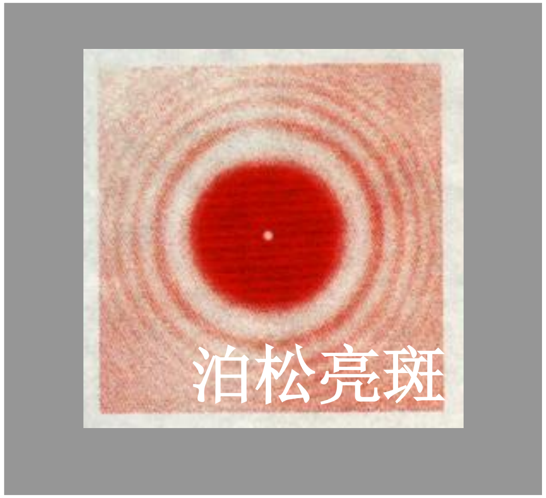
一 光的衍射现象

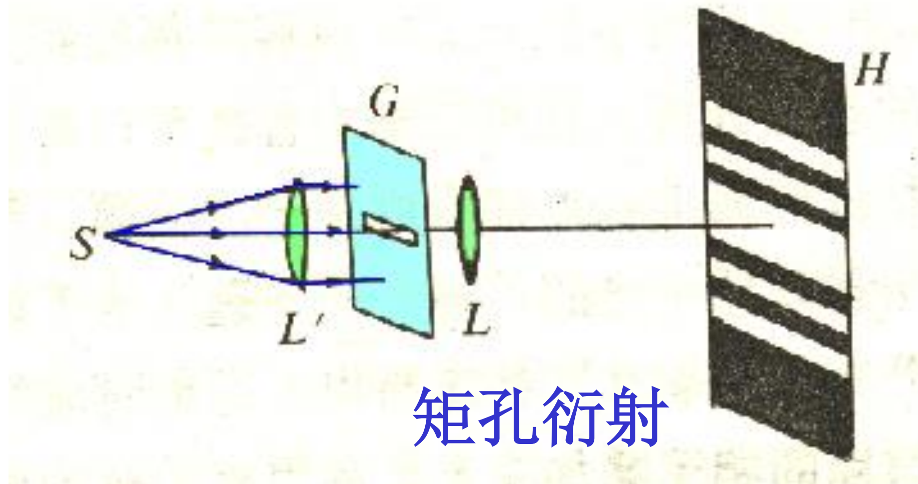
圆孔衍射



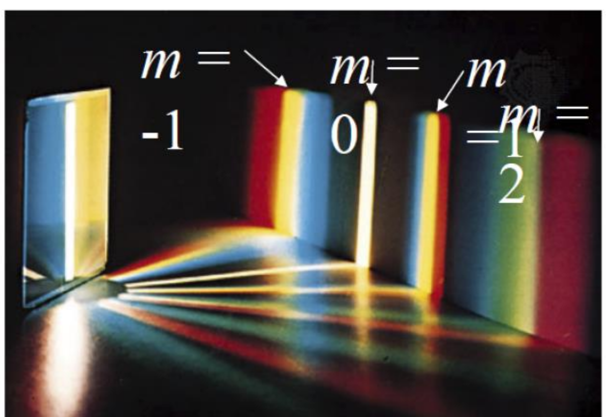


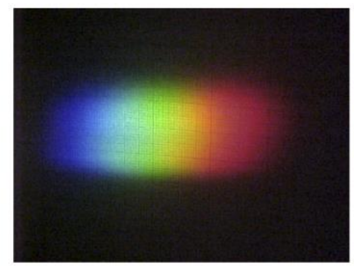
圆盘衍射



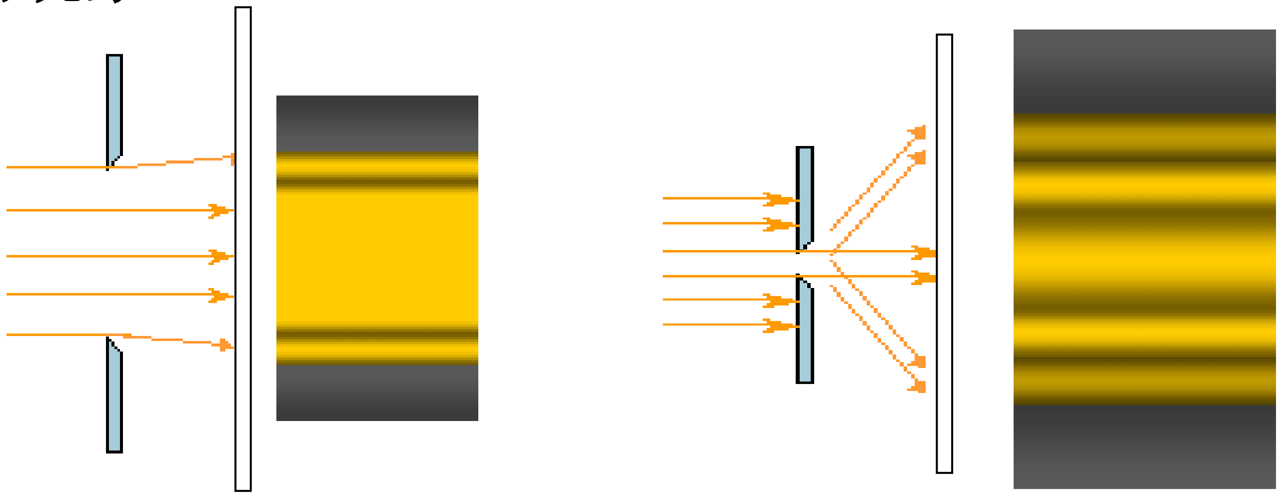


光栅衍射





光在传播过程中若遇到尺寸比光的波长大得不多的障碍物时，光会传到障碍物的阴影区并形成明暗变化的光强分布的现象



判据：$b \sim \lambda$

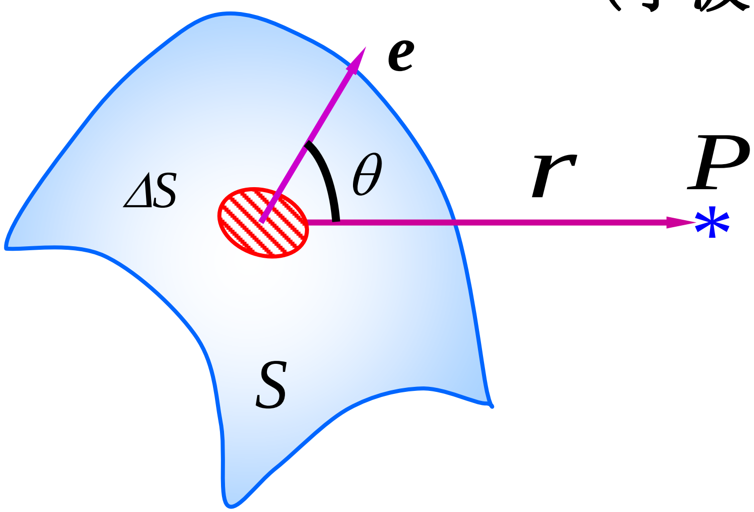
衍射产生条件：障碍物或孔线度与波长大小可比拟

二　惠更斯–菲涅耳原理

S：t 时刻波阵面

ΔS：波阵面上面元

（子波波源）



波前**S**上的每个面元**dS**都可以看成是发出球面子波的新波源，空间任意一点**P**的振动是所有这些子波在该点的相干叠加。

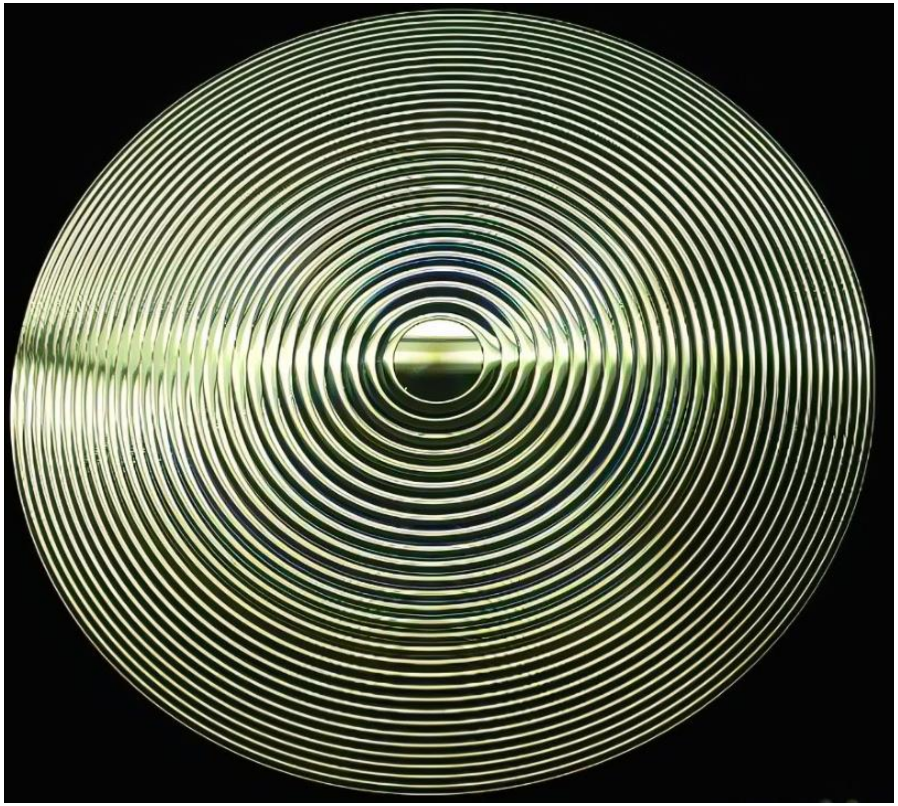
（1）各子波在 **P** 点的相位　$\omega t+\varphi_0-(2\pi r/\lambda\ )$

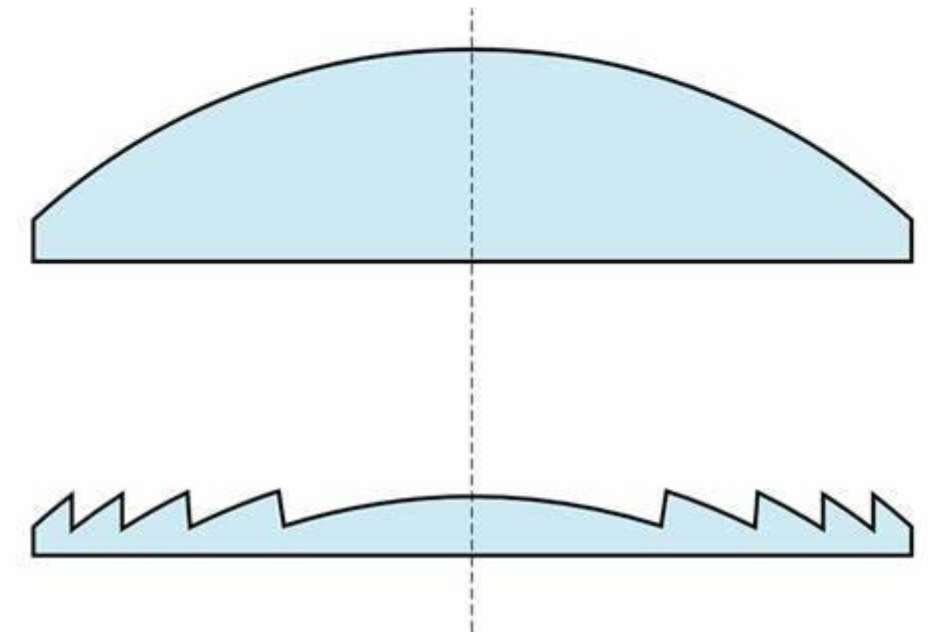
（2）各子波在 **P** 点的振幅　$A=Ck(\theta)\,dS/r$

（3）**P** 点的合振动方程　$$\Psi=C\int_S\frac{dS}{r}\,k(\theta)\cos\left(\omega t+\varphi_0-\frac{2\pi r}{\lambda}\right)$$

奥古斯汀-让·菲涅尔（Augustin-Jean Fresnel，1788-1827），法国物理学家，在衍射和偏振方面做出了巨大的贡献，被称为物理光学的缔造者。

菲涅尔波带片（菲涅尔透镜）

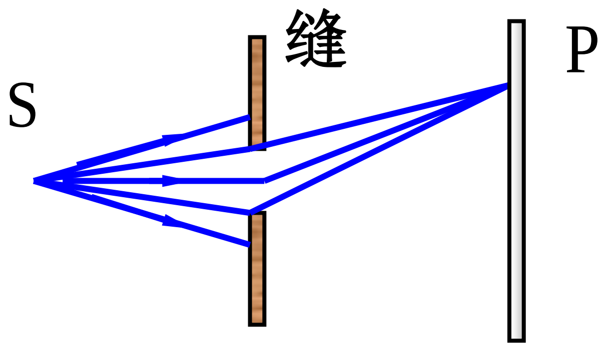




用半波带将波面分割，然后只让其中的奇数（或偶数）半波带透光，即制成波带片。透过波带片的光，在焦点处的光程差依次为λ，相位相同，振动方向也相同，合振动大大增强，衍射后的光强大大增强。

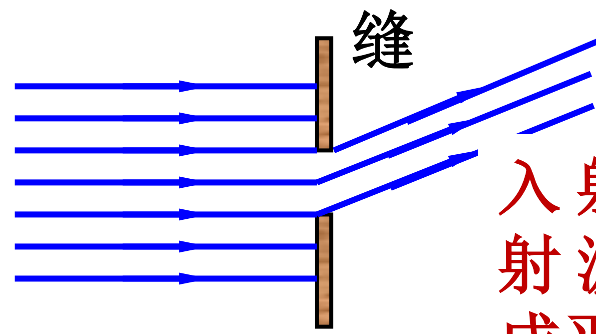
三　菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射

菲 涅 耳 衍 射



光源、屏与缝相距有限远

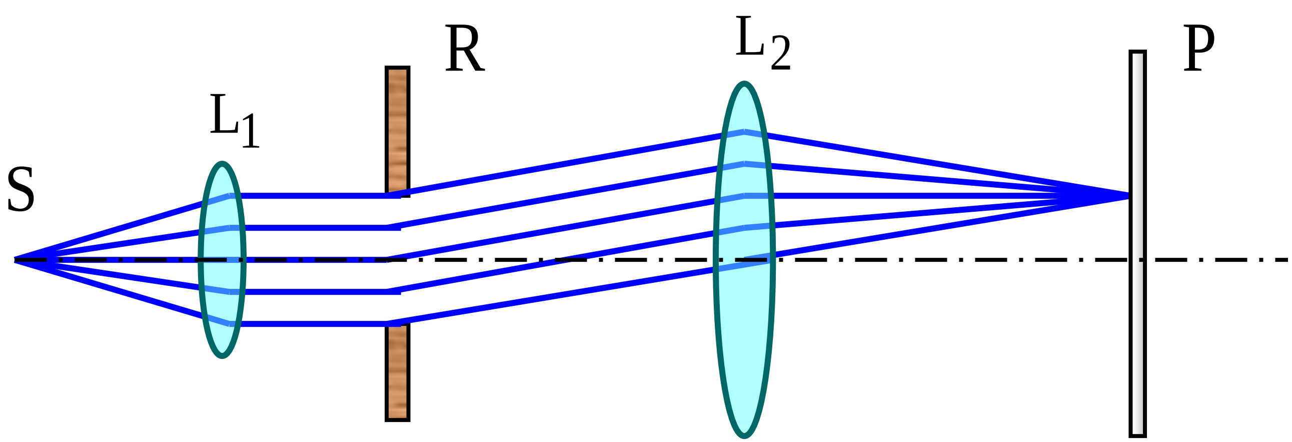
夫 琅 禾 费 衍 射



入射波和衍射波都可看成平面波

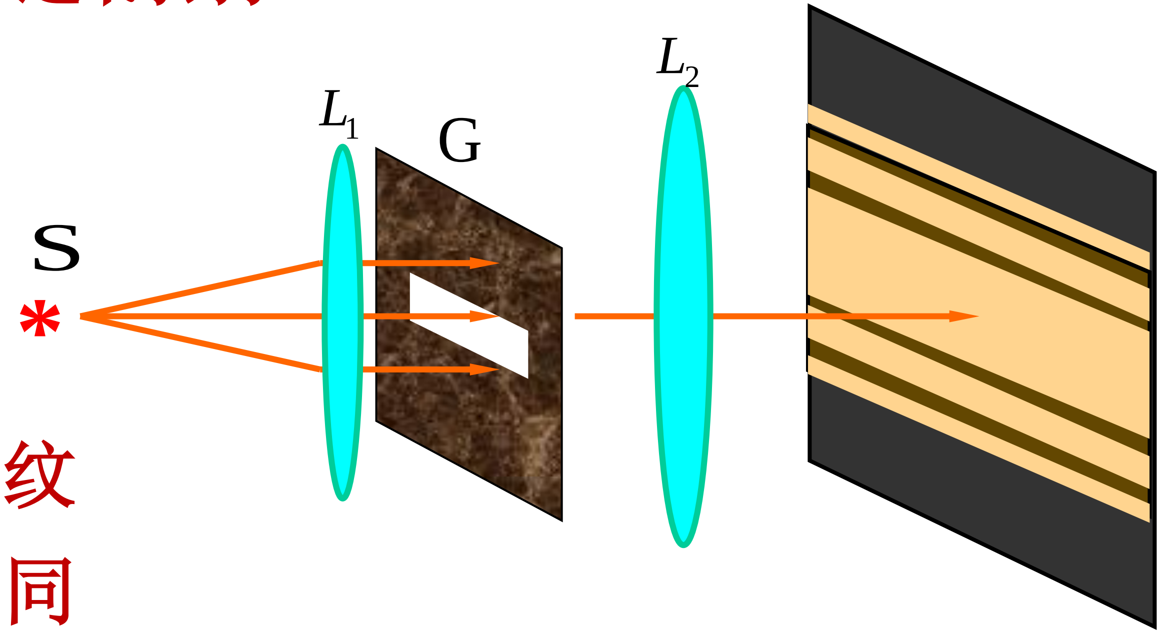
光源、屏与缝相距无限远

在夫琅禾费衍射实验中实现



§6 夫琅禾费单缝衍射

实验装置

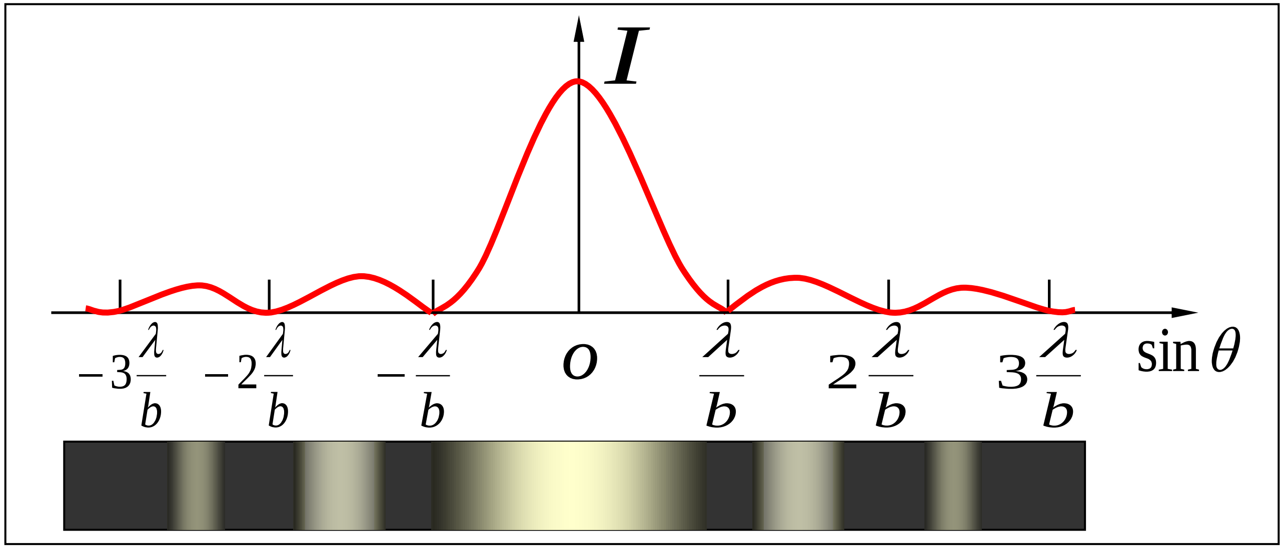


实验现象

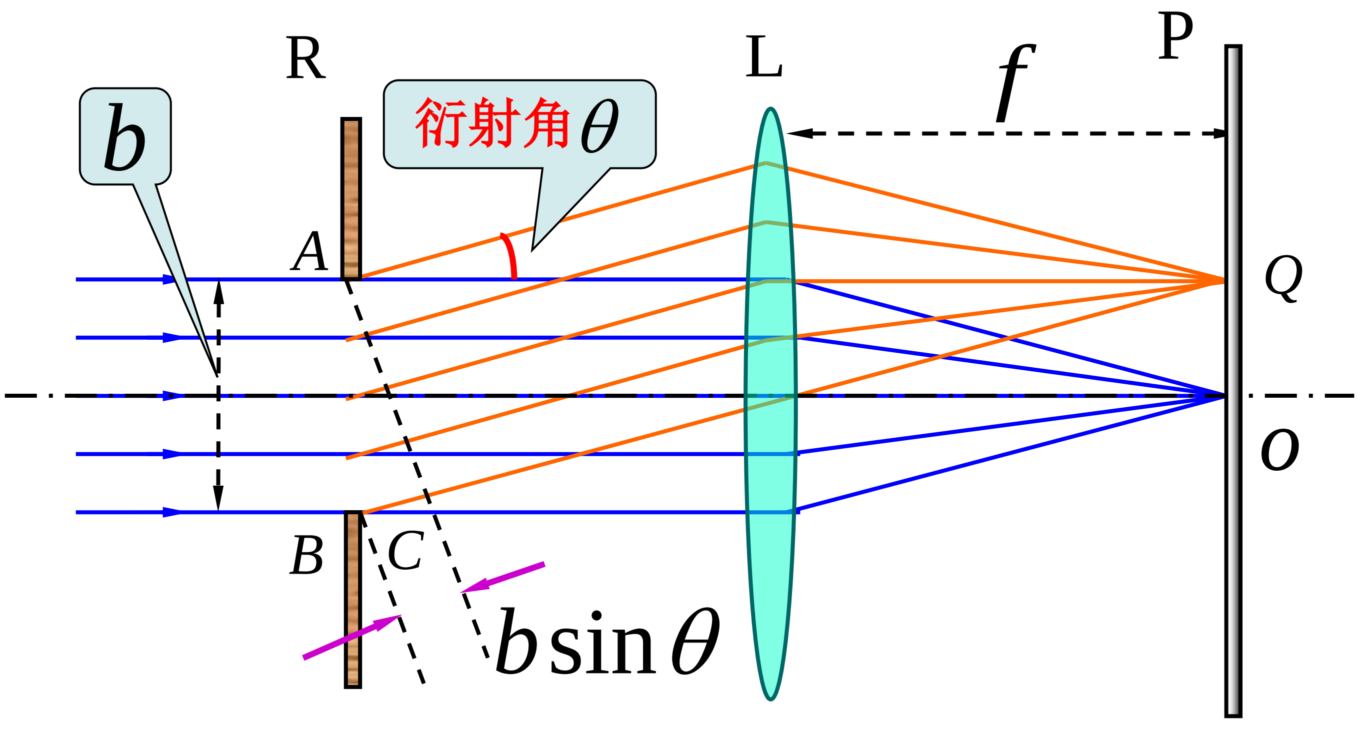
明暗相间的平行直条纹

条纹的宽度和亮度不同

光强分布



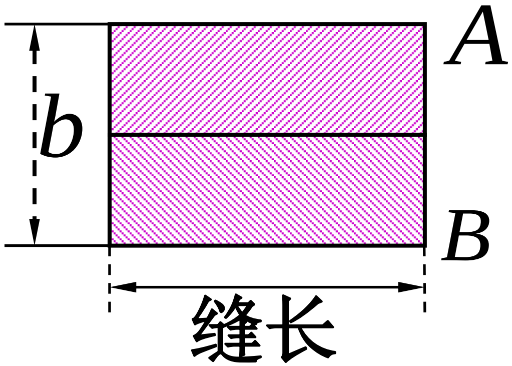
夫琅禾费单缝衍射



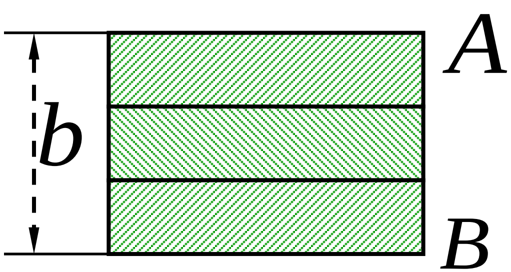
（衍射角θ：向上为正，向下为负）

菲涅耳波带法 $BC = b\sin\theta = \pm k\dfrac{\lambda}{2} \quad (k = 1,2,3,\cdots)$

一 半波带法

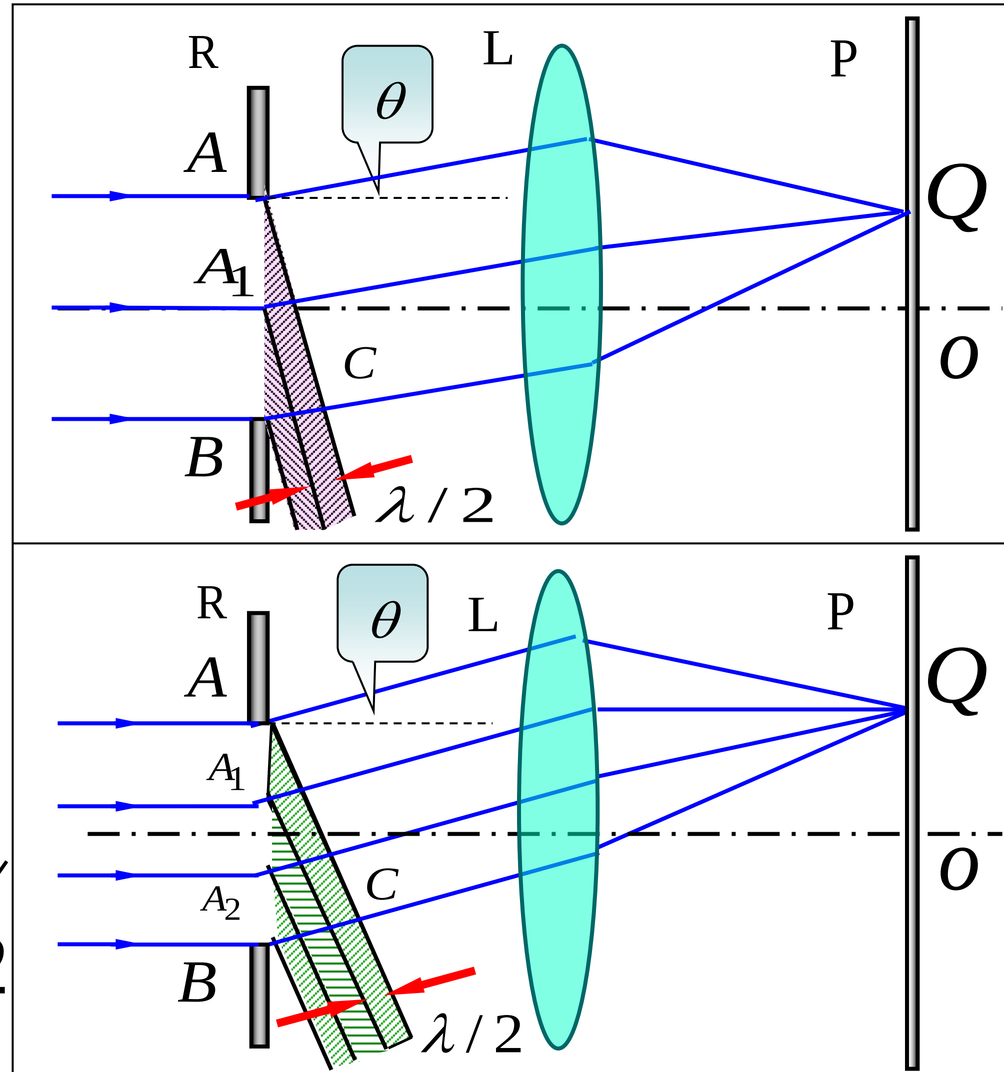


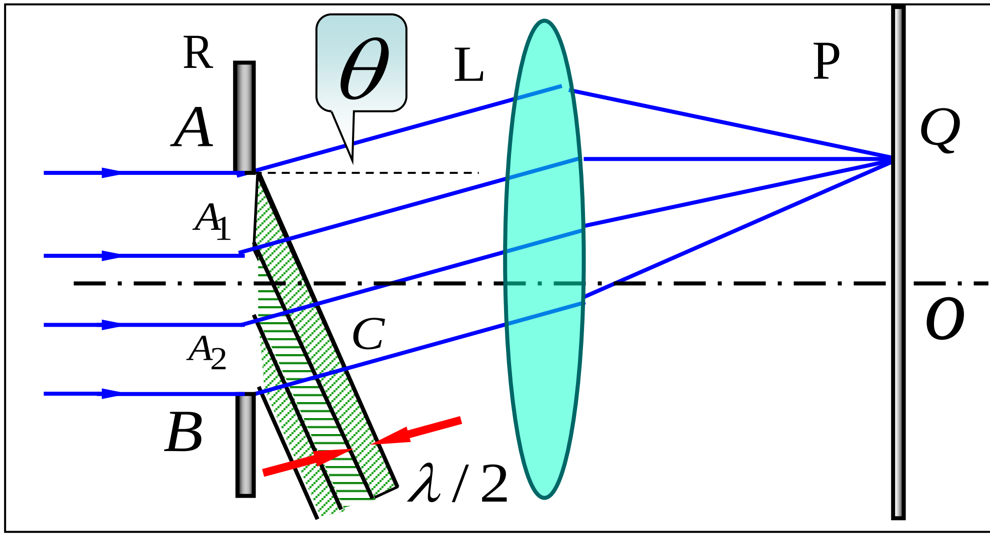
$$b\sin\theta = \pm 2k\frac{\lambda}{2}$$



$$b\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$k = 1,2,3,\cdots$$





$$BC = b\sin\theta$$
$$= \pm k\frac{\lambda}{2}$$

（k 个半波带）

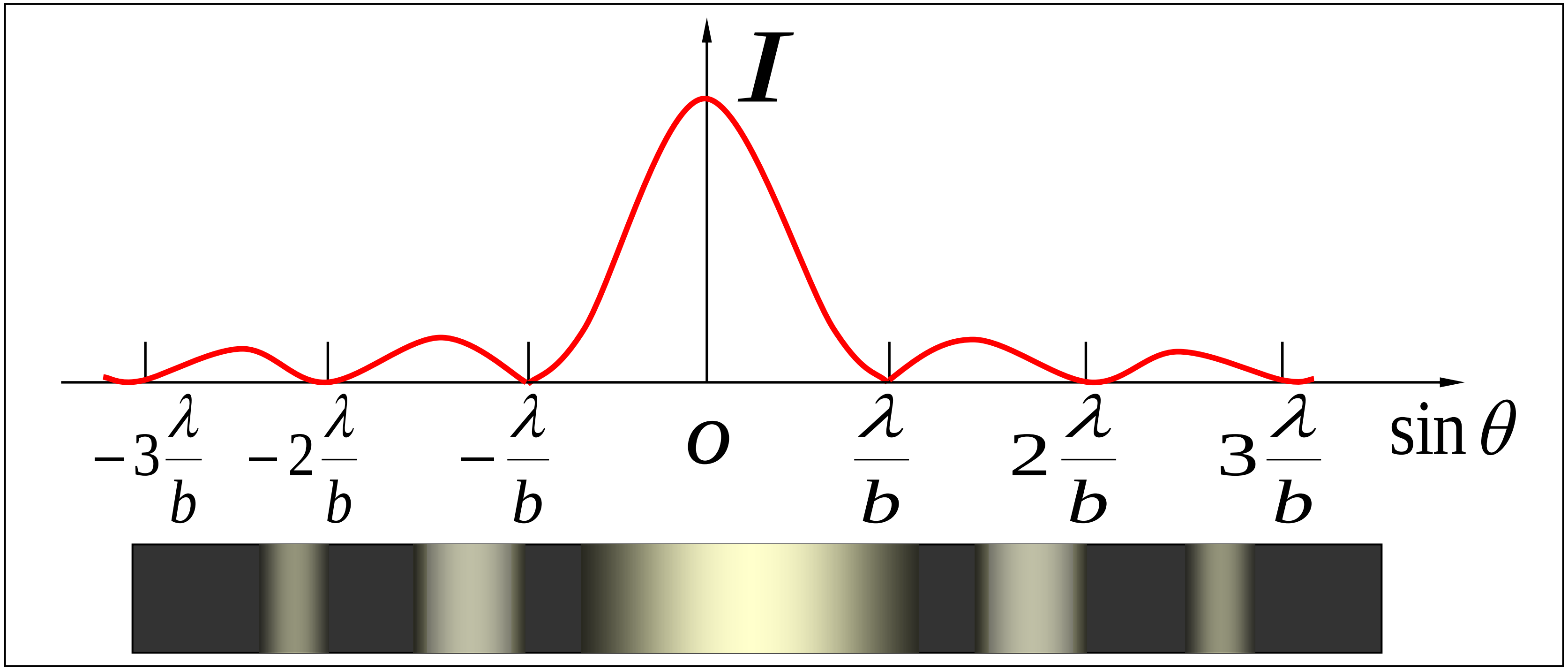
$$\begin{cases} b\sin\theta = 0 & \text{中央明纹中心} \\ b\sin\theta = \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} = \pm k\lambda & \text{干涉相消(暗纹)} \\ b\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{干涉加强(明纹)} \\ b\sin\theta \neq k\dfrac{\lambda}{2} & \text{（介于明暗之间）} \end{cases} \quad (k = 1,2,3,\cdots)$$

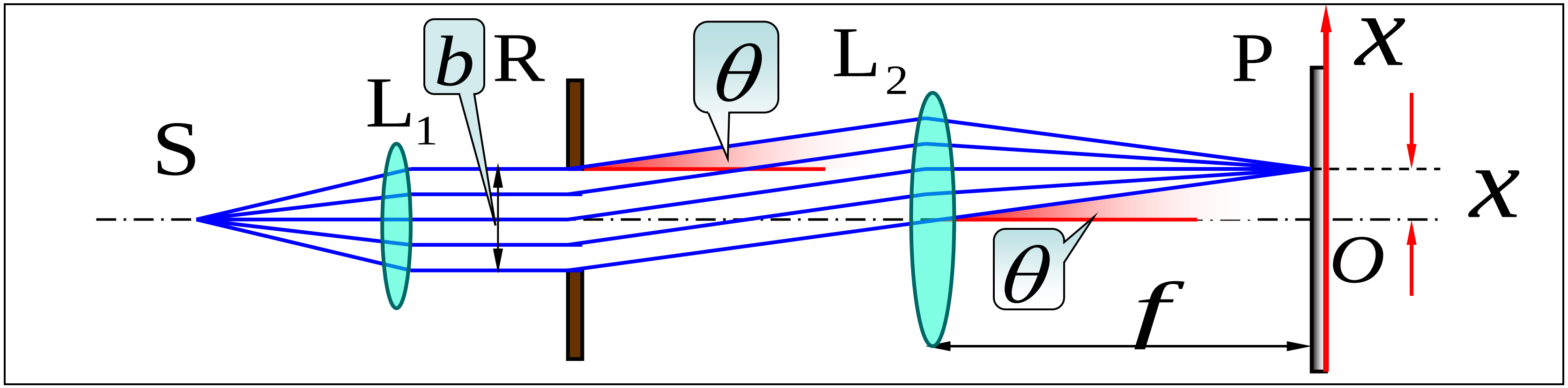
$2k$个半波带

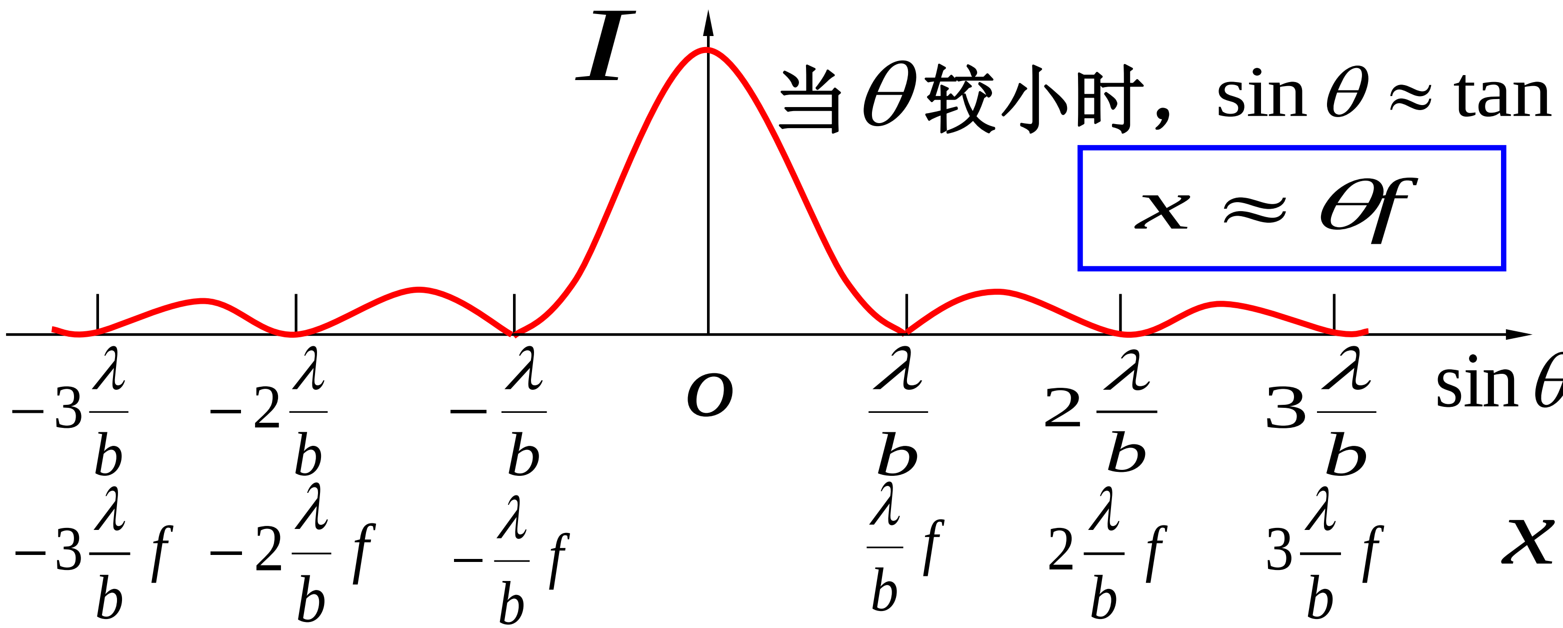
$2k+1$ 个半波带

二　光强分布

$$\begin{cases} b\sin\theta = \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} = \pm k\lambda & \text{干涉相消（暗纹）} \\ b\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{干涉加强（明纹）} \end{cases}$$







当θ较小时，$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$

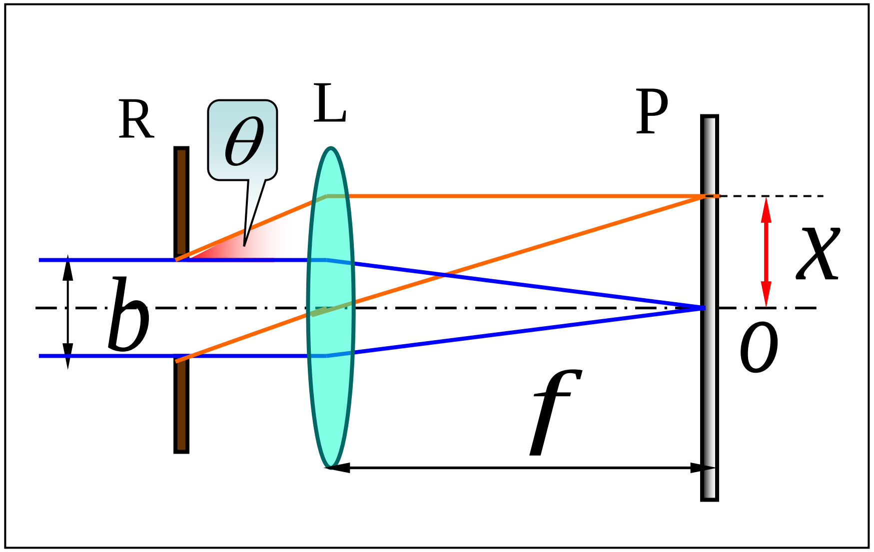
$$\boxed{x \approx \theta f}$$

讨 论

$$\begin{cases} b\sin\theta = \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} = \pm k\lambda & \text{干涉相消（暗纹）} \\ b\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{干涉加强（明纹）} \end{cases}$$

(1) 第一暗纹距中心的距离

$$x_1 = \theta f = \frac{\lambda}{b} f$$



第一暗纹的衍射角

$$\theta_1 = \arcsin\frac{\lambda}{b}$$

第一暗纹的衍射角 $\theta_1 = \arcsin\frac{\lambda}{b}$

- λ 一定 $\begin{cases} b\text{增大}, \theta_1\text{减小} & \frac{\lambda}{b} \Rightarrow 0, \theta_1 \Rightarrow 0 \\ & \text{光直线传播} \\ b\text{减小}, \theta_1\text{增大} & b \Rightarrow \lambda, \theta_1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} \\ & \text{衍射最大} \end{cases}$

- b一定, λ 越大, θ_1越大，衍射效应越明显.

(2) 中央明纹　　（ $k=1$ 的两暗纹间）

角范围 $-\frac{\lambda}{b} < \sin\theta < \frac{\lambda}{b}$　　线范围 $-\frac{\lambda}{b}f < x < \frac{\lambda}{b}f$

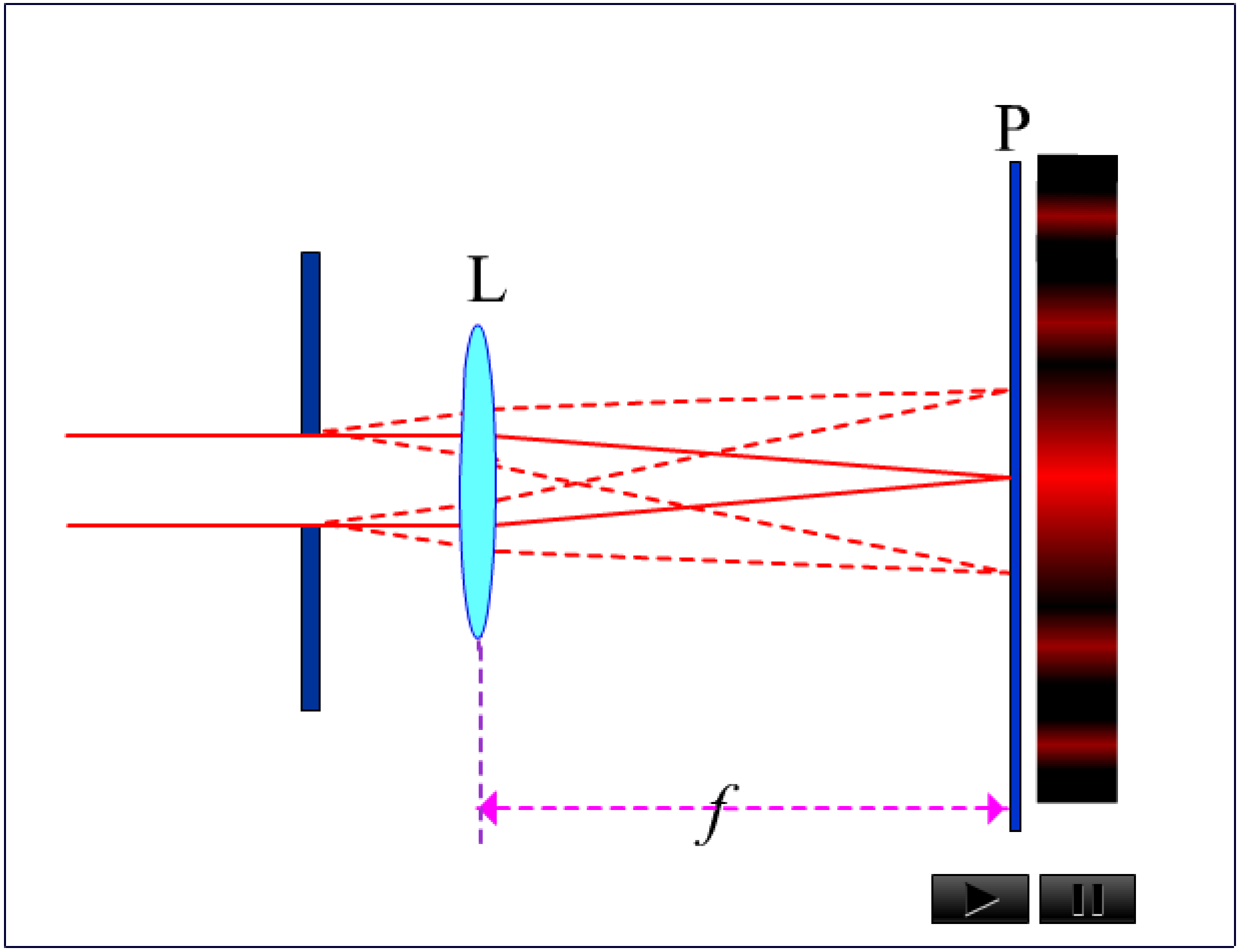
中央明纹的宽度　$\Delta x_0 = 2x_1 \approx 2\frac{\lambda}{b}f$

(3) 条纹宽度（相邻条纹间距）

$$\begin{cases} b\sin\theta = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda & \text{干涉相消（暗纹）} \\ b\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{干涉加强（明纹）} \end{cases}$$

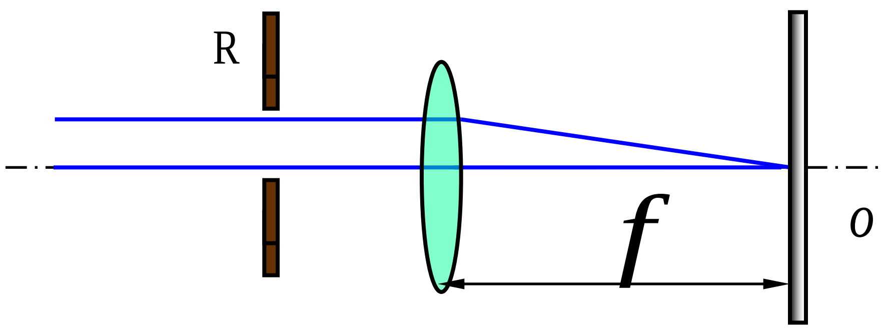
$\Delta x = \theta_{k+1}f - \theta_k f = \frac{\lambda f}{b}$　除了中央明纹外其它明纹的宽度

单缝宽度变化，中央明纹宽度如何变化？



(4) 单缝衍射的动态变化

单缝上下微小移动，根据透镜成像原理衍射图不变

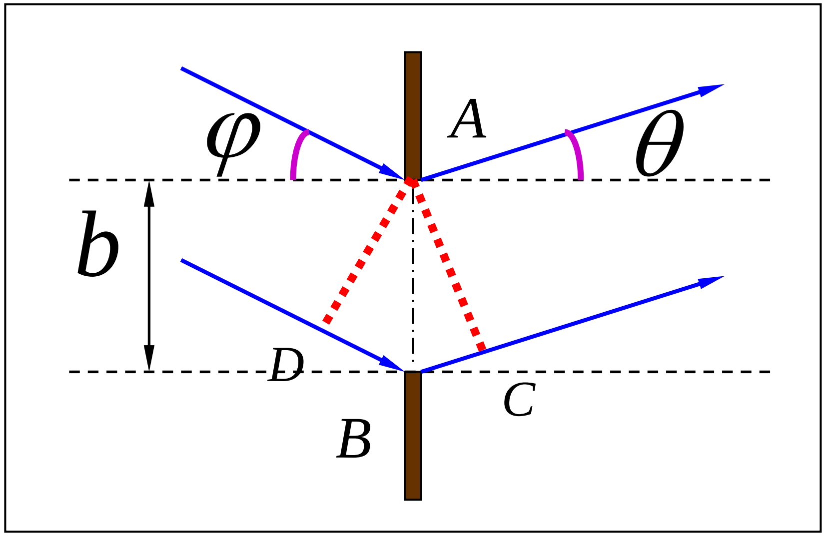


单缝上移，零级明纹仍在透镜光轴上.

(5) 入射光非垂直入射时光程差的计算

$$\varDelta = DB + BC$$

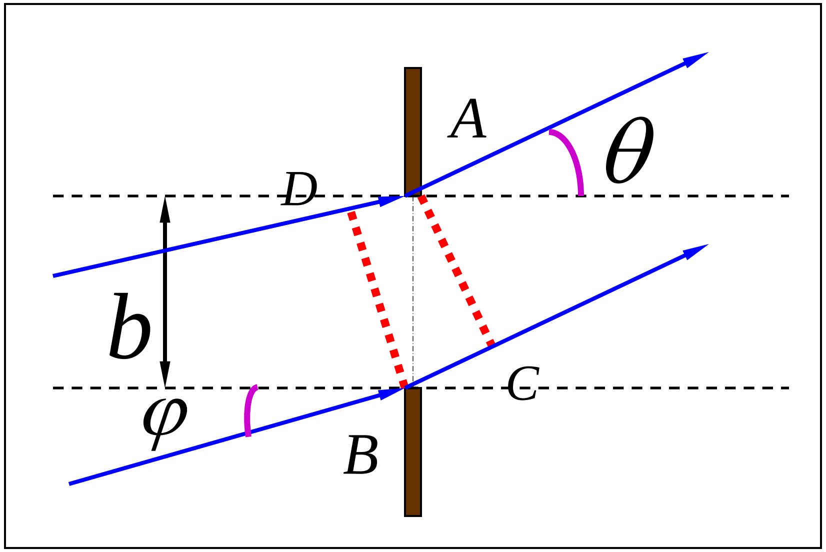
$$= b(\sin\theta + \sin\varphi)$$



（中央明纹向下移动）

$$\Delta = BC - DA$$

$$= b(\sin\theta - \sin\varphi)$$



（中央明纹向上移动）

例12： 一单缝，宽为b=0.1 mm，缝后放有一焦距为50 cm的会聚透镜，用波长λ=546.1 nm的平行光垂直照射单缝，试求位于透镜焦平面处的屏幕上中央明纹的宽度和中央明纹两侧任意两相邻暗纹中心之间的距离．如将单缝位置作上下小距离移动，屏上衍射条纹有何变化？

解 中央明纹宽度 $$\Delta x_0 = \frac{2\lambda f}{b} = 5.46\text{mm}$$

其它明纹宽度 $$\Delta x = \frac{\lambda f}{b} = 2.73\,\text{mm}$$

如将单缝位置作上下小距离移动，屏上衍射条纹不变

例13: 用波长λ=589.3nm的钠黄光，垂直照射到宽度a=0.20mm的单狭缝上，在狭缝后放置一个焦距f=40cm的透镜，则在透镜的焦平面处的屏幕上出现衍射条纹。试求：（1）中央明条纹的宽度；（2）第一级与第二级暗条纹之间的距离。

解: （1）中央明条纹的宽度：

$$\Delta x_0 = 2f\tan\theta$$

而中央明条纹的区域为：

$$-\lambda < a\sin\theta < \lambda$$

由于：

$$a\sin\theta_1 = \lambda$$

因为θ_1很小，有

$$\sin\theta_1 \approx \tan\theta_1$$

所以

$$\Delta x_0 = 2f\sin\theta_1 = 2f\frac{\lambda}{a} = 2\times 40\times 10^{-2}\times\frac{589.3\times 10^{-9}}{0.2\times 10^{-3}} = 2.4\times 10^{-3}\,m$$

*干涉和衍射的联系与区别：

从本质上讲，干涉和衍射都是波的相干叠加，

没有区别。

通常：干涉指的是有限多的子波的相干叠加，

衍射指的是无限多的子波的相干叠加，

二者常常同时存在。

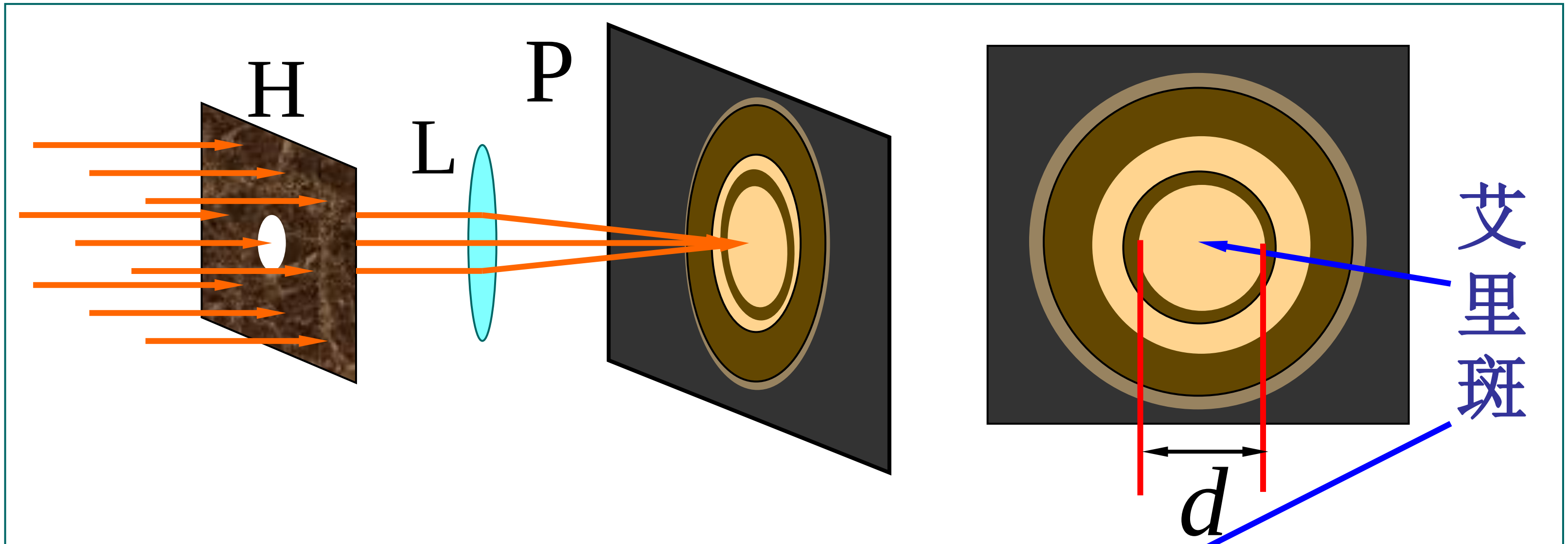
例如，不是极细缝情况下的双缝干涉，

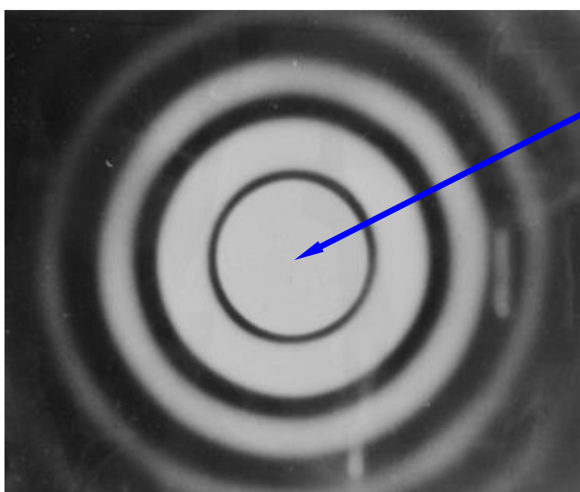
就应该既考虑双缝的干涉，又考虑

每个缝的衍射。

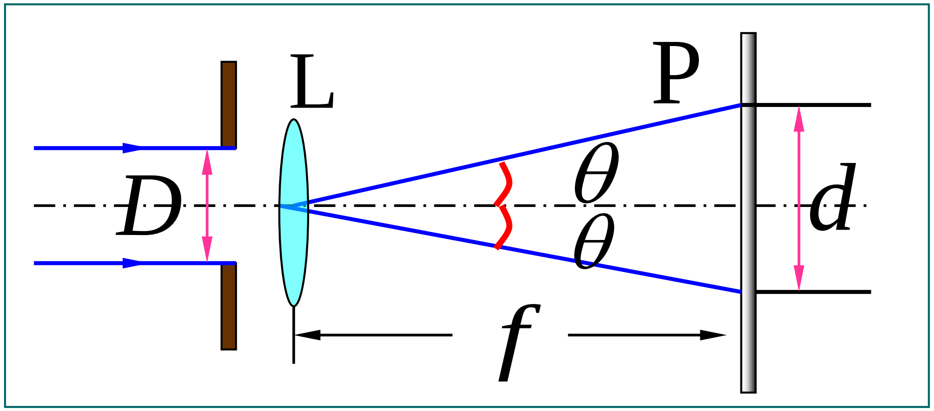
§7 夫琅禾费圆孔衍射 光学仪器的分辨本领

一 圆孔衍射



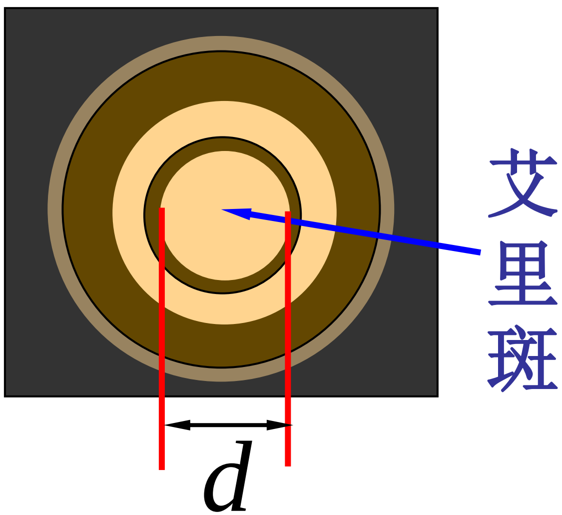


中央亮斑

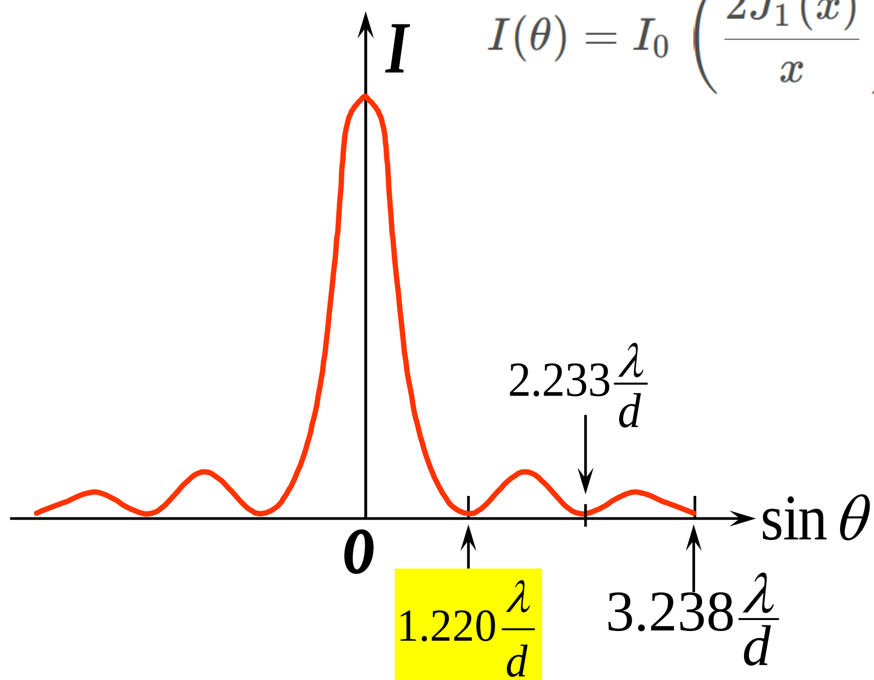


d：艾里斑直径

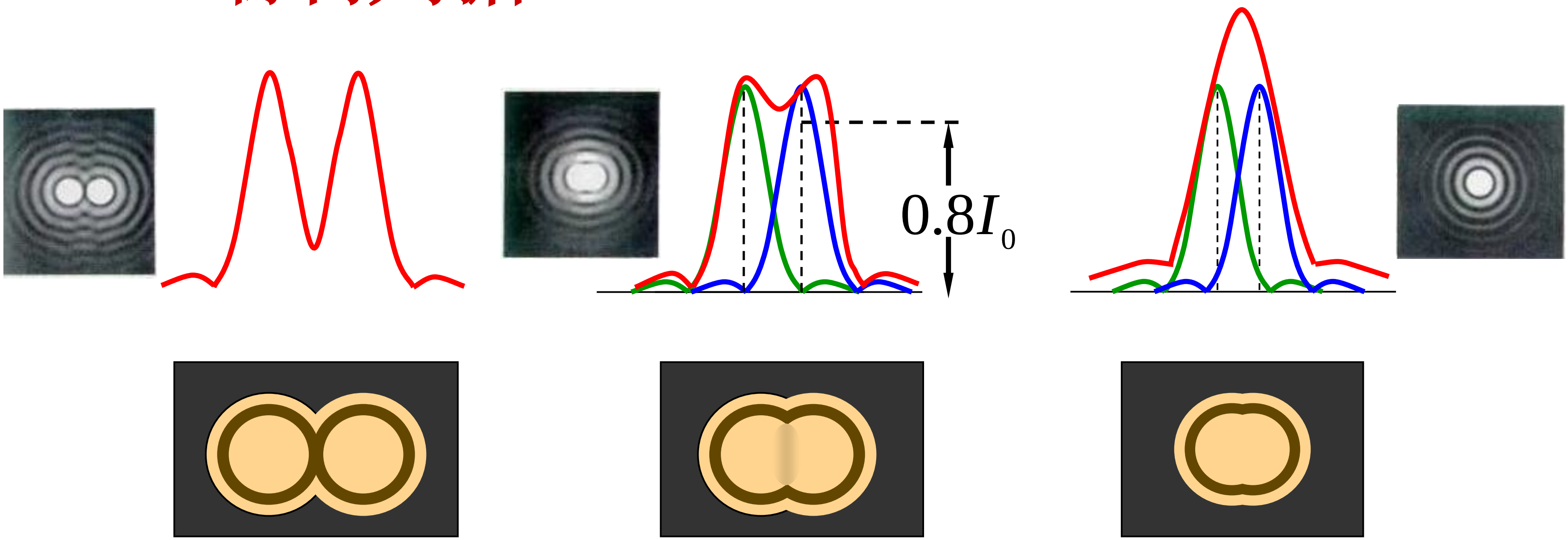
$$\theta = \frac{d/2}{f} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$



$$I(\theta) = I_0\left(\frac{2J_1(x)}{x}\right)^2$$



二　瑞利判据



几何光学：

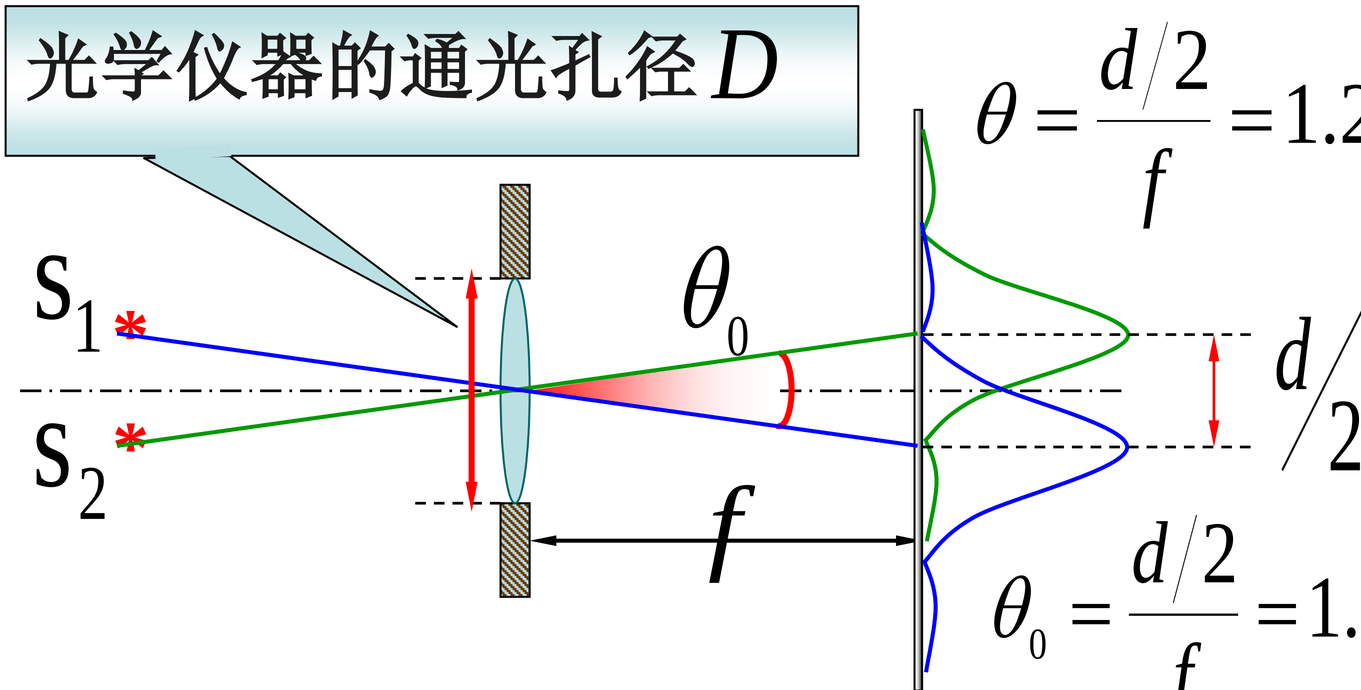
物点　⇒　象点

波动光学：

物点　⇒　象斑

对于两个强度相等的不相干的点光源（物点），一个点光源的衍射图样的主极大刚好和另一点光源衍射图样的第一极小相重合，这时两个点光源（或物点）恰为这一光学仪器所分辨。

三　光学仪器的分辨本领



$$\theta = \frac{d/2}{f} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$\theta_0 = \frac{d/2}{f} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

最小分辨角　$\theta_0 = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$

光学仪器分辨率 $= \dfrac{1}{\theta_0} = \dfrac{D}{1.22\lambda} \propto D, \dfrac{1}{\lambda}$

望远镜： λ 不可选择，可 $D\uparrow \rightarrow 1/\theta_0 \uparrow$

$$\frac{1}{\theta_0} = \frac{D}{1.22\lambda}$$

▲ 世界上最大的**光学**望远镜

Giant Canary Telescope

主镜直径 $\boldsymbol{D}$ **= 10.4 m**

▲世界上最大的**射电**望远镜

中国天眼FAST，位于贵州省黔南布依族苗族自治州平塘县克度镇大窝凼的喀斯特洼坑，500米口径

显微镜：

$\boldsymbol{D}$不会很大，可 $\lambda\downarrow \rightarrow 1/\theta_0 \uparrow$

电子显微镜

例14： 设人眼在正常照度下的瞳孔直径约为3 mm，而在可见光中，人眼最敏感的波长为550 nm，

问 （1） 人眼的最小分辨角有多大?

（2） 若物体放在距人眼25 cm（明视距离）处，则两物点间距为多大时才能被分辨?

解 （1）

$$\theta_0 = 1.22\frac{\lambda}{D} = \frac{1.22\times 5.5\times 10^{-7}\,\mathrm{m}}{3\times 10^{-3}\,\mathrm{m}}$$

$$= 2.2\times 10^{-4}\,\mathrm{rad}$$

（2）

$$d = l\theta_0 = 25\,\mathrm{cm}\times 2.2\times 10^{-4}$$

$$= 0.0055\,\mathrm{cm} = 0.055\,\mathrm{mm}$$