练习题：

1、已知随机变量X和Y的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}4xy, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$$

求X和Y的联合分布函数$F(x,y)$。

2、设随机变量（X,Y）的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}ce^{-(3x+4y)}, & x>0, y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$$

试求：（1）常数c；（2）$P\{0<X\le 1, 0<Y\le 2\}$。

3、设二维随机变量（X，Y）的概率密度为

$$f(x，y)=\begin{cases}c, & 0<x<1, 0<y<2x\\ 0, & 其他\end{cases}$$

试求：

（1）　常数 c；

（2）　（X，Y）关于 X，Y的边缘概率密度。

4、射手击中目标的概率为p（$0<p<1$），射击到第二次击中目标为止，设以X表示第一次击中目标所进行的射击次数，以Y表示总共进行的射击次数，试求：

（1）X和Y的联合分布律；

（2）在$X=m$的条件下$Y=n$的条件概率，以及在$Y=n$的条件下$X=m$的条件概率。

5、设二维随机变量（X,Y）的概率密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>x>0,\\ 0, & 其他。\end{cases}$$

试求（X,Y）关于X，Y的边缘概率密度$f_X(x)$和$f_Y(y)$，并判断X与Y的独立性。

6、设二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} x+y, & 0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 1, \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$$

试判断X与Y是否独立。

7、设二维随机变量（X,Y）在区域D上服从均匀分布，其中$D=\{(x,y)\mid |y|<x, 0<x<1\}$。求$P\{X>\frac{1}{2}\mid Y>0\}$。

8、设二维随机变量(X,Y)在区域 G={(x，y)|0<x<2,0<y<1}上服从均匀分布

求 U 和 V 的联合分布律。 $U=\begin{cases} 1, & X>Y, \\ 0, & X\leqslant Y, \end{cases}$ $V=\begin{cases} 1, & X>2Y, \\ 0, & X\leqslant 2Y。 \end{cases}$

考研真题：

1、（2009年，数学一、数学三）袋中有1个红球，2个黑球与3个白球。现有放回地从袋中取两次，每次取一个球，以X，Y分别表示两次取球所取得的红球、黑球的个数。求二维随机变量（X，Y)的概率分布。

2、(2004年，数学一、数学三）设A，B为随机事件，且$P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，令

$$X=\begin{cases}1, & A\text{ 发生},\\ 0, & A\text{ 不发生},\end{cases}\quad Y=\begin{cases}1, & B\text{ 发生},\\ 0, & B\text{ 不发生}。\end{cases}$$

求二维随机变量（X，Y)的概率分布。

3、(2005 年，数学一）设二维随机变量（X，Y）的概率分布为

X \ Y	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

已知随机事件$\{X=0\}$与$\{X+Y=1\}$相互独立，则（　　）。

（A）a=0.2，b=0.3　　（B）a=0.4，b=0.1

（C）a=0.3，b=0.2　　（D）a=0.1，b=0.4

4、(2011 年，数学一、数学三）设随机变量X与Y的概率分布分别为

X	0	1
p	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Y	-1	0	1
p	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

且$P\{X^2=Y^2\}=1$。求二维随机变量（X，Y）的概率分布。

5、(2011 年，数学三）设二维随机变量$(X，Y)$服从区域G上的均匀分布，其中G是由$x-y=0$，$x+y=2$与$y=0$所围成的区域。

（1）求边缘概率密度$f_X(x)$；

（2）求条件密度函数$f_{X|Y}(x|y)$。

6、（2010 年，数学一、数学三）设二维随机变量（X, Y）的概率密度为

$$f(x,y)=Ae^{-2x^2+2xy-y^2},-\infty<x<+\infty,-\infty<y<+\infty,$$

求常数A及条件概率密度$f_{Y|X}(y|x)$。

7、（2013 年，数学三）设$(X，Y)$是二维随机变量，X的边缘概率密度为

$$f_X(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

在给定$X=x(0<x<1)$的条件下，Y的条件概率密度为

$$f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\dfrac{3y^2}{x^3}, & 0<y<x\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求：

（1）(X,Y)的概率密度$f(x,y)$;

（2）Y的边缘概率密度$f_Y(y)$。

8、(2016 年，数学一、数学三) 设二维随机变量 (X，Y) 在区域$D=\{(x,y)|0<x<1,x^2<y<\sqrt{x}\}$上服从均匀分布，令

$$U=\begin{cases}1, & X\le Y\\ 0, & X>Y\end{cases}$$

（1）写出（X，Y）的概率密度；

（2）问U与X是否相互独立，并说明理由。

9、（2015 年，数学一）设二维随机变量（X，Y）服从二维正态分布$N(1,0;\ 1,1;\ 0)$，则 $P\{XY-Y<0\}$ = ____________