

第2章练习10-重点练习题答案

一、机器码（含符号位 5 位）-真值转换

真值	原码	补码	反码	移码
+0101	0, 0101	0, 0101	0, 0101	1, 0101
-0101	1, 0101	1, 1011	1, 1010	0, 1011
整数 0	0, 0000 1, 0000	0, 0000	0, 0000 1, 1111	1, 0000
小数 0	0. 0000 1. 0000	0. 0000	0. 0000 1. 1111	无
-0. 0010	1. 0010	1. 1110	1. 1101	无
-0. 1101	1. 1101	1. 0011	1. 0010	无
-1111	1, 1111	1, 0001	1, 0000	0, 0001

点评：本题采用四大口诀做题

二、填空题

1) $[x]_{\text{补}} = 1.0000$, 则 x 表示的十进制数是 -1

2) 设机器数字长为 8 位（含 1 位符号位）， $x = -128$, 则 $[x]_{\text{补}} = \underline{1, 0000000}$

注意：1) 原码和补码范围不一致，主要是原码的+0 和-0 对应的补码形式一样，比如：整数 0 的原码（包括+0 和-0）对应的补码是唯一表示形式 0, 0000000（当机器数是 8 位时）；小数 0（包括+0 和-0）的原码对应的补码也有唯一表示形式 0. 0000000（当机器数是 8 位时）。此时，补码的二进制表示 1. 0000000 或者 1, 0000000 有另外的含义，对应最小的负数，并且该负数比原码最小的负数还小一个单元。也可见补码定义（唐-教材 P222），定义本身就指出了补码的可表示范围。

2)（唐书）教材中的 P225 页表 6.1 作为例子，可以看到补码对应的真值比原码范围广。

该例子中原码 8 位（含符号位）二进制数，原码能表示的范围-127~127, 补码范围是-128~127。

即：相同机器位数，补码比原码表示范围广，比原码多一个更小的负数可表示。

3) 8 位机器数（含符号），小数定点机中，1. 0000000 表示了最小的负数，十进制对应-1；

整数定点机中，1, 0000000 表示了最小的负数，十进制对应-128。

因此，本题这两个特殊的补码表示是没有原码可以用来互相转换的。

假设一个机器数的数值部分是 n 位，符号位 1 位，用补码可以表示的最小二进制数为 1. 00…00 (n 个 0)，对应小数形式的最小负数是-1，以及 1, 00…00 (n 个 0) 对应整数形式的最小负数是 -2^n 。

三、求表示范围题目

设机器数字长为 8 位（含 1 位符号位）

1) 求小数定点机的原码、反码、补码表示范围

2) 求整数定点机的原码、反码、补码、移码表示范围

	小数	整数
原码	$-(1-2^{-7}) \sim (1-2^{-7})$	$-(2^7-1) \sim (2^7-1)$ 或 $-127 \sim 127$
反码	$-(1-2^{-7}) \sim (1-2^{-7})$	$-(2^7-1) \sim (2^7-1)$ 或 $-127 \sim 127$
补码	$-1 \sim (1-2^{-7})$	$-2^7 \sim (2^7-1)$ 或 $-128 \sim 127$
移码	-----	$-2^7 \sim (2^7-1)$ 或 $-128 \sim 127$

注意：虽然补码和移码在表示上符号位 0/1 对调，但对应的实际数值（十进制）范围是相同的。

本题也容易出错，题目中含 1 位符号位的意思就是数值位有 7 位，此时对应公式中 $n=7$ 。

本题后续会作为综合题里一部分，比如浮点数的取值范围计算。比如：给定浮点数的阶码和尾数的符号位和数值位的位数，根据符号位和数值位用不同机器码表示形式，求浮点数能表示的最大、最小正数或负数。

四、规格化后求表示范围的题目

关于浮点数的最大、最小、正、负数类型题目

- 1) 设 32 位机器数的阶码 8 位 (含 1 位阶符), 尾数 24 位 (含 1 位符号位), 求尾数规格化后的浮点数表示范围 (阶码与尾数都是原码表示)。
 - 2) 设 32 位机器数的阶码 8 位 (含 1 位阶符), 尾数 24 位 (含 1 位符号位), 求尾数规格化后的浮点数表示范围 (阶码与尾数都是补码表示)。

	原码规格化	补码规格化
最大正数	$2^{127} * (1 - 2^{-23})$	$2^{127} * (1 - 2^{-23})$
最小正数	$2^{-127} * (2^{-1}) = 2^{-128}$	$2^{-128} * (2^{-1}) = 2^{-129}$
最大负数	$-2^{-127} * (2^{-1}) = -2^{-128}$	$-2^{-128} * (2^{-1} + 2^{-23})$
最小负数	$-2^{127} * (1 - 2^{-23})$	-2^{127}

规格化又针对小数，即尾数部分来讲

① 底码尾数范围(规格化) ② 补码尾数范围(规格化)



原码对称 $-(r-2^{-n}) \sim -\frac{1}{2} U \frac{1}{2} \sim 1-2^{-n}$

解码类：左右不对称

五、算术移位和逻辑移位题

- 1) 二进制 01111000 的逻辑左移和算数左移、逻辑右移和算数右移
 - 2) 二进制 补码 11000011 的逻辑左移和算数左移、逻辑右移和算数右移

	逻辑左移	算数左移	逻辑右移	算数右移
01111000	11110000	01110000	00111100	00111100
11000011 补	10000110	10000110	01100001	11100001

注意：对于算数左移，符号位首先要保持不变（很多同学错在了算数左移）

六、 IEEE754 类型题

- 1) 将十进制 -0.625 转为单精度 IEEE 754 格式 (十六进制表示)。

解：根据十进制小数转二进制小数算法： $-0.625_{10} = -0.101_2$

规格化: $-0.101 = -1.01 * 2^{-1}$, 能够规格化, 说明是正负浮点数表示

$$\begin{aligned}-1.01 * 2^{-1} &= (-1)^s * (1 + \text{尾数}_2) * 2^{(\text{指数} - 127)} \\ &\equiv (-1)^1 * (1 + 0.01) * 2^{(126 - 127)}\end{aligned}$$

符号位: 1; 指数部分: 126; 尾数部分: 0.01,

注意：本题要写出 32 位的 0/1 序列，比如：10111111001000000000000000000000000000000

也可以写成 BE200000H 或 0xBE200000。

2) 按照 IEEE754 标准规定的 32 位浮点数 41A4C000₁₆ 对应的十进制数是 20.59375。

0100 0001 1010 0100 1100 0000 0000 0000

① 符号为正，0

② $(10000011)_2 = 131$, 还原后十进制指数 $131 - 127 = 4$

③ $(-1)^0 \times 2^4 \times (1 + 0.01001001)_2$

$$= (10100.10011)_2 = 20.59375 \quad \text{写成分数也对}$$

3) 某数采用 IEEE754 单精度浮点数格式表示为 C640000H, 则该数十进制值是 -1.5×2^{13} 或 -12288。【2013 考研统考真题】

1 10001100 10000000000000000000000000000000

注意符号位不能丢
※※※(很多人都错在符号位)

① 符号为负，1

② $(10001100)_2 = 140$, 还原后十进制指数 $140 - 127 = 13$

③ $(-1)^1 \times 2^{13} \times (1.100000 - 0)_2$

$$= -1.5 \times 2^{13} = -12288$$

4) IEEE754 单精度格式表示的数中, 最小的规格化正数是 2^{-126} 。【2018 考研】

解答: IEEE754 阶码是 1 时候, 实数的指数是 $1 - 127 = -126$, 规格化隐藏 1, 所以还原成 2^{-126}

5) IEEE754 单精度浮点格式表示的数中, 能表示的最大的正整数是_____。【2012 考研】

解答: 实数最大阶码 $254 - 127 = 127$, 尾数全 1 还隐藏 1, 所以答案是 $2^{127} (1 + 1 - 2^{-23}) = 2^{128} - 2^{104}$

IEEE754 单精度格式



① 符号位为 0, 正数

② + 进制指数 $1 - 127 \sim 254 - 127$

③ 尾数 $(+0.000\ldots0) \sim (+0.111\ldots1)$
23个0 23个1

4) 最小正数为

$$(-1)^0 \times 2^{-126} \times (1.000\ldots0)_2 \\ = 2^{-126}$$

5) 最大正数为

$$(-1)^0 \times 2^{127} \times (1 + 1 - 2^{-23}) \\ = 2^{128} - 2^{104}$$

6) $x = -8.25$, 用 IEEE754 单精度浮点数表示为_____。【2011 考研统考真题】

解答: $-1000.01 = -1.00001 \times 2^3$

IEEE754 阶码部分 $= 3 + 127 = 130 = 10000010$

所以 $-8.25 = 1100 0001 0000 0100 0000 0000 0000 = C104 0000H$

七、根据范围推位数 (提示: $2^{15}=32768$)

- 1) 将十进制数用补码表示, 其范围-65535~65535, 至少需要 17 位二进制代码表示。
- 2) 将十进制数用补码表示, 其范围-65536~65535, 至少需要 17 位二进制代码表示。
- 3) 将十进制数用补码表示, 其范围-65536~65536, 至少需要 18 位二进制代码表示。
- 4) 将十进制数用原码表示, 其范围-65535~65535, 至少需要 17 位二进制代码表示。
- 5) 将十进制数用原码表示, 其范围-65536~65535, 至少需要 18 位二进制代码表示。
- 6) 将十进制数用原码表示, 其范围-65536~65536, 至少需要 18 位二进制代码表示。