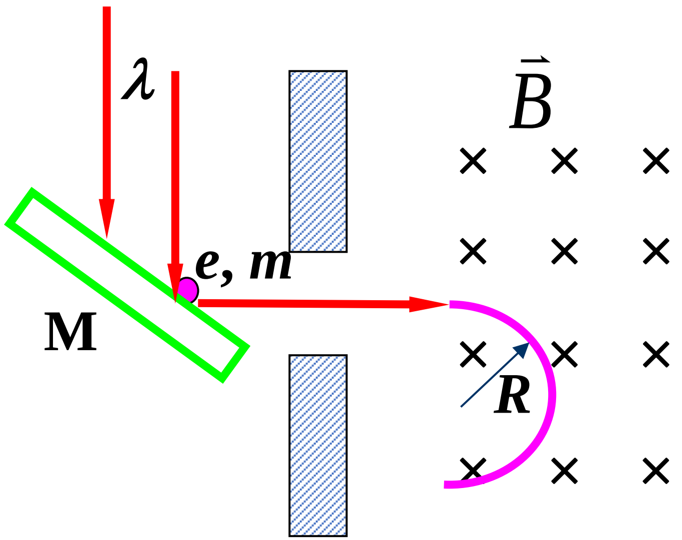
例5: 波长为λ的单色光照射某金属M表面发生光电效应，发射的光电子(电量绝对值为e，质量为m)经狭缝S后垂直进入磁感应强度为B的均匀磁场(如图示)，今已测出电子在该磁场中作圆运动的最大半径为R。求：(1)金属材料的逸出功；(2)截止电压。



解：(1) $$h\nu = \frac{1}{2}mu_m^2 + A$$

$$\because eBu_m = \frac{mu_m^2}{R}$$

$$故 A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2}\cdot\frac{mR^2e^2B^2}{m^2}$$

$$= \frac{hc}{\lambda} - \frac{R^2e^2B^2}{2m}$$

$$(2)\because e|U_c| = \frac{1}{2}mu_m^2 \qquad \therefore |U_c| = \frac{mu_m^2}{2e} = \frac{R^2eB^2}{2m}$$

例6： 以钠作为光电管阴极，把它与电源的正极相连，而把光电管阳极与电源负极相连，这反向电压会降低以至消除电路中的光电流。当入射光波长为433.9nm时，测得截止电压为0.81V，当入射光波为321nm时，测得截止电压为1.93V，试计算普朗克常数h并与公认值比较。

解： 由光电效应方程 $h\nu = \frac{1}{2} m u_m^2 + A$ $\therefore e|U_a| = h\nu - A$

最大初动能 $E_0 = \frac{1}{2} m u_m^2 = e|U_a|$

即截止电压 $|U_a|$ 与光波频率ν呈线性关系，

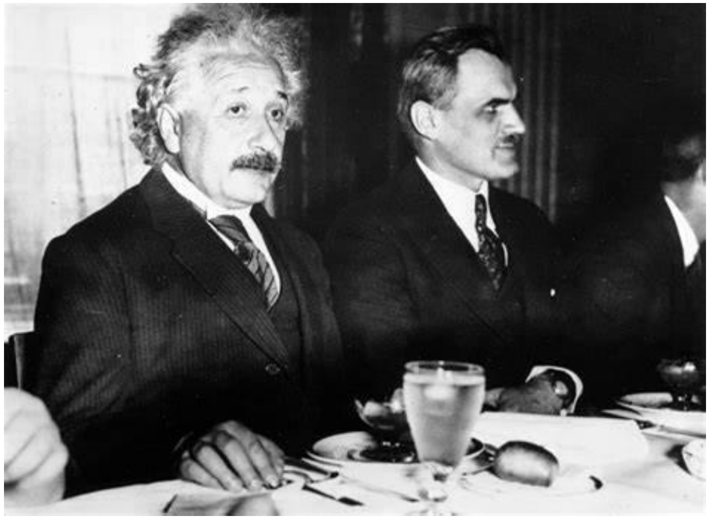
斜率 $\frac{d|U_a|}{d\nu} = \frac{h}{e}$, $\therefore$ 普朗克常数 $h = \frac{d|U_a|}{d\nu} \cdot e$

根据线性关系，可写成 $$h = e \cdot \frac{|U_a|_2 - |U_a|_1}{\nu_2 - \nu_1}$$

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = 9.62 \times 10^{14} (Hz),\ \nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = 6.91 \times 10^{14} (Hz)$$

$$\therefore h = 6.61 \times 10^{-34} (J \cdot s)$$

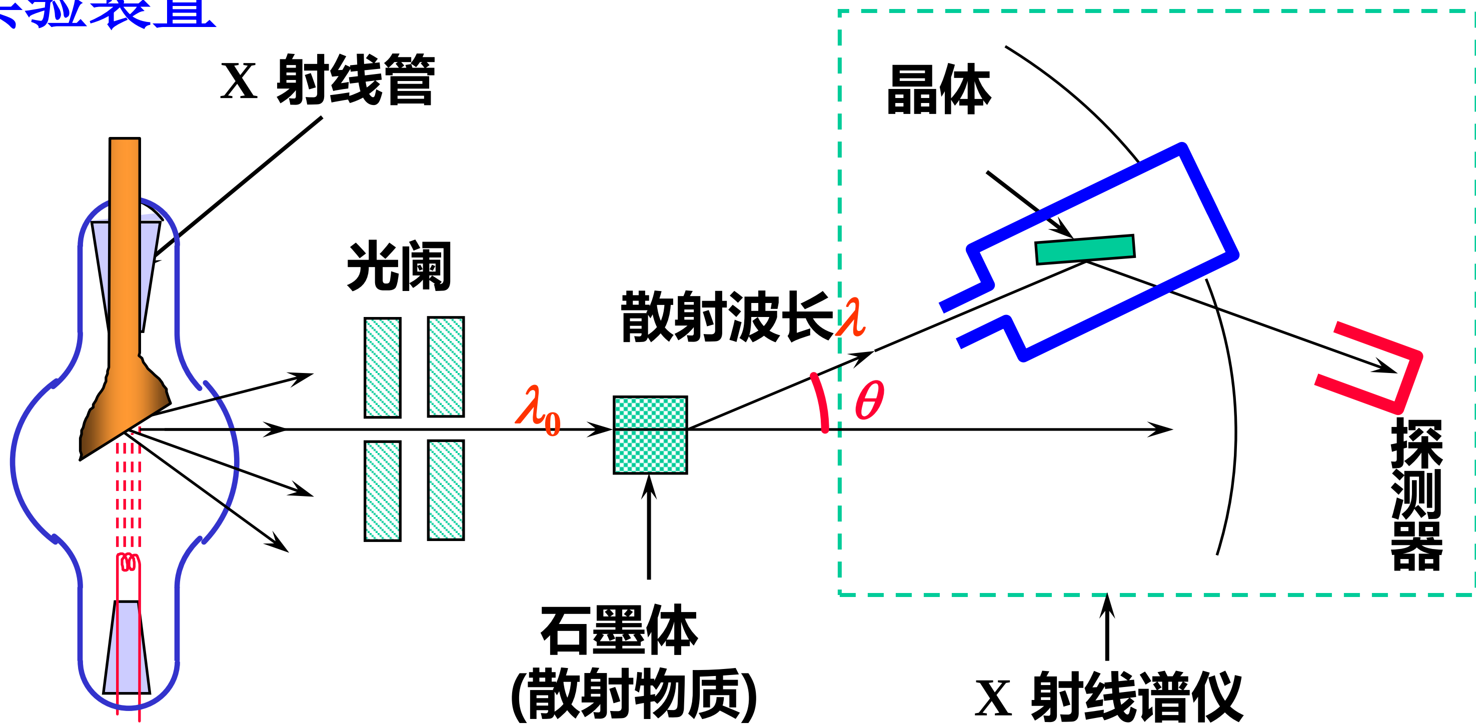
§3 康普顿效应



Arthur Holly Compton
1892-1962，1927 Nobel Prize

1920年，美国物理学家康普顿在观察X射线被物质散射时，发现散射线中含有波长发生了变化的成分——散射束中除了有与入射束波长 λ_0 相同的射线，还有波长 $\lambda > \lambda_0$ 的射线.

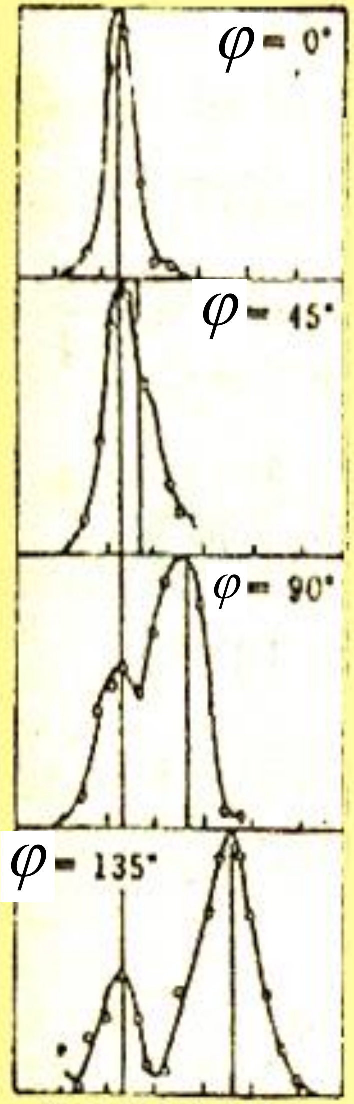
1）实验装置



X 射线通过物质时向各个方向散射，散射的 X 射线中，除了**波长与原射线相同**的成分外，还有**波长较大**的成分。

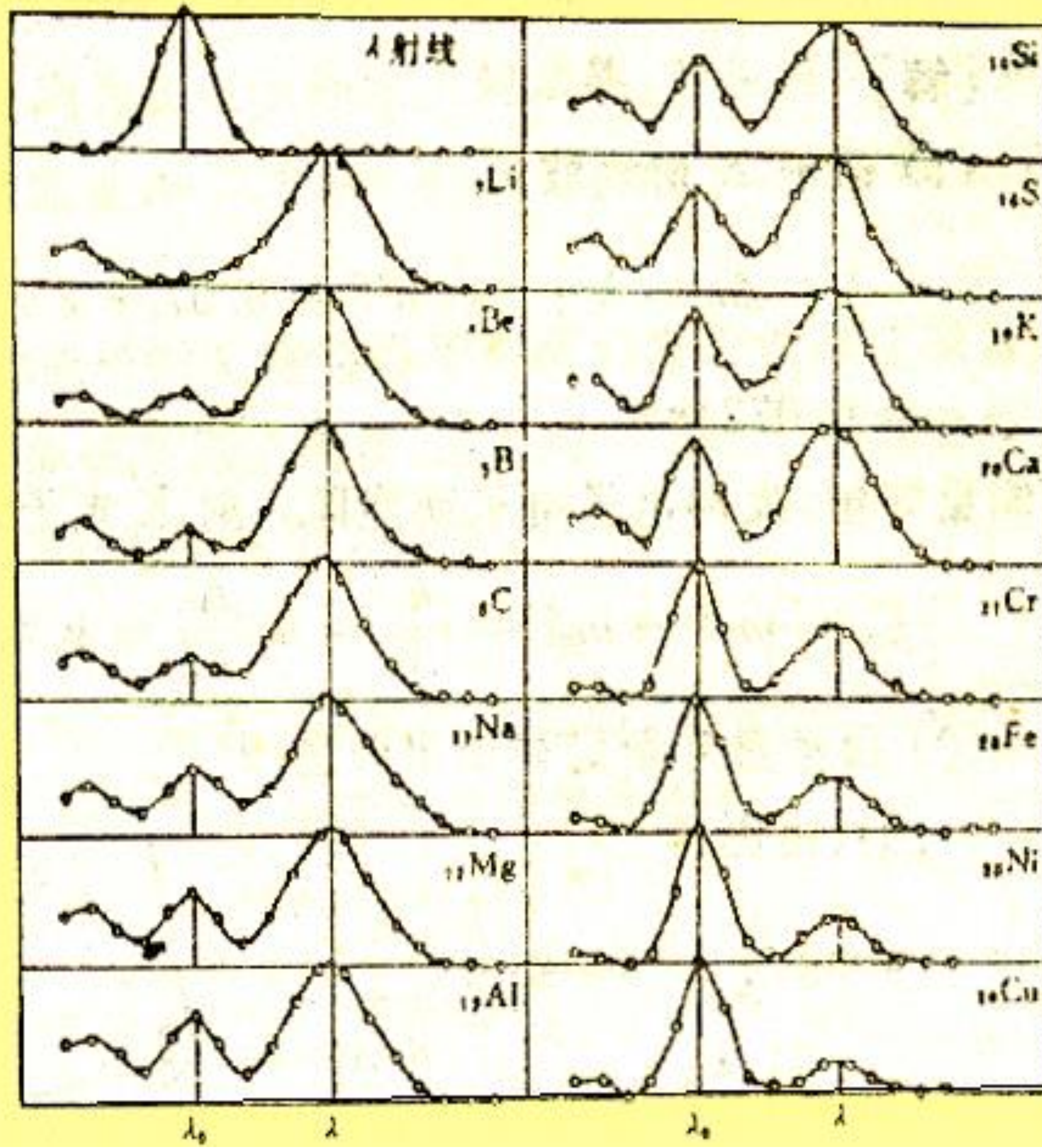
这种有波长增大的散射称为**康普顿散射**(或称康普顿效应).

按经典理论，散射是X射线迫使散射物质中的电子作受迫振动，而向周围发射**相同频率**的射线。

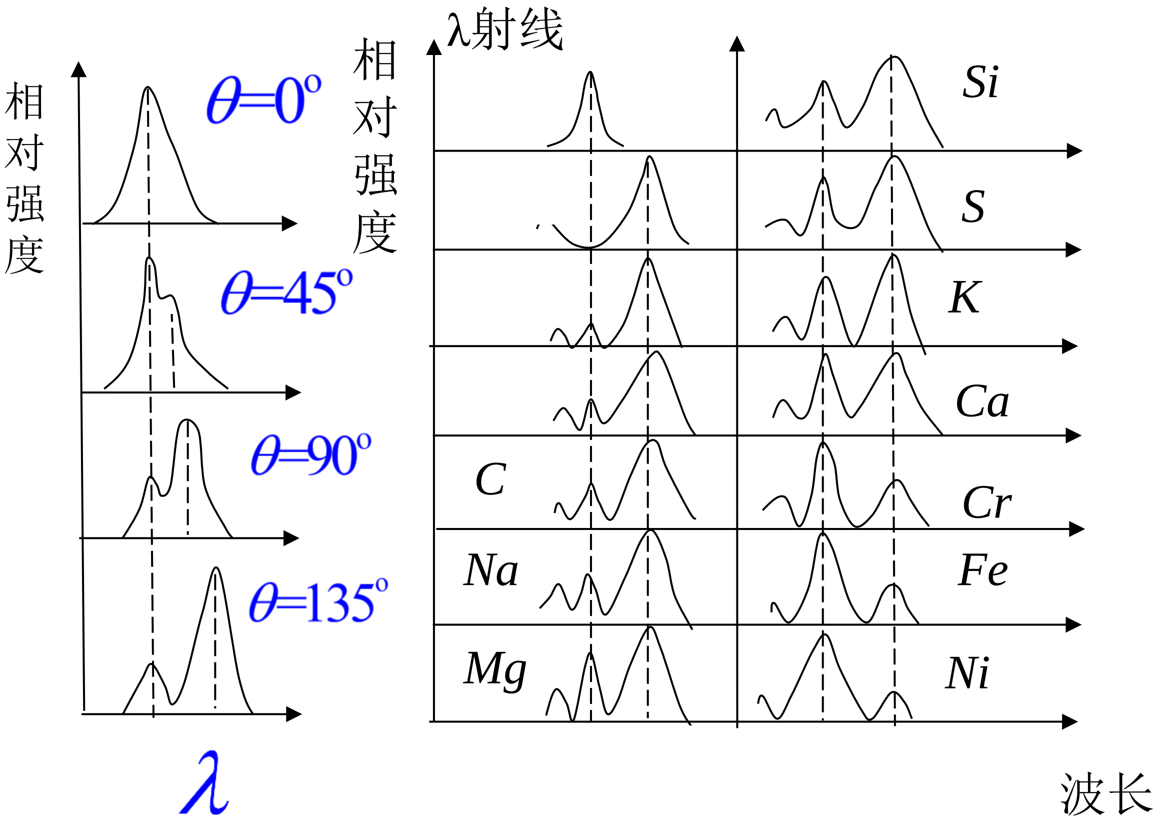


$\lambda_0 = 0.712\ 605$ Å

钼谱线



2）实验规律



①在散射光谱中除了有与入射波长相同的射线外，还有波长较长的射线存在

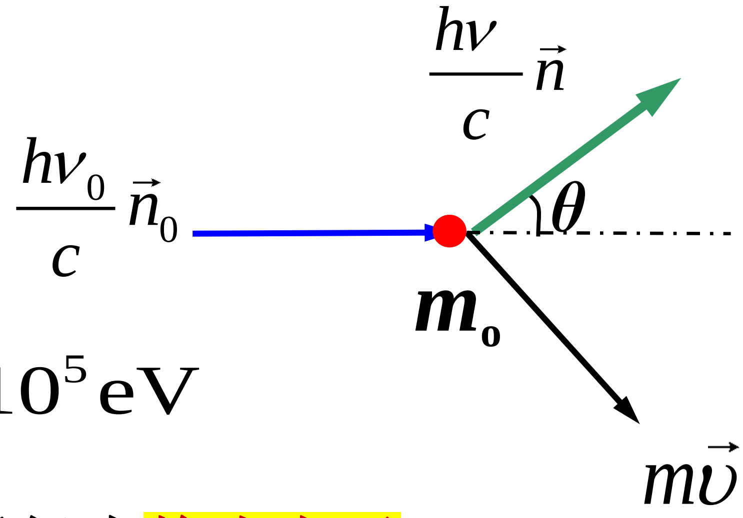
② 波长改变量（$\lambda-\lambda_0$）随散射角而异

$$\lambda-\lambda_0=2k\sin^2\frac{\theta}{2}$$

③ 对同一散射角，原子量较小的物质散射强度大， 但波长改变量（$\lambda-\lambda_0$） 相同。

物理模型

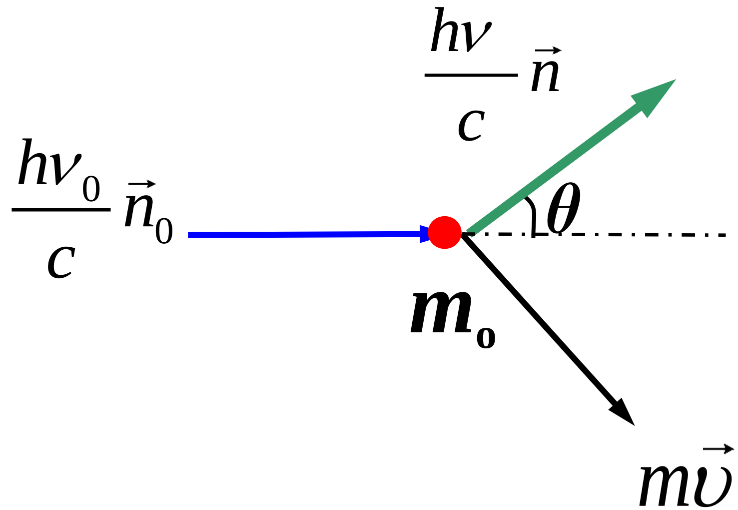
- 入射光子（ X 射线或γ射线）能量大 .



$E = h\nu$　　　　范围为：$10^4 \sim 10^5\,\mathrm{eV}$

- 电子热运动能量 $<< h\nu$ ，可近似为静止电子.
- 固体表面电子束缚较弱，视为近自由电子.
- 电子反冲速度很大，用相对论力学处理.
- 入射光子与散射物质中束缚微弱的电子弹性碰撞时，一部分能量传给电子，散射光子能量减少，频率下降、波长变大。
- 光子与原子中束缚很紧的电子发生碰撞，近似与整个原子发生弹性碰撞时，能量不会显著减小，所以散射束中出现与入射光波长相同的射线。

定量计算



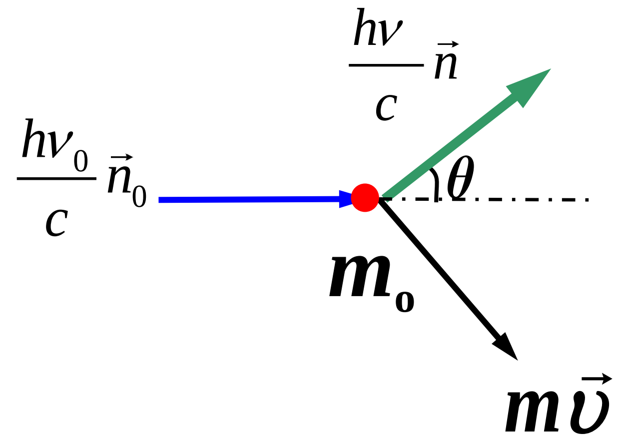
能量守恒：$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$ **(1)**

动量守恒：$\frac{h\nu_0}{c}\vec{n}_0 = \frac{h\nu}{c}\vec{n} + m\vec{\upsilon}$ **(2)**

利用余弦定理：$(m\upsilon)^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h\nu_0}{c}\right)\left(\frac{h\nu}{c}\right)\cos\theta$

或 $(m\upsilon)^2 c^2 = (h\nu_0)^2 + (h\nu)^2 - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta$ **(3)**

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \qquad \textbf{(1)}$$



$$(mv)^2c^2 = (h\nu_0)^2 + (h\nu)^2 - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta \qquad \textbf{(3)}$$

由**(1)** $$[(h\nu_0 - h\nu) + m_0c^2]^2 = (mc^2)^2$$

$$\underline{(h\nu_0)^2 + (h\nu)^2} - 2h^2\nu_0\nu + 2m_0c^2h(\nu_0 - \nu) + m_0^2c^4 = m^2c^4 \qquad \textbf{(4)}$$

由**(3)** $$\underline{(h\nu_0)^2 + (h\nu)^2} - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta - (mv)^2c^2 = 0 \qquad \textbf{(5)}$$

(4)–(5)

$$\underline{\cancel{m^2v^2c^2}} + \cancel{2}h^2\nu_0\nu\cos\theta - \cancel{2}h^2\nu_0\nu + \cancel{2}m_0c^2h(\nu_0 - \nu) + \underline{\cancel{m_0^2c^4}} = \underline{\cancel{m^2c^4}}$$

$$E^2 = p^2c^2 + E_0^2 \qquad m^2c^4 = m^2v^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$m_0c^2h(\nu_0 - \nu) = h^2\nu_0\nu(1 - \cos\theta)$$

$$m_0c^2h(\nu_0-\nu)=h^2\nu_0\nu(1-\cos\theta)$$

同除 $m_0ch\nu_0\nu$ $\quad \dfrac{c}{\nu}-\dfrac{c}{\nu_0}=\dfrac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$

$$\boxed{\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}\left(1-\cos\theta\right)=2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

式中$\lambda_c = h/m_0c$ = 0.0024 nm. —— 康普顿波长

三、讨论

1. $\Delta\lambda$ 只和 θ 有关

θ= 0 $\quad \Delta\lambda=0$

$\theta = 90^0$ $\quad \Delta\lambda=\lambda_c$

$\theta = 180^0$ $\quad \Delta\lambda=2\lambda_c$

$\Delta\lambda$与 θ 的关系与物质无关，是光子与近自由电子间的相互作用.

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}$$

2. 还有λ_0的散射光存在

光子与束缚较紧的电子的碰撞，应看作是和整个原子相碰。因原子质量 >> 光子质量，

在弹性碰撞中散射光子的能量(波长)几乎不变。

或由 $\Delta\lambda = \frac{h}{M_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}$ 很小而知。(M_0：原子静止质量)

3. 随 Z ↑ ⇒ 束缚紧的电子比例增加 ⇒ ↑ $I_{\lambda 0}$

4. 若 $\lambda_0 >> \lambda_C$ 则$\lambda \approx \lambda_0$，可见光观察不到康普顿效应.

5. 光具有波粒二象性

一般而言，光在传递过程中，波动性较为显著；光与物质相互作用时，粒子性比较显著.

康普顿散射实验的意义

◈ 证实了光子假设的正确性和狭义相对论力学的正确性，支持了光量子的概念．

$$\varepsilon = h\nu$$

◈ 实验上证实了爱因斯坦提出的**“光量子具有动量”**的假设.

$$p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$$

◈ 微观粒子的相互作用（单个碰撞过程）也遵守**能量守恒**和**动量守恒**定律.

**康普顿效应和光电效应比较

1. 康普顿效应：光子与静止自由电子碰撞, 完全弹性碰撞

光电效应：光子被束缚电子吸收，完全非弹性碰撞

2. 康普顿效应: X 射线或γ射线，光子能量大，相对论效应

碰撞后电子动能 $\boxed{E_k = mc^2 - m_0c^2}$

光电效应: 可见光或紫外光，光子能量小，非相对论效应

吸收光子后电子动能 $\boxed{E_k = \frac{1}{2}m\upsilon^2}$

3. 康普顿效应: X射线波长0.01~0.1nm, 最大波长改变量为

$\Delta\lambda = 2\lambda_c = 0.0048\ nm$ 与λ相差不大，现象明显。

光电效应: 光的波长100nm左右, $\Delta\lambda \leq 0.005nm$ 康普顿效应不明显

例 7： 光电效应和康普顿效应都包含有电子与光子的相互作用过程。对此，在以下几种理解中，正确的是

（A） 两种效应中电子与光子两者组成的系统都服从动量守恒定律。

（B ） 两种效应都相当于电子和光子的弹性碰撞过程。

（C ） 两种效应都属于电子吸收光子的过程。

（D ） 光电效应是吸收光子的过程，而康普顿效应则相当于光子和电子的弹性碰撞。

答案 （ D ）

例8： 康普顿效应的主要特点是

（A ） 散射光的波长均比入射光的波长短，且随散射角的增大而减小，但与散射体的性质无关。

（B） 散射光的波长均与入射光的波长相同，与散射角，散射体性质无关。

（C ） 散射光中既有与入射光波长相等的，也有比入射光波长长的和比入射光波长短的，这与散射体性质有关。

（D ）散射光中有些波长比入射光的波长长，且随散射角增大而增大，有些散射光波长与入射光波长相同，这些都与散射体的性质无关。

答案 （ D ）

例 9： 用强度为 ***I***，波长为 *λ* 的 **X** 射线分别照射锂（**Z=3**）和铁（**Z=26**）。若在同一散射角下测得康普顿散射的 ***X*** 射线波长分别为 λ_{Li}和 λ_{Fe}（λ_{Li}，$\lambda_{\mathrm{Fe}} > \lambda$），它们对应的强度分别为 I_{li} 和 I_{Fe}，则

$$(A)\quad \lambda_{Li} > \lambda_{Fe},\quad I_{Li} < I_{Fe},$$

$$(B)\quad \lambda_{Li} = \lambda_{Fe},\quad I_{Li} = I_{Fe},$$

$$(C)\quad \lambda_{Li} = \lambda_{Fe},\quad I_{Li} > I_{Fe},$$

$$(D)\quad \lambda_{Li} < \lambda_{Fe},\quad I_{Li} > I_{Fe},$$

答案 （***C***）

例10: 波长 $\lambda_0 = 1.00\times10^{-10}$ m 的 **X** 射线与静止的自由电子作弹性碰撞，在与入射角成 90° 角的方向上观察，

问: **（1）** 散射波长的改变量 $\Delta\lambda$ 为多少？

（2） 反冲电子得到多少动能？

（3） 在碰撞中，光子的能量损失了多少？

解: **（1）** $\Delta\lambda = \lambda_C(1-\cos\theta) = \lambda_C(1-\cos 90^\circ) = \lambda_C$

$$= 2.43\times10^{-12}\,\text{m}$$

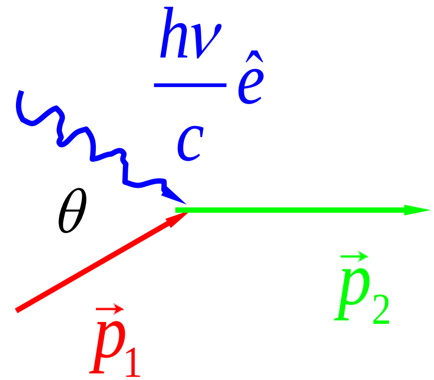
（2） 反冲电子的动能

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0}\left(1-\frac{\lambda_0}{\lambda}\right) = 295\,\text{eV}$$

（3） 光子损失的能量＝反冲电子的动能

例11：用动量守恒定律和能量守恒定律证明：一个自由电子不能一次完全吸收一个光子。

解：假设一个自由电子可以一次完全吸收一个光子。如图所示，设相互作用前后电子的动量分别为 $\vec{p}_1$ 和 $\vec{p}_2$，光子的频率为 ν，电子的静止质量为 m_0，则根据动量守恒定律和能量守恒定律可知：



$$\vec{p}_1 + \frac{h\nu}{c}\hat{e} = \vec{p}_2 \qquad (1)$$

$$\sqrt{p_1^{\,2}c^2 + m_0^{\,2}c^4} + h\nu = \sqrt{p_2^{\,2}c^2 + m_0^{\,2}c^4} \qquad (2)$$

(1)式两边平方有： $p_1^{\,2}c^2 + h^2\nu^2 + 2ch\nu\,\vec{p}_1\cdot\hat{e} = p_2^{\,2}c^2$

即： $p_1^{\,2}c^2 + h^2\nu^2 + 2p_1 ch\nu\cos\theta = p_2^{\,2}c^2 \qquad (3)$

(2)式两边平方有：

$$p_1{}^2c^2+h^2\nu^2+2h\nu\sqrt{p_1{}^2c^2+m_0{}^2c^4}=p_2{}^2c^2 \qquad (4)$$

$$p_1{}^2c^2+h^2\nu^2+2p_1ch\nu\cos\theta=p_2{}^2c^2 \qquad (3)$$

(3)式和(4)式联立可推出：

$$p_1c\cos\theta=\sqrt{p_1{}^2c^2+m_0{}^2c^4}$$

进而可推出：

$$\cos\theta>1$$

而这是不可能的，由此可见，原假设不成立。这就证明了一个自由电子不能一次完全吸收一个光子。

§ 4 氢原子的玻尔理论

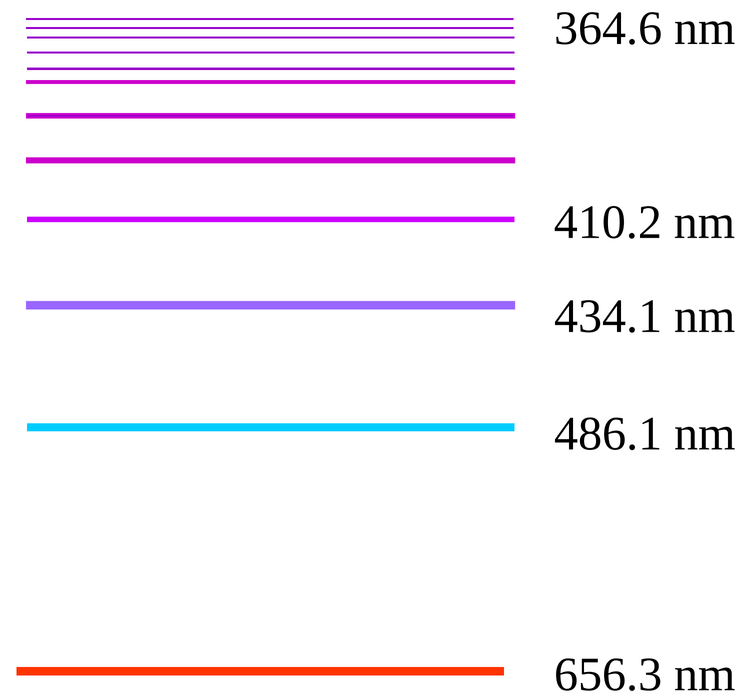
一　近代氢原子观的回顾

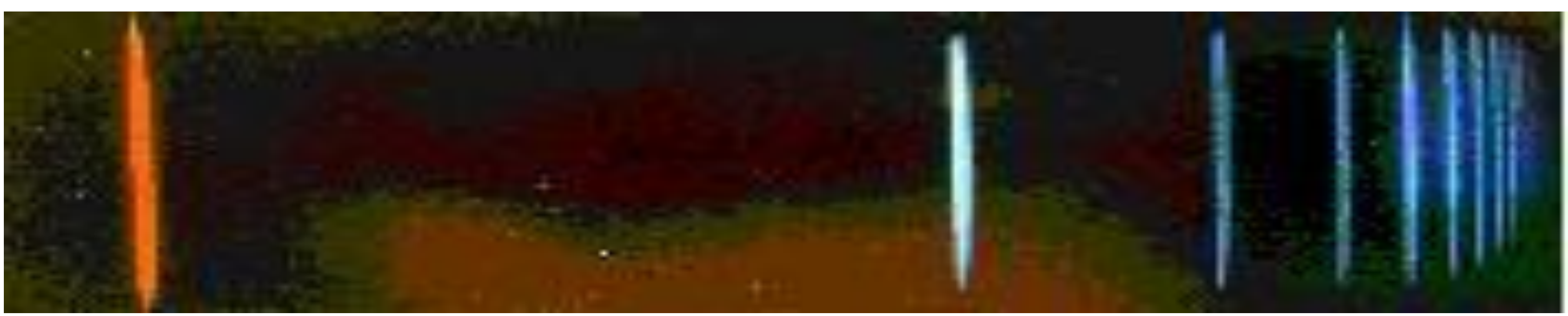
1　氢原子光谱的实验规律

➢ 1885 年瑞士数学家巴耳末发现氢原子光谱可见光部分的规律：

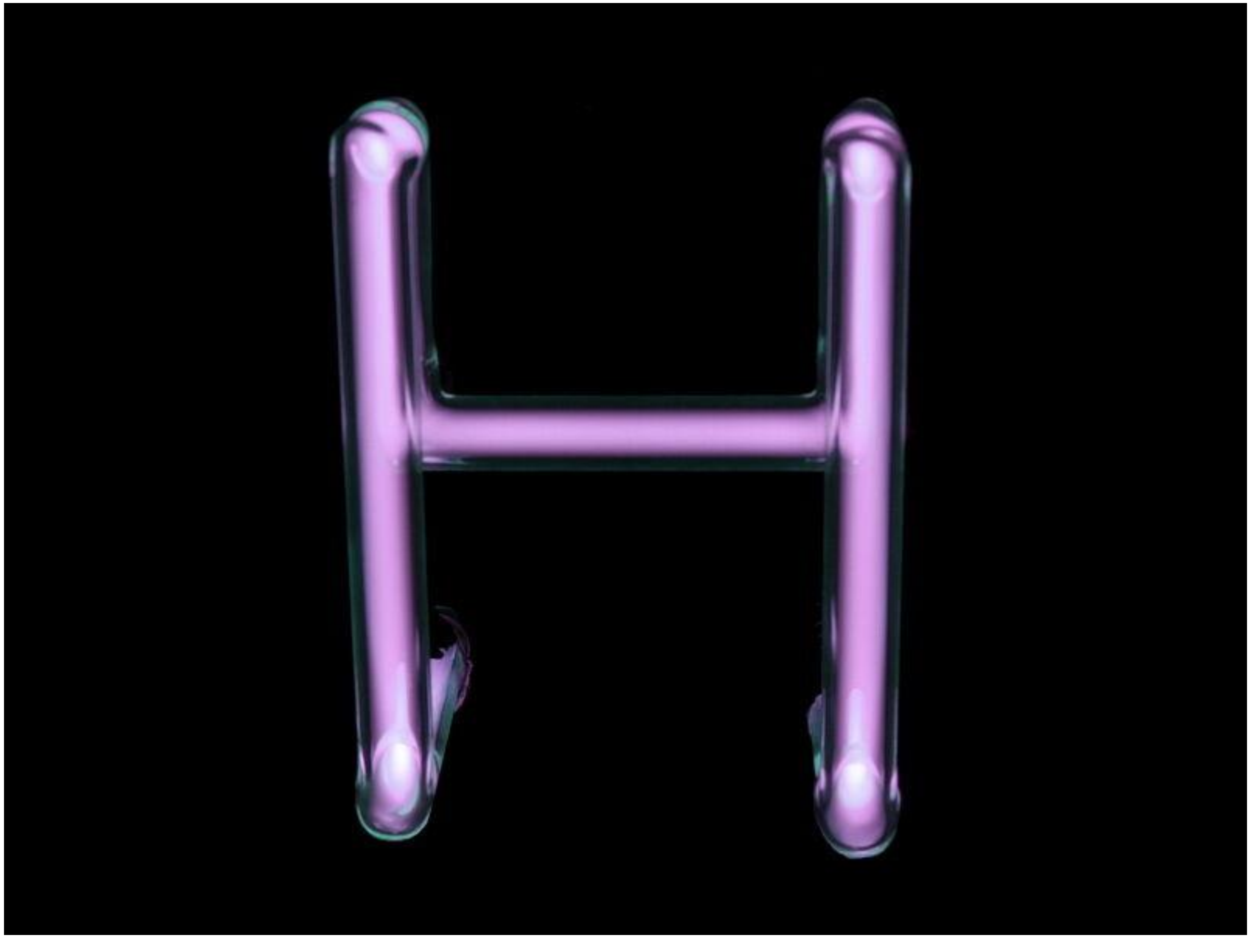
$$\lambda = 365.46 \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \text{ nm}, \quad n = 3,4,5,\cdots$$

氢原子光谱的巴耳末系





6562.8Å 红　　**4861.3Å** 蓝　　**4340.5Å** 紫


H

➢ 1890 年瑞典物理学家里德伯给出氢原子光谱公式

波数 $= \dfrac{1}{\lambda} = R(\dfrac{1}{n_f^2} - \dfrac{1}{n_i^2})$

$$\left(\begin{array}{l} n_f = 1,2,3,4,\cdots,\ n_i = n_f + 1, n_f + 2, n_f + 3, \cdots \\ \text{里德伯常数} \quad R = 1.097 \times 10^7\ \mathrm{m}^{-1} \end{array} \right)$$

紫 外

莱曼系 $\sigma = \dfrac{1}{\lambda} = R(\dfrac{1}{1^2} - \dfrac{1}{n^2}),\quad n = 2,3,\cdots$

可见光

巴耳末系 $\sigma = \dfrac{1}{\lambda} = R(\dfrac{1}{2^2} - \dfrac{1}{n^2}),\quad n = 3,4,\cdots$

莱曼线系 (**n** = 2， 3， 4…) 紫外

巴尔末系 $\sigma = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ (**n** = 3，4，5 …) 可见光

帕邢系 $\sigma = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ (**n** = 4，5，6…)

布拉开系 $\sigma = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ (**n** = 5，6，7 …) 红外区

普丰德系 $\sigma = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ (**n** = 6，7，8…)

汉弗莱系 $\sigma = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ (**n** = 7，8，9…)