再论光速不变原理和洛伦兹变换

余 勇

(江苏第二师范学院 物理与电子工程学院,江苏 南京 211200)

摘要: 根据相对性原理和光速不变原理不仅可以得到洛伦兹变换关系,而且可以证明运动的相对性条件,即爱因斯坦条件成立. 同时表明在相对性原理假设下,光速不变原理、间隔不变性和洛伦兹变换关系这三者等价.

关键词: 相对性原理; 光速不变原理; 运动的相对性; 洛伦兹变换

中图分类号: O 412.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-0712(2022) 06-0037-03

【DOI】10.16854/j.cnki.1000-0712.210391

通过狭义相对论的两个基本假设,即相对性原理和光速不变原理可以推导出洛伦兹变换关系式. 作为狭义相对论最重要的关系式之一,有多种不同的方法推导洛伦兹变换关系[1-4],但是这些推导除了利用相对性原理和光速不变原理外,通常会用到做相对运动的两参考系的爱因斯坦条件[1,5],或者称之为运动的相对性条件,即如果惯性参考系 S′以速度 v 相对惯性系 S 运动,那么反过来,S 系必然以速度 $-v$ 相对 S′运动. 很明显,经典的伽利略变换满足运动的相对性条件. 但是在狭义相对论中,相对性原理指的是物理规律在所有的惯性参考系中都可以表示为相同的形式,并不包含爱因斯坦条件或运动的相对性条件,因此运动的相对性应该是洛伦兹变换的推论,而不是洛伦兹变换关系的前提条件.

另一方面,电动力学教科书一般利用间隔不变性来推导洛伦兹变换[6,7],但是光速不变原理与间隔不变性并没有显而易见的等价关系. 事实上,电动力学教科书在论证间隔不变性时除了利用光速不变原理,也用到了运动的相对性条件[6]. 本文给出了洛伦兹关系式的一种简洁推导,一方面证明了通过相对性原理和光速不变原理可以推导出运动的相对性条件和洛伦兹变换关系,另一方面说明在相对性原理的假设下,光速不变原理、间隔不变性和洛伦兹变换关系三者是等价的.

1 二维时空洛伦兹变换与运动相对性条件

根据狭义相对性原理,两惯性参考系间坐标的变换为线性关系[6-8]. 为了简单起见,先考虑 2 维时空的情况. 设惯性参考系 S′以速度 v 相对惯性系 S 沿 x 轴正向运动. 令初始时刻两坐标系的原点重合,即 $t=t'=0$ 时,$x=x'=0$,变换关系为

$$x'=a_{11}x+a_{12}t,\quad t'=a_{21}x+a_{22}t \tag{1}$$

在 S 系看来,S′系相对 S 系以速度 v 沿 x 轴方向运动. 在 S′系中任意时刻坐标原点 O' 的坐标为(0,t') ,而在 S 系看来 O' 的坐标为(vt,t) . 将其代入式(1) 可得: $0=a_{11}vt+a_{12}t$,因此有

$$a_{12}=-va_{11} \tag{2}$$

下面根据光速不变原理推导系数 a_{21}、a_{22} 和 a_{11} 的关系. 首先,设 S 系的坐标原点 O 在 $t=0$ 时发出一光束沿 x 轴正向传播,即

$$x=ct \tag{3}$$

根据光速不变原理,在 S′系中,有

$$x'=ct' \tag{4}$$

把式(1) 、式(2) 代入式(4) 得

$$a_{11}x-va_{11}t=c(a_{21}x+a_{22}t) \tag{5}$$

把式(3) 代入式(5) 可得

$$a_{11}(c-v)=c^2a_{21}+ca_{22} \tag{6}$$

同理,若 S 系的坐标原点 O 在 $t=0$ 时发出沿 x 轴负向传播的一束光,根据光速不变原理有: $x=-ct$ 和 $x'=-ct'$. 与上面推导过程类似可得

$$a_{11}(-c-v)=c^2a_{21}-ca_{22} \tag{7}$$

联合式(6) 和式(7) 得

$$a_{21}=-\frac{v}{c^2}a_{11} \tag{8}$$

$$a_{22}=a_{11} \tag{9}$$

则式(1) 改写为

$$x'=a_{11}(x-vt),\quad t'=a_{11}\left(-\frac{v}{c^2}x+t\right) \tag{10}$$

收稿日期: 2021-08-16; 修回日期: 2021-09-29

作者简介: 余勇(1972—) ,男,福建霞浦人,江苏第二师范学院物理与电子工程学院副教授,博士,主要从事物理学教学和理论物理研究工作.

根据式(10)容易证明运动的相对性条件. 由式(10)得逆变换关系为

$$x=a_{11}'(x'+vt'),$$
$$t=a_{11}'\left(\frac{v}{c^2}x'+t'\right) \qquad (11)$$

其中,$a_{11}'=\dfrac{1}{a_{11}\left[1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2\right]}$. 对比式(10)和式(11)可知,当S′系相对于S系沿x轴以v运动时,则S系相对于S′系沿x'轴以$-v$运动. 因此光速不变原理保证了运动的相对性条件是成立的.

下面求系数a_{11}. 某一参考系中,在同一地点先后发生的两事件的时间间隔称为固有时[6]. 而在其他任意参考系中观察到的这两事件的时间间隔称为普通时. 根据式(10),有 $\Delta t'=a_{11}\Delta t,\quad(\Delta x=0)$ (12)
其中,Δt为在S系中的固有时. 另外,根据式(11)有

$$\Delta t=a_{11}'\Delta t',\quad(\Delta x'=0) \qquad (13)$$

这里,$\Delta t'$为在S′系中的固有时. 式(12)和式(13)都表示相对运动速度为v的参考系间普通时与固有时的关系. 若S系和S′系以速度v做相对运动,根据相对性原理,对比式(12)和式(13)有:$a_{11}=a_{11}'$,可得:$a_{11}=\dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$,令$\gamma=\dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$,可得

$$a_{11}=\gamma \qquad (14)$$

把式(14)代入式(10)得洛伦兹变换公式:

$$x'=\gamma(x-vt),$$
$$t'=\gamma\left(-\frac{v}{c^2}x+t\right) \qquad (15)$$

2 四维洛伦兹变换、间隔不变性与光速不变原理的等价性

下面研究4维时空的洛伦兹变换公式. 令

$$x'=\gamma(x-vt),$$
$$y'=\varphi_1 y,$$
$$z'=\varphi_2 z,$$
$$t'=\gamma\left(-\frac{v}{c^2}x+t\right) \qquad (16)$$

设S′系中,在$t'=0$时刻坐标原点O'发出一束沿y'轴传播的光,在S系看来光路如图1所示. 根据光速不变原理有 $c^2\Delta t^2=v^2\Delta t^2+\Delta y^2$,

$$c\Delta t'=\Delta y' \qquad (17)$$

由于$\Delta t'$为固有时,有$\Delta t=\gamma\Delta t'$,另外,根据式(16)有,$\Delta y'=\varphi_1\Delta y$,分别代入式(17)可得:$\varphi_1=1$. 同理可得,$\varphi_2=1$. 于是有洛伦兹变换关系:

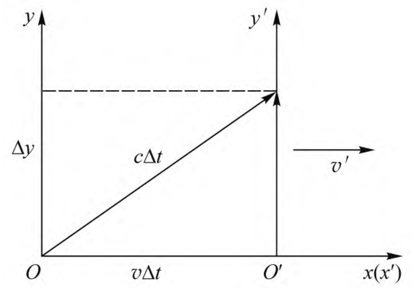

图1 光路图

$$x'=\gamma(x-vt),\quad y'=y,\quad z'=z,$$
$$t'=\gamma\left(-\frac{v}{c^2}x+t\right) \qquad (18)$$

上述推导洛伦兹变换关系的过程只利用了相对性原理和光速不变原理,反过来从洛伦兹变换可以得到两惯性系间速度变换关系,从而也很容易证明光速不变原理[6],因此在相对性原理假设下,光速不变原理与洛伦兹变换关系是等价的. 前面的推导表明光速不变原理保证了运动的相对性条件成立,因此根据文献[6]的推导,也就证明了光速不变性与间隔不变性是等价的. 同时还可以证明洛伦兹关系与间隔不变性也是等价的[9]. 因此,光速不变原理、洛伦兹变换关系和间隔不变性三者在物理上是等价的.

3 总结

综上所述,通过相对性原理和光速不变原理不仅可以得到洛伦兹变换关系,从而保证运动的相对性条件的成立,同时证明了在相对性原理的条件下,光速不变原理、间隔不变性和洛伦兹变换关系三者等价.

参考文献:

[1] 王笑君,关洪. 关于洛伦兹变换的推导[J]. 大学物理,1998,17(8):18-20.
[2] 严国清,彭振生. 洛伦兹变换的一种新推导[J]. 大学物理,2006,25(9):18-20.
[3] 李淑凤,刘昱,郑殊,等. 基于教学的洛伦兹变换推导的探讨[J]. 物理与工程,2014(S1):51-54.
[4] 梁桂雄. 洛伦兹变换的一种推导方法[J]. 大学物理,2013,32(9):33-34.
[5] 关洪. 再谈洛伦兹变换的推导[J]. 大学物理,2007,26(11):11-12.
[6] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 3版. 北京:高等教育出版社,

2008: 192-208.

[7] 曹昌祺. 经典电动力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 255-259.

[8] 戴又善, 倪杰. 相对性原理与惯性系的时空变换 [J]. 浙江大学学报(理学版), 2019, 46(4): 454-459.

[9] 冯胜奇. 洛伦兹变换成立的充分与必要条件 [J]. 物理与工程, 2010, 20(4): 68-69.

Further discussions on the principle of invariance of light speed and Lorentz transformation

YU Yong

(School of Physics and Electronic Engineering, Jiangsu Second Normal University, Nanjing, Jiangsu 211200, China)

Abstract: According to the principle of relativity and the principle of invariance of light speed, not only Lorentz transformation can be derived, but also the relativity of motion, that is, the Einstein condition is true. It is also shown that under the condition of the principle of relativity, the principle of invariance of light speed, interval invariance and Lorentz transformation relationship are equivalent.

Key words: the principle of relativity; the principle of invariance of light speed; relativity of motion; Lorentz transformation

(上接 36 页)

[3] 周群益, 莫云飞, 周丽丽, 等. 电荷投影法在研究无限长导体薄板电荷分布规律的应用 [J]. 大学物理, 2021, 40(7): 19-24.

[4] 江俊勤. 有限长直线电荷的电场分布 [J]. 广东第二师范学院学报, 2017, 37(3): 65-70.

[5] 赵诗华, 李英骏. 带电导体椭球表面的电荷密度与电场 [J]. 大学物理, 2008, 27(10): 28-29.

[6] 林璇英, 张之翔. 电动力学题解答 [M]. 3 版. 北京: 科学出版社, 2018: 112-119.

[7] 周群益, 侯兆阳, 刘让苏. MATLAB 可视化大学物理学 [M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2015: 49-53, 330-335.

Discussion on "The electric charge density distribution of a charged conducting definite straight line"

ZHOU Qun-yi[1], ZHOU Li-li[2], MO Yun-fei[3], HOU Zhao-yang[4]

(1. College of General Education, Guangzhou Institute of Science and Technology, Guangzhou, Guangdong 510540, China;

2. School of Medical and Information Engineering, Gannan Medical University, Zhangzhou, Jiangxi 341000, China;

3. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Changsha University, Changsha, Hunan 410022, China;

4. School of Science, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)

Abstract: The error in the formula of the charge distribution linear density of a finite-length charged linear conductor in the literature is pointed out, and a variety of methods are used to prove that the charge distribution of the charged wire section is uniform. The equipotential line equation and electric field equation of the uniformly charged section are deduced, and it is proved that the charged section is the equipotential line, and the electric field line is perpendicular to the line section. It is proved that the electric potential outside the line segment satisfies the three-dimensional Laplace equation, so as to prove that the uniformly charged line segment is a conductor.

Key words: charged straight line; charge density; projection method; electric potential; dimensionless drawing