蓝本练习册：

1、在 1500 件产品中有 400 件次品、1100 件正品。任取 200 件。

（1） 求恰有 90 件次品的概率。

（2） 求至少有 2 件次品的概率。

（答案：蓝本 P5 第 8 题）

解 E：从 1 500 件产品中任取 200 件产品. 以 A 表示事件"恰有 90 件次品"，以 B_i 表示事件"恰有 i 件次品"，$i=0,1$，以 C 表示事件"至少有 2 件次品".

(1) $N(S)=\binom{1\,500}{200}$,

$$N(A)=\binom{400}{90}\binom{1\,100}{200-90}=\binom{400}{90}\binom{1\,100}{110},$$

故
$$P(A)=N(A)/N(S)=\binom{400}{90}\binom{1\,100}{110}\Big/\binom{1\,500}{200}.$$

(2) $C=S-B_0-B_1$，其中，B_0,B_1 互不相容，所以

$$P(C)=P(S-B_0-B_1)=P(S-[B_0\cup B_1])$$
$$=1-P(B_0\cup B_1)=1-P(B_0)-P(B_1).$$

因

$$N(B_0)=\binom{1\,100}{200},\quad N(B_1)=\binom{400}{1}\binom{1\,100}{199},$$

故

$$P(B_0)=\binom{1\,100}{200}\Big/\binom{1\,500}{200},\quad P(B_1)=\binom{400}{1}\binom{1\,100}{199}\Big/\binom{1\,500}{200},$$

因此有

$$P(C)=1-\binom{1\,100}{200}\Big/\binom{1\,500}{200}-\binom{400}{1}\binom{1\,100}{199}\Big/\binom{1\,500}{200}$$
$$=1-\left[\binom{1\,100}{200}+\binom{400}{1}\binom{1\,100}{199}\right]\Big/\binom{1\,500}{200}.$$

2、 （1）已知$P(\bar{A})=0.3$，$P(B)=0.4$，$P(A\bar{B})=0.5$，求条件概率$P(B|AU\bar{B})$.

（2）已知$P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，试求$P(A\cup B)$。

（答案：蓝本 P9 第 14 题）

解 (1)
$$P(B|A\cup\bar{B})=\frac{P(B(A\cup\bar{B}))}{P(A\cup\bar{B})}$$
$$=\frac{P(AB)}{P(A)+P(\bar{B})-P(A\bar{B})}.$$

由题设得 $P(A)=1-P(\bar{A})=0.7$，$P(\bar{B})=1-P(B)=0.6$，$P(AB)=P(A(S-\bar{B}))=P(A)-P(A\bar{B})=0.2$，故

$$P(B|A\cup\bar{B})=\frac{0.2}{0.7+0.6-0.5}=0.25.$$

(2)
$$P(AB)=P(B|A)P(A)=\frac{1}{12},$$
$$P(B)=P(AB)/P(A|B)=\frac{1}{12}\Big/\frac{1}{2}=\frac{1}{6},$$

故
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$
$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{12}=\frac{1}{3}.$$

3、已知在 10 件产品中有 2 件次品，在其中取两次，每次任取一件，作不放回抽样。求下列事件的概率：

（1） 两件都是正品；

（2） 两件都是次品；

（3） 一件是正品，一件是次品；

（4） 第二次取出的是次品。

（答案：蓝本 P10 第 17 题）

解 E:在10件产品中(其中有2件次品)任取两次,每次取1件,作不放回抽样.以 $A_i(i=1,2)$ 表示事件"第 i 次抽出的是正品".因为是不放回抽样,所以

(1) $P(A_1A_2)=P(A_2|A_1)P(A_1)=\frac{7}{9}\times\frac{8}{10}=\frac{28}{45}$.

(2) $P(\overline{A}_1\overline{A}_2)=P(\overline{A}_2|\overline{A}_1)P(\overline{A}_1)=\frac{1}{9}\times\frac{2}{10}=\frac{1}{45}$.

(3) $P(A_1\overline{A}_2\cup\overline{A}_1A_2)$

$=P(A_1\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1A_2)$ (因$(A_1\overline{A}_2)(\overline{A}_1A_2)=\varnothing$)

$=P(\overline{A}_2|A_1)P(A_1)+P(A_2|\overline{A}_1)P(\overline{A}_1)$

$=\frac{2}{9}\times\frac{8}{10}+\frac{8}{9}\times\frac{2}{10}=\frac{16}{45}$.

亦可利用(1)(2)的结果.因为 $A_1A_2\cup\overline{A}_1\overline{A}_2\cup A_1\overline{A}_2\cup\overline{A}_1A_2=S$,且 A_1A_2,$\overline{A}_1\overline{A}_2$,$A_1\overline{A}_2$,$\overline{A}_1A_2$ 两两不相容,故

$$P(A_1\overline{A}_2\cup\overline{A}_1A_2)=1-\frac{28}{45}-\frac{1}{45}=\frac{16}{45}.$$

(4) $P(\overline{A}_2)=P[(A_1\cup\overline{A}_1)\overline{A}_2]=P(A_1\overline{A}_2\cup\overline{A}_1\overline{A}_2)$

$=P(A_1\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1\overline{A}_2)$

$=P(\overline{A}_2|A_1)P(A_1)+P(\overline{A}_2|\overline{A}_1)P(\overline{A}_1)$

$=\frac{2}{9}\times\frac{8}{10}+\frac{1}{9}\times\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$.

4、一学生接连参加同一课程的两次考试。第一次及格的概率为p,若第一次及格则第二次及格的概率也为p;若第一次不及格则第二次及格的概率为$\frac{p}{2}$。

(1) 若至少有一次及格则他能取得某种资格,求他取得该资格的概率。

(2) 若已知他第二次已经及格,求他第一次及格的概率。

(答案:蓝本 P14 第 22 题)

解 E:一学生接连参加一门课程的两次考试.以 A_i 表示事件"第 i 次考试及格",$i=1,2$;以 A 表示"他能取得某种资格".

(1) 按题意 $A=A_1\cup\overline{A}_1A_2$.因 $A_1\cap(\overline{A}_1A_2)=\varnothing$,且由已知条件:

$$P(A_1)=p,\quad P(\overline{A}_1)=1-p,$$
$$P(A_2|A_1)=p,\quad P(A_2|\overline{A}_1)=\frac{p}{2},$$

故

$$\begin{aligned}P(A)&=P(A_1\cup\overline{A}_1A_2)=P(A_1)+P(\overline{A}_1A_2)\\&=p+P(A_2|\overline{A}_1)P(\overline{A}_1)=p+\frac{p}{2}(1-p)\\&=\frac{3}{2}p-\frac{1}{2}p^2.\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}P(A_1|A_2)&=\frac{P(A_1A_2)}{P(A_2)}\\&=\frac{P(A_2|A_1)P(A_1)}{P(A_2|A_1)P(A_1)+P(A_2|\overline{A}_1)P(\overline{A}_1)}\\&=\frac{p\times p}{p\times p+\frac{p}{2}(1-p)}=\frac{2p}{p+1}.\end{aligned}$$

5、将两信息分别编码为 A 和 B 传送出去,接收站收到时,A 被误收作 B 的概率为 0.02,而 B 被误收作 A 的概率为 0.01,信息 A 与信息 B 传送的频繁程度为 2:1。若接收站收到的信息是 A,问原发信息是 A 的概率是多少?

（答案：蓝本 P15 第 23 题）

解　以 D 表示事件"将信息 A 传递出去"，则 $\overline{D}$ 表示事件"将信息 B 传递出去"，以 R 表示"接收到信息 A"，则 $\overline{R}$ 表示"接收到信息 B"，按题意需求概率 $P(D|R)$. 已知 $P(\overline{R}|D)=0.02$，$P(R|\overline{D})=0.01$，且有 $P(D)/P(\overline{D})=2$，由于 $P(D)+P(\overline{D})=1$，得知 $P(D)=\frac{2}{3}$，$P(\overline{D})=\frac{1}{3}$. 由贝叶斯公式得到

$$P(D|R)=\frac{P(DR)}{P(R)}=\frac{P(R|D)P(D)}{P(R|D)P(D)+P(R|\overline{D})P(\overline{D})}$$

$$=\frac{(1-0.02)\times\frac{2}{3}}{(1-0.02)\times\frac{2}{3}+0.01\times\frac{1}{3}}=\frac{196}{197}.$$

6、病树的主人外出，委托邻居浇水，设已知如果不浇水，树死去的概率为 0.8，若浇水则树死去的概率为 0.15。有 0.9 的把握确定邻居会记得浇水。

（1）　求主人回来树还活着的概率。

（2）　若主人回来树已死去，求邻居忘记浇水的概率。

（答案：蓝本 P17 第 26 题）

解　(1) 记 A 为事件"树还活着"，记 W 为事件"邻居记得给树浇水"，即有

$$P(W)=0.9,\quad P(\overline{W})=0.1,\quad P(A|W)=0.85,\quad P(A|\overline{W})=0.2,$$

$$P(A)=P(A|W)P(W)+P(A|\overline{W})P(\overline{W})$$

$$=0.85\times0.9+0.2\times0.1=0.785.$$

(2) $$P(\overline{W}|\overline{A})=\frac{P(\overline{A}|\overline{W})P(\overline{W})}{P(\overline{A})}=\frac{[1-P(A|\overline{W})]P(\overline{W})}{1-P(A)}$$

$$=\frac{0.8\times0.1}{0.215}=0.372.$$

7、盒中有编号为 1，2，3，4 的 4 只球，随机地自盒中取一只球，事件 A 为"取得的是 1 号或 2 号球"，事件 B 为"取得的是 1 号或 3 号球"，事件 C 为"取得的是 1 号或 4 号球"验证：

$$\boldsymbol{P(AB)=P(A)P(B),}$$

$$\boldsymbol{P(AC)=P(A)P(C),}$$

$$\boldsymbol{P(BC)=P(B)P(C),}$$

$$\text{但}\boldsymbol{P(ABC)\neq P(A)P(B)P(C)}$$

即：事件 A，B，C 两两独立，但 A，B，C 不是互相独立的。

（答案：蓝本 P20 第 33 题）

证　以 $A_i(i=1,2,3,4)$ 表示取到第 i 号球，则

$$P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=P(A_4)=\frac{1}{4},$$

又 $A=A_1\cup A_2$，$B=A_1\cup A_3$，$C=A_1\cup A_4$，且 A_1,A_2,A_3,A_4 两两互不相容，故有

$$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{2}.$$

另外，$AB=A_1$，$AC=A_1$，$BC=A_1$，$ABC=A_1$，故

$$P(AB)=P(AC)=P(BC)=P(ABC)=P(A_1)=\frac{1}{4}.$$

从而有

$$P(AB)=\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=P(A)P(B),$$

$$P(AC)=\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=P(A)P(C),$$

$$P(BC)=\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=P(B)P(C),$$

但 $P(ABC)=\frac{1}{4}\neq P(A)P(B)P(C)=\frac{1}{8}.$

8、三人独立地去破译一份密码，已知各人能译出的概率分别为$\frac{1}{5}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，问：三人中至少有一人能将此密码译出的概率是多少？

（答案：蓝本 P24 第 36 题）

解 以 A_i 表示事件“第 i 人能译出密码”，$i=1,2,3$. 已知 $P(A_1)=\frac{1}{5}$，$P(A_2)=\frac{1}{3}$，$P(A_3)=\frac{1}{4}$，则至少有一人能译出密码的概率为

$$p=P(A_1\cup A_2\cup A_3)$$
$$=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P(A_1A_2)-P(A_1A_3)-P(A_2A_3)+P(A_1A_2A_3).$$

由独立性即得

$$p=\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$$
$$=\frac{3}{5}.$$

也可以这样做，因 A_1,A_2,A_3 相互独立，知 $\overline{A}_1,\overline{A}_2,\overline{A}_3$ 也相互独立，即有

$$p=1-P(\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3)=1-P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)P(\overline{A}_3)$$
$$=1-\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{5}.$$

9、设第一只盒子中装有 3 只蓝球，2 只绿球，2 只白球；第二只盒子中装有 2 只蓝球，3 只绿球，4 只白球。独立地分别在两只盒子中各取一只球。

(1) 求至少有一只蓝球的概率。

(2) 求有一只蓝球一只白球的概率。

(3) 已知至少有一只蓝球，求有一只蓝球一只白球的概率。

（答案：蓝本 P24 第 37 题）

解 以 B_i 记事件“从第 i 只盒子中取得一只蓝球”，以 W_i 记事件“从第 i 只盒子中取得一只白球”，$i=1,2$. 由题设在不同盒子中取球是相互独立的.

(1) 即需求 $P(B_1\cup B_2)$. 利用对立事件来求较方便，即有

$$P(B_1\cup B_2)=1-P(\overline{B_1\cup B_2})=1-P(\overline{B}_1\overline{B}_2)$$
$$=1-P(\overline{B}_1)P(\overline{B}_2)=1-\frac{4}{7}\times\frac{7}{9}=\frac{5}{9}.$$

(2) 即需求事件 $B_1W_2\cup B_2W_1$ 的概率，注意到 B_1,W_1 是互不相容的，即 $B_1W_1=\varnothing$，因而 $(B_1W_2)(B_2W_1)=\varnothing$，故有

$$P(B_1W_2\cup B_2W_1)=P(B_1W_2)+P(B_2W_1)$$
$$=P(B_1)P(W_2)+P(B_2)P(W_1)$$
$$=\frac{3}{7}\times\frac{4}{9}+\frac{2}{9}\times\frac{2}{7}=\frac{16}{63}.$$

(3) 即需求条件概率 $p=P(B_1W_2\cup B_2W_1\mid B_1\cup B_2)$. 因 $(B_1W_2\cup B_2W_1)\subset B_1\cup B_2$，故有

$$p=P[(B_1W_2\cup B_2W_1)(B_1\cup B_2)]/P(B_1\cup B_2)$$
$$=P(B_1W_2\cup B_2W_1)/P(B_1\cup B_2)=\frac{16}{35}.$$

来源于网络：

1、在单位圆内随机地取一点 Q，试求以 Q 为中点的弦长超过 1 的概率。

解：在单位内任取一点 Q，坐标为(x,y)，样本空间 S=$\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2<1\right\}$记事件 A 为“以 Q 为中点的弦长超过 1”，A=$\left\{(x,y)\middle|1-(x^2+y^2)>(\frac{1}{2})^2\right\}$=$\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2<\frac{3}{4}\right\}$。

由几何概型公式得 $P(A)=\dfrac{\pi\cdot\frac{3}{4}}{\pi\cdot 1}=0.75$.

2、在长度为 T 的时间段内，有两个长短不等的信号随机地进入接收机。长信号持续时间为$t_1(t\le T)$，短信号持续时间为$t_2(t\le T)$。试求这两个信号互不干扰的概率。

解：设 x,y 表示两个长短不等的信号到达时间，样本空间 S=$\{(x,y)0\le x,y\le T\}$, 记 A 为“两个信号互不干扰”，则 A=$\{(x,y)\}x-y>t_2, y-x>t_1$ }，由几何概型公式得

$$P(A)=\frac{\frac{1}{2}(T-t_2)^2+\frac{1}{2}(T-t_1)^2}{T^2}=\frac{1}{2}(1-\frac{t_1}{T})^2+\frac{1}{2}(1-\frac{t_2}{T})^2。$$

3、设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为$\frac{1}{9}$，A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等，求 P（A）

$$由题意, P\left(\overrightarrow{A}\right)\cdot P\left(\overrightarrow{B}\right)=\frac{1}{9},$$

$$P\left(\overrightarrow{A}\right)P(B)=P(A)P\left(\overrightarrow{B}\right),$$

$$设\ P(A)=x, P(B)=y,$$

$$则\begin{cases}(1-x)\ (1-y)=\dfrac{1}{9}\\(1-x)\ y=x\ (1-y)\end{cases},$$

$$即\begin{cases}1-x-y+xy=\dfrac{1}{9}\\x=y\end{cases}$$

$$\therefore x^2-2x+1=\frac{1}{9},$$

$$\therefore x-1=-\frac{1}{3}\ 或\ x-1=\frac{1}{3}\ (舍去),$$

$$\therefore x=\frac{2}{3}.$$

概率论与数理统计第一二章考研练习题（带答案）

1、 设A和B是任意两个事件，则$(AB+A\bar{B}+\bar{A}B+\bar{A}\bar{B})-\overline{AB}=$____________。

（答案：红本 P15 例 1）

解析 由分配律和吸收律可得

$$AB+A\bar{B}+\bar{A}B+\bar{A}\ \bar{B}=A(B+\bar{B})+\bar{A}(B+\bar{B})=A\Omega+\bar{A}\Omega=A+\bar{A}=\Omega,$$

可知 $$(AB+A\bar{B}+\bar{A}B+\bar{A}\ \bar{B})-\overline{AB}=\Omega-\overline{AB}=\overline{\overline{AB}}=AB。$$

2、 袋中有 4 个白球和 5 个黑球，现从中取出两个球，分别如下三种取球方式：先后放回，先后不放回，任取。求取出的两个球为一黑一白的概率。

（答案：红本 P16 例 4）

解析 先后放回。由于两次取球都是从 9 个球中取 1 个球，则样本空间中的结果数应该等于 $9\times9=81$。要取一黑一白，首先要从 4 个白球和 5 个黑球中各取 1 球，一共有 $C_4^1\times C_5^1=20$ 种情况，而这里对这两个球的次序没有要求，所以需把这两个球进行排序，这样事件中所包含的结果数就等于 $A_2^2\times20=40$。事件概率为$\frac{40}{81}$。

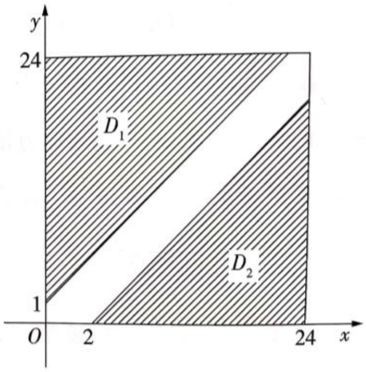
先后不放回。先后不放回地从 9 个球中取两球用排列数计算，则样本空间中的结果数为 $A_9^2=9\times8=72$。事件“两个球为一黑一白”中所包含的结果数与先后放回一样，也是 $A_2^2\times C_4^1\times C_5^1=40$。事件概率为$\frac{40}{72}=\frac{5}{9}$。

任取。从 9 个球中任取两球用组合数计算，则样本空间中的结果数为 $C_9^2=\frac{A_9^2}{A_2^2}=36$。要取一黑一白，则从 4 个白球和 5 个黑球中各取 1 球即可，一共有 $C_4^1\times C_5^1=20$ 种情况（注意这里是任取，不考虑先后次序，所以不用乘以 A_2^2）。事件概率为$\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$。

3、 甲、乙两艘轮船同时驶向一个港口，轮船在一天 24 小时内任意时刻到达的概率都一样，港口只能停泊一艘轮船，甲船停泊 1 小时，乙船停泊 2 小时。试计算两船都不需要等待的概率。

（答案：红本 P18 例 7）

思路分析 以两船到达的时间为坐标轴建立平面直角坐标系，分别表示出样本空间及随机事件所对应的区域，求出其面积，再代入几何概型的公式求解。



解析 甲、乙两船到达的时间分别为 x,y（单位：小时），它们都在$[0,24]$上取值，所以样本空间所对应的区域为$\{(x,y)\mid 0\leqslant x\leqslant24,0\leqslant y\leqslant24\}$，即图中的正方形。

现在分别计算两船不需要等待的区域，当甲先到时（$x<y$，即对角线上方的区域），此时甲船肯定不需要等待，所以只需让乙船也不需要等待即

可。由于甲船需要停泊 1 小时，所以只要乙船和甲船到达的间隔时间超过一个小时，乙船就不需要等待。可知，此时乙船不需要等待对应的区域为 $y-x>1$，如图中的区域 D_1。

类似地，当乙先到时（$x>y$），乙船肯定不需要等待，所以只需让甲船也不需要等待即可。由于乙船需要停泊 2 小时，所以甲船不需要等待对应的区域为 $x-y>2$，如图中的区域 D_2。则由几何概型可知，概率 $p=\dfrac{S(D_1)+S(D_2)}{\text{正方形的面积}}=\dfrac{\frac{1}{2}\times23^2+\frac{1}{2}\times22^2}{24^2}=\dfrac{1\,013}{1\,152}$。

4、 **某人向同一目标独立重复射击，每次射击命中目标的概率为$p(0<p<1)$，则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为（　　）。**

（答案：红本 P19 例 9）

思路分析 本题计算的不是前 4 次射击恰好命中两次，而是第 4 次射击恰好第 2 次击中，这里不能直接用伯努利概型，因为伯努利概型 $C_n^kp^k(1-p)^{n-k}$ 计算的是 n 次中恰好成功 k 次的概率，这里对成功的 k 次位置是没有任何限制和要求的。而题目中事件要求第 4 次必须击中，所以应该对事件进行分解。要保证第 4 次射击恰好为第 2 次击中，那么前 3 次必须恰好击中 1 次。

解 析 根据独立重复的伯努利试验，前 3 次试验中有 1 次成功 2 次失败。其概率为 $C_3^1p(1-p)^2$，同时第 4 次成功，其概率为 p。所以，第 4 次射击为第 2 次命中目标的概率为 $C_3^1p(1-p)^2\cdot p=3p^2(1-p)^2$。故选 C。

5、 **设A,B,C是随机事件，A,C互不相容，$P(AB)=\frac{1}{2}$，$P(C)=\frac{1}{3}$，则$P(AB|\overline{C})$=______________。**

（答案：红本 P20 例 11）

解 析 根据条件概率的定义，$P(AB|\overline{C})=\dfrac{P(AB\overline{C})}{P(\overline{C})}$，其中

$$P(\overline{C})=1-P(C)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3},P(AB\overline{C})=P(AB)-P(ABC)=\frac{1}{2}-P(ABC),$$

由于 A,C 互不相容，即 $AC=\varnothing$，则 $ABC=\varnothing$，可知 $P(ABC)=0$，代入得 $P(AB\overline{C})=\frac{1}{2}$，故

$P(AB|\overline{C})=\frac{3}{4}$。

6、 **设A,B,C是三个随机事件，已知A与C相互独立，B与C相互独立，则AUB与C相互独立的充要条件为（　　）。**

（1）A 与 B 相互独立　（B）A 与 B 互不相容　（C）AB 与 C 相互独立　（D）AB 与 C 互不相容

（答案：红本 P22 例 15）

解 析 由 $A\cup B$ 与 C 独立可得 $P[(A+B)C]=P(A+B)P(C)$，其中

$$P[(A+B)C]=P(AC+BC)=P(AC)+P(BC)-P(ABC),$$

$$\begin{aligned}P(A+B)P(C)&=[P(A)+P(B)-P(AB)]P(C)\\&=P(A)P(C)+P(B)P(C)-P(AB)P(C)。\end{aligned}$$

又因为 A 与 C，B 与 C 独立，可知 $A\cup B$ 与 C 相互独立的充要条件为 $P(ABC)=P(AB)P(C)$，即 AB 与 C 相互独立。故选 C。

7、 将一枚硬币独立地掷两次，引进事件A_1={掷第一次出现正面}，A_2={掷第二次出现正面}，A_3={正、反面各出现一次}，A_4={正面出现两次}，则事件（　）

（A）A_1,A_2,A_3相互独立　（B）A_2,A_3,A_4相互独立　（C）A_1,A_2,A_3两两独立　（D）A_2,A_3,A_4两两独立

（答案：红本 P23 例 18）

解析 根据题设，有 $P(\bar{A}\bar{B})=\frac{1}{9}$，$P(A\bar{B})=P(\bar{A}B)$。因为 A 和 B 相互独立，所以 A 与 $\bar{B}$，$\bar{A}$ 与 B 也相互独立。于是由 $P(A\bar{B})=P(\bar{A}B)$，有 $P(A)P(\bar{B})=P(\bar{A})P(B)$，即

$$P(A)[1-P(B)]=[1-P(A)]P(B),$$

可得 $P(A)=P(B)$，$P(\bar{A})=P(\bar{B})$，从而

$$P(\bar{A}\bar{B})=P(\bar{A})P(\bar{B})=[P(\bar{A})]^2=[1-P(A)]^2=\frac{1}{9},$$

解得 $P(A)=\frac{2}{3}$。

8、 设A,B,C是三个随机事件且$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$，$P(AC)=P(BC)=\frac{1}{12}$，$P(AB)=0$，则$A,B,C$中恰有一个事件发生的概率为__________。

（答案：红本 P25 例 23）

思路分析 运用随机事件的运算规律及概率的基本公式进行分析和讨论，由于计算中出现了事件$\bar{A}\bar{B}$，则可以运用对偶律$\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}=\bar{A}\bar{B}$变形，$\bar{B}\bar{C}$和$\bar{A}\bar{C}$类似。

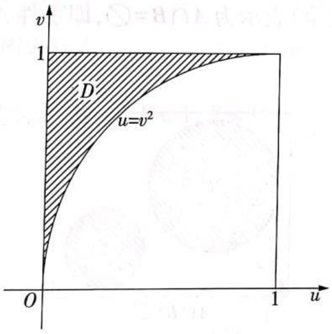
解析 $P(A\bar{B}\bar{C})=P[A(\overline{B\cup C})]=P[A-(B\cup C)]=P(A)-P[A(B+C)]=P(A)-P(AB+AC)=P(A)-[P(AB)+P(AC)-P(ABC)]=\frac{1}{4}-\frac{1}{12}+P(ABC)$。由于 $P(AB)=0$，则 $P(ABC)=0$，从而 $P(A\bar{B}\bar{C})=\frac{1}{6}$，同理 $P(B\bar{A}\bar{C})=\frac{1}{6}$，$P(C\bar{A}\bar{B})=\frac{1}{12}$。

则 $P(A\bar{B}\bar{C}+B\bar{A}\bar{C}+C\bar{A}\bar{B})=P(A\bar{B}\bar{C})+P(B\bar{A}\bar{C})+P(C\bar{A}\bar{B})=\frac{5}{12}$。故选 D。

9、 若在区间（0，1）上随机地区两个数 u,v，求关于一元二次方程 $x^2+2vx+u=0$ 有实根的概率。

（红本 P29 第 6 题）

6. 解析 由题意知，u,v 均是从$(0,1)$内任取的两个数，故(u,v)的所有取值构成第一象限内边长为 1 的正方形，即样本空间。设事件 A 表示“方程 $x^2+2vx+u=0$ 有实根”，即事件 A 对应区域为 $D=\{(u,v)\mid u\leq v^2\}$，如图所示，不难计算出其面积为$\frac{1}{3}$，则 $P(A)=\frac{1}{3}$。



10、 玻璃杯成箱出售，每箱 20 只，假设各箱含 0，1，2 只残次品的概率分别为 0.8，0.1，0.1，一顾客欲购买一箱玻璃杯，售货员随意取一箱，顾客开箱随意地察看 4 只，若无残次品，购买下该箱，否则退回。试求：

（1） 顾客买下该箱玻璃杯的概率 α；

（2） 在顾客买下的一箱中，无残次品的概率 β。

（红本 P30 第 23 题）

23. 解析 设 A 表示"顾客买下该箱玻璃杯"，$B_i(i=0,1,2)$ 表示"箱中恰有 i 件残次品"。

(1)顾客买下该箱要分情况进行求解，用全概率公式，即

$$\alpha=P(A)=P(B_0)P(A|B_0)+P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)$$

$$=0.8+0.1\times\frac{C_{19}^4}{C_{20}^4}+0.1\times\frac{C_{18}^4}{C_{20}^4}\approx0.94。$$

(2)在买下该箱玻璃杯的情况下求箱中无残次品的概率是条件概率，用贝叶斯公式，

$$\beta=P(B_0|A)=\frac{P(AB_0)}{P(A)}=\frac{0.8}{0.94}\approx0.85。$$