

第十一章 光学

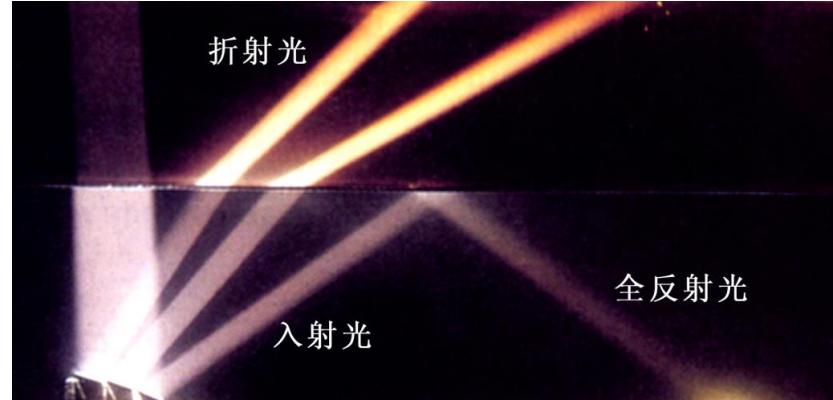
一、几何光学

1. 折射定律

$$n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$$

2. 全反射

$$i_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$



3. 全反射

费马原理：两点间光传播的实际路径，是光程平稳的路径。

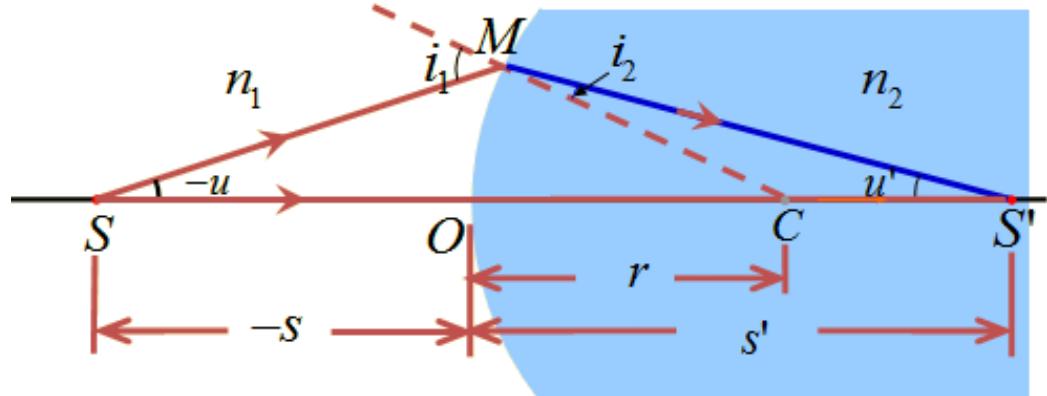
由费马原理知：

物点与像点之间各光线的光程都相等——“等光程性”

物点Q经光具组成像于Q'，则Q和Q'之间的光线等光程。

4. 单球面折射的物像公式

入射光从左到右



符号规则

➤ 间距变量正负

以顶点O为分界点，入射光线自左向右，则当物点、像点、焦点和曲率中心在顶点右侧时，物距、像距、焦距和曲率半径均为正；反之，在左侧则为负。

➤ 锐角度量正负

由光轴转向光线或光线转向法线所形成的锐角，约定顺时针为正，逆时针为负(在量前标以负号)。

物像关系：

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

像方焦距：

$$f' = \frac{n_2}{n_2 - n_1} r$$

平行光入射，其共轭点称**像方焦点**

物方焦距：

$$f = \frac{-n_1}{n_2 - n_1} r$$

折射光线全部为平行光，
其共轭点称**物方焦点**。

高斯公式：

$$\frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1$$

$$xx' = ff' \quad \text{牛顿公式}$$

横向放大率：

$$\beta = \frac{h_2}{h_1} = \frac{s' \cdot n_1}{s \cdot n_2}$$

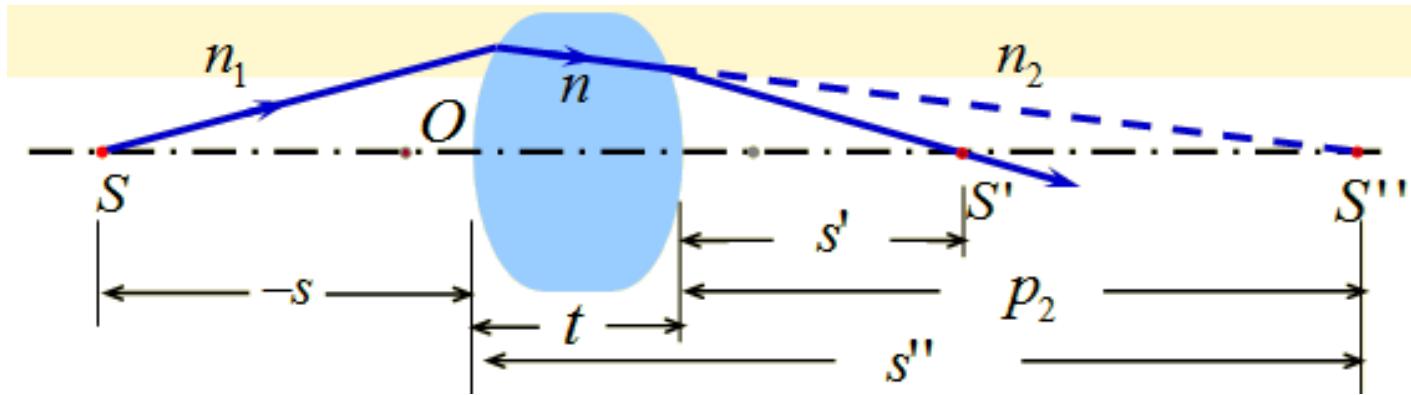
$\beta > 0$ 像与物同侧，像正立

$\beta < 0$ 像与物不同侧，像倒立

$|\beta| > 1$ 像放大

$|\beta| < 1$ 像缩小

5. 薄透镜成像



1. 光线在透镜的左侧面折射: $\frac{n}{s''} - \frac{n_1}{s} = \frac{n - n_1}{r_1}$

2. 光线在透镜内右侧面入射: $\frac{n_2}{s'} - \frac{n}{s'' - t} = \frac{n_2 - n}{r_2}$

两式相加, 得到:
 $(t \ll s'')$

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2}$$

将薄透镜置于空气中， $n_1 = n_2 = 1$

物像公式：

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

总屈光度：

$$\Phi = \frac{n-n_1}{r_1} + \frac{n_2-n}{r_2} = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$$

像方/物方焦距：

$$f' = -f = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

高斯公式：

$$\frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1$$

$xx' = ff'$ 牛顿公式

➤ 薄透镜成像的作图法

1. 与主光轴平行的入射光线, 折射后通过像方焦点.
2. 通过物方焦点的光线, 折射后平行于主光轴.
3. 通过光心的光线, 按原方向传播不发生偏折.
4. 同一物点的任意两条特殊光线通过透镜折射后的交点便是对应的像点。

注意：费马原理：

物点与像点之间各光线的光程都相等——“等光程性”

物点Q 经光具组成像于Q', 则Q和Q' 之间的光线等光程。

二、波动光学

光的电磁理论

光强，光谱曲线，光波的描述

$$E(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \cos[\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0]$$

$$I = \bar{S} = \frac{1}{2} E_0 H_0 \propto E_0^2 \quad I = E_0^2 = A^2$$

光程:把光在介质中传播的路程折合成光在真空中传播的相应路程。 $L = nr$

相位差与光程差的关系: 相位差 = $\frac{2\pi}{\lambda}$ 光程差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 r_2 - n_1 r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

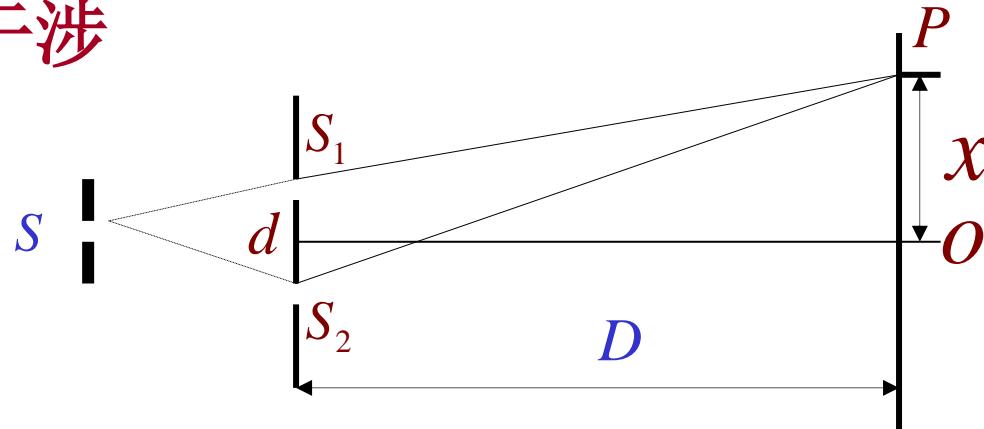
1. 干涉加强和减弱的条件:

相位差:
$$\begin{cases} \Delta\varphi = \pm 2k\pi & A = A_1 + A_2 \quad \text{干涉加强} \\ & (k = 0, 1, 2, \dots) \\ \Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi & A = |A_1 - A_2| \quad \text{干涉减弱} \end{cases}$$

若 $\varphi_1 = \varphi_2$, 则 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$

光程差:
$$\begin{cases} \delta = \pm k\lambda & A = A_1 + A_2 \quad \text{干涉加强} \\ & (k = 0, 1, 2, \dots) \\ \delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} & A = |A_1 - A_2| \quad \text{干涉减弱} \end{cases}$$

2. 杨氏双缝干涉



$$\delta = \frac{d}{D} x = \begin{cases} \pm k\lambda, & k = 0, 1, 2 \dots \text{ 干涉加强, 明纹} \\ \pm (2k-1) \frac{\lambda}{2}, & k = 1, 2 \dots \text{ 干涉减弱, 暗纹} \end{cases}$$

杨氏双缝干涉:明暗相间的等间距的平行直条纹。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{明纹中心: } x = \pm k \frac{D}{d} \lambda \\ \text{暗纹中心: } x = \pm (2k+1) \frac{D}{2d} \lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots \\ \text{条纹间距: } \Delta x = \frac{D}{d} \lambda \end{array} \right.$$

3. 薄膜干涉

※※薄膜干涉光程差公式推导

$$n_2 > n_1$$

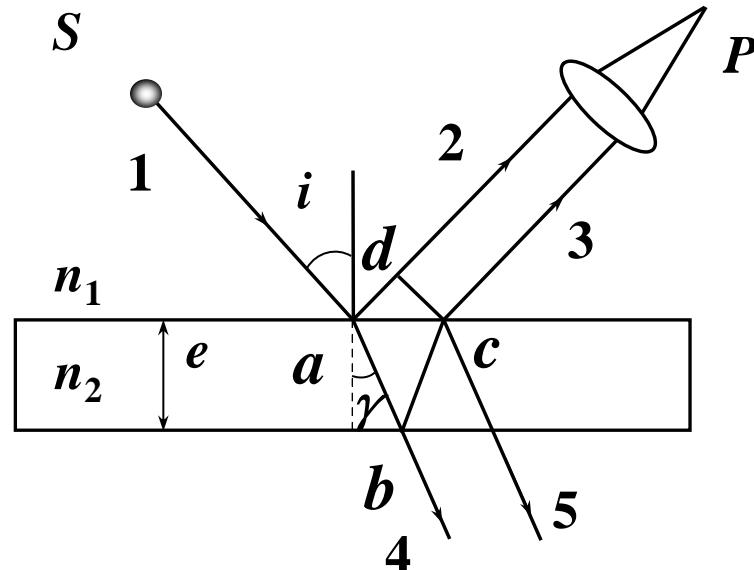
两束反射相干光的光程差：

$$\delta = n_2(\overline{ab} + \overline{bc}) - n_1 \overline{ad} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta = n_2 \frac{2e}{\cos \gamma} - n_1 2e \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} \sin i + \frac{\lambda}{2}$$

由 $n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$

$$\delta = n_2 \frac{2e}{\cos \gamma} - n_2 2e \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} \sin \gamma + \frac{\lambda}{2} = 2en_2 \cos \gamma + \frac{\lambda}{2}$$



透镜不引起附加的光程差

$$\delta = 2e \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

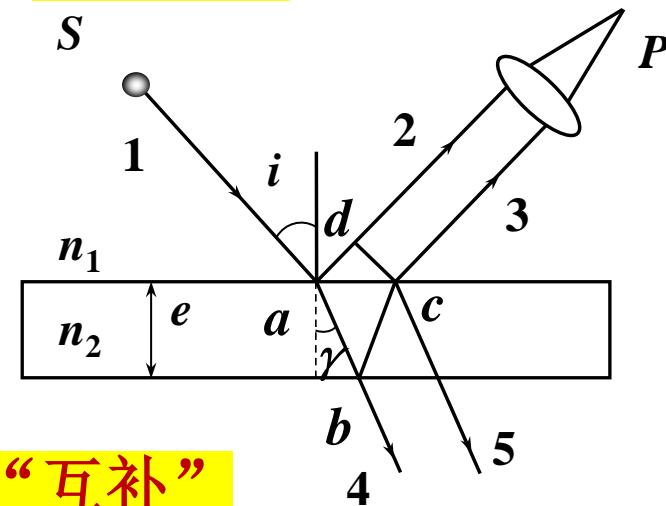
$$= \begin{cases} k\lambda & \text{干涉加强, 亮纹 } k = 1, 2, \dots \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{干涉减弱, 暗纹 } k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

当 e 、 n_2 、 n_1 确定，则 相同入射角 的入射光线有相同光程差。

它们在透镜焦平面上构成同一级条纹，称等倾干涉。

➤ 两束透射相干光的光程差：

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

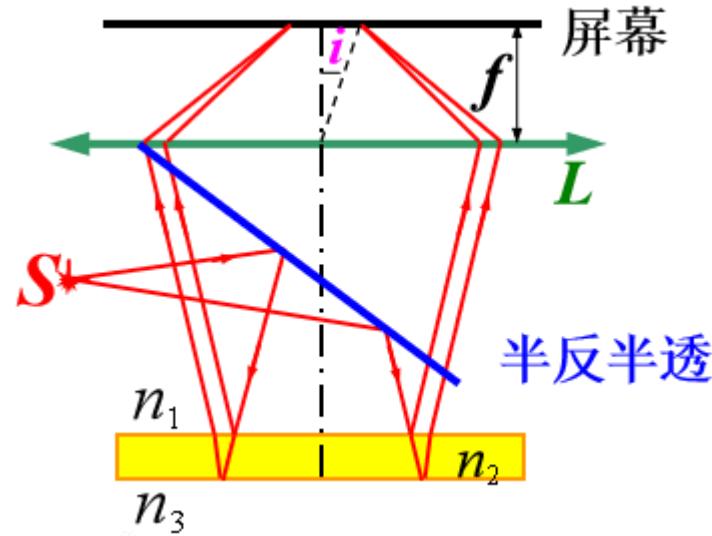


——透射光相干图样与反射光相干图样“互补”

4. 等倾干涉

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

- 光程差取决于入射角
- 倾角*i*相同的光线对应同一级干涉条纹



$$\delta = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

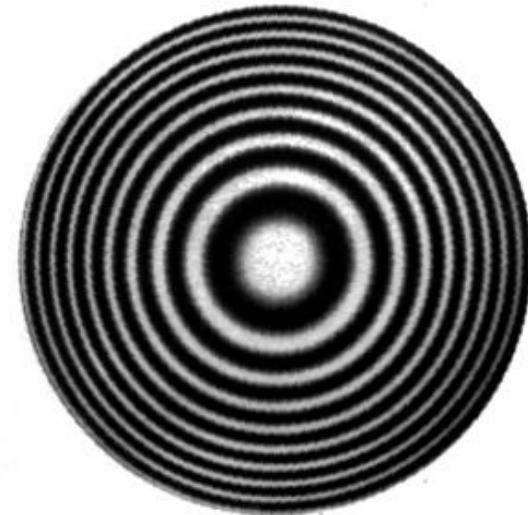
$$\delta = (k + \frac{1}{2})\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3$$

第 *k* 级环半径 = $f \operatorname{tg} i_k$

$$2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \delta_0 = k\lambda \quad \text{环中心的级次高}$$

$$d\delta = -2n_2 e \sin \gamma \cdot d\gamma = \Delta k \cdot \lambda \quad d\gamma = -\frac{\lambda \cdot \Delta k}{2n_2 e \sin \gamma} = -\frac{\lambda}{2n_2 e \sin \gamma} (\Delta k = 1)$$

- 膜变厚，条纹更密集；膜变薄，条纹更稀疏



5.等厚干涉

劈尖干涉

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = 2k \frac{\lambda}{2} \quad \text{亮} \quad k = 1, 2, \dots$$

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{暗} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

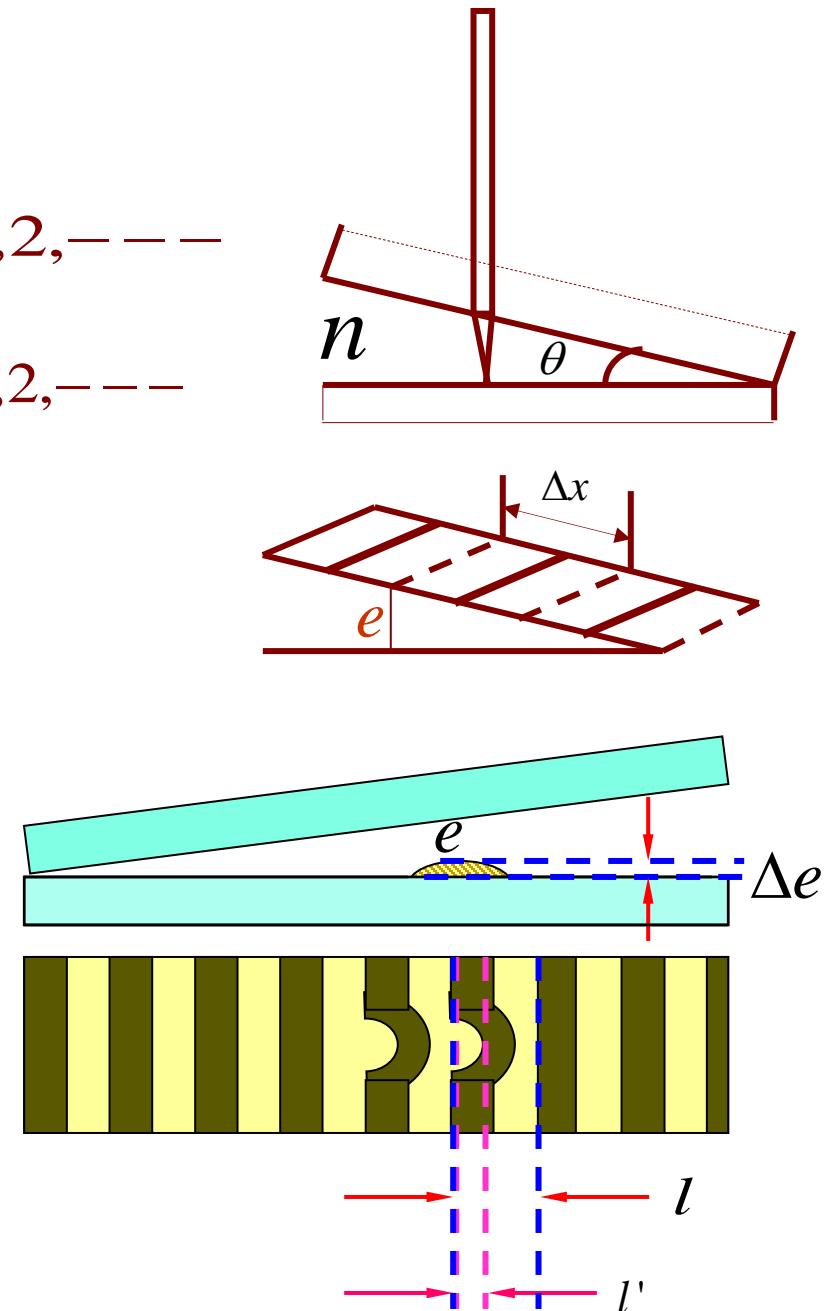
$e = 0$ 暗 证明半波损失存在

暗条纹 $e = 0, \frac{\lambda}{2n}, \frac{2\lambda}{2n}, \dots$

相邻条纹厚度差 $\Delta e = \frac{\lambda}{2n}$

条纹间距 $\Delta x = \frac{\Delta e}{\sin \theta} \approx \frac{\lambda}{2n\theta}$

增透膜 高反膜 干涉滤光片



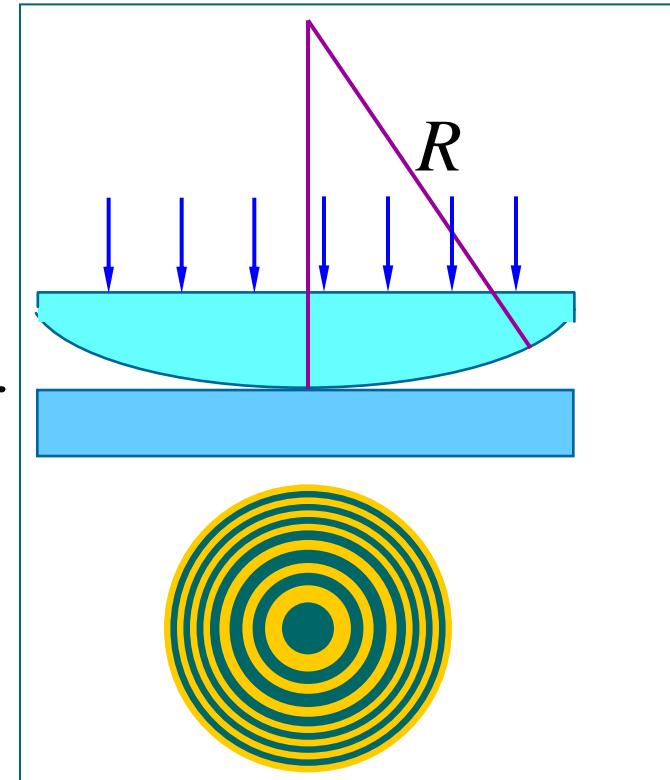
牛顿环

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} = k\lambda & \text{亮纹} \quad k = 1, 2, \dots \\ = (k + \frac{1}{2})\lambda & \text{暗纹} \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

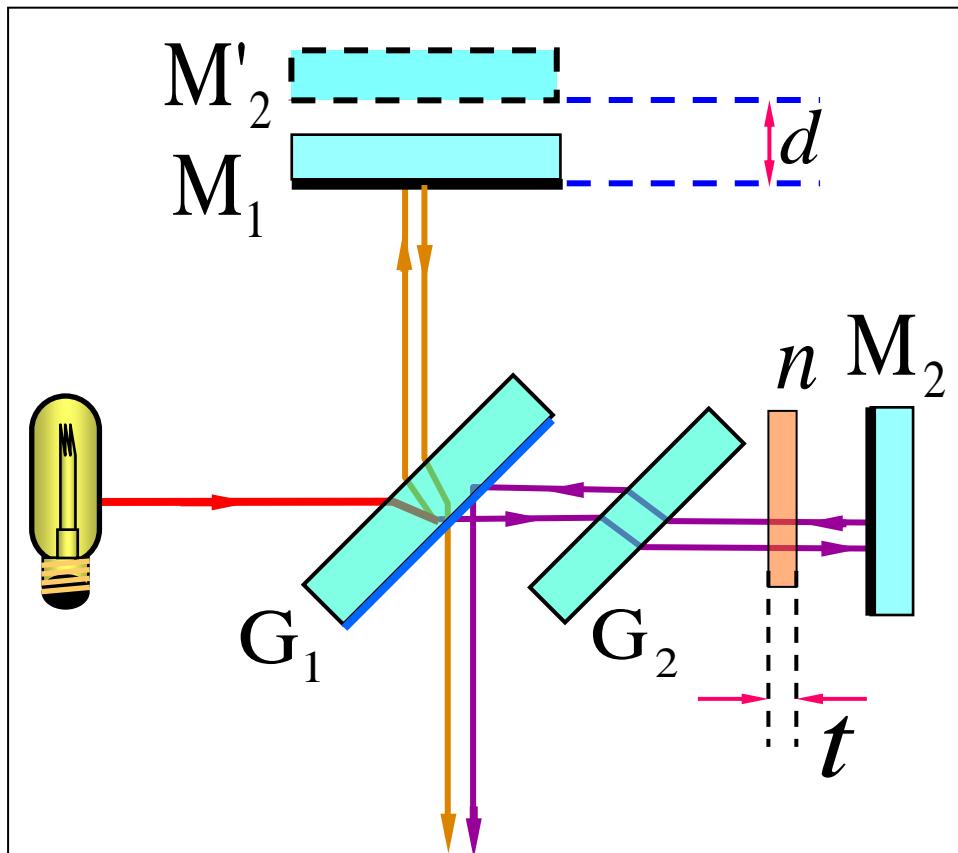
$$\text{明环半径 } r_{\text{明}} = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}} \quad k = 1, 2, \dots$$

$$\text{暗环半径 } r_{\text{暗}} = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

条纹内疏外密，随级次 k 的增大,条纹半径增大，间距变小，条纹变密。



6.迈克尔孙干涉仪



干涉条纹移动数目

$$\Delta k = \frac{\lambda}{2(n-1)t}$$

光程差 $\Delta = 2d$

插入介质片光程差

$$\Delta' = 2d + 2(n-1)t$$

光程差变化

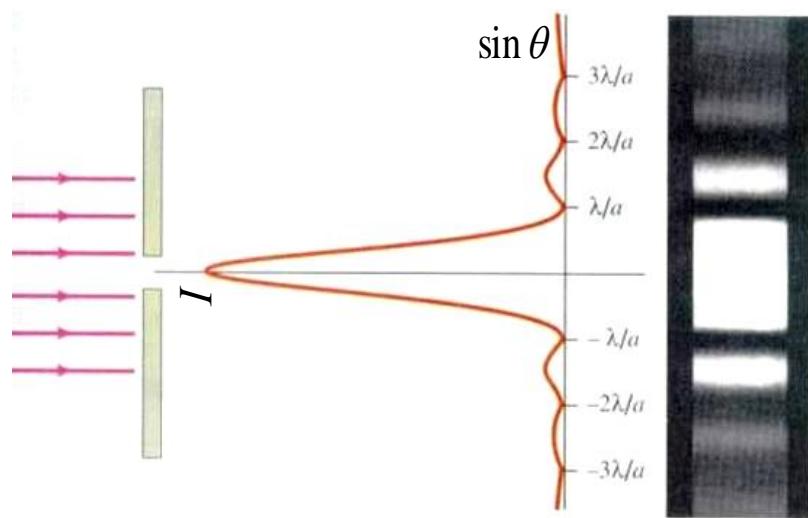
$$\Delta' - \Delta = 2(n-1)t$$

介质片厚度

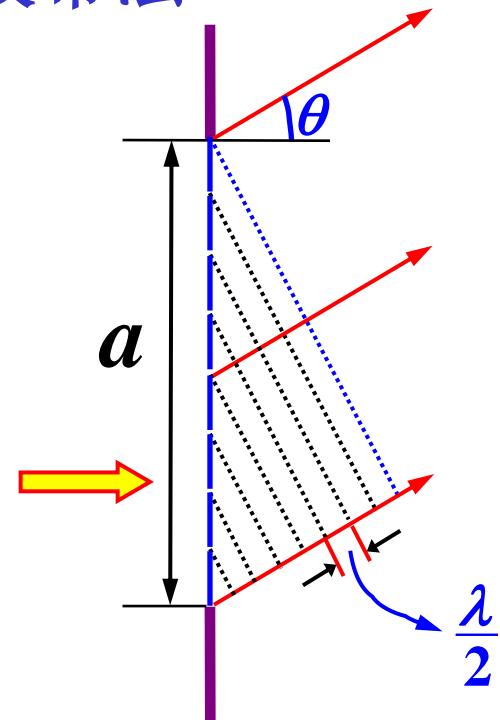
$$t = \frac{\Delta k}{n-1} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

7. 夫琅禾费单缝衍射

菲涅耳半波带法



$$\begin{cases} N = \text{偶数}, \quad a \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots & \text{暗纹} \\ N = \text{奇数}, \quad a \sin \theta = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3 & \text{亮纹} \end{cases}$$

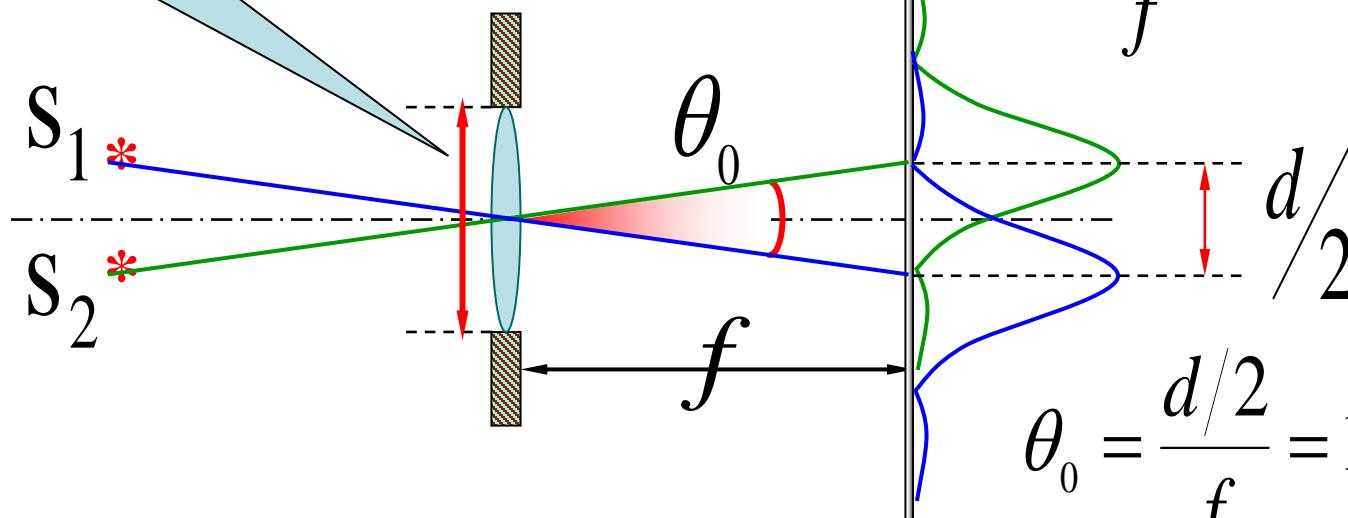


➤ 中央明纹的线宽度 $\Delta x \approx \Delta \theta_{\text{中}} \cdot f = \frac{2\lambda}{a} f$

➤ 其它级次明纹的角宽度 $\Delta \theta = |\theta_1| \approx \frac{\lambda}{a}$

8.光学仪器的分辨本领 (圆孔衍射)

光学仪器的通光孔径 D



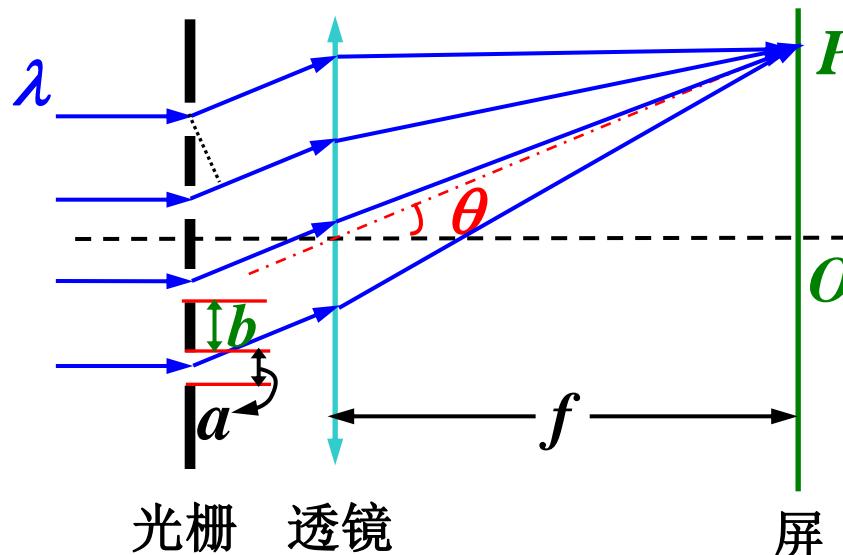
$$\theta = \frac{d/2}{f} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\theta_0 = \frac{d/2}{f} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

最小分辨角 $\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

光学仪器分辨率 $= \frac{1}{\theta_0} = \frac{D}{1.22\lambda} \propto D, \frac{1}{\lambda}$

9. 光栅衍射



光栅方程

$$(a+b)\sin\theta = k\lambda$$

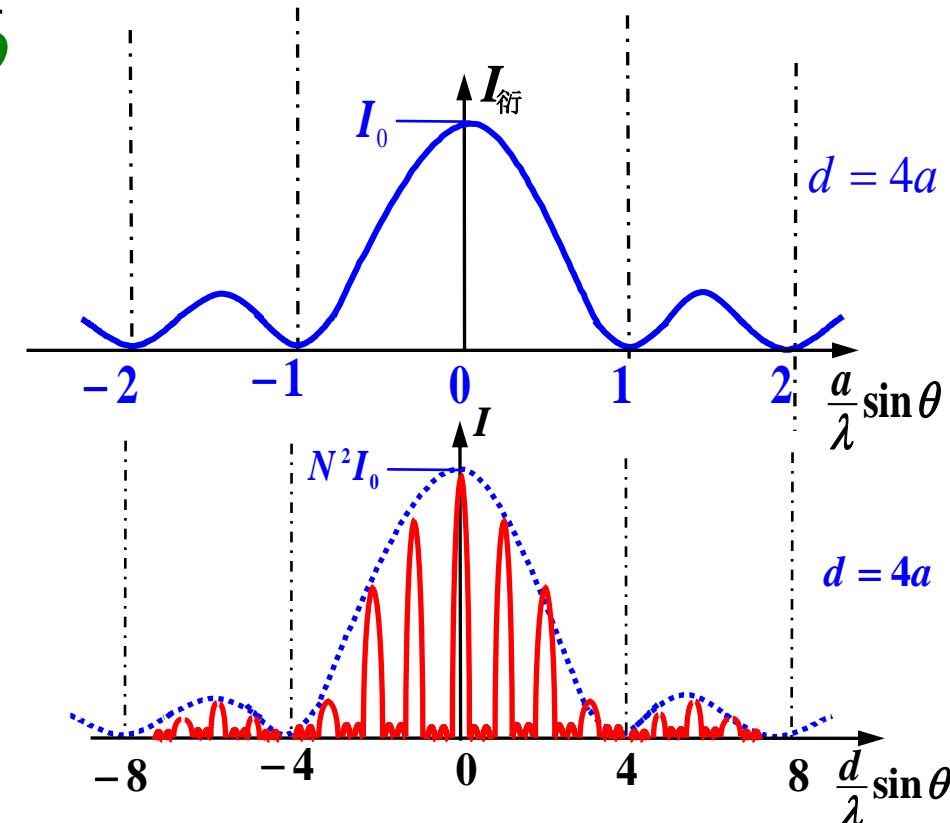
$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$a\sin\theta = k'\lambda$$

$$k' = \pm 1, \pm 2, \dots$$

缺级的级次为:

$$k = \frac{a+b}{a} k'$$



10. 光的偏振

线偏振光，自然光，圆偏振光，椭圆偏振光，部分偏振光。

偏振片 起偏和检偏 二向色性

马吕斯定律

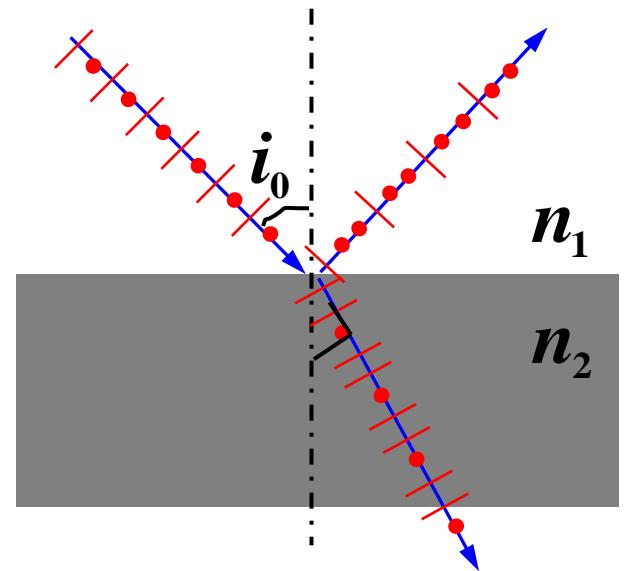
$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

反射和折射光的偏振

布儒斯特定律

入射角满足 $i_0 = \arctg \frac{n_2}{n_1}$ 时

反射光是线偏振光，振动垂直入射面

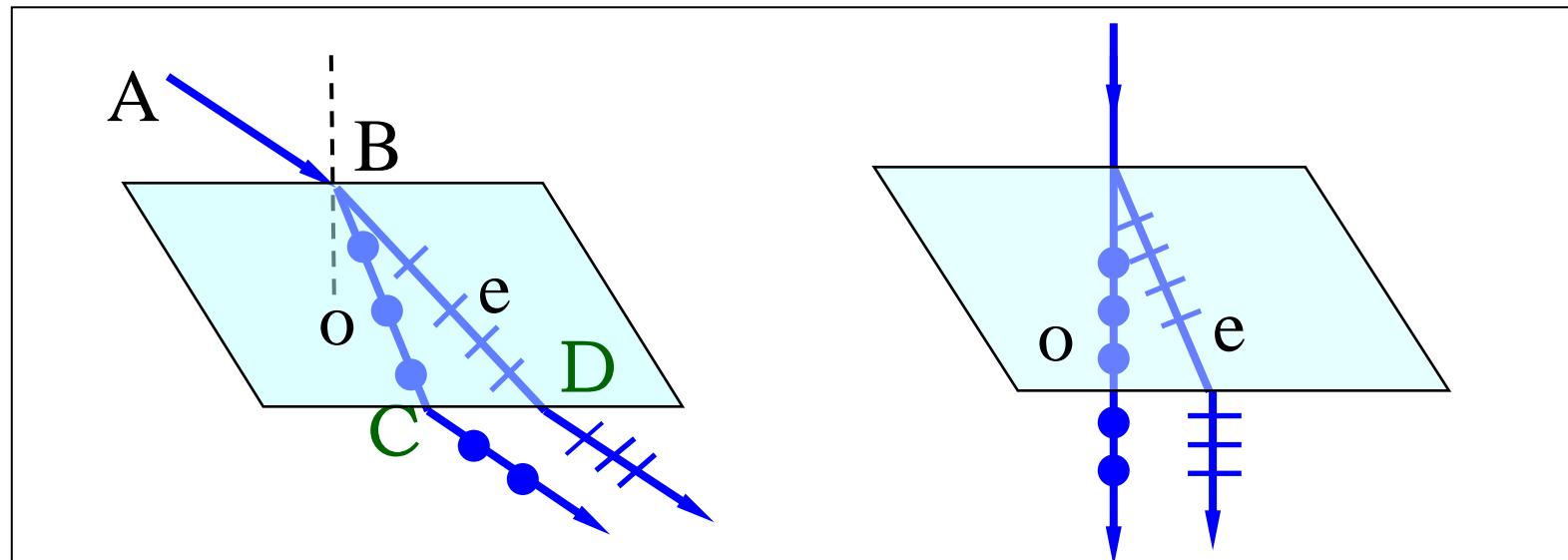


11. 双折射

- 寻常光线 服从折射定律的光线
- 非常光线 不服从折射定律的光线

(一般情况，非常光不在入射面内)

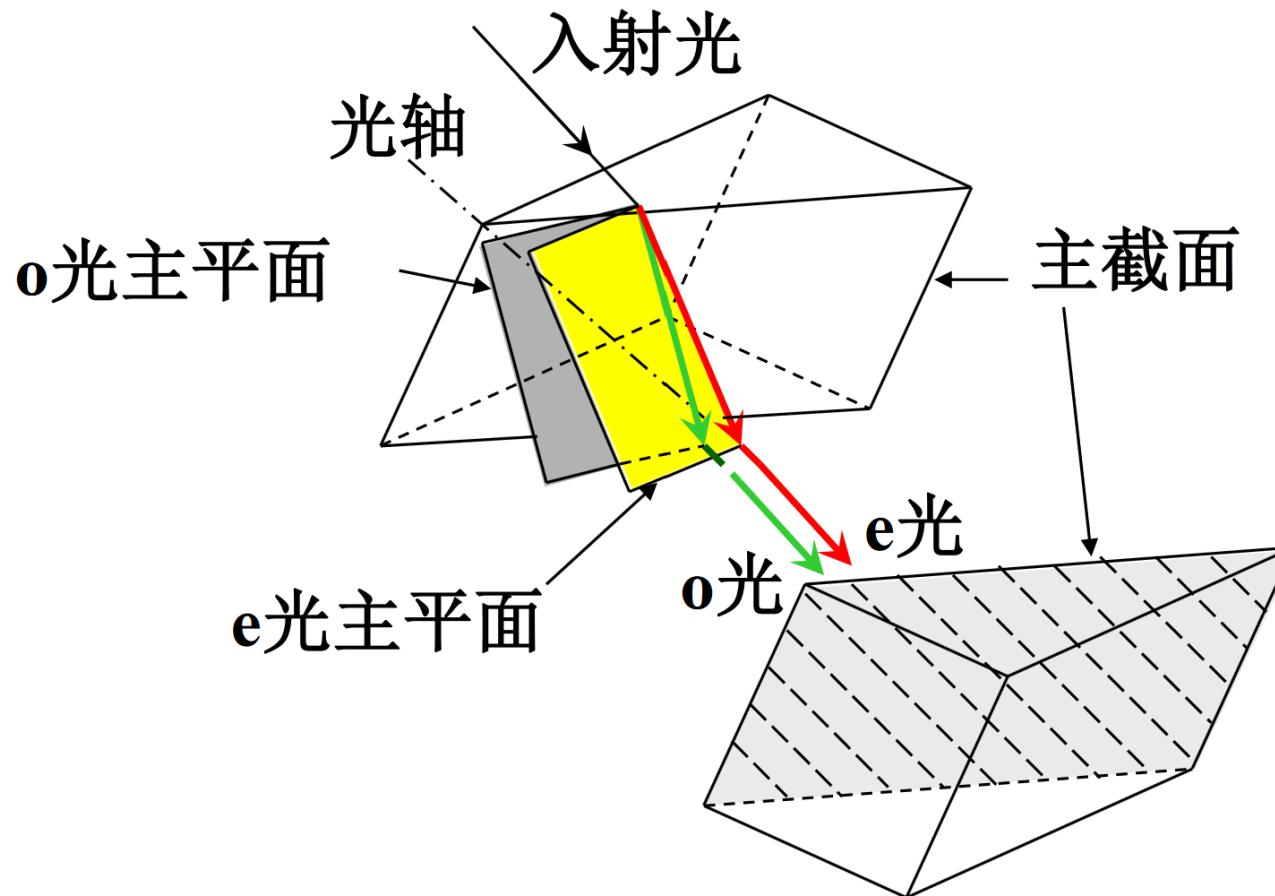
实验证明：O 光和 e 光均为偏振光.



主平面: 晶体中的光线与光轴所形成的平面。

o光主平面: o光振动方向垂直于o光主平面。

e光主平面: e光电矢量平行与e光主平面。



晶体界面的法线与晶体光轴所构成的平面称为晶体的主截面。

o光的光振动方向始终垂直自己的主平面，所以振动方向始终与光轴垂直。

e光的光振动方向在自己的主平面内，因而 **e** 光传播方向改变，其振动方向和光轴方向夹角也随之变化。

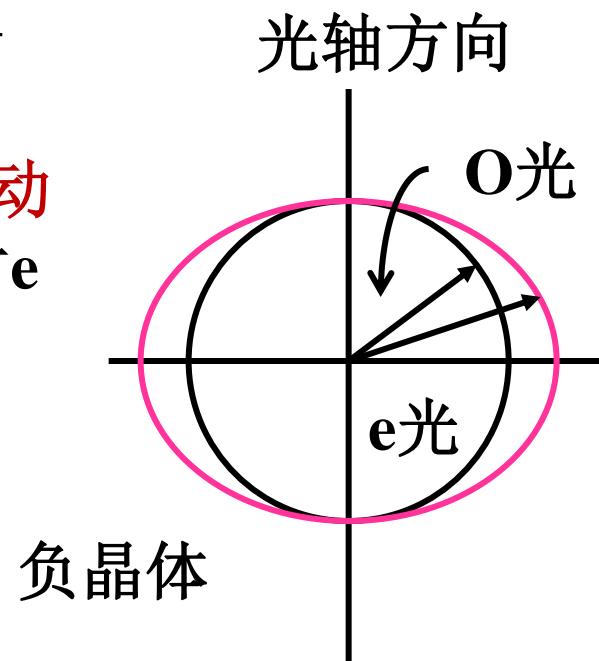
当入射光线在晶体主截面内，即入射面与主截面重合，**o**光和**e**光的主平面重合，也都在主截面内。

o光的速度为 v_o ，**o**光的折射率为： $n_o = \frac{c}{v_o}$

e光在垂直光轴方向的速度，即 **e**光的光振动方向与光轴平行时的速度用 v_e 表示，此时 **e**光的折射率为

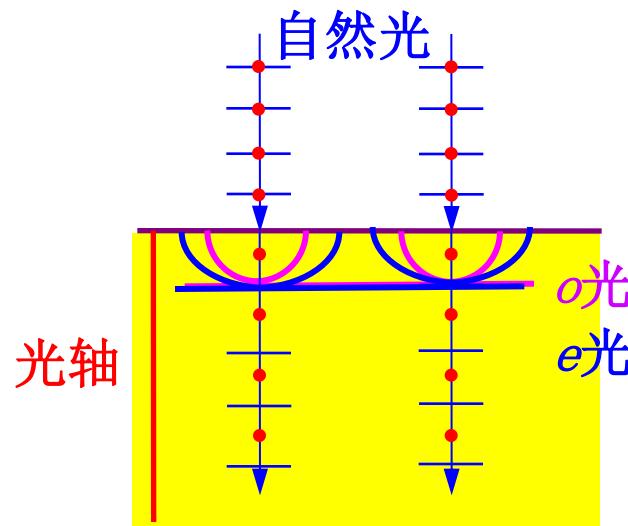
$$n_e = \frac{c}{V_e}$$

称 n_o 和 n_e 为晶体的主折射率。

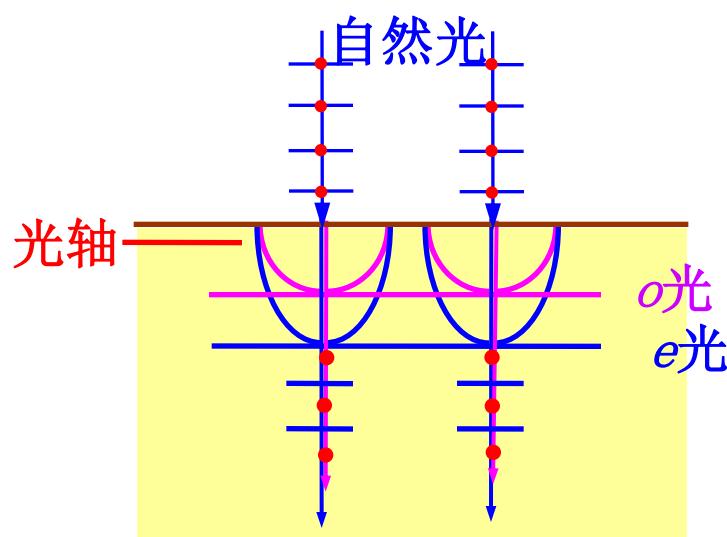


惠更斯作图法(负晶体为例)

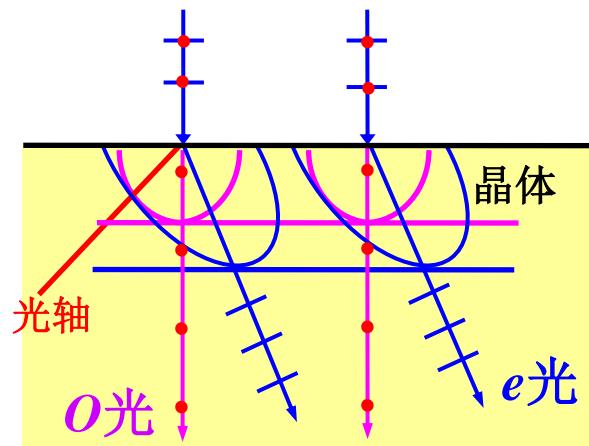
光轴 \perp 界面，自然光正入射



光轴 \parallel 界面，自然光正入射



光轴与界面斜交，自然光正入射



偏振棱镜(polarizing prism)

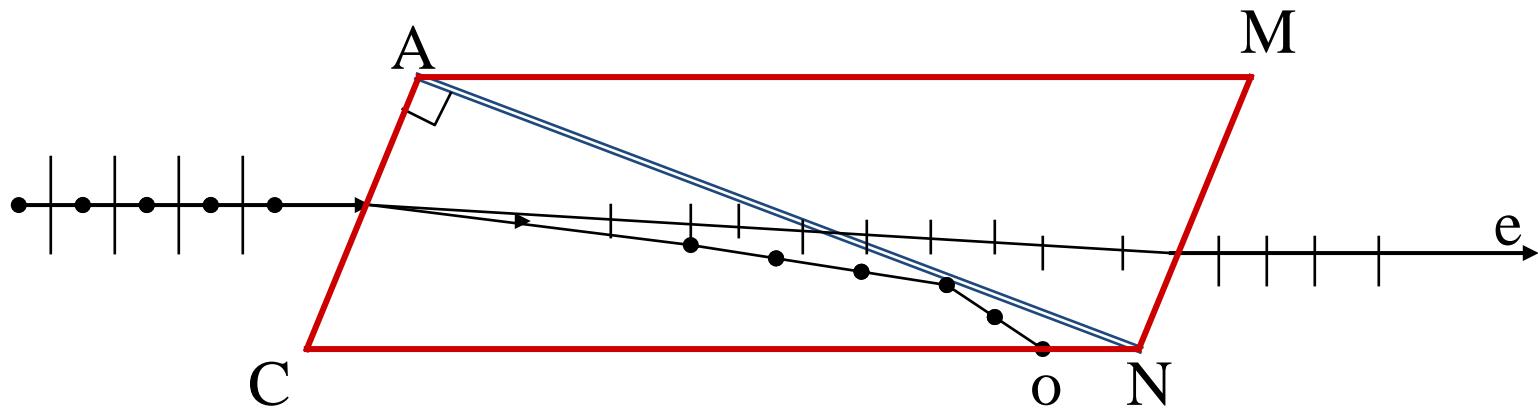
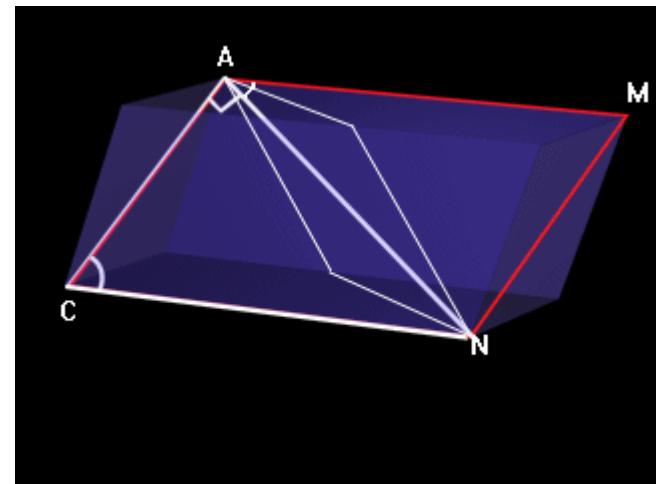
尼科耳棱镜(Nicol prism): 是将天然的方解石晶体按一定的要求加工成两块直角棱镜，然后再用特种树胶把它们粘合起来制成一块斜长方形的光学棱镜.

树胶的折射率: $n=1.55$

o光的折射率: $n_o=1.658$ (全反射)

e光的主折射率: $n_e=1.486$ (折射)

$$n_e < n < n_o$$

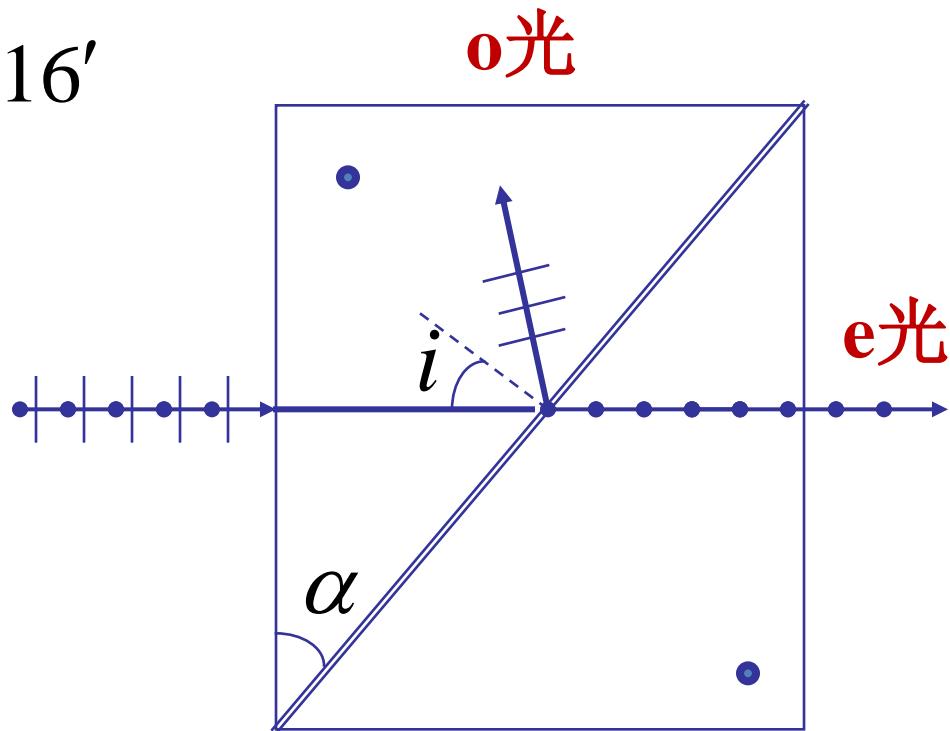


格兰-傅科棱镜(Glan-Foucault prism): 是尼科耳棱镜的改进型. 将一块方解石晶体加工成直角长方体, 再切成两个楔型, 切开的两部分不用树胶粘合, 而代以空气层.

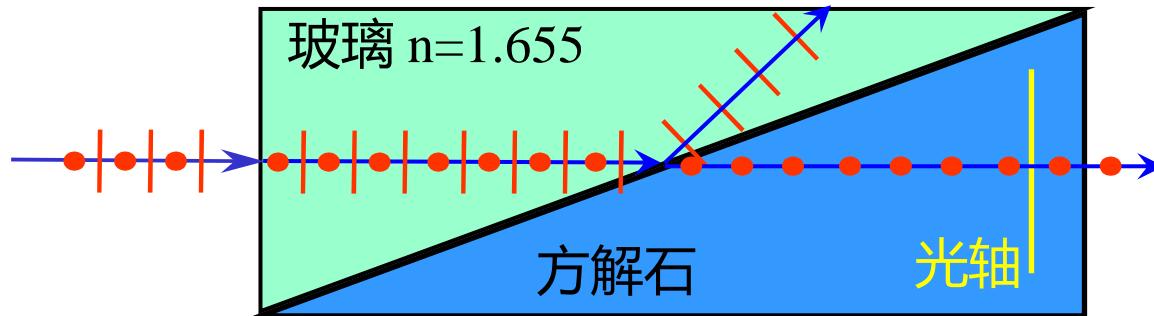
o 光对空气层的临界角: $37^\circ 6'$

e 光对空气层的临界角: $42^\circ 16'$

$$37^\circ 6' < \alpha < 42^\circ 16'$$



格兰—汤姆孙棱镜

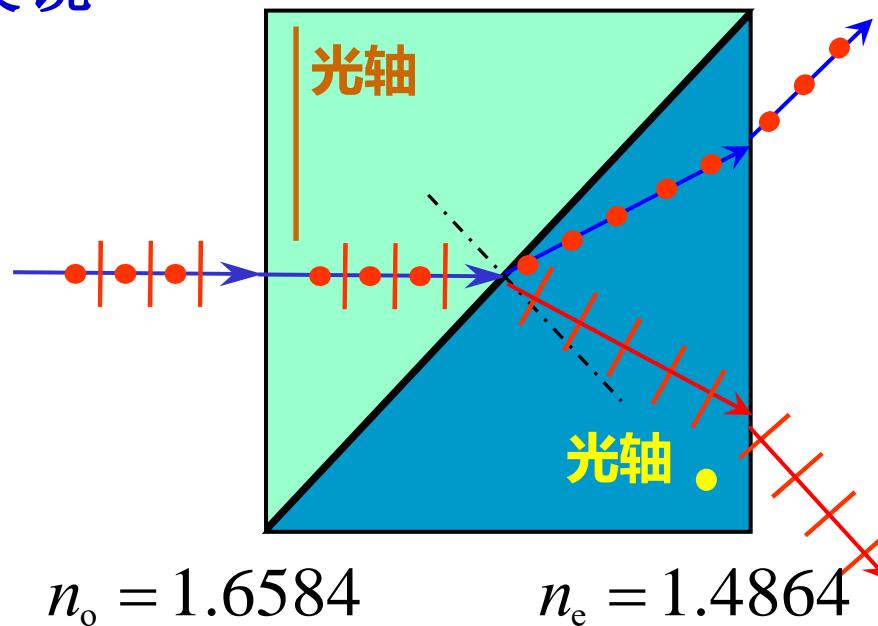


$$n_o = 1.6584$$

$$n_e = 1.4864$$

$$n_c = 1.655$$

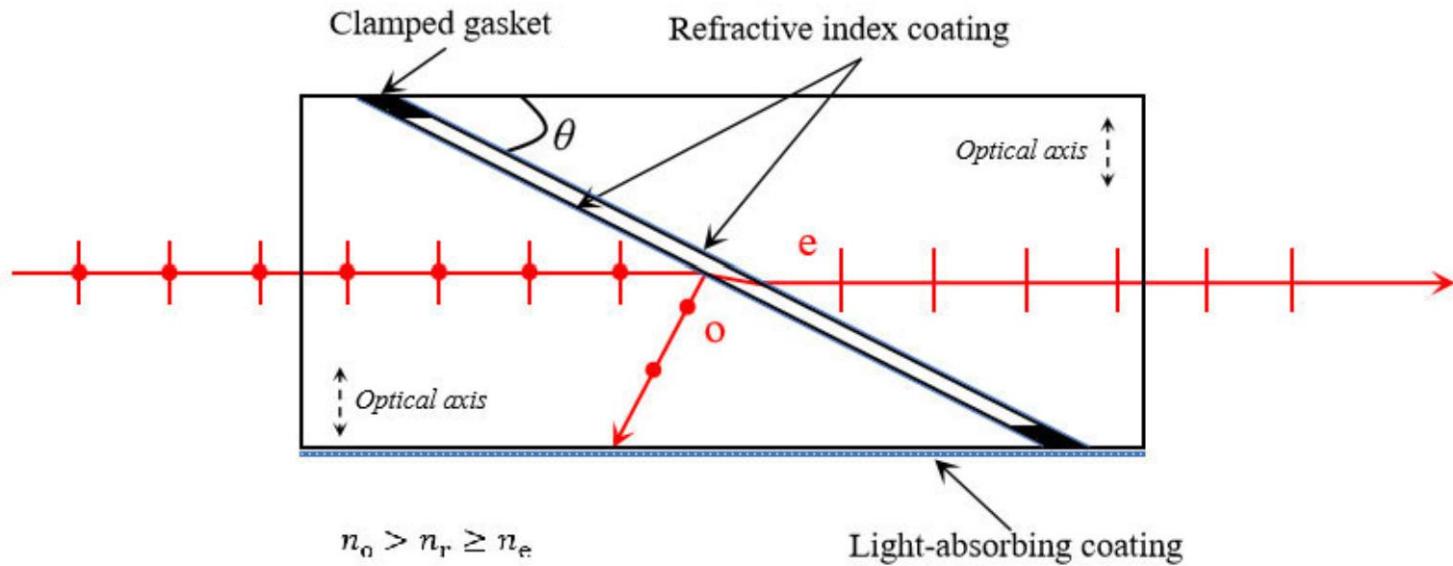
沃拉斯顿棱镜



$$n_o = 1.6584$$

$$n_e = 1.4864$$

格兰—泰勒棱镜



由两块光轴相互平行的负单轴晶体棱镜配合而成，自然光自棱镜左边端面垂直入射， o 光发生全反射， e 光平行出射， e 光振动方向平行于光轴。

12. 波片 光偏振状态的检验

偏振光垂直入射进入波片后, 分解为o光和e光。 o光、 e光传播速度不同, 射出波片时使两个垂直的振动分量间产生一个附加的相位差。

➤ 四分之一波片

$$\delta = d(n_o - n_e) = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$$

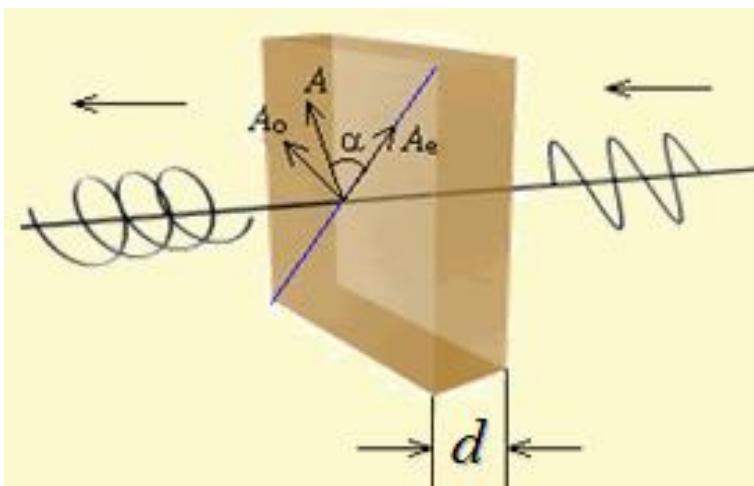
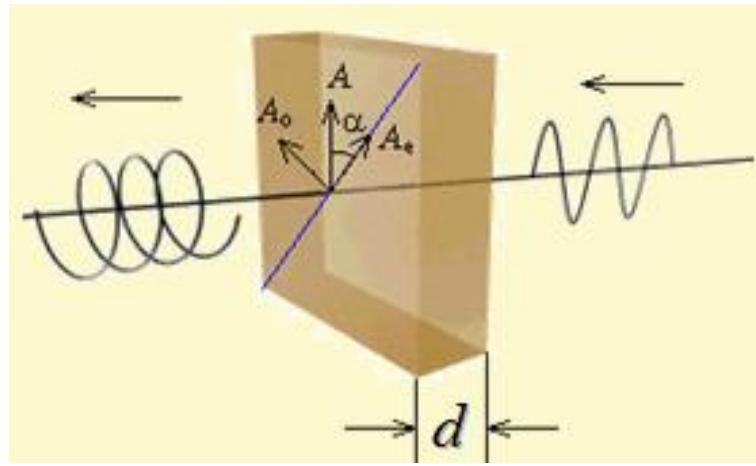
偏振光通过四分之一波片后出射的是正椭圆偏振光。

➤ 半波片

$$\delta = d(n_o - n_e) = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{线偏振光}$$

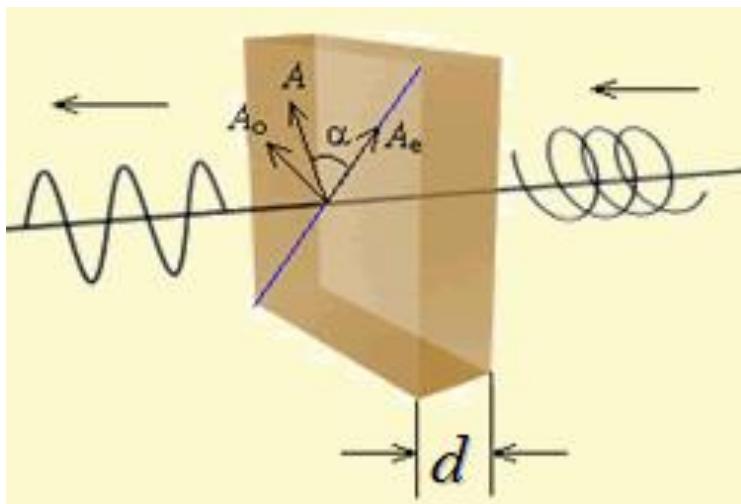
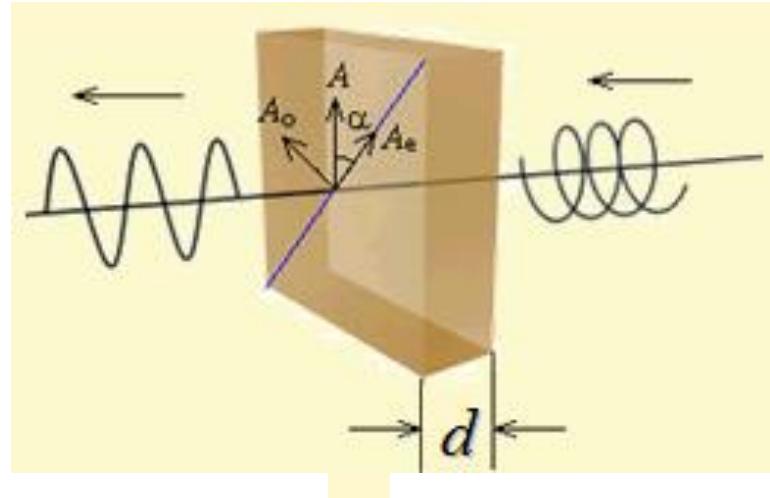
偏振光通过半波片后出射的o光和e光有 π 的相位延迟, 合成后仍是线偏振光, 只是振动方向转过了 2α 。

线偏振光振动方向与四分之一波片的光轴方向成 45° 角时($A_e = A_o$)，通过后线偏振光变为圆偏振光。

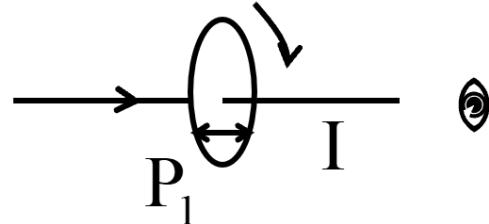
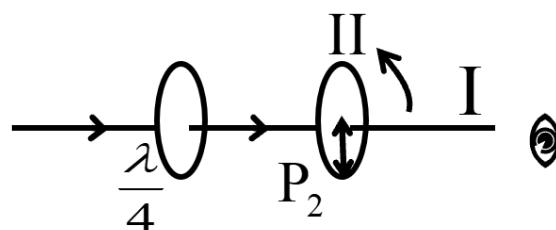
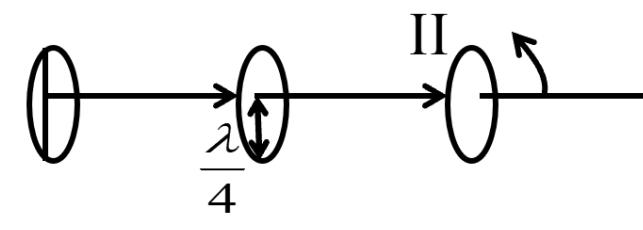


线偏振光振动方向与四分之一波片的光轴方向的夹角不为 45° 角时，则通过后线偏振光变为椭圆偏振光。

圆偏振光通过四分之一波片后，变为线偏振光，其振动方向与光轴方向成 45° 角

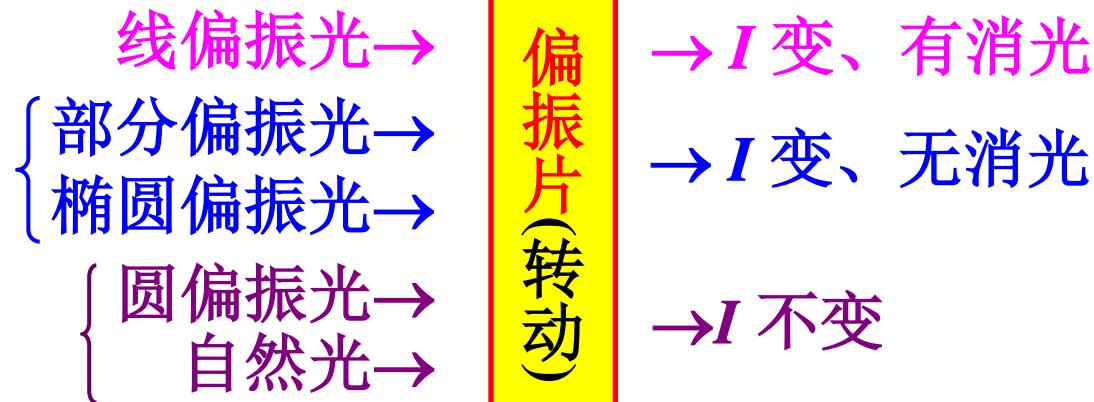


椭圆偏振光长轴或短轴与四分之一波片的光轴平行时，通过后椭圆偏振光变为线偏振光，其振动方向与光轴方向的夹角不等于 45° 角。

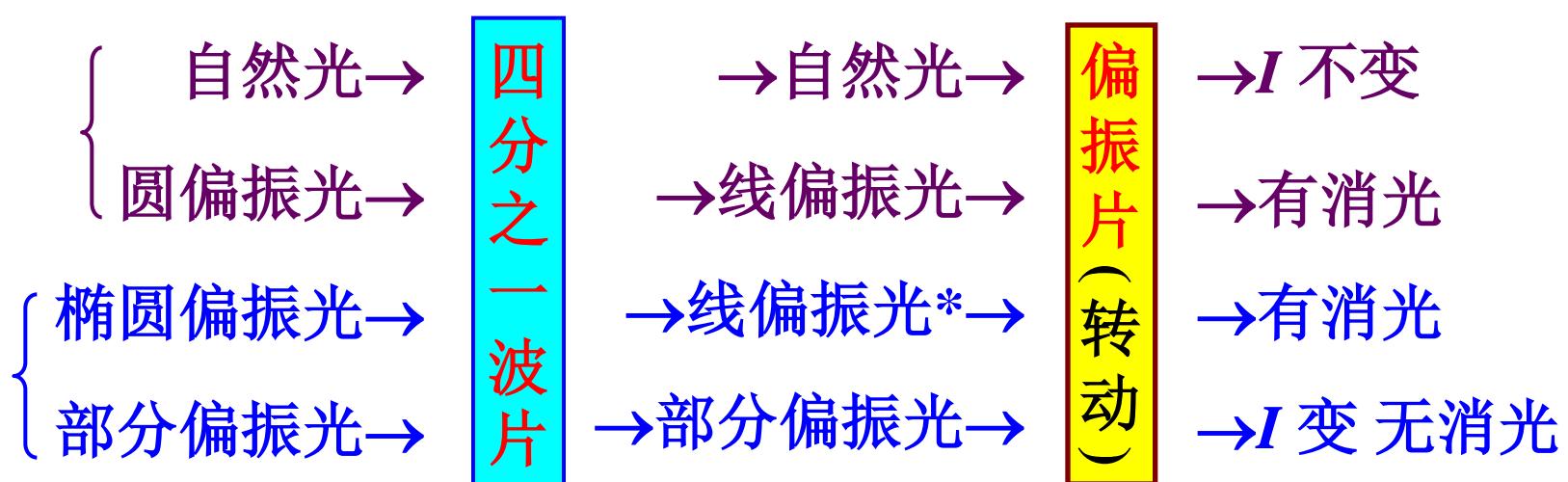
第一步	令入射光通过偏振片I，改变 I 的透振方向，观察透射光强变化。			
	有消失	强度无变化	强度有变化，但无消光	
结论	线偏振光	自然光或圆偏振光	部分偏振光或椭圆偏振光	
第二步	a. 令入射光依次通过四分之一波片和偏振片II，改变 II的透振方向P ₂ ，观察透光强度变化。			b. 四分之一波片的光轴方向必须与椭圆主轴重合。
				
观察现象	有消失	无消失	有消失	无消失
结论	圆偏振光	自然光	椭圆偏振光	部分偏振光

线偏振光，自然光，圆偏振光，部分偏振光，椭圆偏振光

第一步：用偏振片

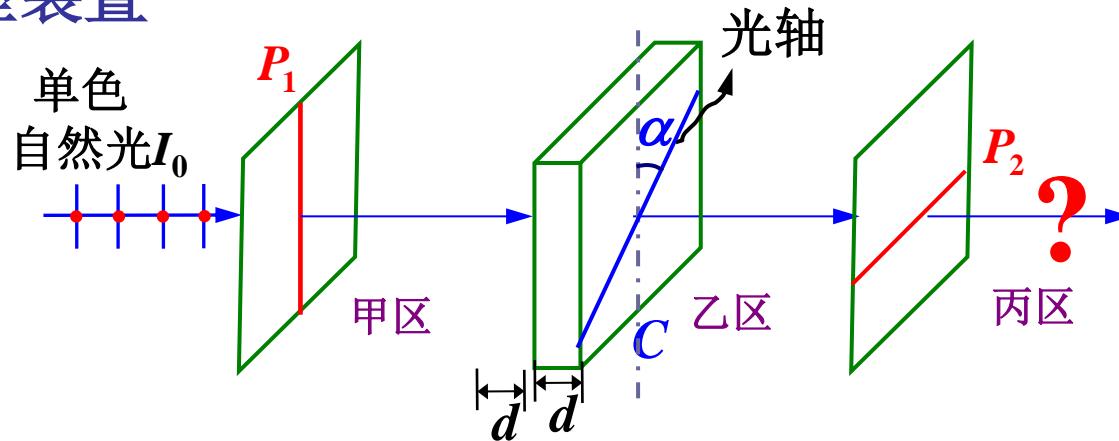


第二步：再用1/4波片 + 偏振片



13. 偏振光的干涉

1. 典型装置



甲区：线偏振光，振幅 A_1 ，光强 $I_1 = \frac{1}{2} I_0$

$$\text{乙区: } \Delta\varphi_C = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)d$$

$$A_o = A_1 \sin \alpha \quad A_e = A_1 \cos \alpha$$

两束线偏振光 \rightarrow 一束椭圆偏振光

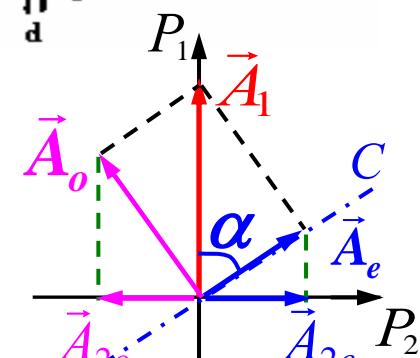
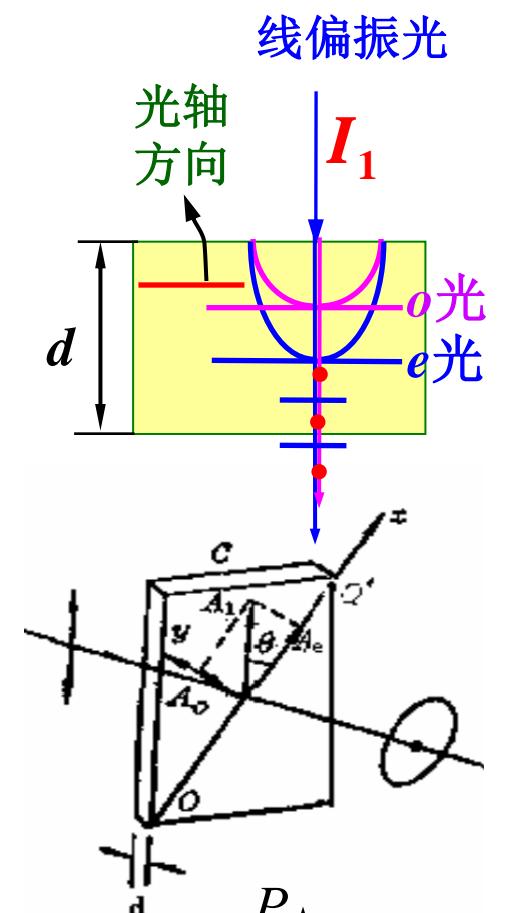
$$\text{丙区: } A_{2o} = A_o \cos \alpha = A_1 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$A_{2e} = A_e \sin \alpha = A_1 \sin \alpha \cos \alpha = A_{2o}$$

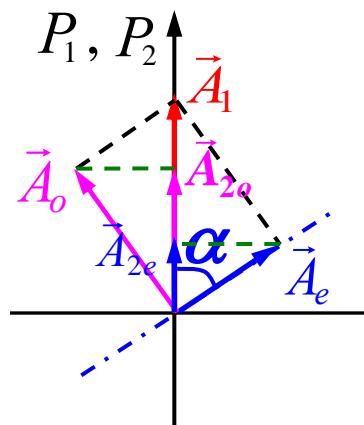
$$\Delta\varphi_{\perp} = \Delta\varphi_C + \pi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)d + \boxed{\pi}$$

$$A = \sqrt{A_{2e}^2 + A_{2o}^2 + 2A_{2e}A_{2o} \cos \Delta\varphi_{\perp}}$$

$$I = \frac{1}{2} I_0 \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\Delta\varphi_{\perp}}{2}$$



若 P_1 与 P_2 平行



$$A_{2o} = A_o \sin \alpha = A_1 \sin^2 \alpha$$

$$A_{2e} = A_e \cos \alpha = A_1 \cos^2 \alpha$$

$$\Delta\phi_{\parallel} = \Delta\phi_C = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)d \quad \text{无附加相位差}$$

$$A = \sqrt{A_{2e}^2 + A_{2o}^2 + 2A_{2e}A_{2o} \cos \Delta\phi_C}$$

若晶体种类、波长确定 — “等厚干涉”

2. 色偏振 $\Delta\phi_C = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)d$

若白光入射：有的波长干涉相消，
有的波长干涉相张，屏上呈现出一
定的色彩，这种现象叫色偏振

检验材料有无双折射效应

分析物质内部的某些结构 — 偏光显微术

