归纳总结

归纳总结

哈爾濱工業大學（深圳） HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY, SHENZHEN

电荷的量子化 $q = \pm ne \quad (n = 1,2,3,\cdots) \quad e = 1.602\times 10^{-19}\,\text{C}$

电荷守恒定律 在与外界没有电荷交换的系统内，无论进行怎样的过程，系统内正、负电荷量的代数和总是保持不变。

库仑定律

$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r}$$

适用条件：真空中的点电荷。

静电力叠加原理： $\boxed{\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i}$

电场的基本性质：

☆ 电场对放其内的任何电荷都有作用力。

☆ 电场力对移动电荷作功。

电场强度定义：

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}}$$

大小等于单位电荷在该点受力的大小，

方向为正电荷在该点受力的方向。

点电荷的电场强度：

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r}$$

场强叠加原理

$$\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i = \int d\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r}$$

电偶极矩

$$\boxed{\vec{p} = q\vec{l}}$$

$\vec{l}$ 的方向 $-q \rightarrow +q$

$$\boxed{\vec{M} = q\vec{l} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

几种典型带电体的电场强度分布

1. 带电圆环 $$\boxed{E = \frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0 \left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}}$$

2. 无限长带电直线 $$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

3. 无限大带电平面 $$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

电场强度通量 $$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E\cos\theta dS$$

高斯定理 $$\boxed{\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV_{体}}$$

高斯定理求场强的步骤：

- (1)分析电荷对称性；
- (2)根据对称性取高斯面；
- (3)根据高斯定理求电场强度。

均匀带电球面的电场强度

对球面内：$E = 0$　　对球面外：$\boxed{E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$

静电场的环路定理 $\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0}$

电势能 $\boxed{E_{pa} = W_a = A_{a"0"} = \int_a^{"0"} q_0 \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$

电势 $\boxed{V_a = \int_a^{"0"} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$

场强与电势的积分关系

电势差 $\boxed{U_{ab} = \int_a^{b} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$

点电荷的电势

$$\boxed{V_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}}$$

电势叠加原理

$$\boxed{V_a = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}}$$

$$\boxed{V_a = \int_Q \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

电场强度与电势梯度

$$\boxed{E_l = -\frac{\partial V}{\partial l}}$$

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V}$$

电势与电场强度的微分关系

电势差与电势增量

$$\Delta V = V_b - V_a = -U_{ab}$$

导体的静电感应

1、自由电子：导体内可自由移动的电子。

2、静电平衡：导体上没有电荷作宏观定向运动的状态。

3、静电平衡条件：导体内场强处处为零; 导体表面场强方向与导体表面垂直。（导体为一等势体）

4、导体表面的电荷分布：孤立导体、空腔导体

电介质的极化 （位移极化、取向极化）

1、极化电荷（束缚电荷）

2、介质内场强的变化：$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'\neq 0\,,E<E_0$

3、极化强度矢量： $\boxed{\vec{P}=\dfrac{\sum\vec{p}}{\Delta V}}$ $\boxed{P=\sigma'}$ $\boxed{\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}}$

4、电位移矢量：$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}=\varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$

有介质存在时的高斯定理

$$\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}} \xrightarrow{\text{真空中}\varepsilon=\varepsilon_0} \boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

注： 1. 在非均匀介质中，电场线不连续，电位移线连续

2. 决定电荷受力的是电场强度，而不是电位移矢量

电容器的电容

1. 定义：$\boxed{C = \dfrac{Q}{\Delta U}}$

2. 求电容器的电容的一般步骤：

$$\text{设 } Q \longrightarrow \vec{E} \longrightarrow \Delta U_{AB} \longrightarrow C = \frac{Q}{\Delta U}$$

电容器储存的电场能 $W_e = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}UQ$

电场的能量与电势能

$$\begin{cases} W_e = W = \int_0^Q u\,dq \\ W_e = \int_V w_e\,dV = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2\,dV \end{cases}$$

$$E_p = -W_{q_1} = q_2\int_r^{\infty} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = q_2 U_{21}$$

$$W_e = W_{e1} + W_{e2} + E_p$$

典型习题

典型习题

例题1 有A、B、C是三块平行金属板，面积均为200cm^2, A、B相距4.0mm，A、C相距2.0mm，B、C两板接地，设A板带电荷q=+3.0×10^{-7}C，不计边缘效应，求(1) B板和C板上的感应电荷。(2) A板的电势。

解: 设A板两个面分别带电为q_1和q_2

（1）则由高斯定理可证：

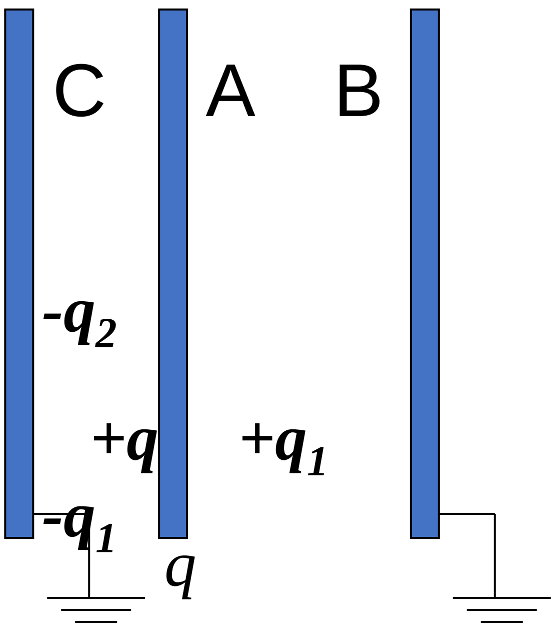
B 板感应电荷为 $-q_1$，C 板为 $-q_2$

再由电荷守恒定律有 $q_1 + q_2 = q \cdots\cdots\cdots(1)$

可视为均匀电场：

$$E_{AB} = \frac{q_1}{\varepsilon_0 S} \qquad E_{AC} = \frac{q_2}{\varepsilon_0 S}$$

$$\text{则} \ \frac{q_1}{q_2} = \frac{E_{AB}}{E_{AC}} \cdots\cdots\cdots(2)$$



又有： $U_{AB}=U_{AC}$ 即 $E_{AB}\cdot d_{AB}=E_{AC}\cdot d_{AC}$

$$\therefore \frac{q_1}{q_2}=\frac{E_{AB}}{E_{AC}}=\frac{d_{AC}}{d_{AB}}=\frac{1}{2}\cdots\cdots\cdots(3)$$

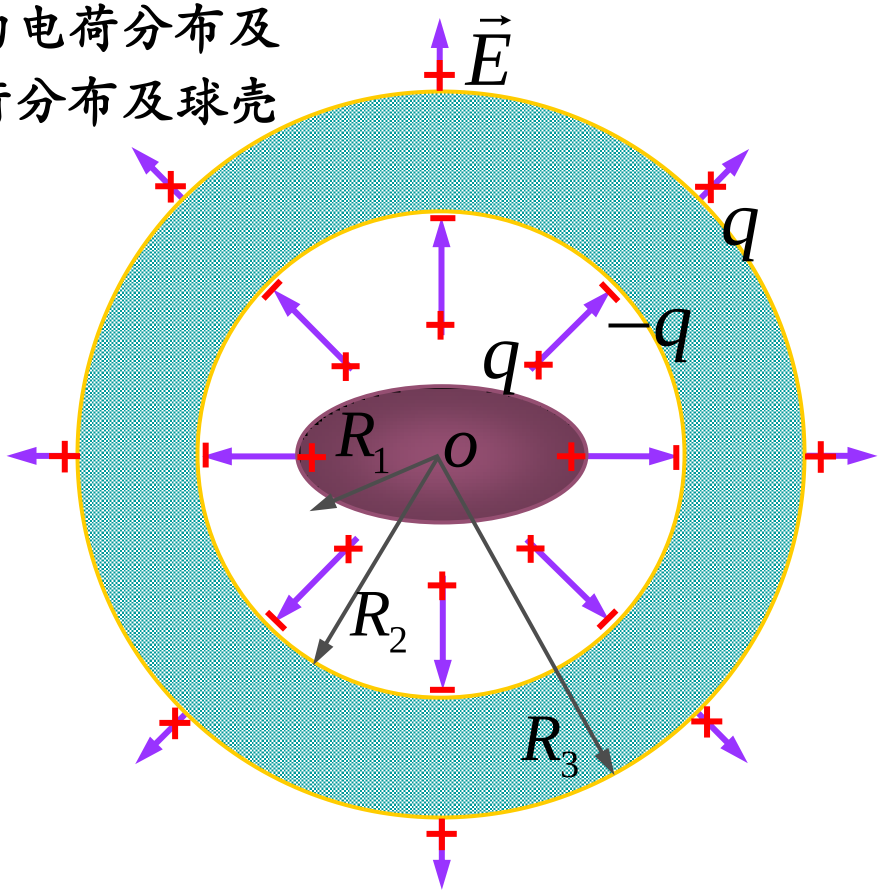
B板上的感应电荷： $-q_1=-1.0\times10^{-7}C$

C板上的感应电荷： $-q_2=-2.0\times10^{-7}C$

(2) $V_A=E_{AB}\cdot d_{AB}=\dfrac{q_1}{\varepsilon_0 S}\cdot d_{AB}$

$$=\frac{1.0\times10^{-7}\times4.0\times10^{-3}}{8.85\times10^{-12}\times200\times10^{-4}}=2.3\times10^{3}(V)$$

例2： 半径为R_1、带电量为q的导体球壳外，同心放置一内外半径为R_2和R_3的金属球壳。**求：** ①空间电势分布；②将外球壳接地后再绝缘，求其上的电荷分布及空间电势分布；③再将内球接地，求电荷分布及球壳的电势。



解： ①球壳内、外表面的电荷量分别为

$$q\big|_{R_2} = -q$$

$$q\big|_{R_3} = q$$

电场分布如图。

电势分布：（用叠加原理）

◆ 内球 $(r < R_1)$ ：

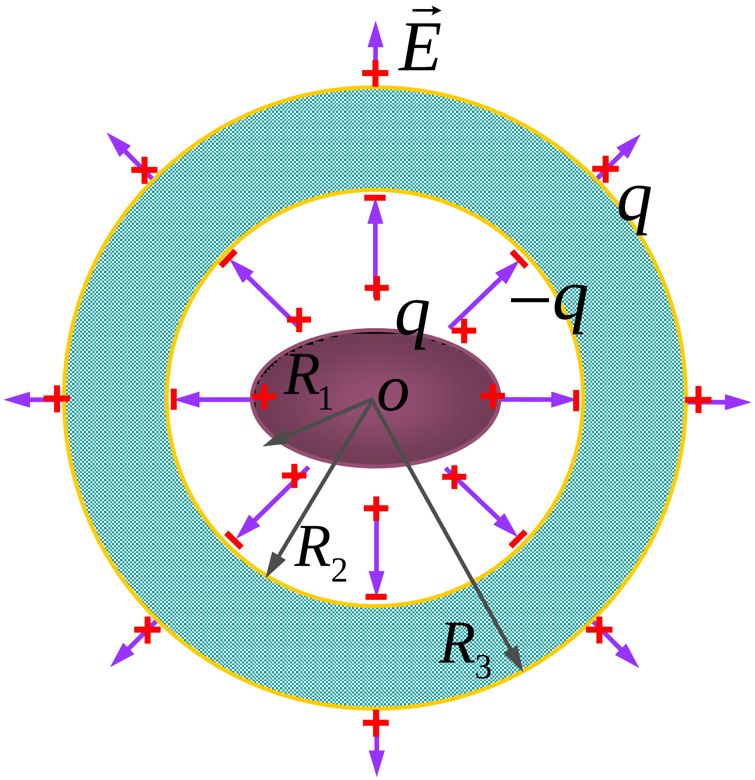
$$U_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

◆ 内球与球壳之间 $(R_1 \le r \le R_2)$ ：

$$U_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$



◆球壳内部 $(R_2 \le r \le R_3)$ ：

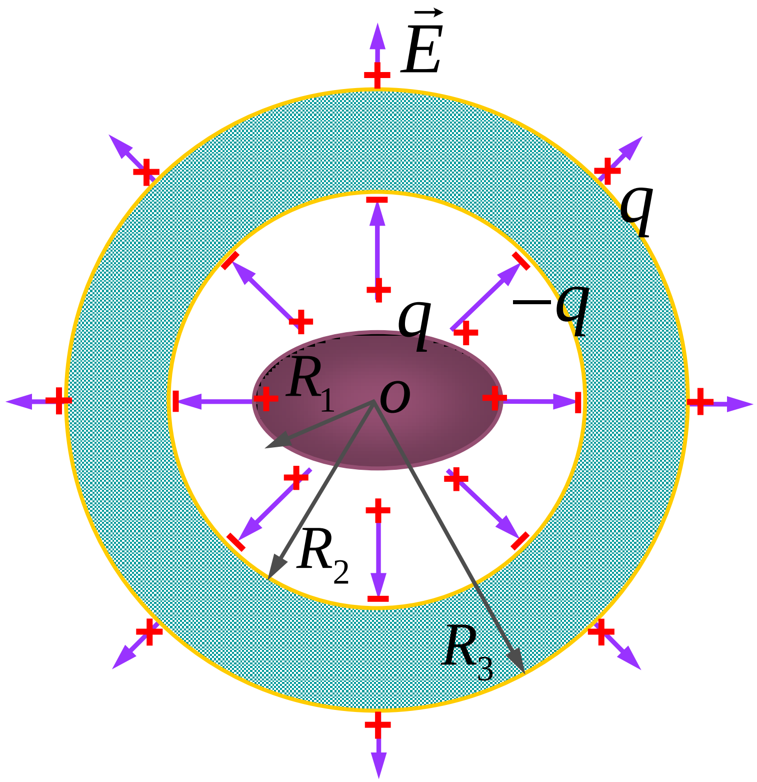
$$U_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

◆球壳之外区域 $(r > R_3)$ ：

$$U_4 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



②若外球接地后再绝缘，则

$$q\big|_{R_2}=-q \qquad q\big|_{R_3}=0$$

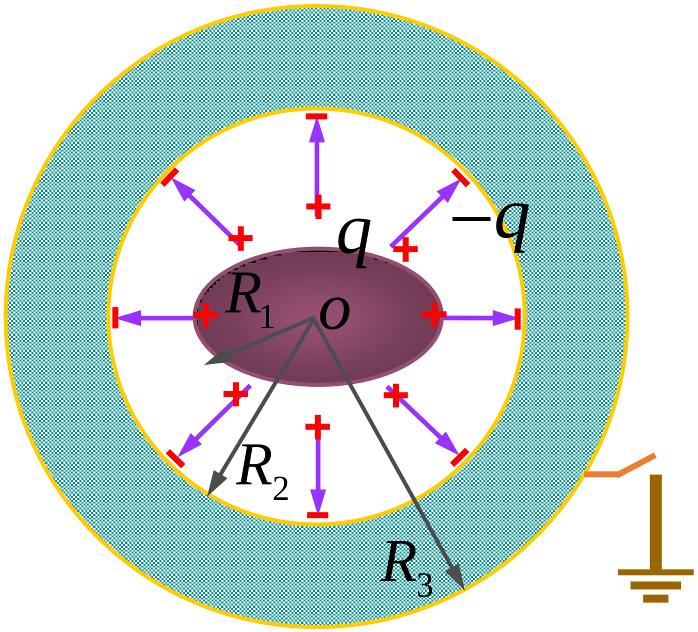
◆电势分布：

$$U_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \quad (r<R_1)$$

$$U_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \quad (R_1\le r\le R_2)$$

$$U_3=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r}=0 \quad (R_2\le r\le R_3)$$

$$U_4=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r}=0 \quad (r>R_3)$$



③:在“②”的情况下再将内球接地

设此时三个表面的电量分别为

$$q_1, q_2, q_3$$

则不难证明:

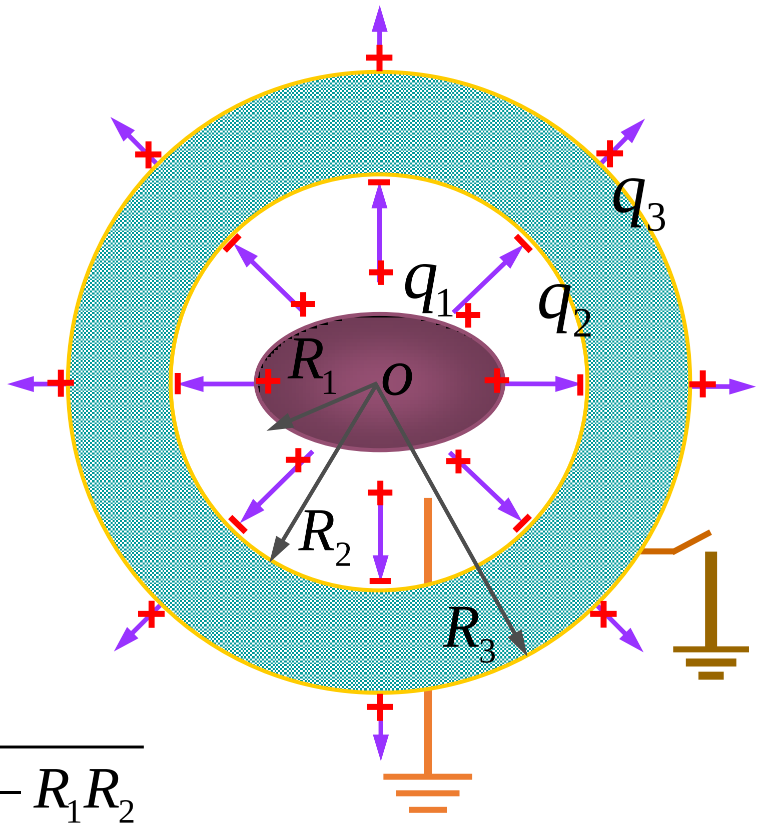
$$q_2 = -q_1 \quad q_2 + q_3 = -q$$

内球接地，电势为零，即

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = 0$$

联立以上三式解得:

$$q_1 = \frac{R_1 R_2 q}{R_1 R_2 + R_2 R_3 - R_1 R_3} \qquad q_2 = \frac{R_1 R_2 q}{R_1 R_3 - R_2 R_3 - R_1 R_2}$$

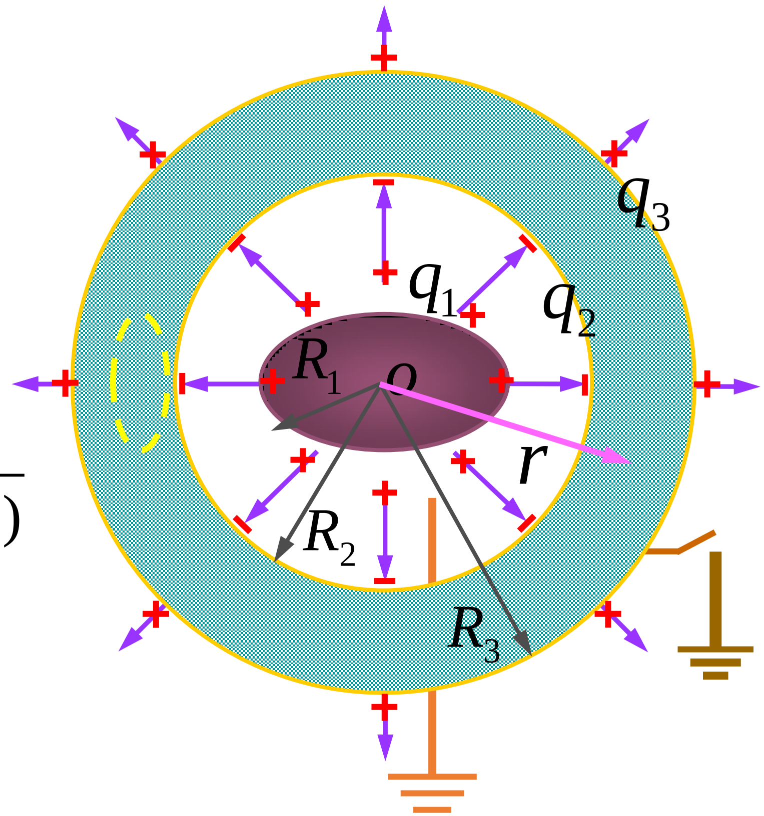


$$q_3 = \frac{q(R_2 - R_1)R_3}{R_1R_3 - R_2R_3 - R_1R_2}$$

◆球壳的电势：

$$U_3 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

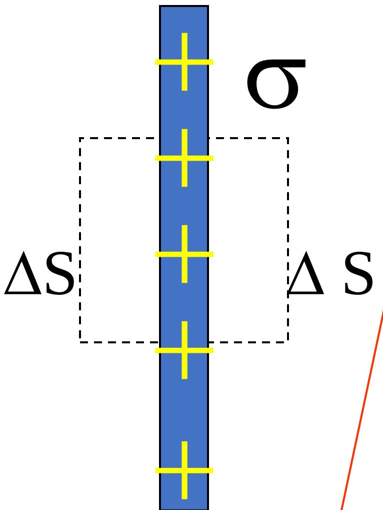
$$= \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = \frac{(R_2 - R_1)q}{4\pi\varepsilon_0 (R_1R_3 - R_2R_3 - R_1R_2)}$$



例题3

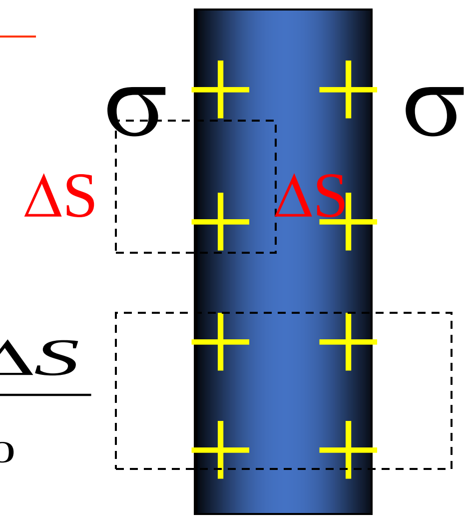
对比无限大均匀带电平面的场强和金属导体表面的场强。

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{\Delta S}\vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{\Delta S}\vec{E}\cdot d\vec{S} = 2E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$



$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{\Delta S}\vec{E}\cdot d\vec{S} = E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$



$$2E\Delta S = \frac{2\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_{表} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

讨论：1、这两个式子是否矛盾？为什么？

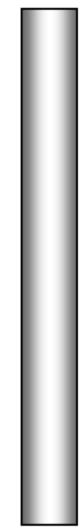
2、如果将等量的电荷Q分别放在尺寸相同的介质板上和金属导体板上，其附近场强E的大小相同吗？为什么？

σ

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q/S}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$



σ

$$E_{表} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\sigma = \frac{Q}{2S}$$

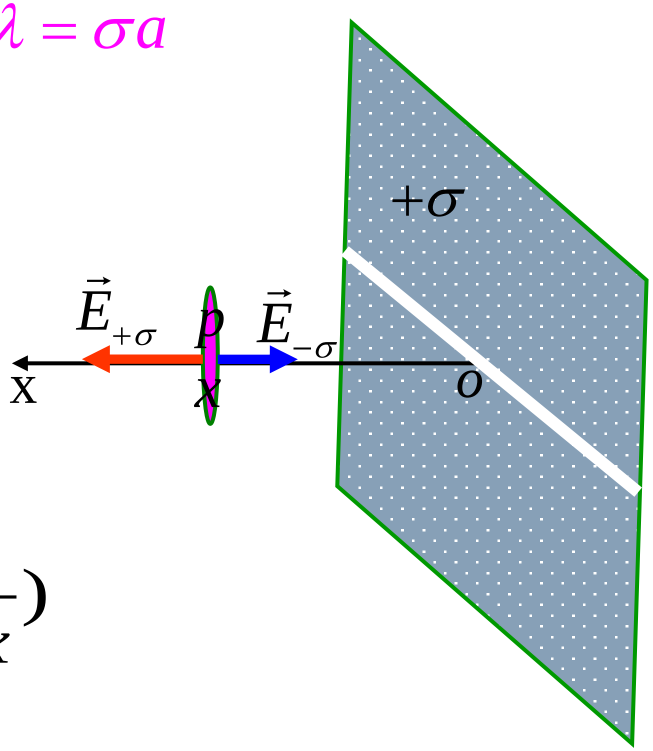
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q/2S}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

例题4： 电荷面密度为$+\sigma$的无限大均匀带电平板，其中部有一宽为a的细狭缝，求x轴上一点p处的电场强度。

解： 用补偿法

p点电场为带$+\sigma$的无限大均匀带电平板电场与带$-\sigma$的无限长均匀带电直线电场之和，即

$\lambda = \sigma a$



$$E = E_{+\sigma} - E_{-\sigma}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{a}{\pi x}\right)$$

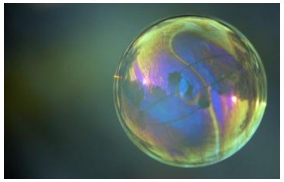
例题5：有一带正电的肥皂泡，吹大到半径为原来的2 倍，问静电能有什么变化？电荷的存在对吹泡有帮助还是有妨碍？

解：看成是半径为R的带电球，电量为Q，以无限远为电势零点。

电势：$V=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

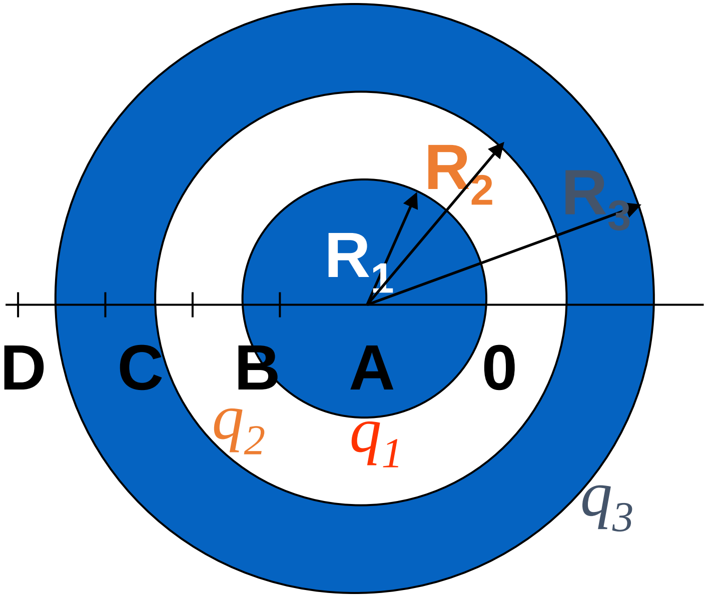
静电能：$$W_e=\mathrm{W}=\int_0^Q V dq=\int_0^Q \frac{qdq}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

讨论：保持Q不变，当R增大到$2R$时，静电能变为$W_e/2$；可见，静电能减小了，说明电场力作了正功，即帮助汽泡增大；从受力情况看，肥皂泡上每个电荷元都受到其他电荷的电场力作用，力的方向沿半径向外，半径增大时，电场力作正功，静电能减小。



例题6 两均匀带电金属同心球壳，如图，内球半径为：R_1=0.05m, 带电q_1=+(2/3) ×10^{-8}C, 外球内径R_2=0.07m , 外径R_3=0.09m, 带电q'=－2×10^{-8}C．求：（1）外球电荷如何分布？（2）求距球心分别为：0.03, 0.06, 0.08, 0.10 m 的A，B，C，D四个点的场强和电势。

解（1）设q_2、q_3为外球壳内、外层所带电荷。



由高斯定理可得：

$$q_2 = -q_1 = -\frac{2}{3}\times 10^{-8} C$$

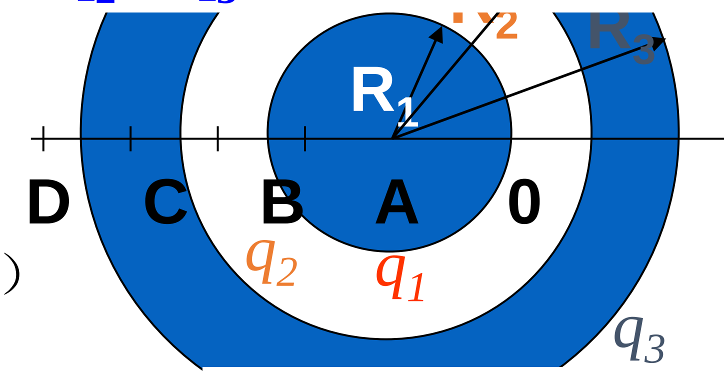
$$\because q_2 + q_3 = q'$$

$$\therefore q_3 = -\frac{4}{3}\times 10^{-8} C$$

（2）各点的场强和电势

B点： 由高斯定理得： $E_B = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_B^2}$

为什么只考虑q_1，不考虑q_2和q_3的作用？



请判断下列哪个答案正确，为什么？

$$V_B = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_B}$$

（只考虑电荷q_1的作用）

$$V_B = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_B} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 (R_2 - r_B)} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 (R_3 - r_B)}$$

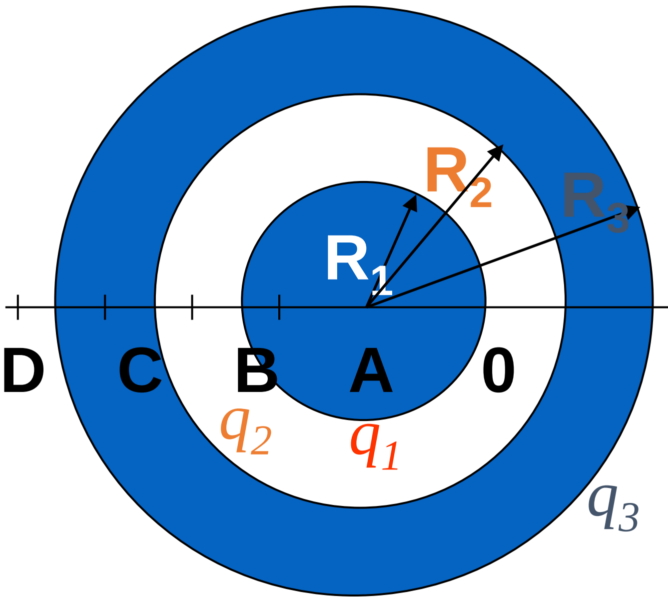
（按r_B距球面的距离考虑）

$$V_B = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_B} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_B} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_B}$$

（所有电荷集中在0点）

$$\boxed{V_B = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_B} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = -1230\,(V)}$$

$$\boxed{V_B=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_B}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}+\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_3}=-1230(V)}$$



$$V_B=\int_{r_B}^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{r_B}^{R_2}\frac{q_1\cdot dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}+\int_{R_2}^{R_3}0\cdot dr+\int_{R_3}^{\infty}\frac{q_3\cdot dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$=\frac{-q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_2}-\frac{-q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_B}-\frac{-q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

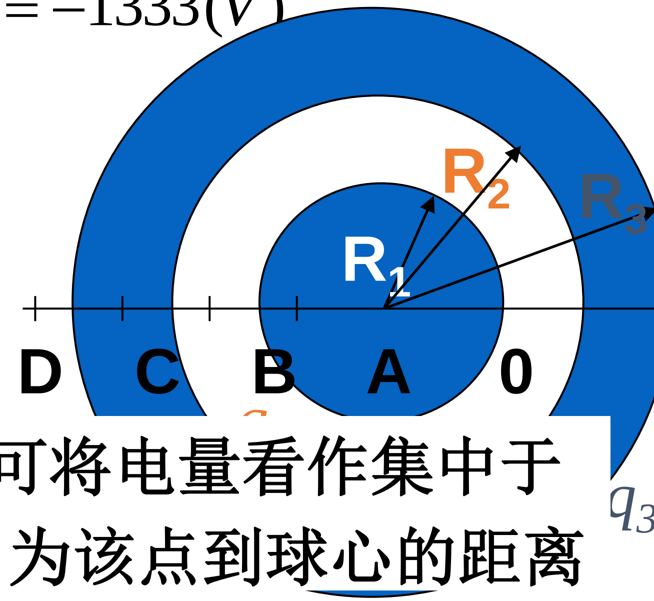
$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_B}+\frac{q_2}{R_2}+\frac{q_3}{R_3}\right)\qquad(\because q_2=-q_1)$$

A点： $E_A=0,\quad V_A=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}+\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_3}=-978(V)$

C点： $E_C = 0,\quad V_C = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_C} + \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_C} + \dfrac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = -1333(V)$

D点： $E_D = \dfrac{q_1 + q_2 + q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_D^2} = -1.2\times 10^4 (V/m)$

$$V_D = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_D} = -1200(V)$$



小结 （1）导体球外一点的场强和电势，可将电量看作集中于球心，应用 $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ 及 $V = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ 其中 r 为该点到球心的距离

（2）球内（无论是空心与实心）的场强E=0，（内无电荷）；电势不为零，等于球面上的电势。

（3）求E和V时，要将形成场的所有电荷都考虑到，然后求矢量（E）和或代数和（V）。