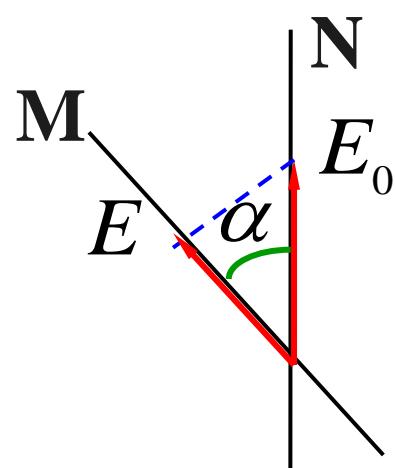
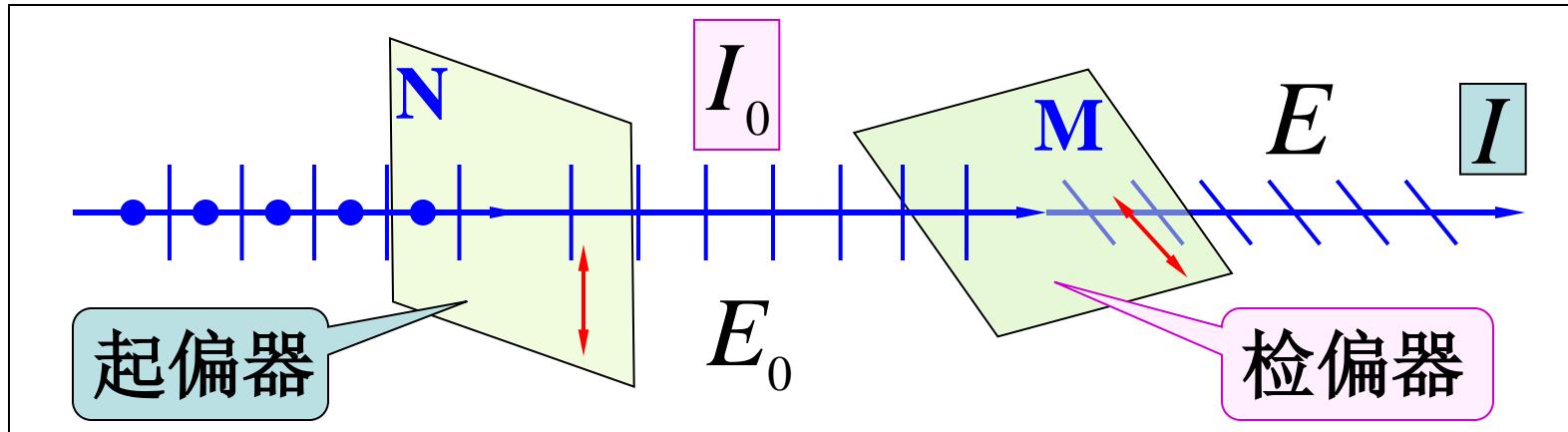


三、马吕斯定律（1808年）

1808年，法兰西科学院提议，1810年物理奖比赛的题目为“对于双折射给出数学理论，并且做实验证实”。法国科学家马吕斯决定参与竞争。他做实验观察，日光照射于卢森堡宫的玻璃窗，然后被玻璃反射出来的光束，假若入射角度达到某特定数值，则这反射光与惠更斯观察到的折射光具有类似的性质，他称这性质为“偏振”性质，并总结出马吕斯定律：

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$



$$E = E_0 \cos \alpha$$

马吕斯定律

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2}$$

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

例18：有两个偏振片，一个用作起偏器，一个用作检偏器。当它们偏振化方向间的夹角为 30° 时，一束单色自然光穿过它们，出射光强为 I_1 ；当它们偏振化方向间的夹角为 60° 时，另一束单色自然光穿过它们，出射光强为 I_2 ，且 $I_1 = I_2$ 。求两束单色自然光的强度之比。

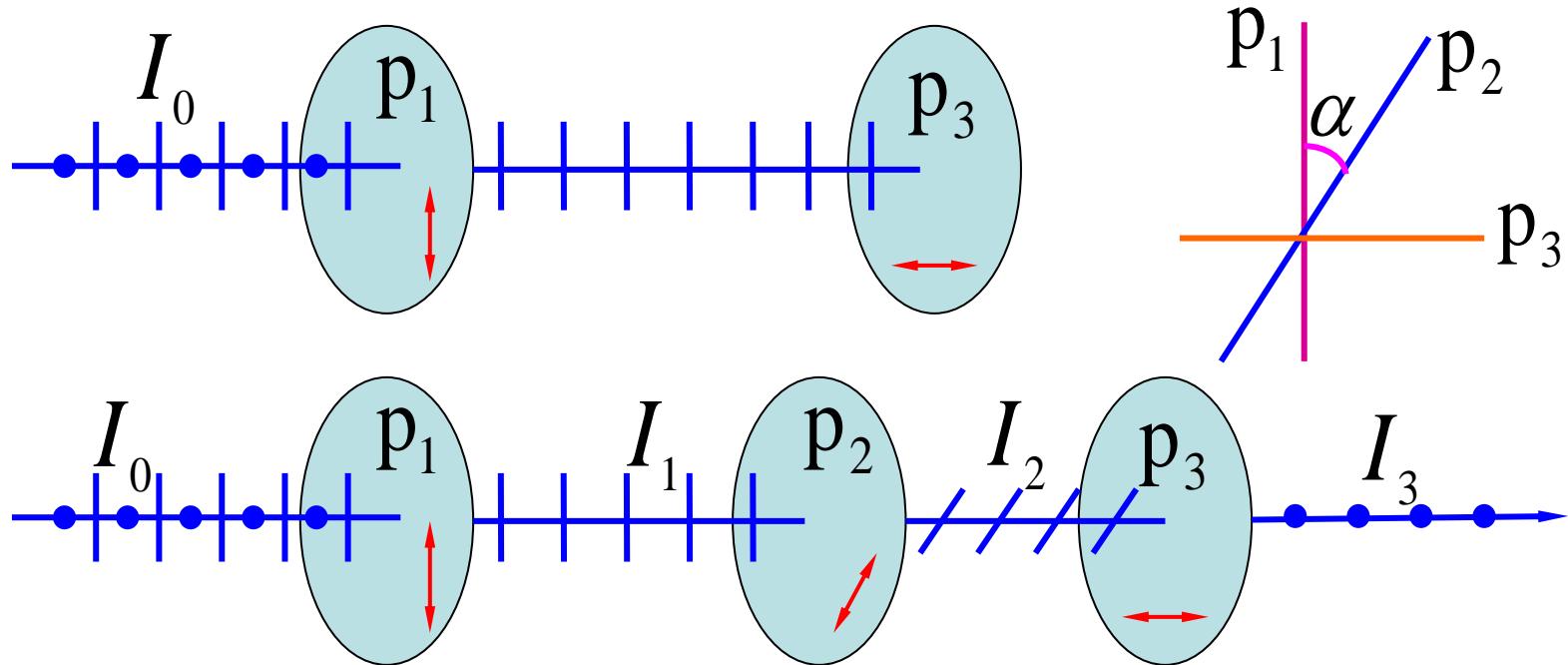
解 设两束单色自然光的强度分别为 I_{10} 和 I_{20} 。

经过起偏器后光强分别为 $\frac{I_{10}}{2}$ 和 $\frac{I_{20}}{2}$

经过检偏器后 $I_1 = \frac{I_{10}}{2} \cos^2 30^\circ$ $I_2 = \frac{I_{20}}{2} \cos^2 60^\circ$

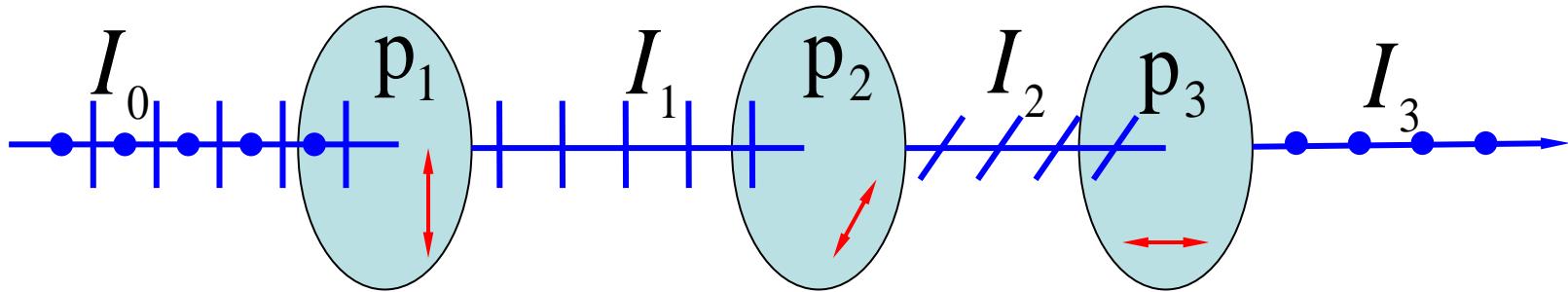
$$\because I_1 = I_2 \quad \therefore \frac{I_{10}}{I_{20}} = \frac{\cos^2 30^\circ}{\cos^2 60^\circ} = \frac{1}{3}$$

讨论：在两块正交偏振片 p_1, p_3 之间插入另一块偏振片 p_2 ，光强为 I_0 的自然光垂直入射于偏振片 p_1 ，讨论转动 p_2 透过 p_3 的光强 I 与转角 α 的关系。



$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha$$



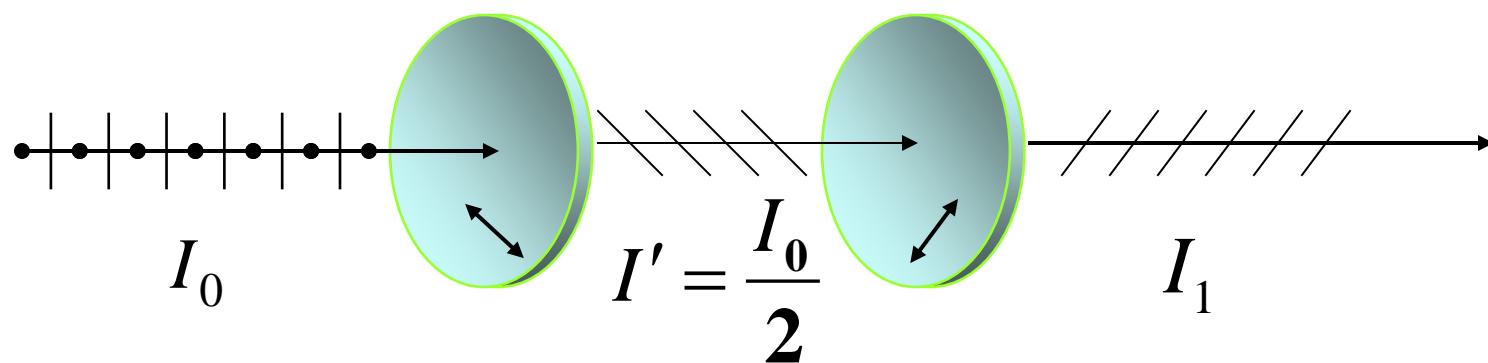
p_1 p_2 p_3 $I_2 = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha$ $I_3 = I_2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$
 $I_3 = I_2 \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$
 $I_3 = \frac{1}{8} I_0 \sin^2 2\alpha$

若 α 在 $0 \sim 2\pi$ 间变化, I_3 如何变化?

$$\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \quad I_3 = 0 \quad \alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \quad I_3 = \frac{I_0}{8}$$

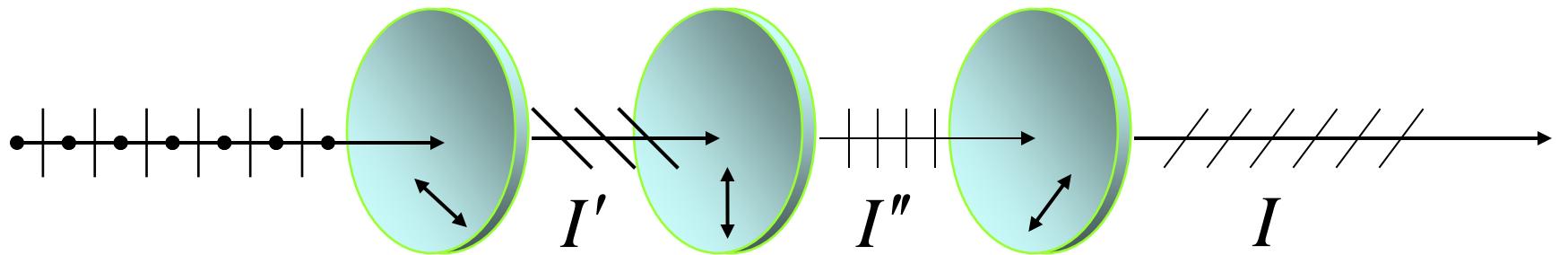
例19: 已知自然光通过两个偏振化方向相交 60° 的偏振片，透射光强为 I_1 ，今在这两偏振片之间再插入另一偏振片，它的偏振化方向与前两个偏振片的偏振化方向均夹 30° 角，则透射光强为多少？

解：



$$I_1 = I' \cos^2 \alpha = I' \cos^2 60^\circ = \frac{1}{4} I'$$

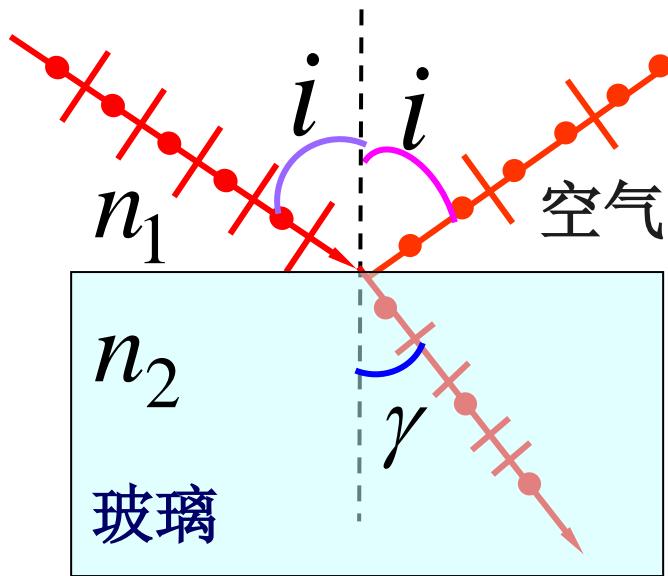
$$\rightarrow I' = 4I_1$$



$$I'' = I' \cos^2 30^\circ = 4I_1 \cos^2 30^\circ = 3I_1$$

$$I = I'' \cos^2 30^\circ = 3I_1 \left(\frac{3}{4} \right) = \frac{9}{4} I_1$$

§ 10 反射光和折射光的偏振

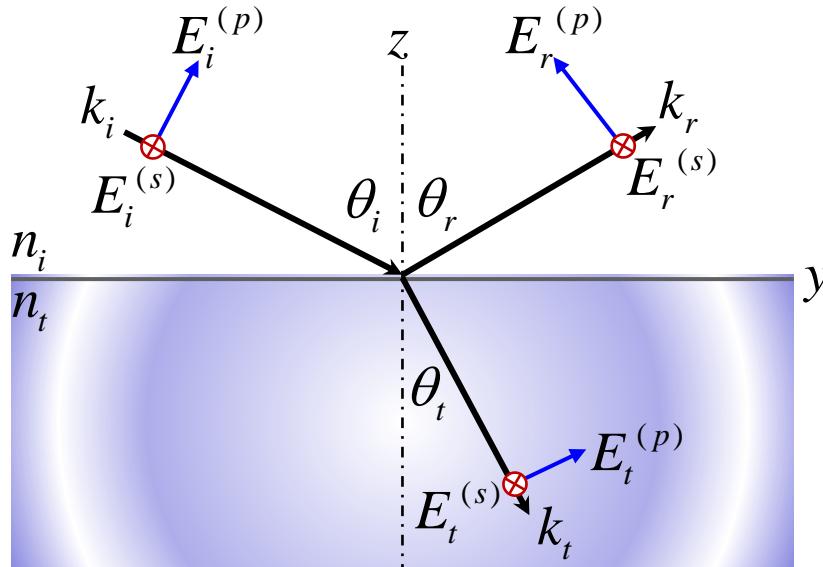


入射面 入射光线和法线所成的平面.

- 反射光 部分偏振光，垂直于入射面的振动大于平行于入射面的振动。
- 折射光 部分偏振光，平行于入射面的振动大于垂直于入射面的振动。

理论和实验证明：反射光的偏振化程度与入射角有关

*菲涅尔公式 (Fresnel equations)



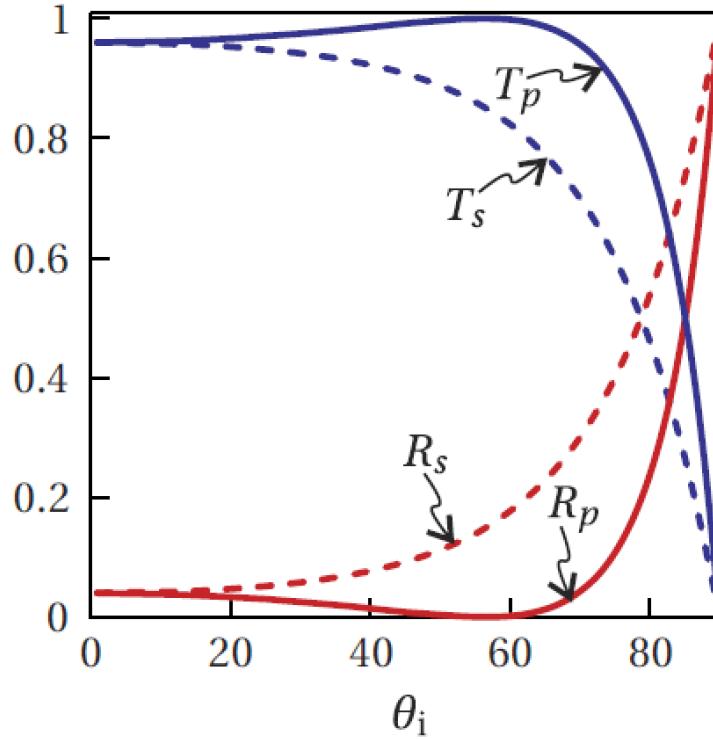
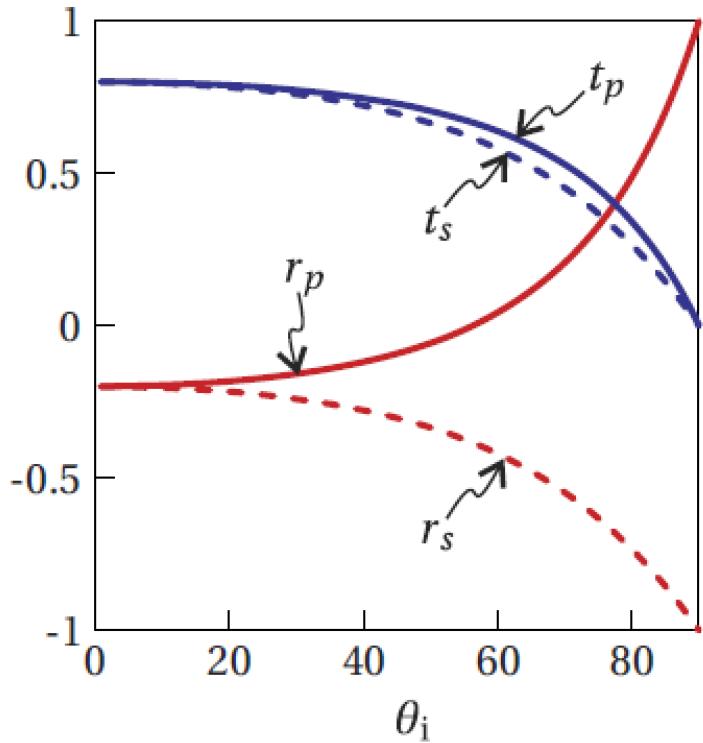
$$r_s \equiv \frac{E_r^{(s)}}{E_i^{(s)}} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} = \frac{\sin \theta_t \cos \theta_i - \sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin \theta_t \cos \theta_i + \sin \theta_i \cos \theta_t} = \frac{\sin (\theta_t - \theta_i)}{\sin (\theta_t + \theta_i)}$$

$$t_s \equiv \frac{E_t^{(s)}}{E_i^{(s)}} = \frac{2 n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin \theta_t \cos \theta_i + \sin \theta_i \cos \theta_t} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin (\theta_t + \theta_i)}$$

$$r_p \equiv \frac{E_r^{(p)}}{E_i^{(p)}} = \frac{n_i \cos \theta_t - n_t \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i} = \frac{\sin \theta_t \cos \theta_t - \sin \theta_i \cos \theta_i}{\sin \theta_t \cos \theta_t + \sin \theta_i \cos \theta_i} = \frac{\tan (\theta_t - \theta_i)}{\tan (\theta_t + \theta_i)}$$

$$t_p \equiv \frac{E_t^{(p)}}{E_i^{(p)}} = \frac{2 n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin \theta_t \cos \theta_t + \sin \theta_i \cos \theta_i} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin (\theta_t + \theta_i) \cos (\theta_t - \theta_i)}$$

布儒斯特定律 (1815年)



- 玻璃折射率 $n_t = 1.5$; 空气折射率 $n_i = 1$

布儒斯特定律

当 $\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$ 时，

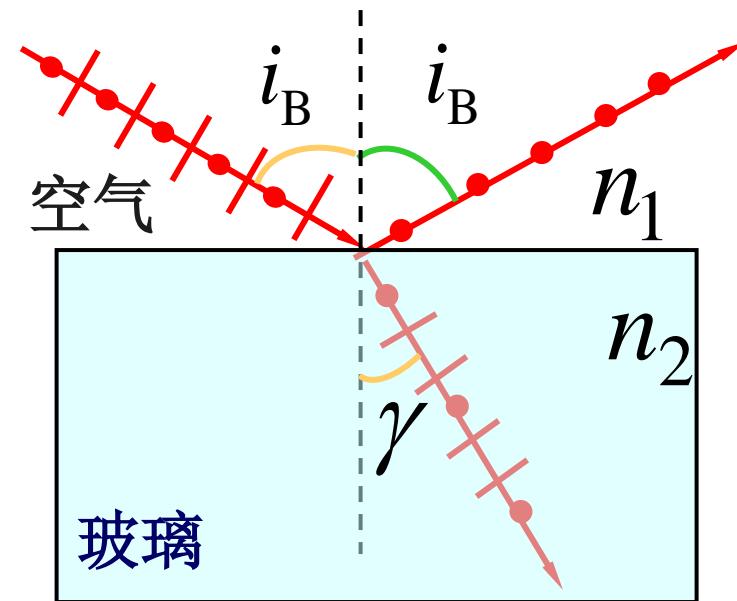
反射光为完全偏振光，且振动面垂直入射面，折射光为部分偏振光。

讨论：(1) 反射光和折射光互相垂直

$$\frac{\sin i_B}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}$$

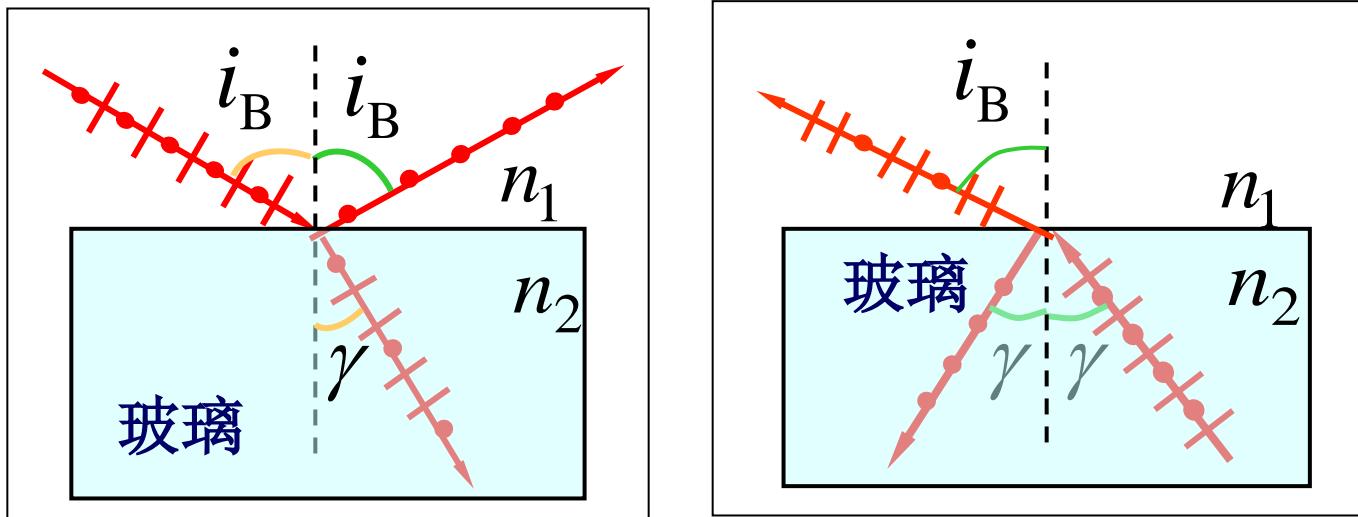
$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i_B}{\cos i_B}$$

$$\cos i_B = \sin \gamma = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$$



$$i_B + \gamma = \frac{\pi}{2}$$

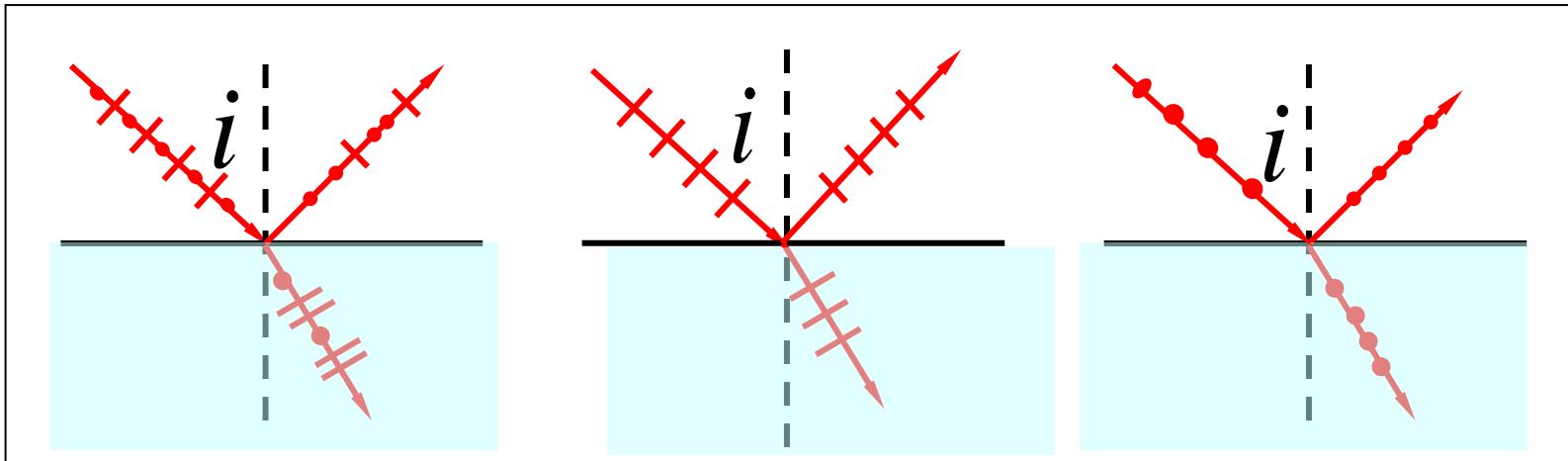
i_B : 布儒斯特角, 或起偏角



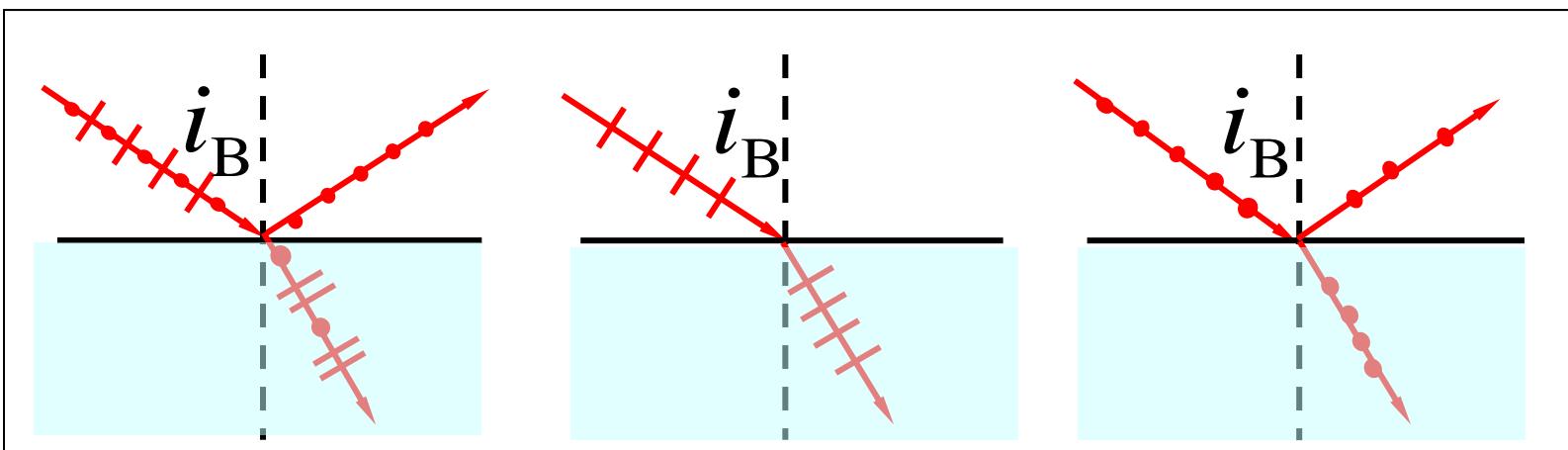
(2) 根据光的可逆性, 当入射光以 γ 角从 n_2 介
质入射于界面时, 此 γ 角即为布儒斯特角 .

$$\cot i_B = \frac{n_1}{n_2} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - i_B\right) = \boxed{\tan \gamma}$$

讨论：反射和折射光的偏振态



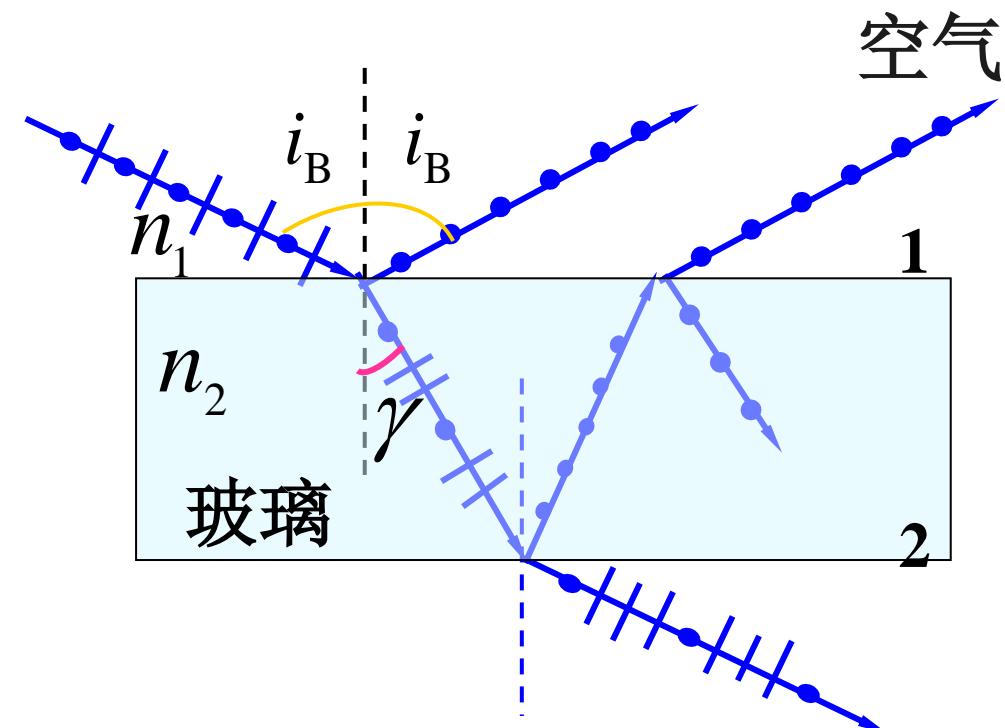
(起偏角 i_B)



例20：一自然光自空气射向一块平板玻璃，入射角为布儒斯特角 i_B ，问在界面 2 的反射光是什么光？

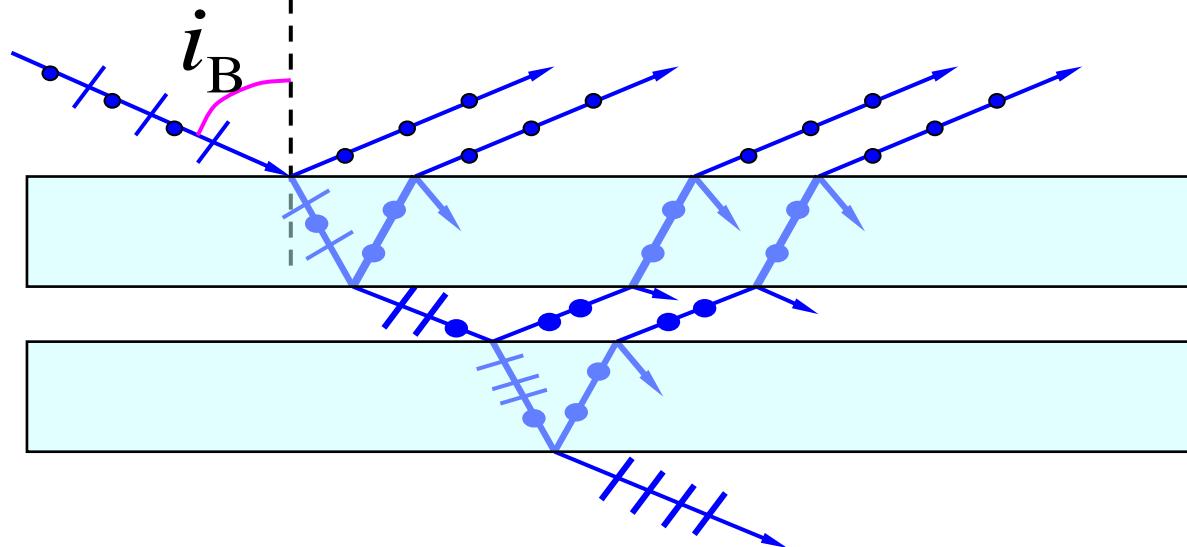
注意：一次起偏垂直入射面的振动仅很小部分被反射，所以反射偏振光很弱。

一般应用**玻璃片堆**产生偏振光。

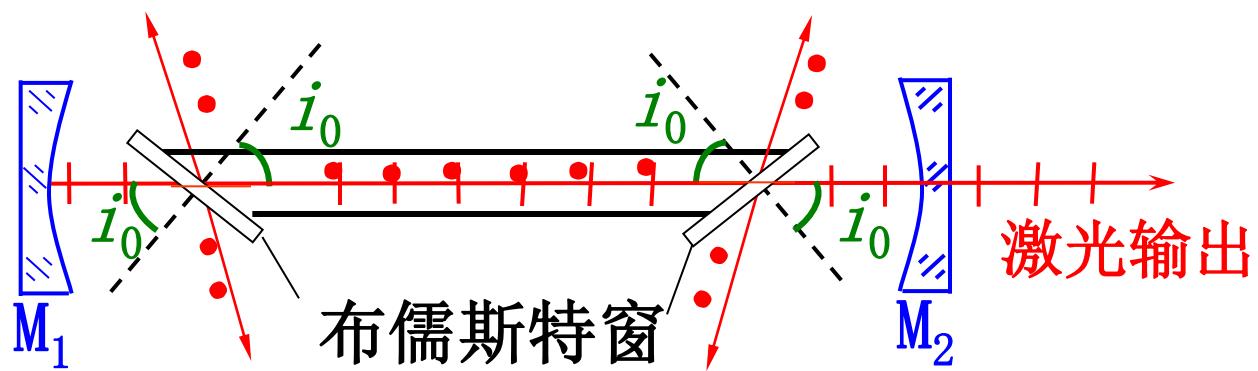
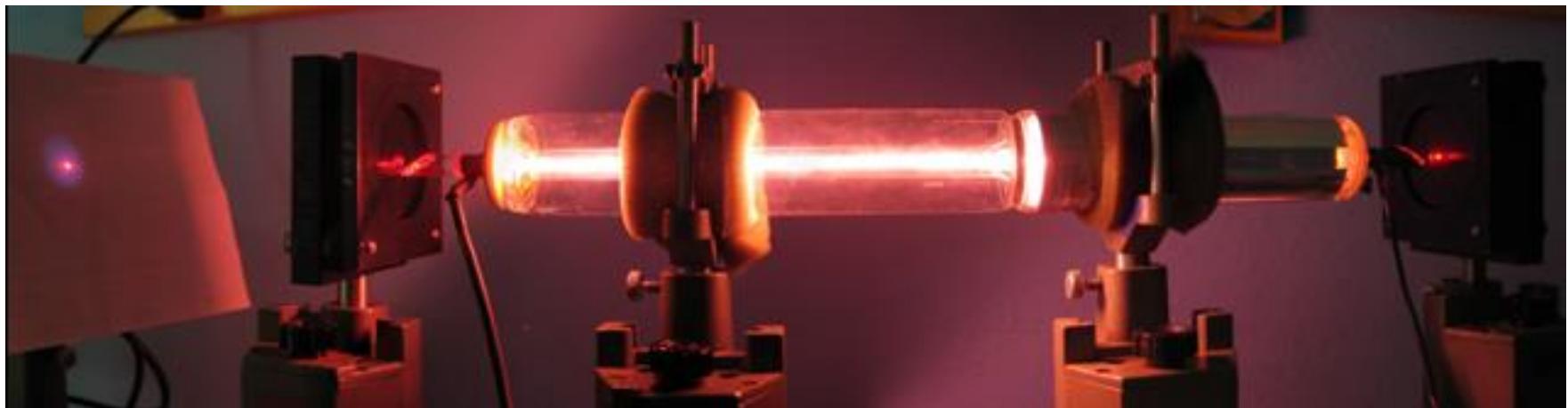


对于一般的光学玻璃，反射光的强度约占入射光强度的7.5%，大部分光将透过玻璃。

利用玻璃片堆产生线偏振光

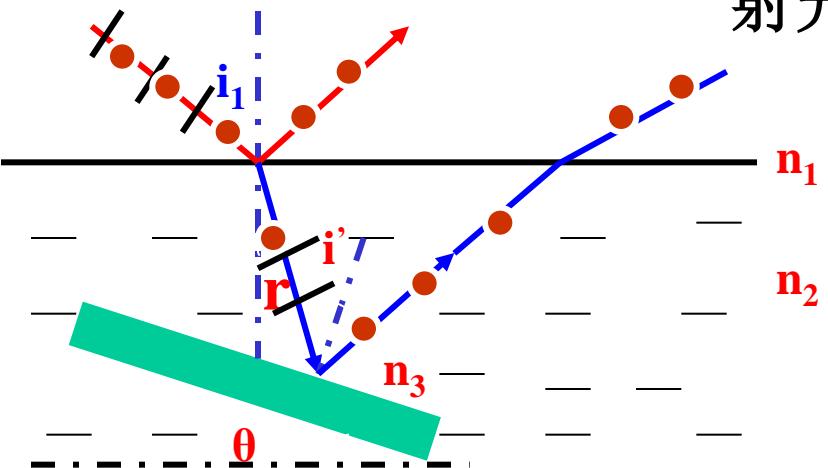


应用：外腔式激光器谐振腔



例21: 如图所示，自然光由空气入射到折射率为 $n_2=1.33$ 的水面上，入射角为 i_1 时，使反射光成为完全偏振光。现有一块玻璃浸入水中，其折射率为 $n_3=1.50$ 。若使由玻璃表面反射的光也成为完全线偏振光，求水面与玻璃之间的夹角。

解：根据反射光成为完全偏振光的条件：（反射光和折射光的传播方向垂直）



$$i_1 + r = 90^\circ$$

根据几何光学折射定律，可以得到：

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r$$

即：

$$\sin r = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 = \frac{n_1}{n_2} \cos r$$

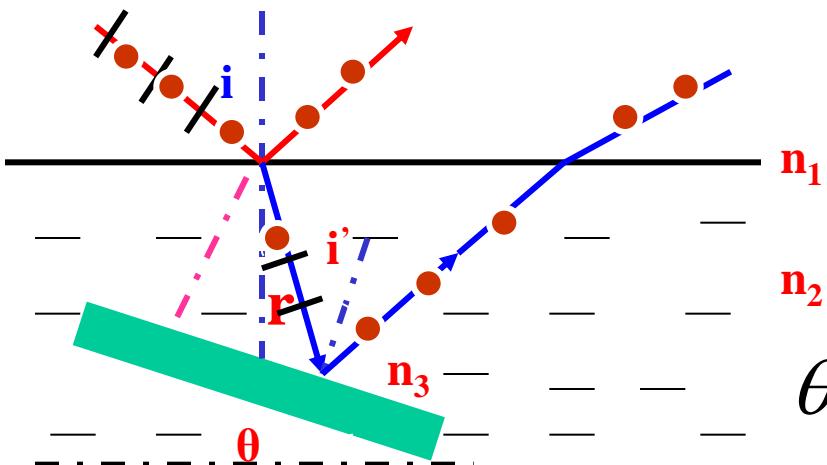
亦即: $\tan r = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{1.33}$ 所以 $r = \arctan \frac{1}{1.33} = 36^\circ 56'$

又因为 i' 是布儒斯特角, 由布儒斯特定律, 可以得到:

$$\tan i' = \frac{n_3}{n_2} = \frac{1.50}{1.33} = 1.128$$

所以可以得到: $i' = \arctan 1.128 = 48^\circ 26'$

由几何关系: $i' = \theta + r$



所以玻璃与水面的夹角为:

$$\theta = i' - r = 48^\circ 26' - 36^\circ 56' = 11^\circ 30'$$



(A)

玻璃门表面的
反光很强



(B)

用偏光镜减弱
了反射偏振光



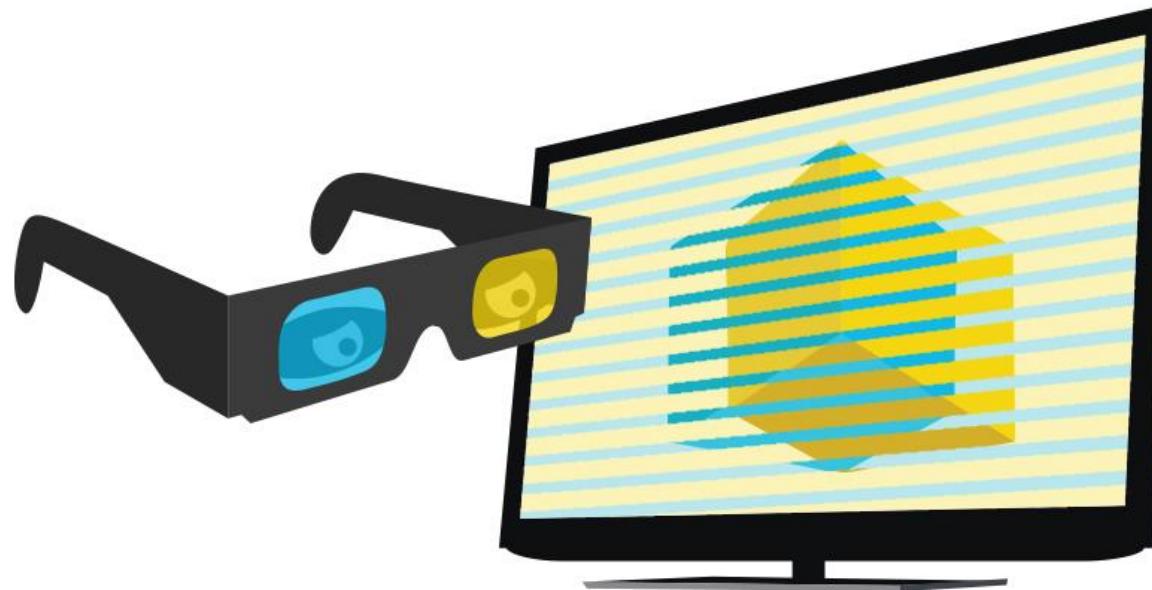
(C)

用偏光镜消除了
反射偏振光 使
玻璃门内的人物
清晰可见





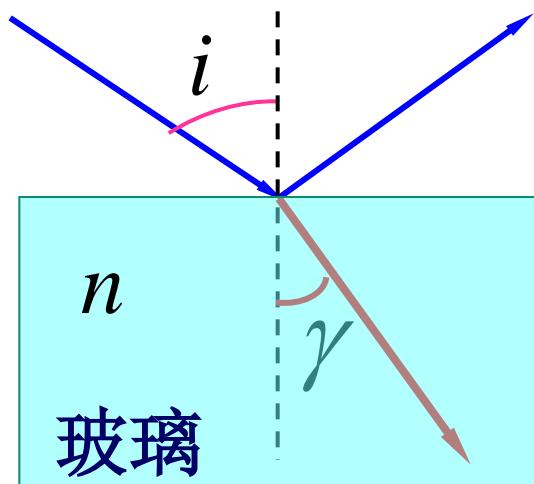
偏振片



§ 11 双折射

一 双折射的寻常光和非寻常光

折射定律



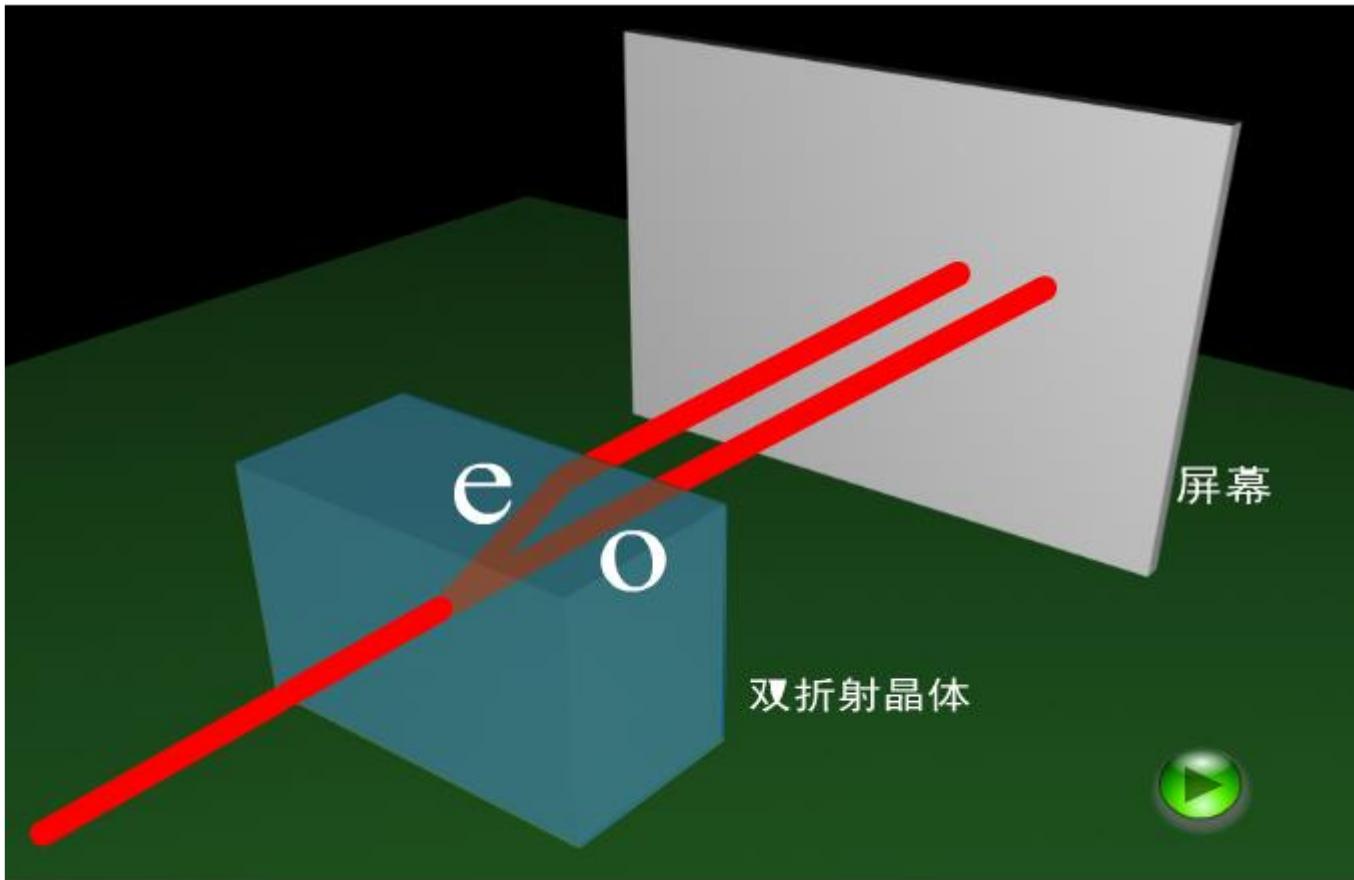
$$\frac{\sin i}{\sin \gamma} = n = \text{恒量}$$

双折射现象

方解石晶体

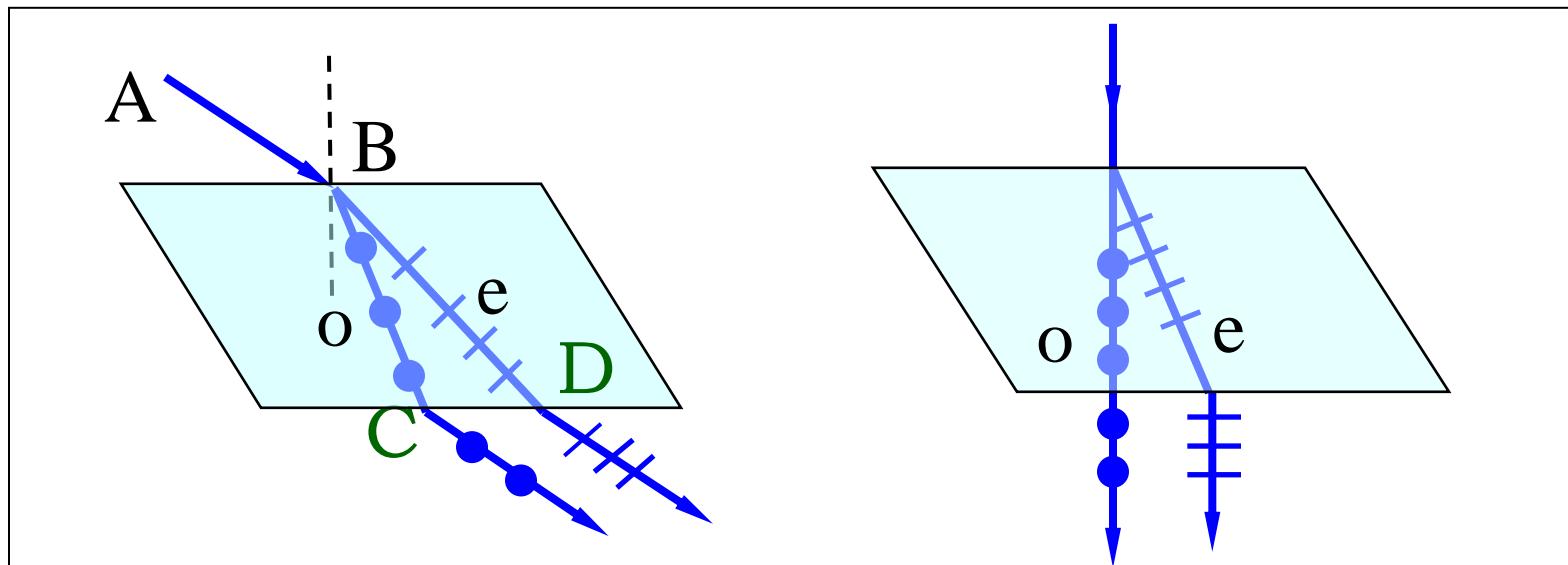
波 动 光 学

光通过双折射晶体



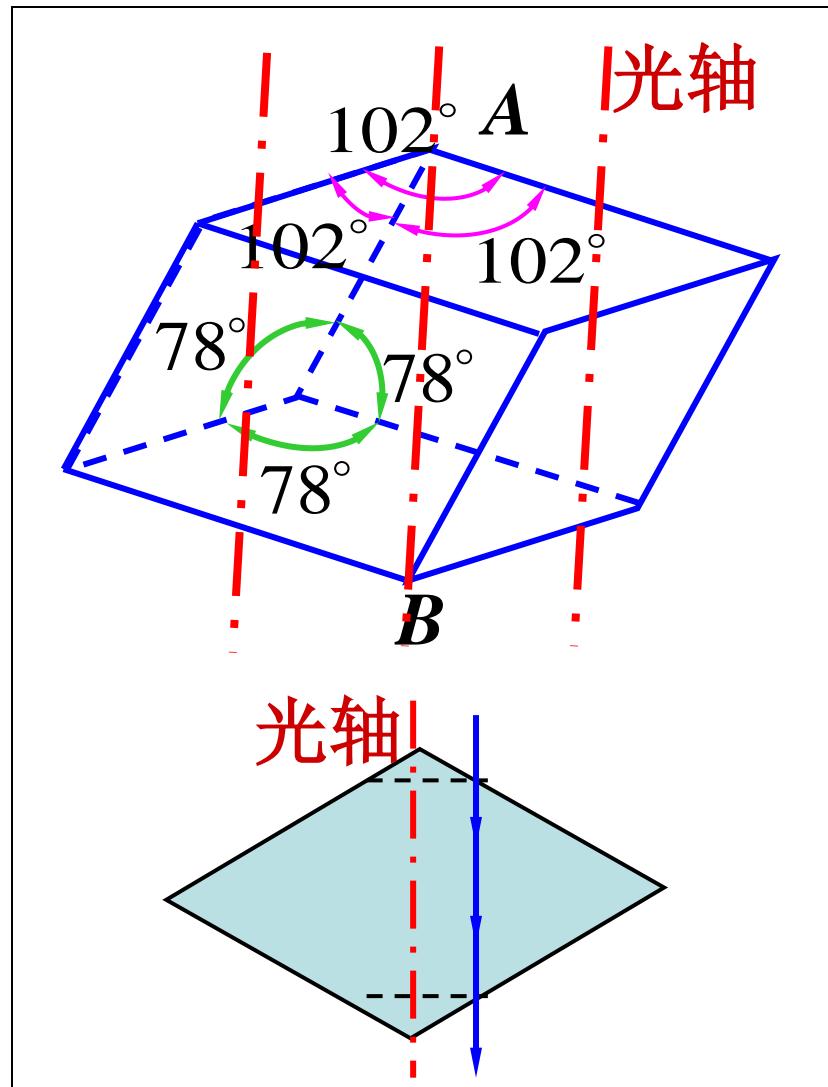
- 寻常光线 服从折射定律的光线
- 非常光线 不服从折射定律的光线
(一般情况, 非常光不在入射面内)

实验证明: O 光和 e 光均为偏振光.

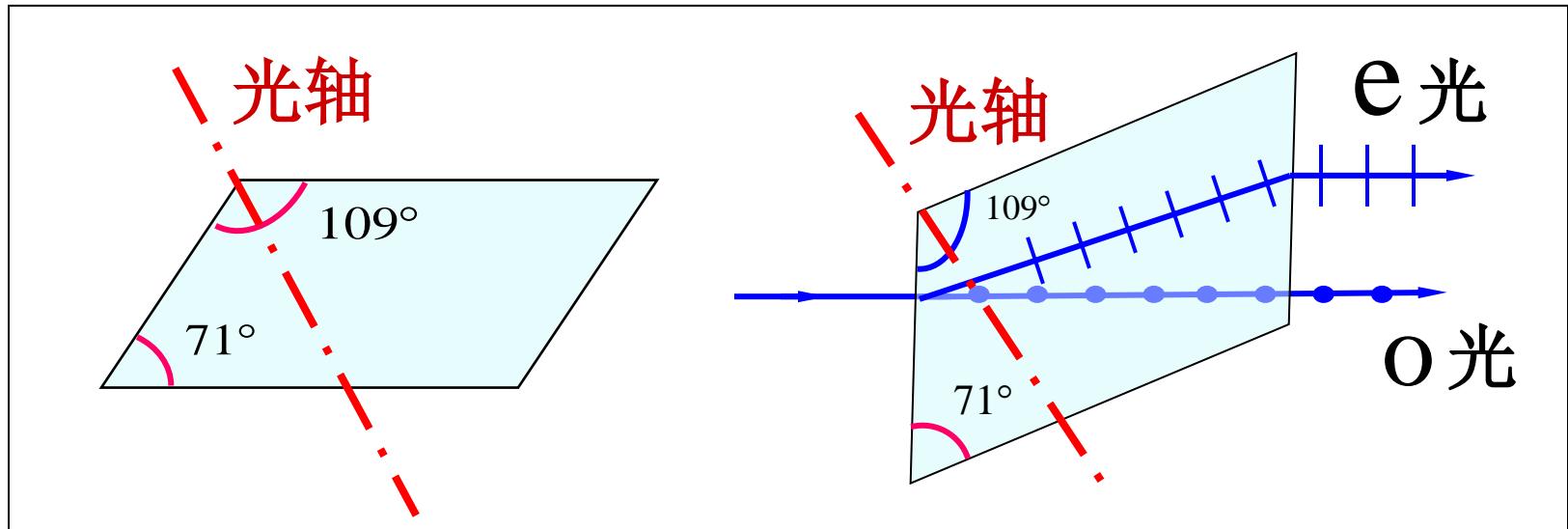


方解石晶体 (CaCO₃)

光轴 在方解石这类晶体中存在一个特殊的方向，当光线沿这一方向传播时不发生双折射现象。

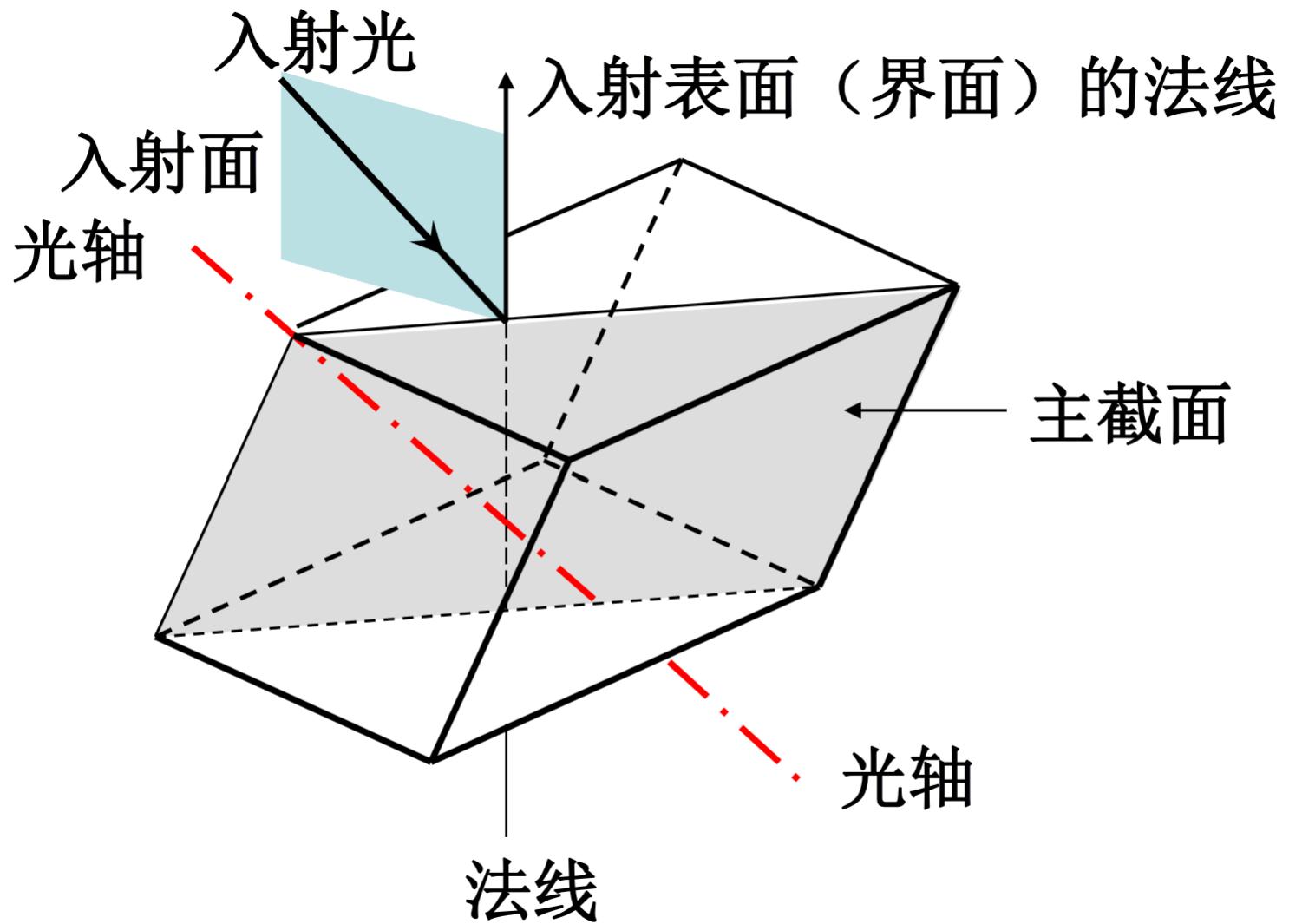


主截面 当光在一晶体表面入射时，此表面的法线与光轴所成的平面.



单轴晶体：只有一条光轴的晶体（方解石，石英，红宝石）

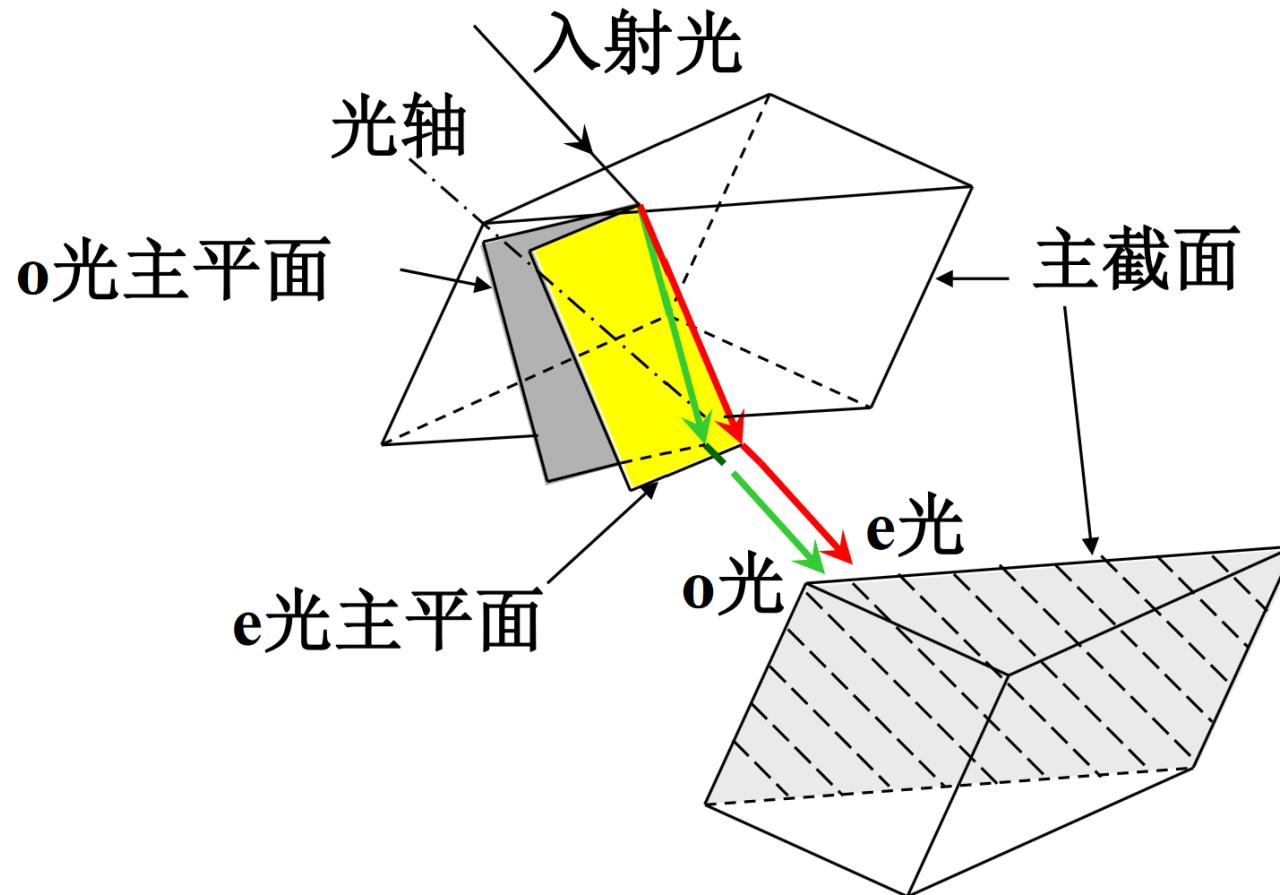
多轴晶体：有两个光轴的晶体（云母，硫磺，蓝宝石）



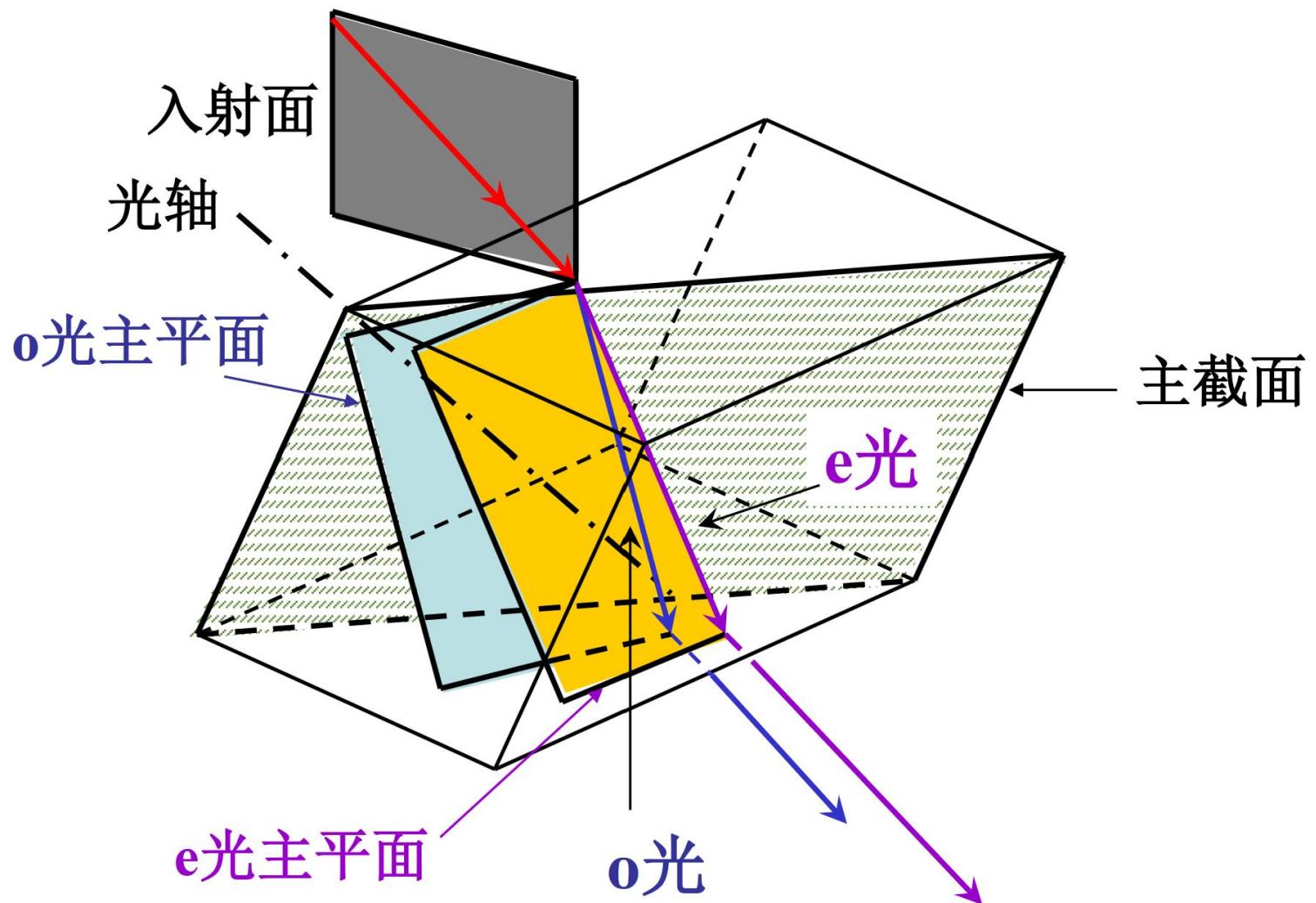
主平面：晶体中的光线与光轴所形成的平面。

o 光主平面： o 光振动方向垂直于 o 光主平面

e光主平面： e光电矢量平行与e光主平面



一般情况下，各个面并不重合



选择合适的入射方向，可以使入射面与主截面重合，这时光轴处于入射面之中。

