

§ 5 弗兰克—赫兹（Franck-Hertz）实验

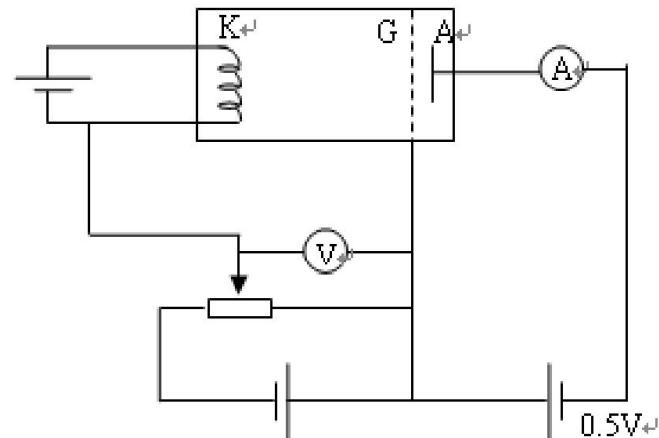
除氢原子光谱之外，1914年的弗兰克-赫兹实验也可以证明原子内部结构存在分立的定态能级。（1925年诺贝尔物理学奖）



James Franck ,
1882~1964 (德)



Gustav Hertz ,
1887~1975 (德)

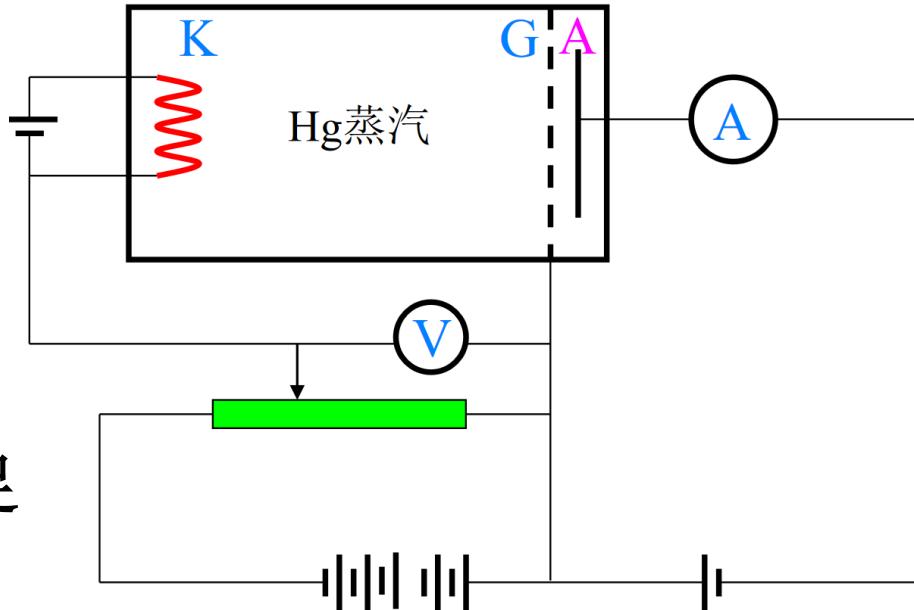


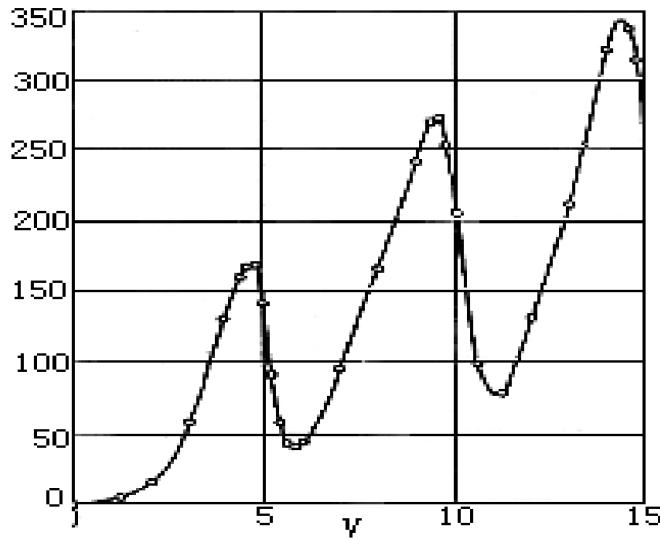
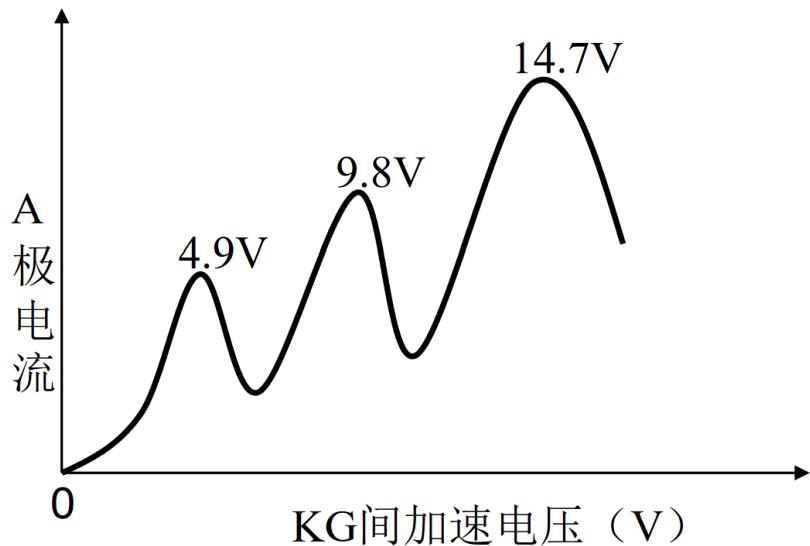
可利用加速电子碰撞原子，使之激发。测量电子所损失的能量，该能量等于原子所吸收的能量。如果原子只处于某些分立的量子态，则只有某种能量的电子才能引起原子的激发。

实验装置

玻璃管抽真空后注入水银蒸汽

- K:热阴极
- G:栅极
- A:接收极
- KG空间: 加速、碰撞
- GA空间: 反向电压, 动能足够大的电子通过, 到达A极
- 测量接收极电流与加速电压间的关系





实验现象:

当电子的加速电压增加，电流增加，电压为4.9V时，出现一个峰，随后周期变化，电流峰值的间隔为4.9eV。

结果分析:

电压加速使电子动能达到可以使Hg原子由于吸收电子能量而从基态跃迁到最近的激发态，电子由于动能损失而无法到达阳极，回路中电流迅速降低——4.9V为Hg的第一激发电势。

原子结构模型

为了解释“为什么玻尔模型中原子轨道是定态轨道”，法国物理学家布里渊在1919年至1922年间发表过一系列论文，他设想原子核周围存在一种针对电子的“以太”，会因电子的运动激发一种波，这种波互相干涉，只有在电子轨道半径适当时才能形成环绕原子核的驻波，因而轨道半径是量子化的。这个概念，被另外一位法国物理学家，路易·维克多·德布罗意注意到了。

§ 6 德布罗意波 实物粒子的二象性

在经典力学中，研究对象被明确地区分为粒子和波。

实物粒子：有一定的体积、质量和电荷，

(定域的) 运动规律遵循牛顿定律。

能够集中、整体地交换能量和动量。

波动： 弥散于整个空间的扰动，

(非定域的) 其运动服从叠加原理，具有波动所特有的干涉、衍射等效应。

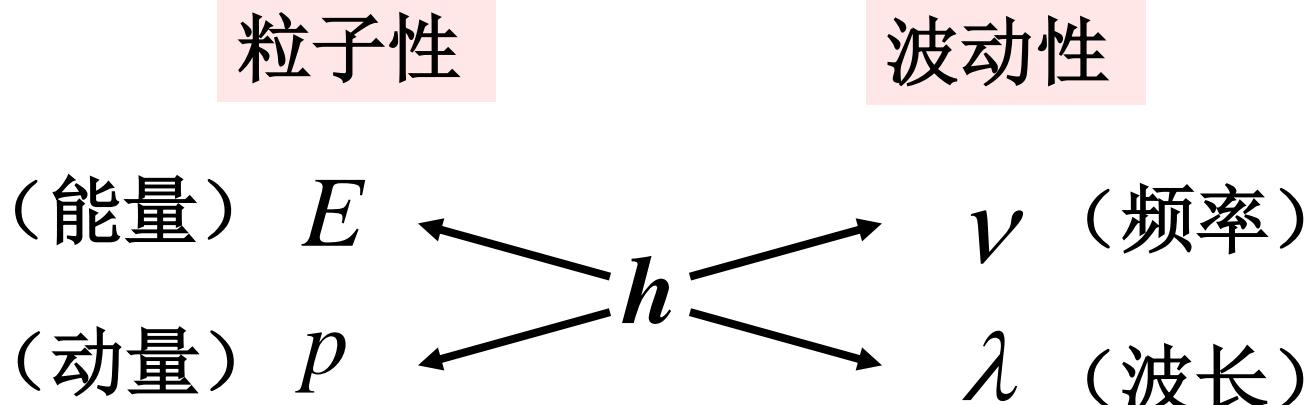
能够广延、连续地交换能量和动量。

在经典力学的框架下，波和粒子很难统一到一个客体上。

光量子假说： $E = h\nu$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

光的波粒二象性



两组力学量通过 h 来联系

德布罗意 (1892 — 1987)



法国物理学家

波动力学的创始人，量子力学的奠基人之一。出身贵族，中学时代显示出文学才华。1910年在巴黎大学获文学学士学位，后来改学理论物理学。他善于用历史的观点，用对比的方法分析问题。

1924年他在博士论文《关于量子理论的研究》中提出把**粒子性和波动性**统一起来。5年后为此获得诺贝尔物理学奖。爱因斯坦誉之为“揭开一幅大幕的一角”。它为量子力学的建立提供了物理基础。

identical with the disposition of atoms suggested by Sir William Bragg for the molecule of benzene¹ (Challenger | fringes. By means of these new ideas, it will probably be possible to reconcile also diffusion and dispersion

Waves and Quanta.

THE quantum relation, energy = $h \times$ frequency, leads one to associate a periodical phenomenon with any isolated portion of matter or energy. An observer bound to the portion of matter will associate with it a frequency determined by its internal energy, namely, by its "mass at rest." An observer for whom a portion of matter is in steady motion with velocity βc , will see this frequency lower in consequence of the Lorentz-Einstein time transformation. I have been able to show (*Comptes rendus*, September 10 and 24, of the Paris Academy of Sciences) that the fixed observer will constantly see the internal periodical phenomenon in phase with a wave the frequency of which $\nu = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1 - \beta^2}}$ is determined by the quantum relation using the whole energy of the moving body—provided it is assumed that the wave spreads with the velocity c/β . This wave, the velocity of which is greater than c , cannot carry energy.

¹ [This was done by passing monochromatic light through a small aperture. Dynamics must undergo the same evolution that optics has undergone when undulations took the place of purely geometrical optics. Hypotheses based upon those of the wave theory allowed us to explain interferences and diffraction

The omission of the word "expellable" was due to the authors, who did not include the word in their letter. Two separate proofs of the letter were sent to Dr. Kirsch at Vienna, but neither was returned.—
EDITOR, NATURE.]

一 德布罗意假设 (1924 年)

思想方法 自然界在许多方面都是明显地对称的，德布罗意采用类比的方法提出物质波的假设。

德布罗意假设：实物粒子具有波粒二象性

粒子性

$$\begin{cases} E = mc^2 = h\nu \\ p = mv = h/\lambda \end{cases}$$

波动性

一个总能量为 E (包括静能在内)，动量为 p 的实物粒子同时具有波动性

德布罗意公式

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad \nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}$$

德布罗意波

“我的根本主张，是要把以光波和光子的实例被爱因斯坦于1905年发现的，波与粒子的共存性，拓展到全部的微观粒子。”

$$p = mc = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

德布罗意波（物质波）：

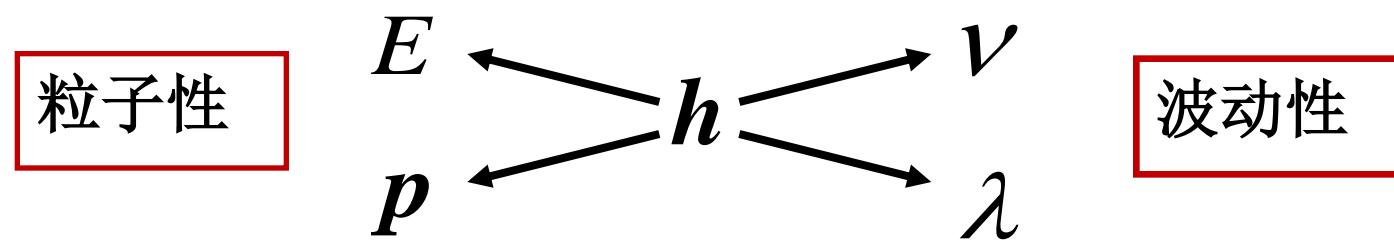
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

一个总能量为 E (包括静能在内)，动量为 P 的实物粒子同时具有波动性，且满足

德布罗意关系式

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}$$



与实物粒子相联系的波称为物质波或德布罗意波

λ —— 德布罗意波长

论文答辩会上有人问：

“这种波怎样用实验来证实呢？！”

德布罗意答：

“用电子在晶体上的衍射实验可以证实。”

爱因斯坦对此论文高度评价为：

“他揭开了自然界舞台上巨大帷幕的一角！”

经爱因斯坦的推荐，物质波理论受到了关注，物理学家们纷纷做起了电子衍射实验。

实验证实了他的想法，为此他获得了1929年的诺贝尔物理学奖。

例16: 计算电子经过 $U= 200 \text{ V}$ 的电压加速后的德布罗意波长.

解: $v \ll c, E_k = \frac{1}{2}m_0v^2 = eU$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 8.4 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\because v \ll c \quad \therefore \lambda = \frac{h}{m_0 v} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 8.4 \times 10^6} \text{ nm}$$

$$\lambda = 8.67 \times 10^{-2} \text{ nm} \quad \text{与 X 射线波长的数量级相当}$$

例17: 从德布罗意波导出氢原子玻尔理论中角动量量子化条件。

解: 两端固定的弦，若其长度等于波长则可形成稳定的驻波。

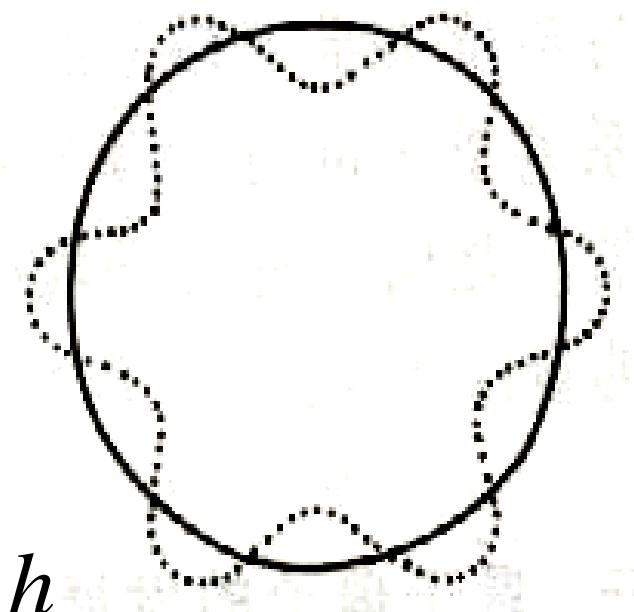
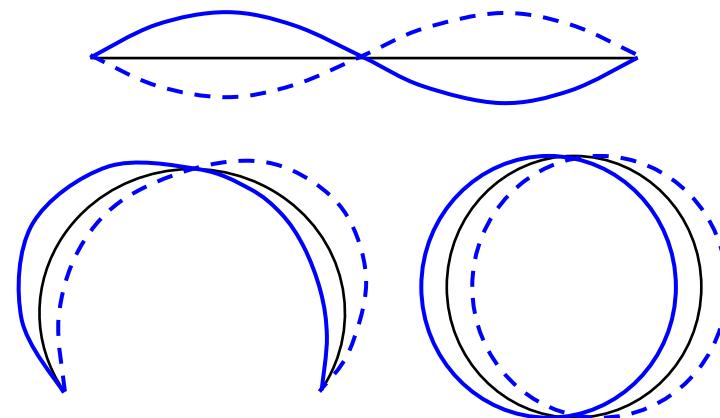
$$\text{将弦弯曲成圆时} \quad 2\pi r = \lambda$$

$$2\pi r = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

电子绕核运动其德布罗意波长为

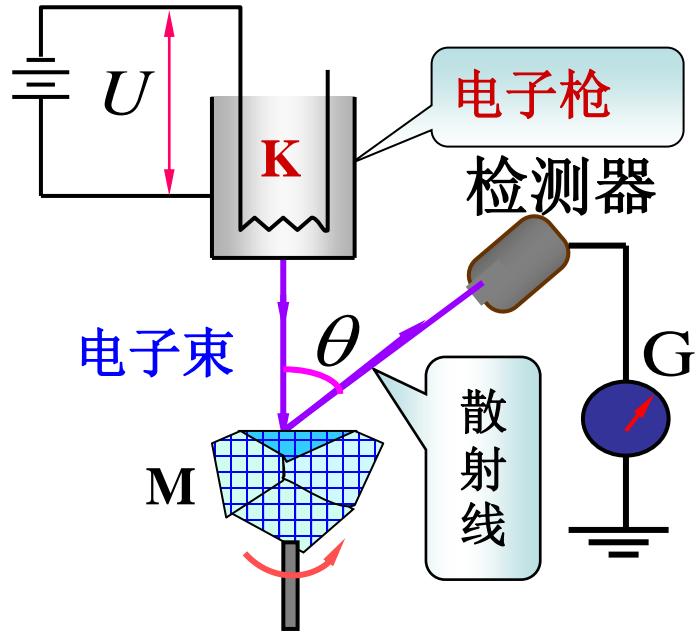
$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad 2\pi rmv = nh$$

$$\text{角动量量子化条件} \quad L = mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

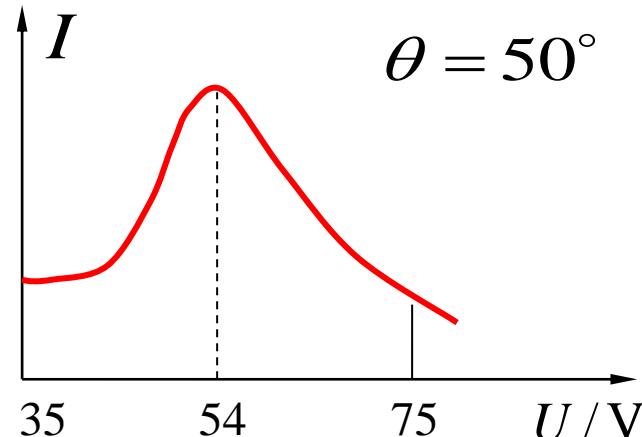


二 德布罗意波的实验证明

1 戴维孙 - 革末电子衍射实验 (1927年)



电子被镍晶体衍射实验



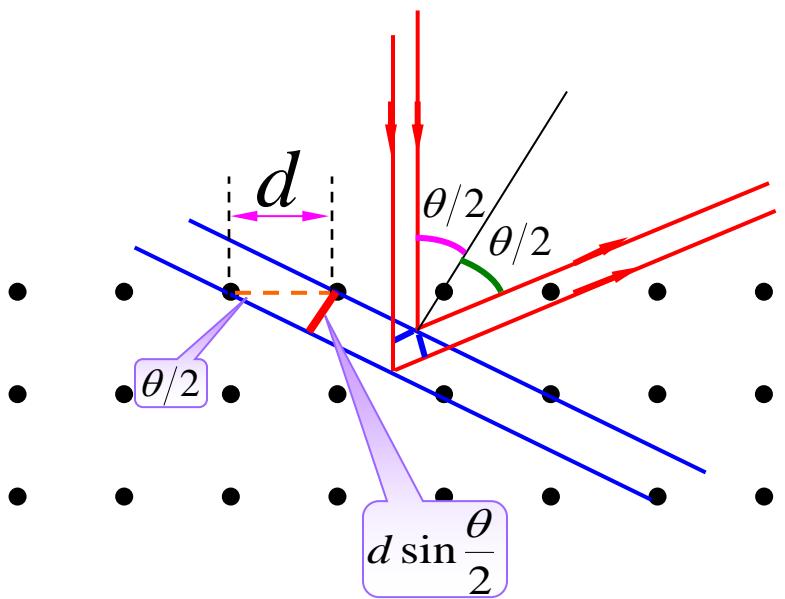
当散射角 $\theta = 50^\circ$ 时
电流与加速电压曲线

$$eU = E_k = 54 \text{ eV} \text{ 时, } \theta = 50^\circ$$

散射电子束强度最大

电子束在单晶晶体上反射的实验结果符合X射线衍射中的布拉格公式.

相邻晶面电子束反射射线干涉加强条件:



$$2d \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = k\lambda$$

$$d \sin \theta = k\lambda$$

电子波的波长

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$$

$$d \sin \theta = kh \sqrt{\frac{1}{2emU}}$$

$$\sin \theta = \frac{kh}{d} \sqrt{\frac{1}{2emU}}$$

$$d \sin \theta = kh \sqrt{\frac{1}{2emU}}$$

$$\sin \theta = \frac{kh}{d} \sqrt{\frac{1}{2emU}}$$

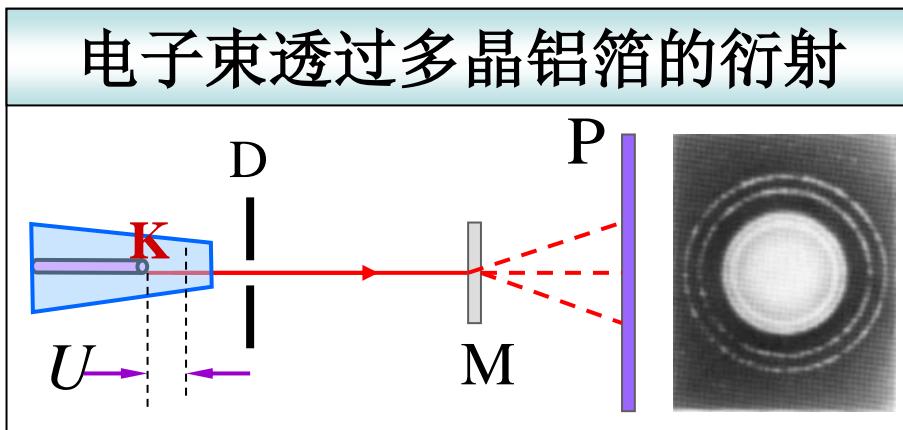
镍晶体 $d = 2.15 \times 10^{-10} \text{ m}$

加速电压 $U = 54 \text{ V}$ $\therefore \sin \theta = 0.777k$

当 $k = 1$ 时, $\theta = \arcsin 0.777 = 51^\circ$ 与实验结果相近.

2 G . P . 汤姆孙电子衍射实验 (1927年)

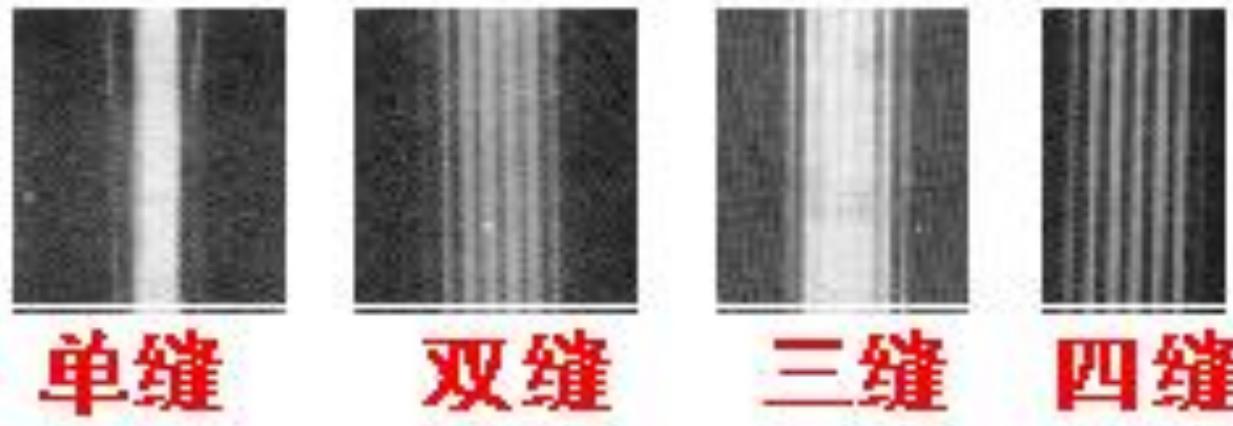
电子束穿越多晶薄片时出现类似X射线在多晶上衍射的图样.



电子具有
波动性

3 约恩孙(Jonsson)实验 (1961)

大量电子的单、双、三、四缝衍射实验



基本参数 $a = 0.3 \mu\text{m}$ $d = 1 \mu\text{m}$

$U = 50 \text{ kV}$ $\lambda = 5.0 \times 10^{-3} \text{ nm}$

后来实验又验证了：质子、中子和原子、分子等实物粒子都具有波动性，并都满足德布洛意关系。

根据微观粒子波动性发展起来的电子显微镜、电子衍射技术和中子衍射技术已成为研究物质微观结构和晶体结构分析的有力手段。

三 德布罗意波的统计解释

1926年，德国物理学家玻恩提出了一个全新的概念：德布罗意波描述的是粒子出现在空间中各处的概率。在某处德布罗意波的强度与粒子在该处附近出现的概率成正比。因此，电子衍射图样的出现，是由于电子不均匀地射向照相底片各处形成的，有些地方电子密集，有些地方电子稀疏，表示电子射到各处的概率是不同的，电子密集的地方概率大，电子稀疏的地方概率小。

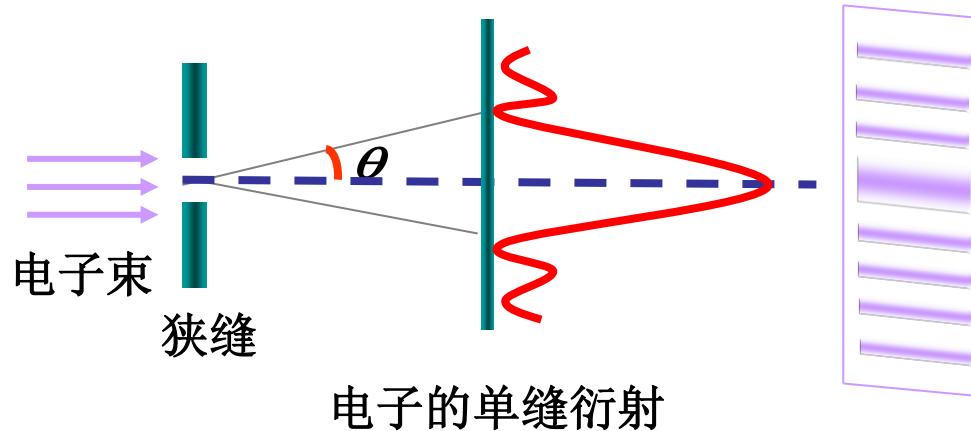


马克思·玻恩（Max Born, 1882-1970），德国犹太裔物理学家，因对量子力学的基础性研究尤其是对波函数的统计学诠释而获得1954年的诺贝尔物理学奖。



1 从粒子性方面解释

单个粒子在何处出现具有偶然性；大量粒子在某处出现的多少具有规律性. 粒子在各处出现的概率不同.



2 从波动性方面解释

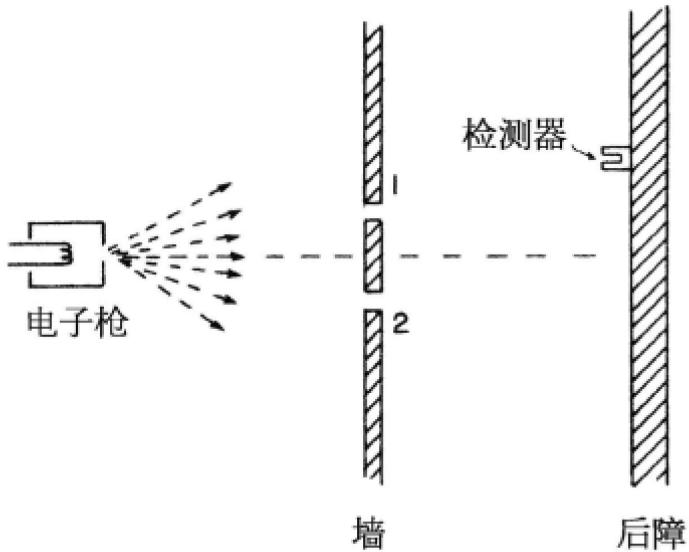
电子密集处，波的强度大；电子稀疏处，波的强度小.

3 结论(统计解释)

在某处德布罗意波的强度与粒子在该处附近出现的概率成正比.

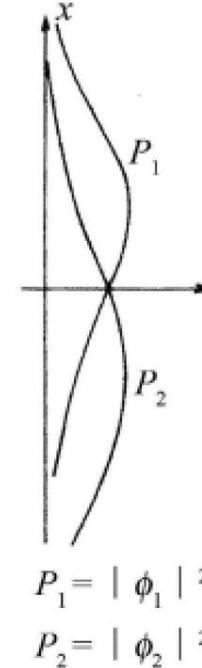
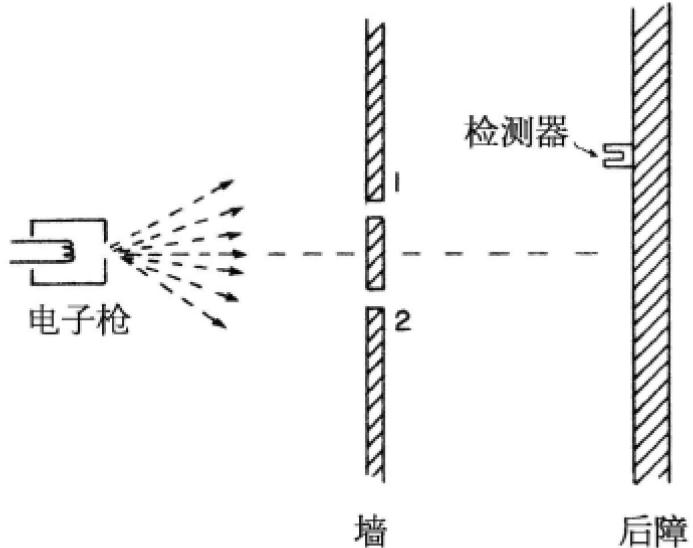
1926年玻恩提出，德布罗意波为**概率波**.

电子的衍射（双缝干涉）实验



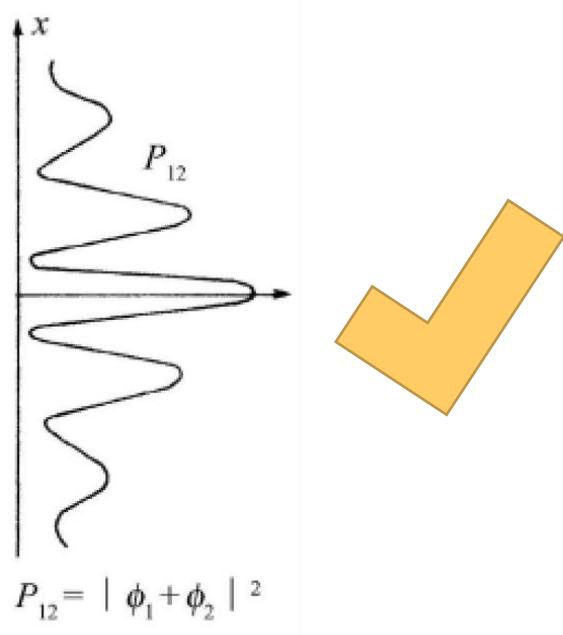
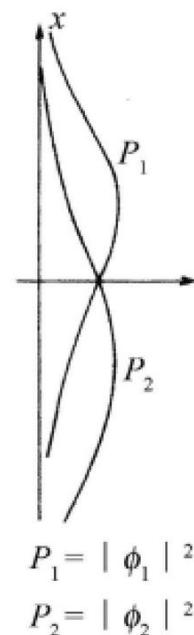
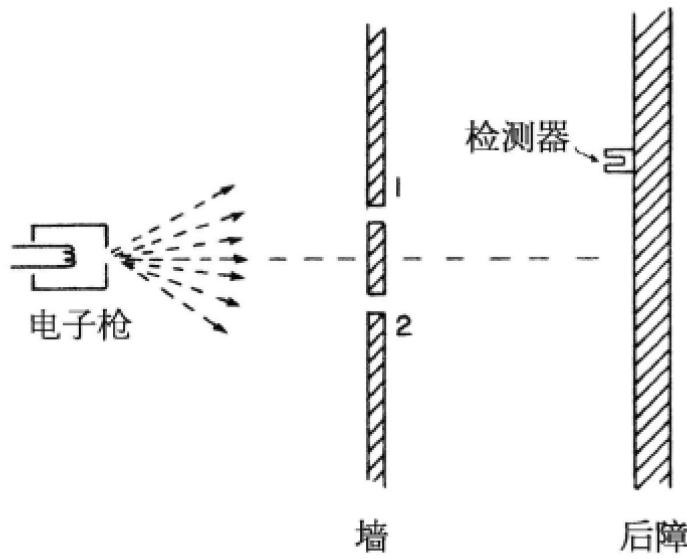
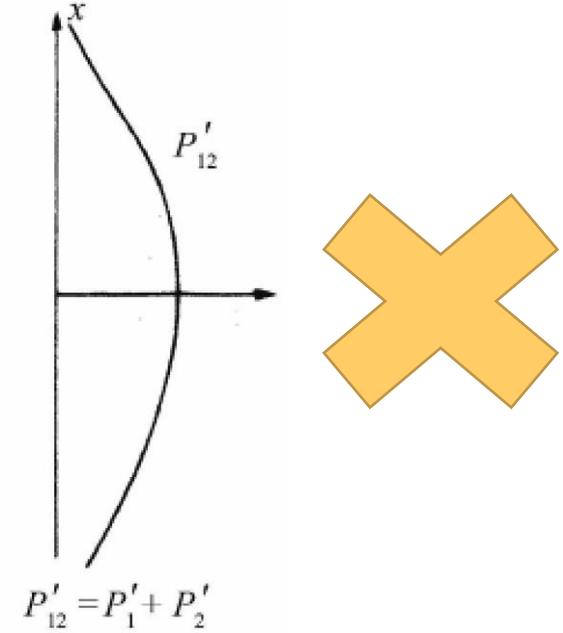
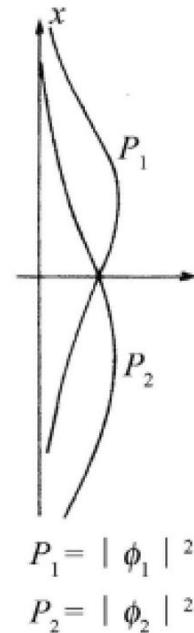
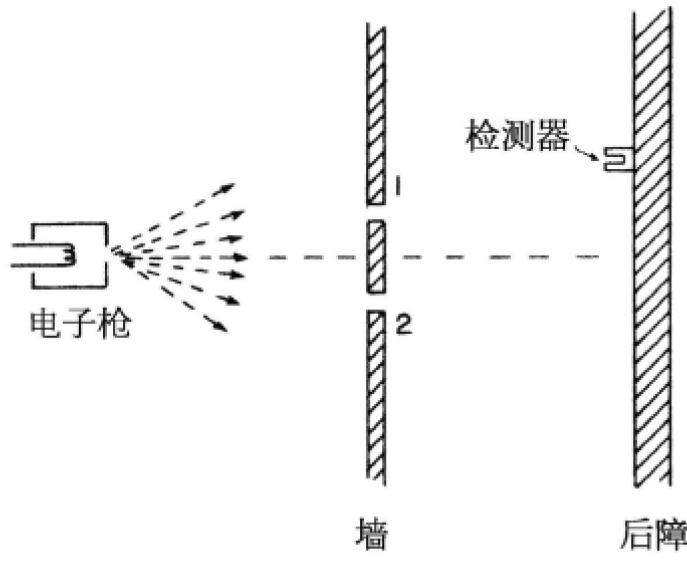
问题：电子是如何通过狭缝的？

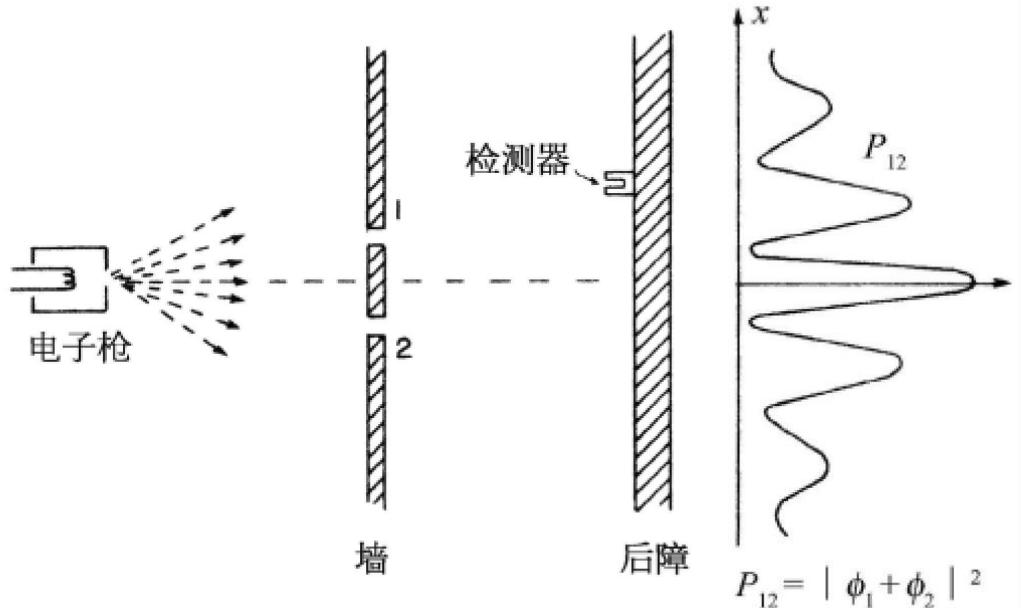
我们通常认为电子只有两种选择：它要么通过狭缝1，要么通过狭缝2——如果写成一个命题，那么这个命题是：每一个电子不是通过狭缝1就是通过狭缝2。



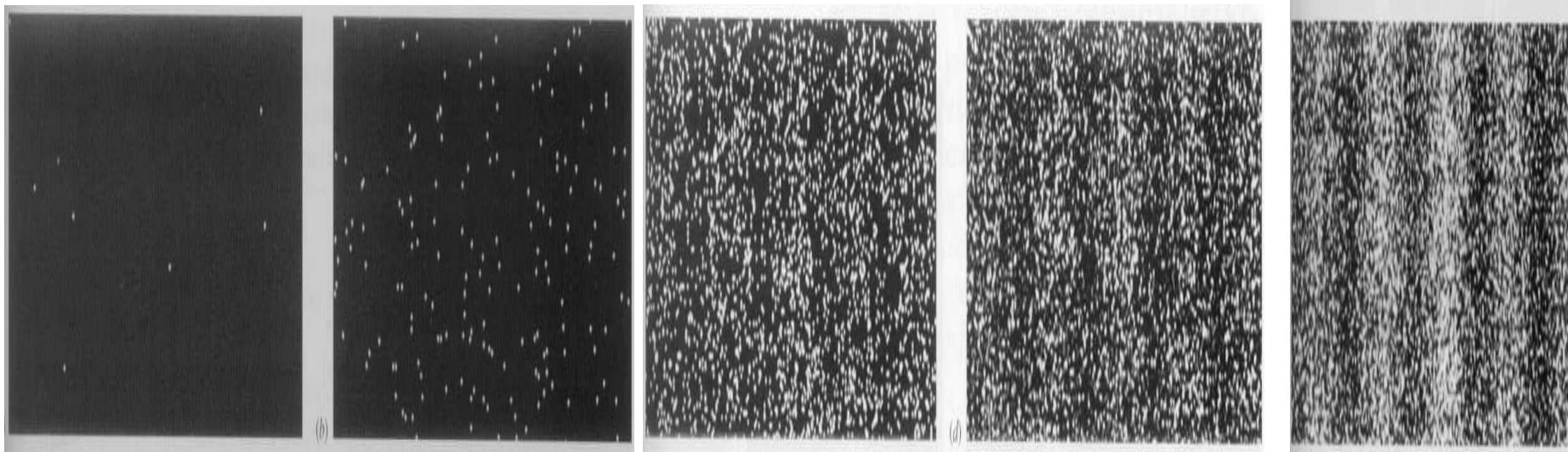
问题：电子是如何通过狭缝的？

首先，我们将对通过狭缝1的电子作一次测量。把狭缝2遮住，我们得到电子概率分布 P_1 。以类似的方式，可以测量通过狭缝2的电子概率分布 P_2 。我们所观察到的曲线必定是通过狭缝1的电子所产生的效应与通过狭缝2的电子所产生的效应之和。





电子以颗粒的形式到达，像粒子一样，这些颗粒到达的概率分布则像波的强度的分布。正是从这个意义上来说，电子的行为“有时像粒子，有时像波”。



7个电子

100个电子

3000个电子

20000个电子

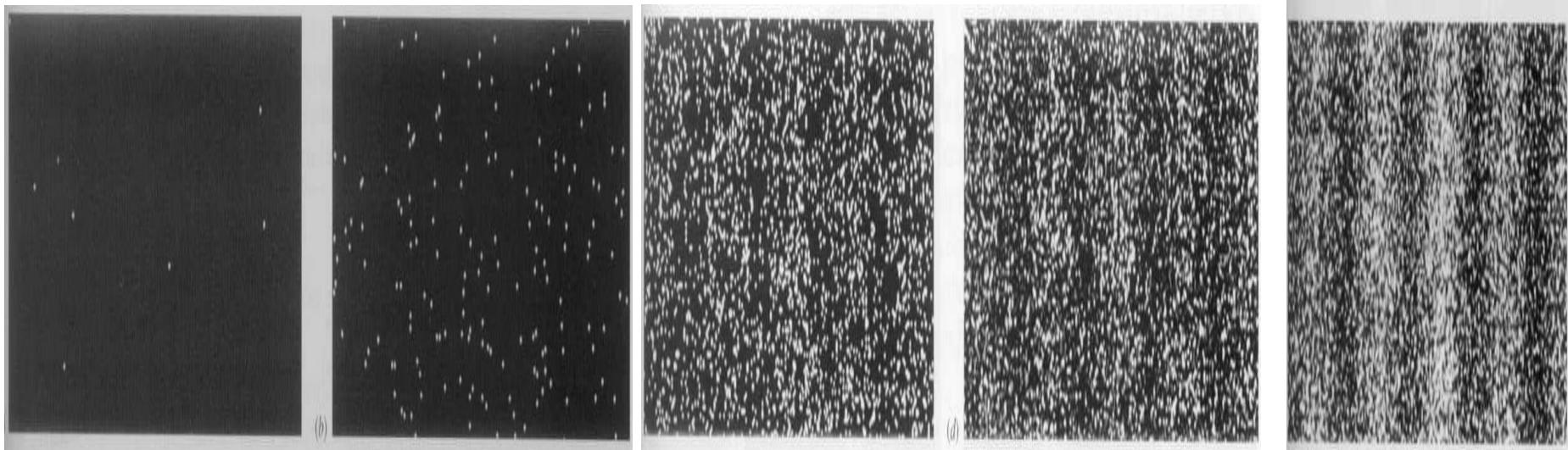
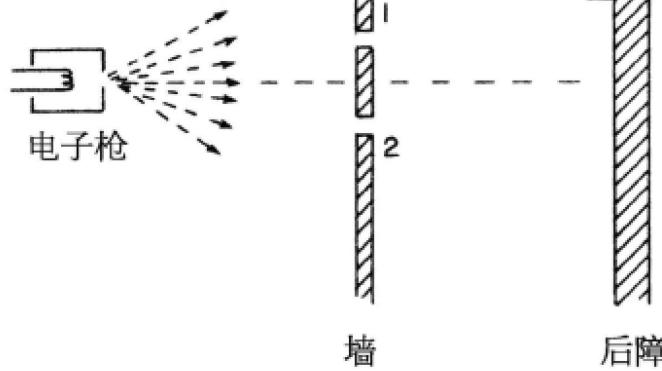
70000个电子

$$\text{电子波函数: } \varphi = A e^{i(kx - \omega t)}$$

电子在空间中出现的概率:

$$P \propto |\varphi|^2$$

波函数的强度 $|\varphi|^2$ 与粒子在该处附近出现的概率成正比



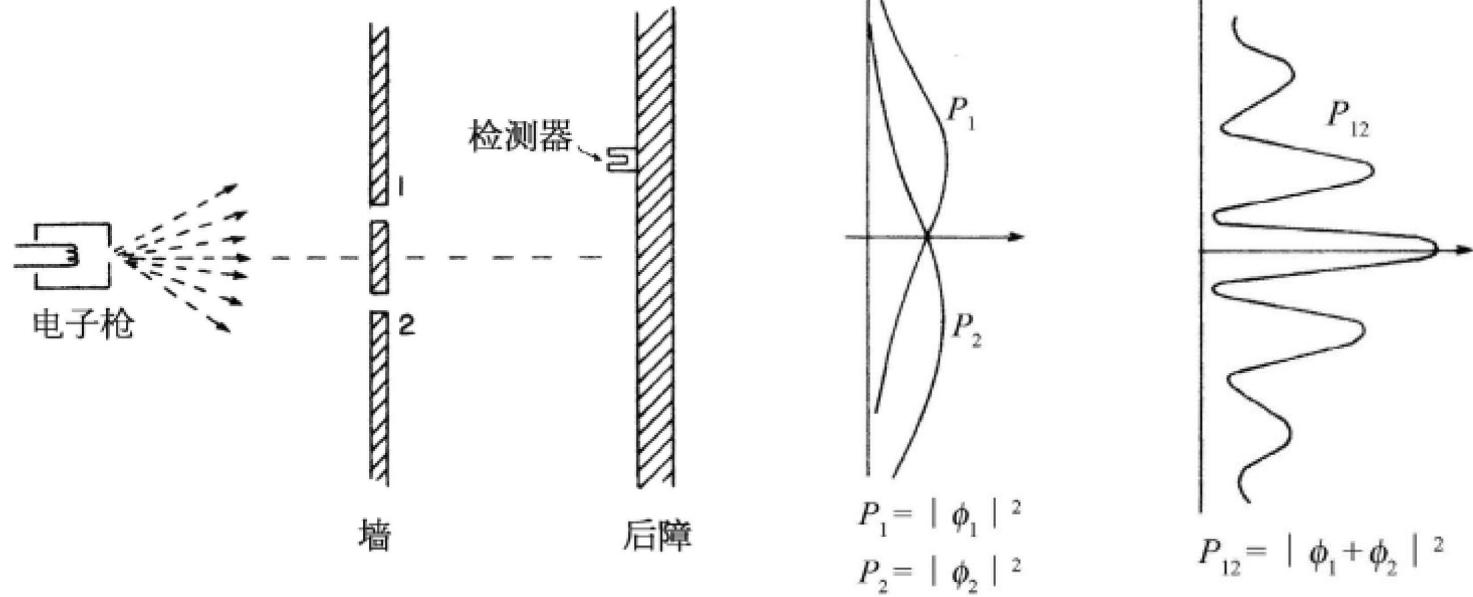
7个电子

100个电子

3000个电子

20000个电子

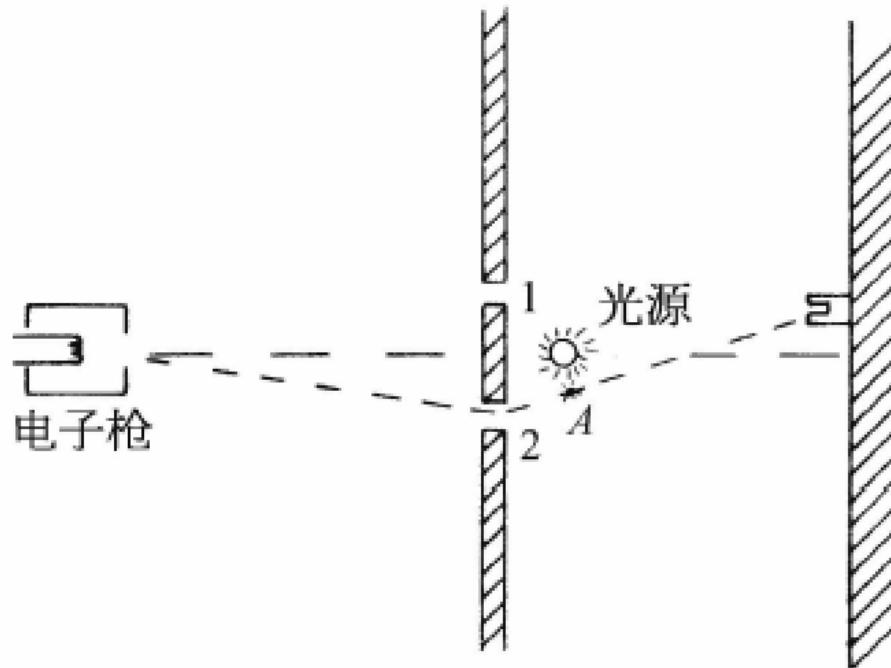
70000个电子



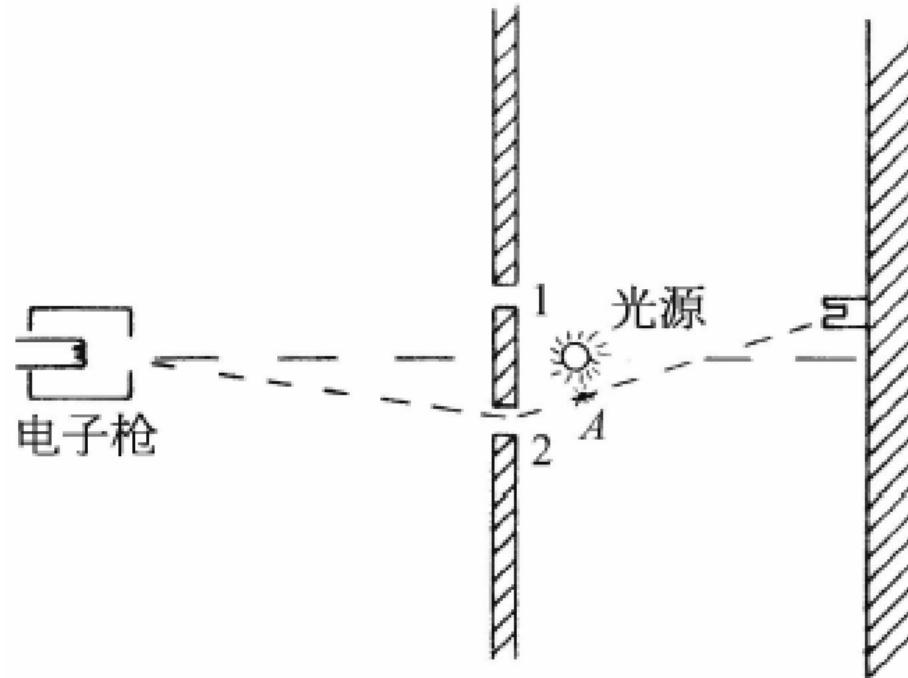
然而，我们现在发现：在某些点上，当两个狭缝都开放时，只有很少电子到达。到达某个特定点的电子数目并不等于通过狭缝1的数目加上通过狭缝2的数目，与从之前命题本应得出的推论相反。我们的命题——**电子不是通过狭缝1就是通过狭缝2**——这一点并不正确。

那么电子是怎么通过狭缝的？

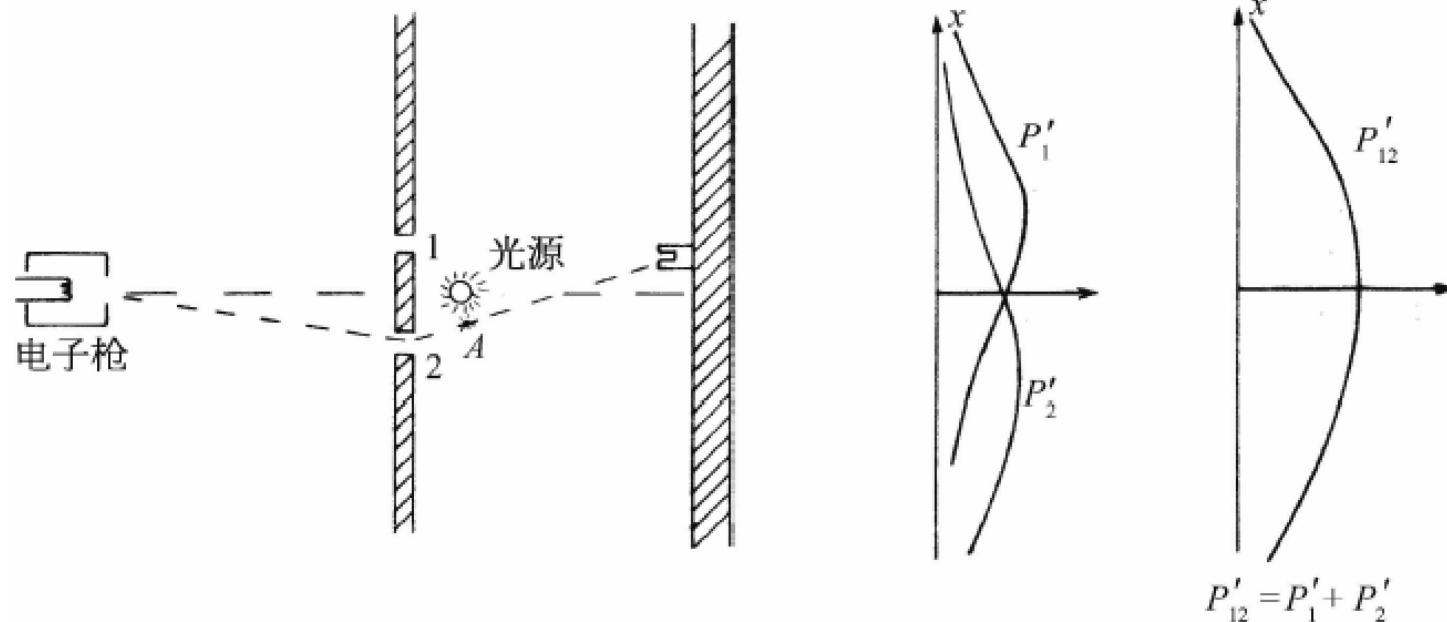
现在我们来追踪电子的轨迹：我们在电子干涉的仪器中加上一个光源，光源放置在墙的后面并在两个小孔之间。我们知道，电荷能散射光，这样，当电子在到达检测器的途中通过光时，不论它是怎样通过的，都会将一些光散射到我们的眼睛中，因而我们可以看见电子在哪里飞过。

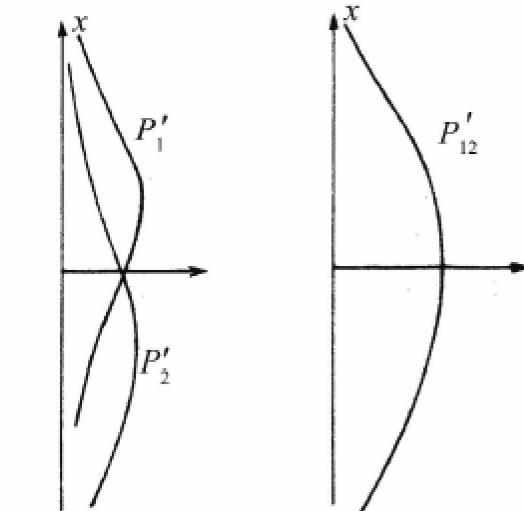
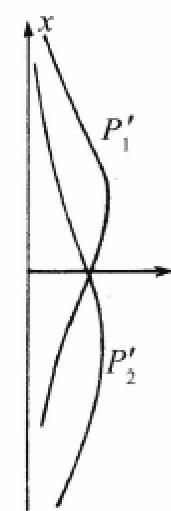
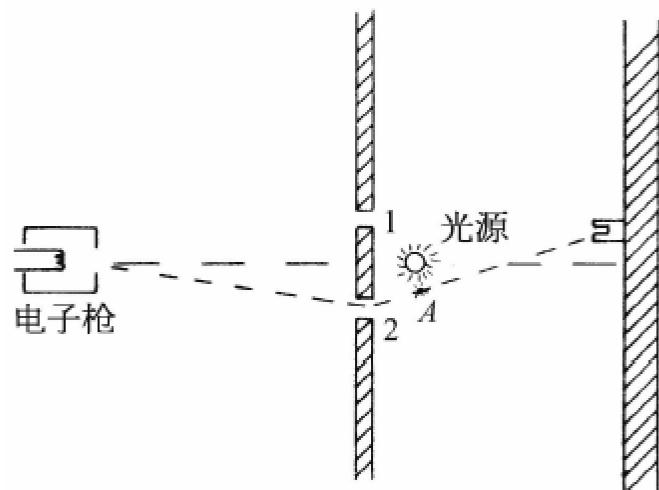


我们所看到的情况是：每当我们在检测器检测到电子时，我们也见到闪光——不是在靠近狭缝1处就是在靠近狭缝2处的闪光。但是，我们从未同时在两处见到闪光！无论将检测器放到哪里，我们都观察到同样的结果。由这样的观察可以断言，在追踪电子的运动轨迹时，我们发现电子不是通过这个狭缝，就是通过另一个狭缝——实验上我们的命题是正确的！

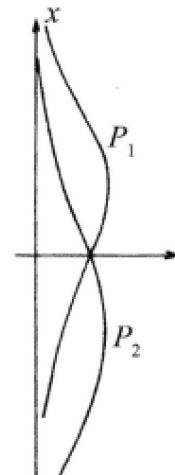
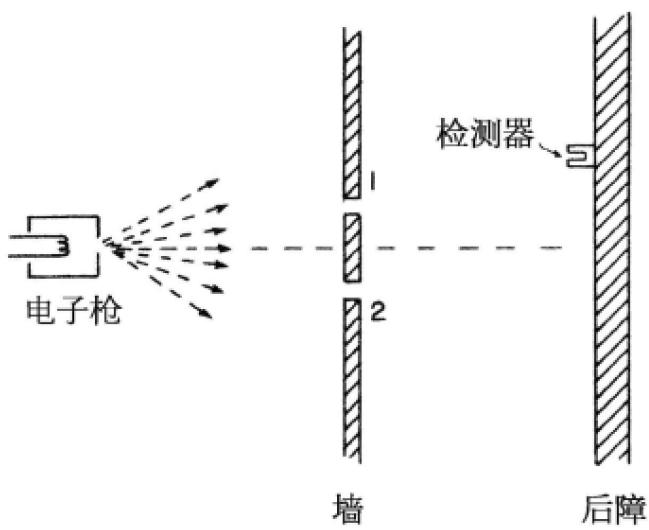


但是！令人惊奇的事情是，现在我们获得的电子衍射图像与之前的不一样了！干涉的图像消失，而概率分布恰好是 $P_1 + P_2$ 。这就是说，虽然我们成功地观察到电子所经过的是哪个狭缝，但我们不再得到原来的干涉曲线 P_{12} ，而是新的、不显示干涉现象的曲线！



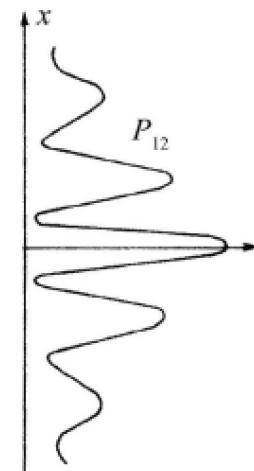


$$P'_{12} = P'_1 + P'_2$$



$$P_1 = |\phi_1|^2$$

$$P_2 = |\phi_2|^2$$



$$P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$$

§ 7 不确定关系

我们对之前实验的结论是：当我们观察电子时，它们在屏上的分布与我们不观察电子时的分布不同——由于“观察”这件事情产生的扰动（观察时光子对电子的影响），导致电子的运动轨迹改变了。

1925年6月，海森伯在论文《运动与机械关系的量子理论重新诠释》（*Quantum-Theoretical Re-interpretation of Kinematic and Mechanical Relations*）里写出了量子力学的矩阵力学表述形式。他大胆地假设，经典的运动概念不适用于量子层级，束缚在原子内部的电子并不具有明确定义的轨道，而是运动于模糊不清，无法观察到的轨道。

不确定性关系

海森伯于1927年发表论文《论量子理论运动学与力学的物理内涵》，希望能够定性分析与表述简单量子实验的物理性质，这原理又称为“海森伯不确定性关系”。海森伯在论文里提出，**只有在实验里能够观察到的物理量才具有物理意义，才可以用理论描述其物理行为，其它都是无稽之谈。**因此，他刻意**避开任何涉及粒子运动轨道的详细计算，用代表位置与动量的矩阵来计算电子的波函数。**这些矩阵能够正确地预测电子跃迁所发射出光波的强度。



维尔纳·海森伯 (Werner Heisenberg, 1901–1976)，德国物理学家，量子力学创始人之一，“哥本哈根学派”代表性人物。因为“创立量子力学以及由此导致的氢的同素异形体的发现”而获得1932年度的诺贝尔物理学奖。