1、 运用基本概念计算数字特征

1.1 （2003 年，数学一）已知甲、乙两箱中装有同种产品，其中甲箱中装有 3 件合格品和 3 件次品，乙箱中仅装有 3 件合格品。从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱后，求乙箱中次品件数X的数学期望。

1.2（2015 年，数学一、数学三）设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}2^{-x}\ln 2, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$ 对 X 进行观测，当第二次出现大于 3 的观测值时停止，Y为观测数。

求：(1)Y的概率分布；（2）$E(Y)$。

1.3 （2010 年，数学三）箱中装有 6 个球，其中红、白、黑球的个数分别为 1，2，3，现从箱中随机取出 2 个球，记X为取出的红球个数，Y为取出的白球个数。

（1）求随机变量(X,Y)的概率分布；

（2）求 $\mathrm{Cov}(X,Y)$。

1.4 （2002 年，数学三）假设随机变量U在区间[-2，2]上服从均匀分布，随机变量

$$X=\begin{cases}-1, & U\le -1\\ 1, & U>-1\end{cases},\ Y=\begin{cases}-1, & U\le 1\\ 1, & U>1\end{cases}$$

试求：(1)X和 Y的联合概率分布；（2）$D(X+Y)$。

1.5 （2016 年，数学一）随机试验E有三种两两不相容的结果A_1，A_2，A_3，且三种结果发生的概率均为$\frac{1}{3}$，将试验 E独立重复做两次，X表示两次试验中结果A_1发生的次数，Y表示两次试验中结果A_2发生的次数，则X，Y的相关系数为（）。

(A) $-\frac{1}{2}$　　(B) $-\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{3}$　　(D) $\frac{1}{2}$

2、 运用常用公式计算数值特征

2.1（2010 年，数学一）设随机变量X的概率分布为

$$P\{X=k\}=\frac{C}{k!}, k=0,1,2,\ldots,$$

则$E(X^2)$=____________。

2.2 （2004 年，数学一）设随机变量X服从参数为λ的指数分布，则$P\{X>\sqrt{D(X)}\}$=__________。

2.3（2011 年，数学一）设二维随机变量（X,Y）服从正态分布$N(\mu,\mu;\sigma^2,\sigma^2;0)$, 则$E(XY^2)$=________.

2.4 （2009 年，数学一）设随机变量 X 的分布函数为$F(x)=0.3\Phi(x)+0.7\Phi(\frac{x-1}{2})$，其中$\Phi(x)$为标准正态分布的分布函数，则$E(X)$ = ______________。

(A)0 (B)0.3

(C)0.7 (D)1

2.5 （2015 年，数学一）设随机变量X,Y不相关，且$E(X)=2, E(Y)=1, D(X)=3$，则$E[X(X+Y-2)]$ = ___________。

2.6 （2016 年，数学三）设随机变量X与Y相互独立，且$X\sim N(1,2)$，$Y\sim N(1,4)$，则$D(XY)$=_________。

(A)6 (B)8

(C)14 (D)15

2.7（2005 年，数学三）设$X_1,X_2,\ldots,X_n(n>2)$为两两独立且均服从正态分布$N(0,\sigma^2)$的简单随机样本，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，记$Y_i=X_i-\bar{X}, i=1,2,\ldots,n$。求：

(1)Y_i 的方差 $D(Y_i), i=1,2,\cdots,n$;

(2)Y_1 与 Y_n 的协方差 $\mathrm{Cov}(Y_1,Y_n)$;

(3)若 $E[c(Y_1+Y_n)^2]=\sigma^2$,求常数 c。

3、 相关系数的特殊性质

3.1 （2012，数学一）将长度为 1m 的木棒随机截成两段，则两段长度的相关系数为（　　）。

(A) 1　　(B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$　　(D) -1

3.2 （2003 年，数学三）设随机变量X和 Y的相关系数为 0.9，若$Z = X - 0.4$，则 Y与 Z的相关系数为______________.

4、 大数定律

4.1 设$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$为独立同分布的随机变量，$E(\xi_i) = \mu$，$D(\xi_i) = \sigma^2 (i = 1,2, \dots, n)$，若令$\bar{\xi} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \xi_i$，则由切比雪夫不等式可知$P\{|\bar{\xi} - \mu| \geq 2\sigma\} \leq$ ______________。

4.2 （2003 年，数学三）设$X_1, X_2, \dots, X_n$独立同分布且均服从参数为 2 的指数分布，则当$n \to \infty$时，$Y_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$依概率收敛于______________。

4.3 假设随机变量序列$X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$独立同分布且$E(X_n)$=0，则$\lim\limits_{n\to\infty} P\{\sum_{i=1}^{n} X_i < n\}$=(　　)。

(A) 0　　(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{2}$　　(D) 1

5、 中心极限定理

5.1 (2001 年，数学三）生产线生产的产品成箱包装，每箱的重量是随机的，假设每箱平均重 50 千克，标准差为 5 千克。若用最大载重量为 5 吨的汽车承运，试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱，才能保障不超载的概率大于 0.977。($\Phi(2)=0.977$，其中$\Phi(x)$是标准正态分布函数）

5.2 检查员逐个检查某种产品，每次花 10 秒检查一个，但有的产品需要重复检查一次用 10 秒，假设每个产品需要重复检查的概率为$\frac{1}{2}$，试求在 8 小时内检查的产品数大于1 900的概率。($\Phi(1.38)=0.916$)