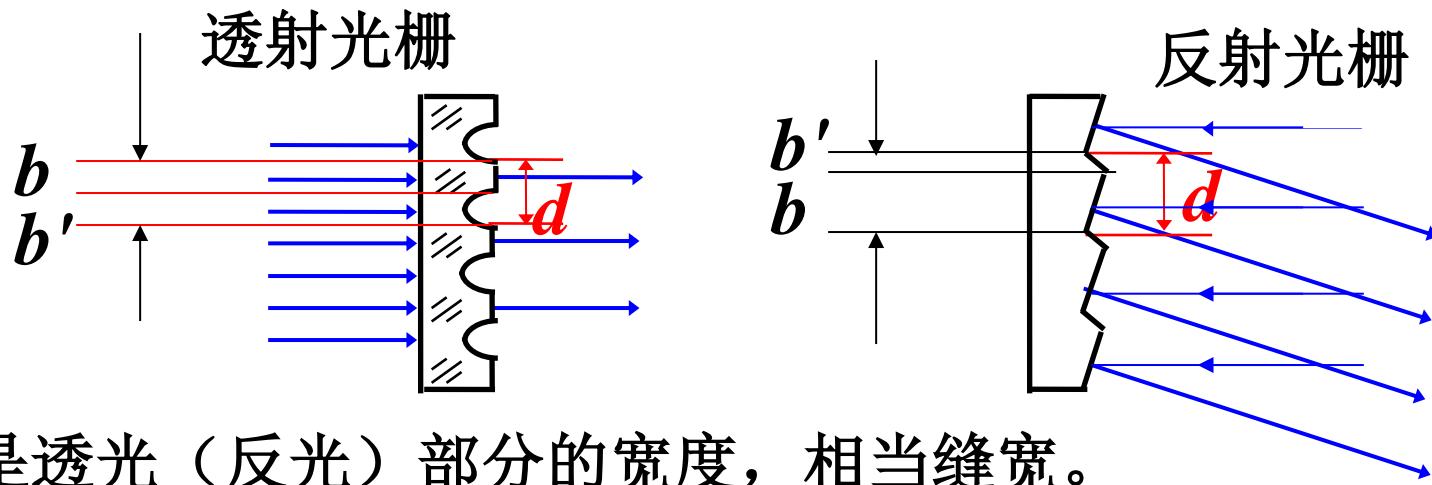


§ 8 衍射光栅

光栅——大量等宽、等间距的平行狭缝（或反射面）构成的光学元件。



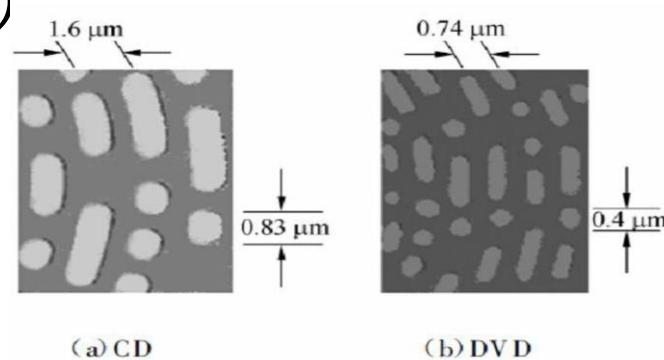
b ——是透光（反光）部分的宽度，相当缝宽。

b' ——是不透光部分的宽度，

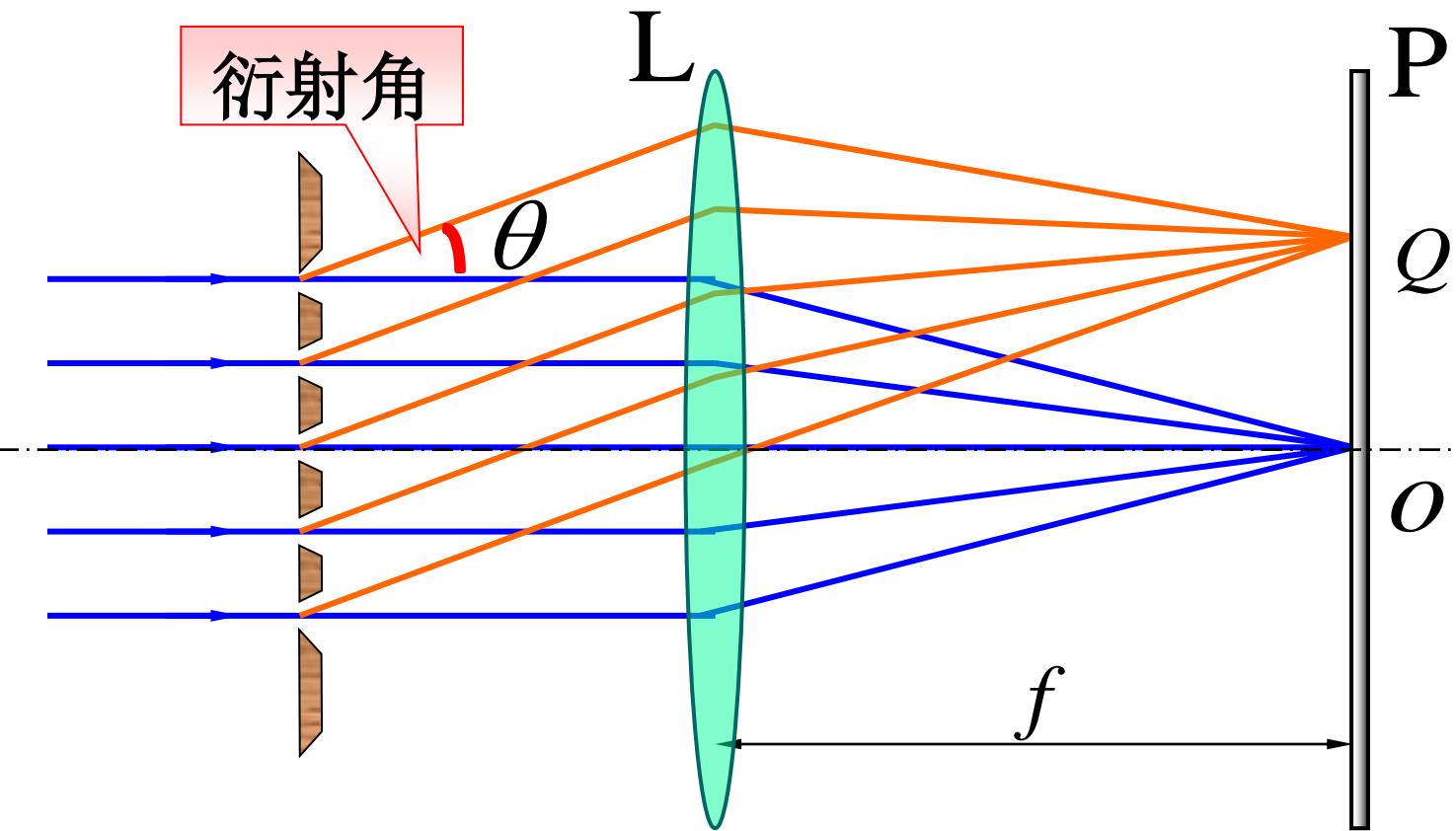
$d = b + b'$ ——光栅常数（两缝之间的距离）

实用光栅：用电子束刻制

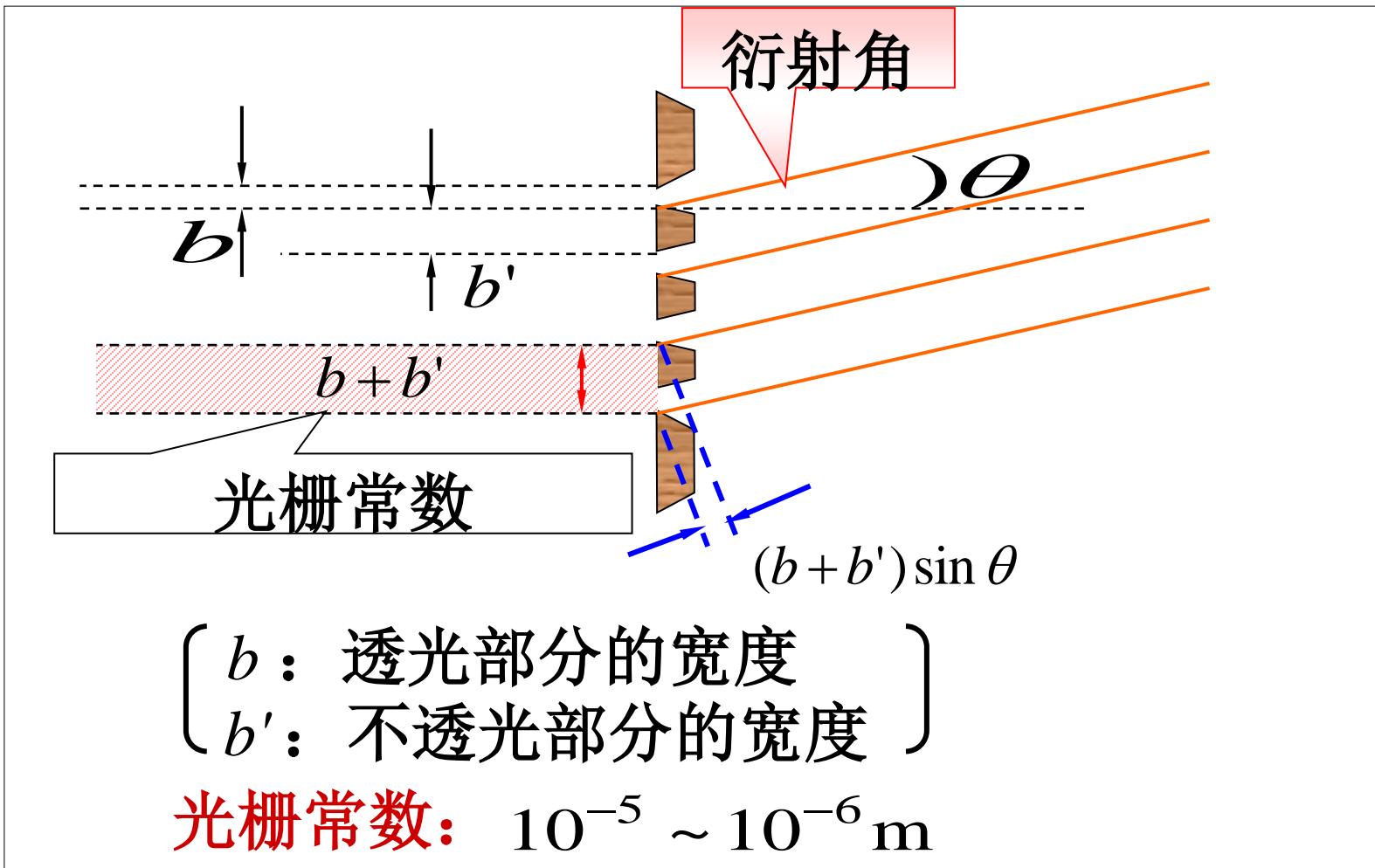
几十条/mm → 几千条/mm
几万条/mm



光栅衍射



二 光栅衍射条纹的形成



光栅的衍射条纹是单缝衍射和多缝干涉的总效果
相邻两缝间的光程差： $\Delta = (b + b') \sin \theta$

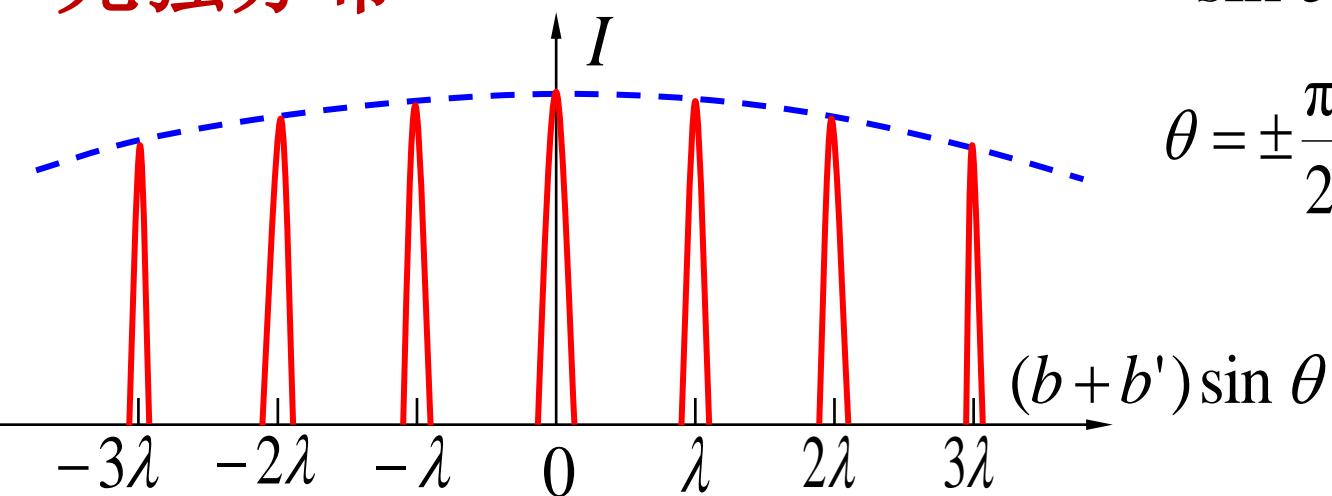
(主) 明纹位置

$$(b + b') \sin \theta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

光栅方程

条纹最高级数

光强分布



$$\sin \theta_k = \pm \frac{k\lambda}{b + b'}$$

$$\theta = \pm \frac{\pi}{2}, \quad k = k_{\max} = \frac{b + b'}{\lambda}$$

多光束干涉的分析

$$d = b + b'$$

1. 主极大（明纹）

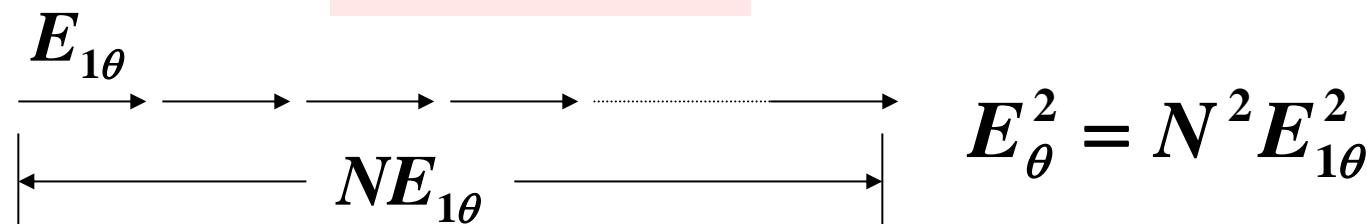
相邻两个缝到Q点的光程差为

$$d \sin \theta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

(与双缝干涉的明纹公式一样)

称为正入射时的 **光栅方程**, 或 $\rightarrow \sin \theta = \pm k \frac{\lambda}{d}$
相应地, 相邻两个缝到 Q点的相位差为

$$\Delta \varphi = \pm 2k\pi$$



$I_\theta = N^2 I_{1\theta}$ 即光强 是单个细缝光强的 N^2 倍.

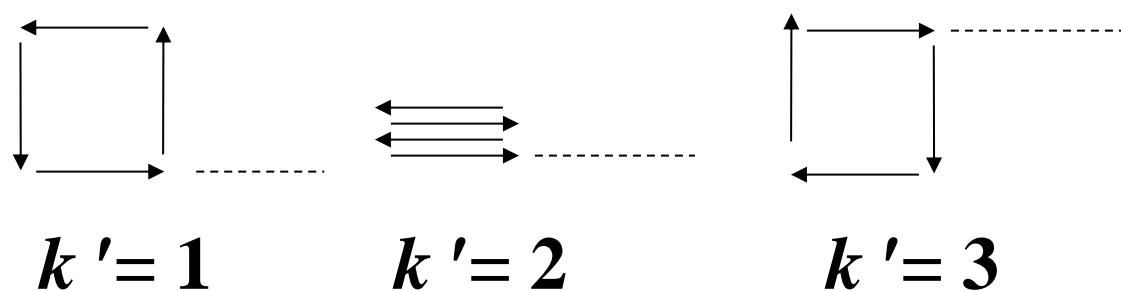
2. 极小(暗纹)条件

由振动的知识，各相邻分振动的相位差如下值时，
合振幅 $A = 0$ (多个简谐振动合成):

$$\Delta\varphi = \frac{\pm 2k' \pi}{N} \quad (k' \text{ 为不等于 } Nk \text{ 的整数})$$
$$(k=0,1,2,\dots)$$

合振幅为零，即各振幅矢量构成闭合多边形

例. $N=4$ 时



对 $N = 4$ 时

$$k' = (0), 1, 2, 3, (4), 5, 6, 7, (8), 9, 10, 11, \dots$$

$$\Delta\phi = \frac{d \cdot \sin \theta}{\lambda} \cdot 2\pi$$

$d \cdot \sin \theta = \frac{\pm k'}{N} \lambda$

$$k' = 1, 2, 3, \dots \neq Nk$$

$(k = 0, 1, 2, \dots)$

$$k = 0, 1, 2, \dots, k, \dots$$

$$k' = (0), 1, 2, \dots, N-1, (N), N+1, \dots, 2N-1, (2N), 2N+1, \dots, kN-1, (kN), kN+1, \dots$$

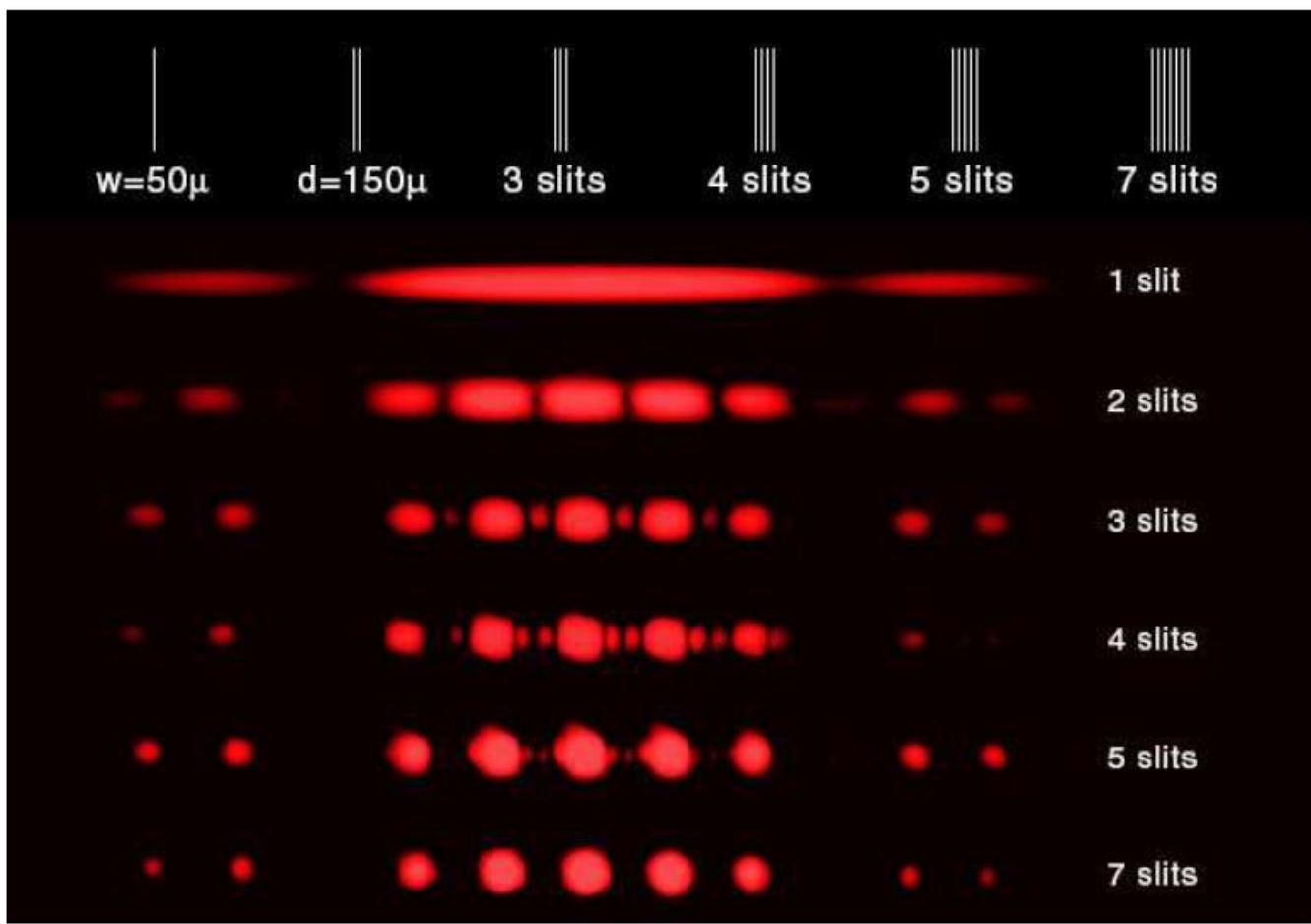
在 k 级主明纹旁边两条暗纹的位置是

$$d \cdot \sin \theta = \frac{\pm (kN - 1)}{N} \lambda, \quad d \cdot \sin \theta = \frac{\pm (kN + 1)}{N} \lambda$$

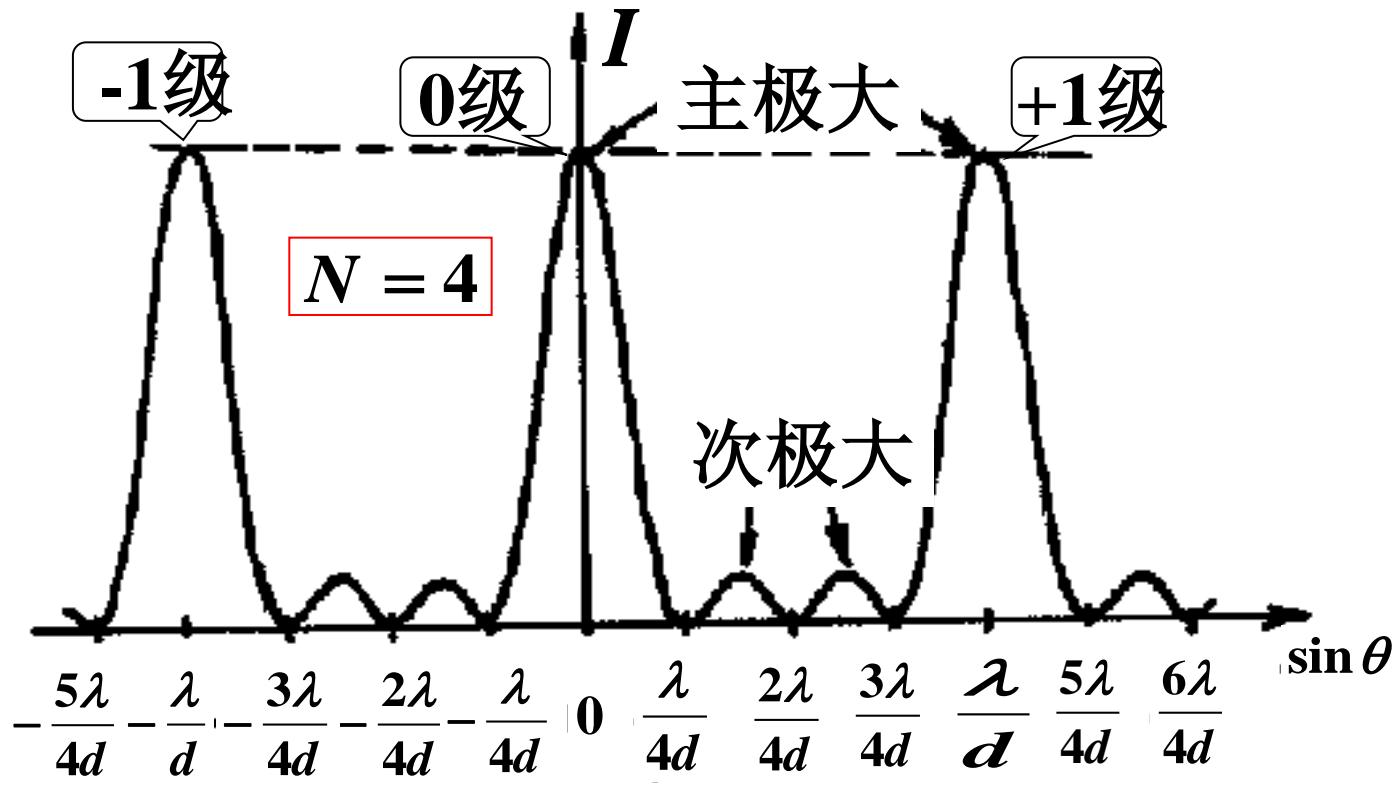
规律：在相邻两个主极大之间有 $N-1$ 个极小。

3. 次明纹

——相邻主明纹之间有 $N-2$ 条次明纹或次极大



$N=4$ 光束干涉图



主极大

$$d \sin \theta = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (\text{光栅方程})$$

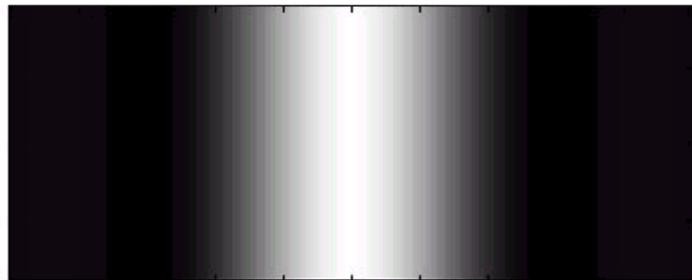
极小

$$d \cdot \sin \theta = \frac{\pm k'}{N} \lambda$$

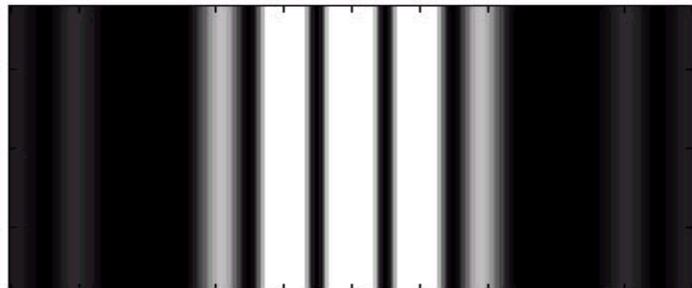
$$k' = 1, 2, 3, \dots \neq Nk \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

光栅中狭缝条数越多， 明纹越细.

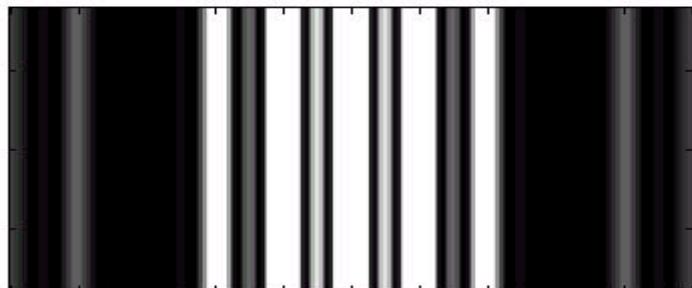
(a)1条缝



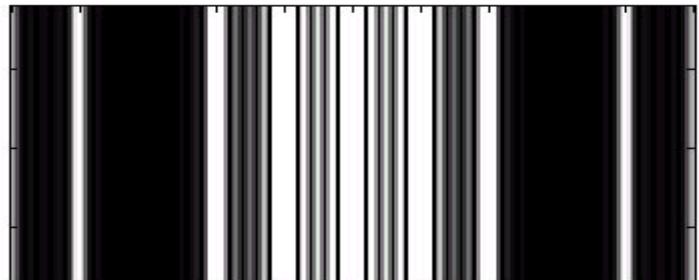
(b)2条缝



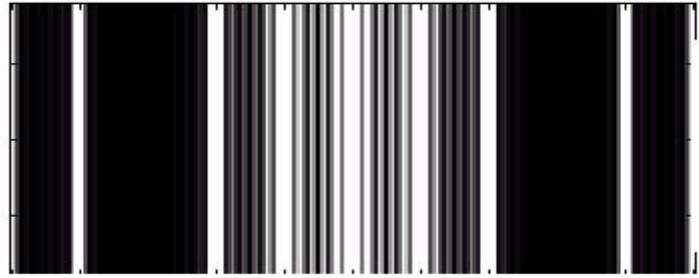
(c)3条缝



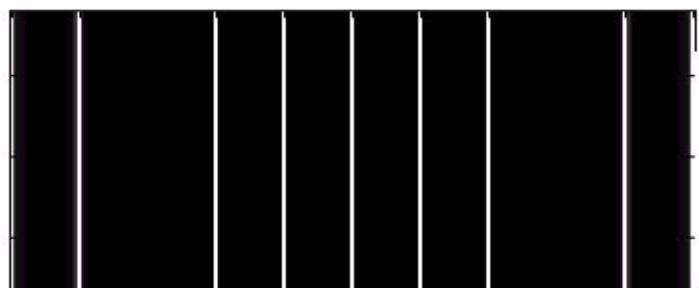
(d)5条缝



(e)6条缝



(f)20条缝



主极大（明纹）间距

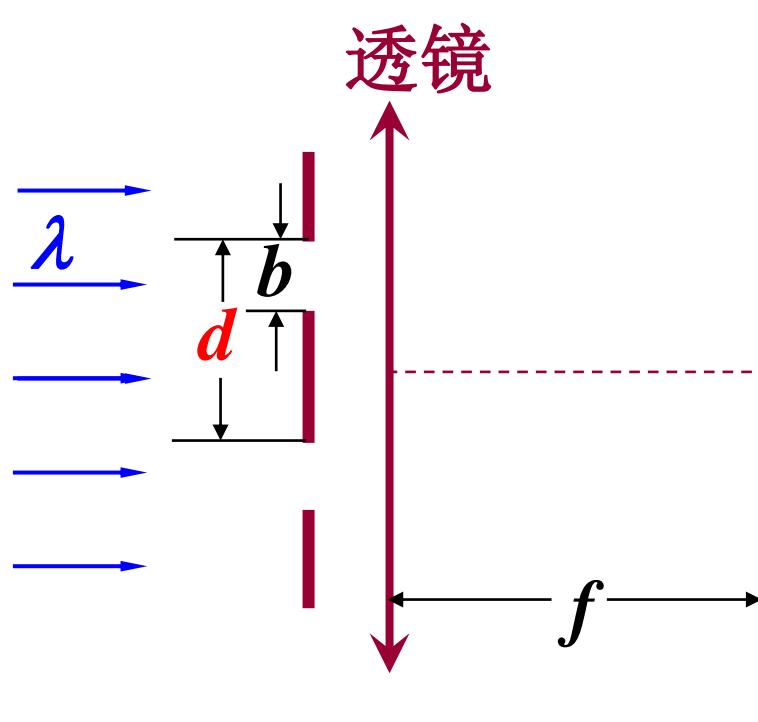
$$(b + b') \sin \theta = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\Delta k = 1, \quad \sin \theta_{k+1} - \sin \theta_k = \frac{\lambda}{b + b'}$$

- 光栅常数越小，明纹越窄，明纹间相隔越远。
 λ 一定， $b + b'$ 减少， $\theta_{k+1} - \theta_k$ 增大。
- 入射光波长越大，明纹间相隔越远。
 $b + b'$ 一定， λ 增大， $\theta_{k+1} - \theta_k$ 增大。

衍射对干涉条纹的影响——缺级现象

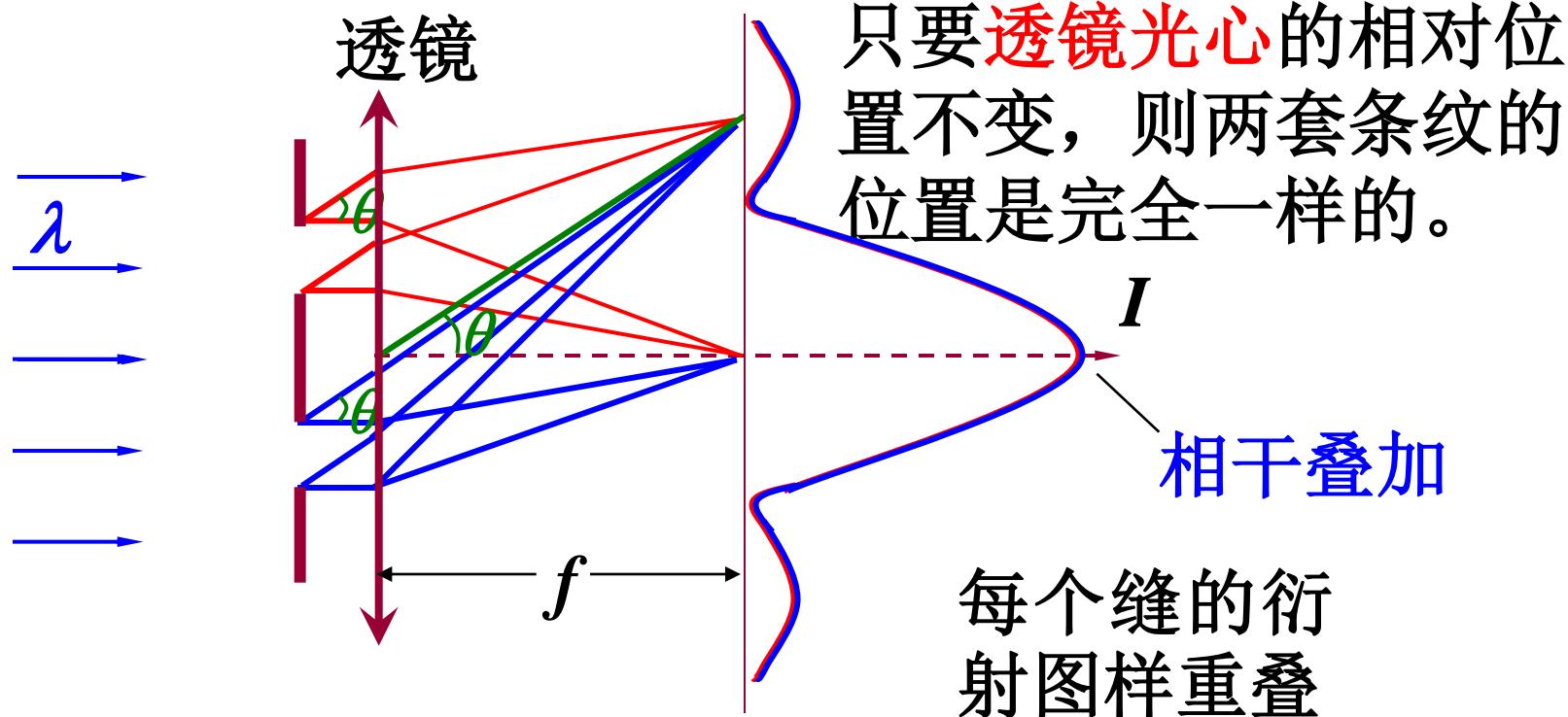
现再考虑每个缝的衍射对干涉图样的影响，
以双缝为例 设每个缝宽均为 b ，



每个缝的衍射图样是否错开？

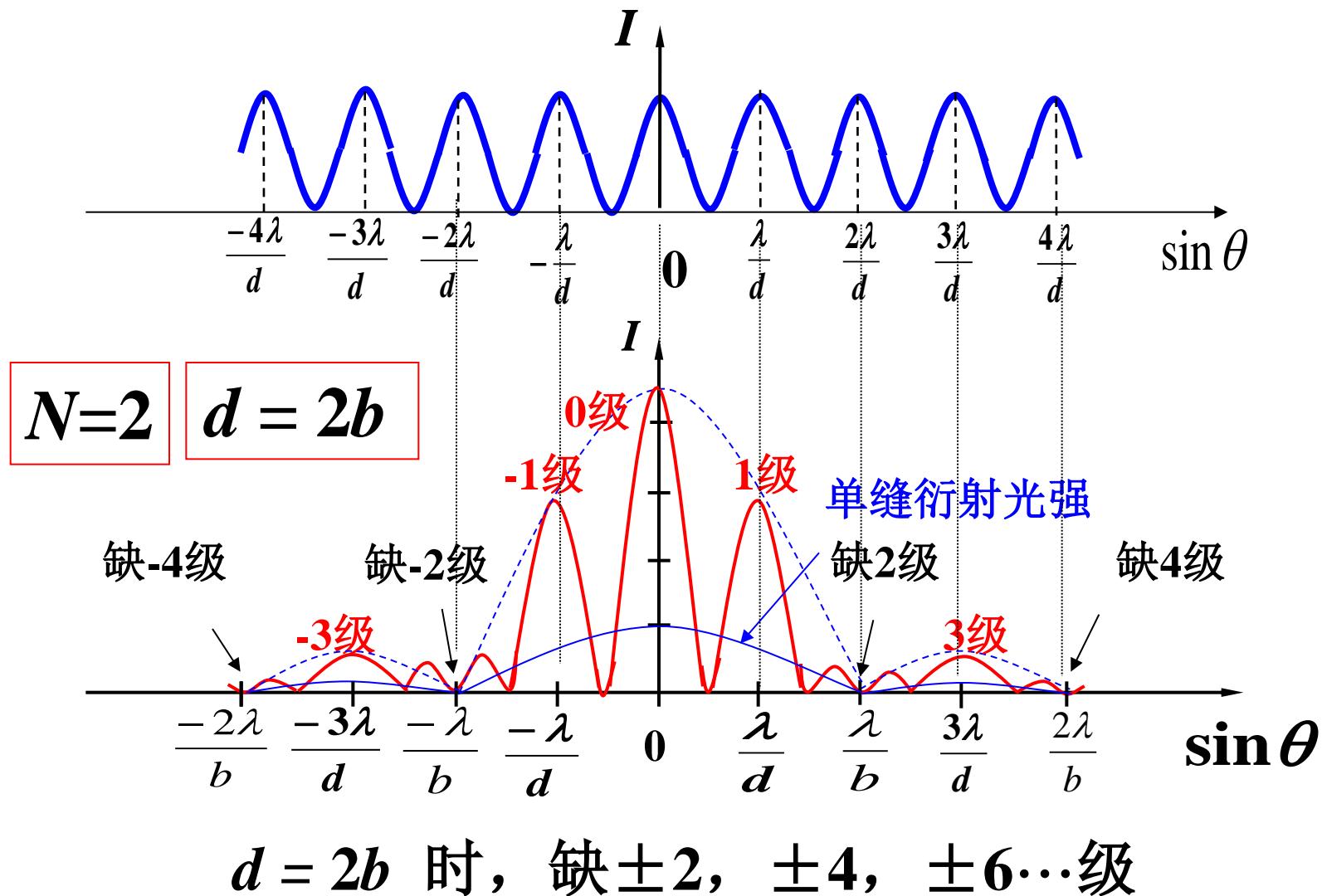
若只开上缝，衍射的中央明纹在何处？

若只开下缝，衍射的中央明纹在何处？



现在同时打开两缝，两束衍射光将发生干涉

由于衍射的存在，干涉条纹的强度受到单缝衍射的调制。不考虑单缝衍射的双缝干涉强度



衍射的影响：干涉条纹主极大的位置虽没有变化，但强度受到衍射的调制而变化；并且出现了**明纹缺级现象**。

缺的干涉明纹级次是哪些？

- ◆ 干涉明纹中心位置 $d \sin \theta = \pm k\lambda, k = 0, 1, 2, \dots$
- ◆ 衍射暗纹位置

$$b \sin \theta' = \pm 2k' \frac{\lambda}{2} = \pm k'\lambda, k' = 1, 2, 3, \dots$$

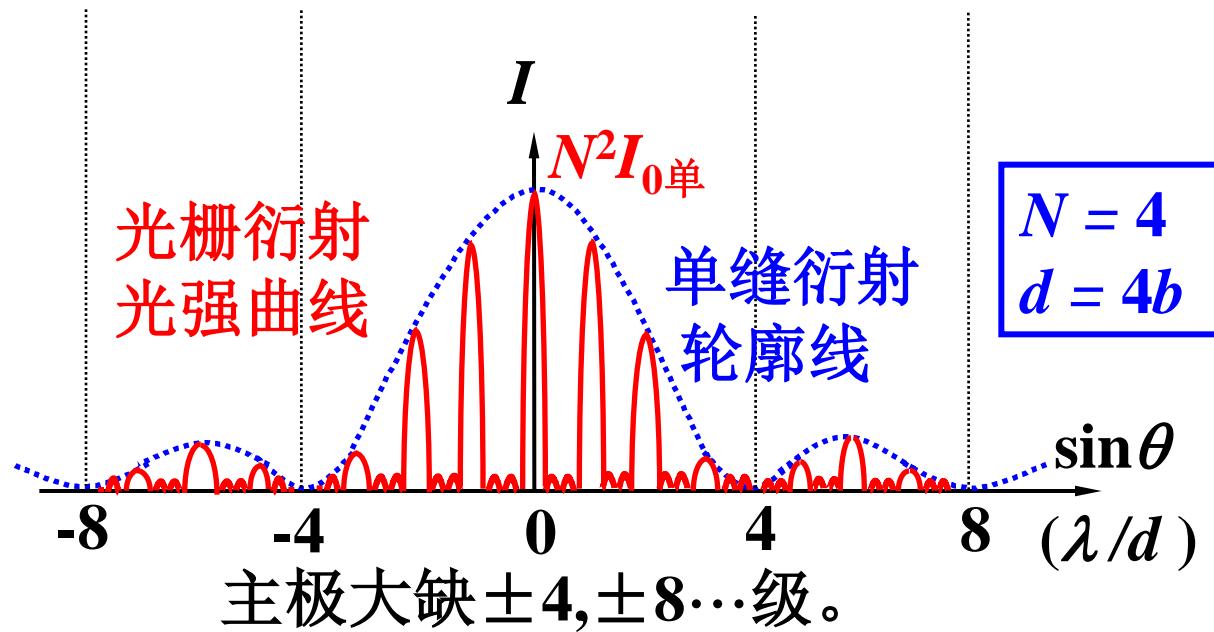
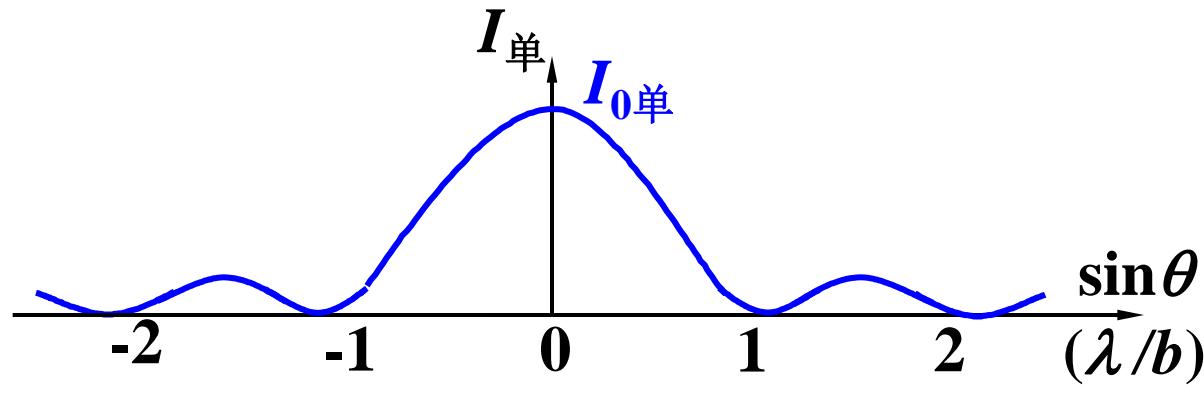
当 $\theta = \theta'$ 时, $\frac{d}{b} = \frac{k}{k'}$, 出现缺级.

缺的干涉明纹级次为

$$k = \frac{d}{b} k' = \frac{b + b'}{b} k'$$

例如 $d = 2b$ 时, 缺 $\pm 2, \pm 4, \pm 6 \dots$ 级

例. $N = 4$, $\frac{d}{b} = 4$ 的情形



例15：宽度为10mm，每毫米均匀刻有100条刻线的光栅，当波长为500nm的平行光垂直入射时，第4级主极大的衍射光线正好消失，第2级光强不为零。求：光栅狭缝可能的宽度。

解：按照题意光栅常数为： $b + b' = \frac{1}{100} \text{ (mm)}$

因为第4级主极大缺级，所以有： $\frac{b + b'}{b} = \frac{4}{k'}$

其中， k' 为单缝衍射的级次，可以知道当 $k' = 1$ 时，对应于最小缝宽，即：

$$b = \frac{b + b'}{4} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ (mm)}$$

当 $k' = 2$ 时， $\frac{b + b'}{b} = 2$ 则第2级主极大也发生缺级，不符合题意，所以舍去。

当 $k' = 3$ 时，缝宽为： $b = \frac{3(b + b')}{4} = 7.5 \times 10^{-3} \text{ (mm)}$

所以光栅可能的缝宽分别为 $2.5 \times 10^{-3} \text{ mm}$ 和 $7.5 \times 10^{-3} \text{ mm}$ 。

例16: 波长为600nm的单色光垂直入射在一光栅上，有2个相邻主极大明条纹分别出现在 $\sin\theta_1=0.20$ 和 $\sin\theta_2=0.30$ 处，并且第4级缺级。求：

(1) 光栅常数； (2) 光栅狭缝的最小宽度； (3) 按照上述选定的缝宽和光栅常数，写出光屏上实际呈现的全部级数。

解： (1) 由光栅方程，可以得到：

$$(a+b)\sin\theta_1 = k\lambda; \quad (1)$$

$$(a+b)\sin\theta_2 = (k+1)\lambda; \quad (2)$$

将 (1) (2) 相减可以得到：

$$(a+b)(\sin\theta_2 - \sin\theta_1) = \lambda$$

所以光栅常数为： $a+b = \frac{\lambda}{\sin\theta_2 - \sin\theta_1} = \frac{600 \times 10^{-9}}{0.30 - 0.20} = 6 \times 10^{-6} (m)$

(2) 由于第4级主极大缺级，故满足下列关系：

$$(a+b)\sin\theta = 4\lambda \quad (3)$$

$$a\sin\theta = k'\lambda \quad (4)$$

将 (3)、(4) 两式相除，可以得到： $\frac{a}{a+b} = \frac{k'}{4}$

即：

$$a = \frac{a+b}{4}k'$$

所以，取 $k'=1$ 时缝宽最小。因此最小缝宽为：

$$a = \frac{a+b}{4} = 1.5 \times 10^{-6} m$$

(3) 由光栅方程，有：

$$\sin\theta = \frac{k\lambda}{a+b} \leq 1$$

所以屏上能呈现的干涉条纹的最高级数为：

$$K_{\max} = \frac{a+b}{\lambda} = \frac{6.0 \times 10^{-6}}{600 \times 10^{-9}} = 10$$

考虑到缺级现象，在屏上有： $(a+b)/a=4$

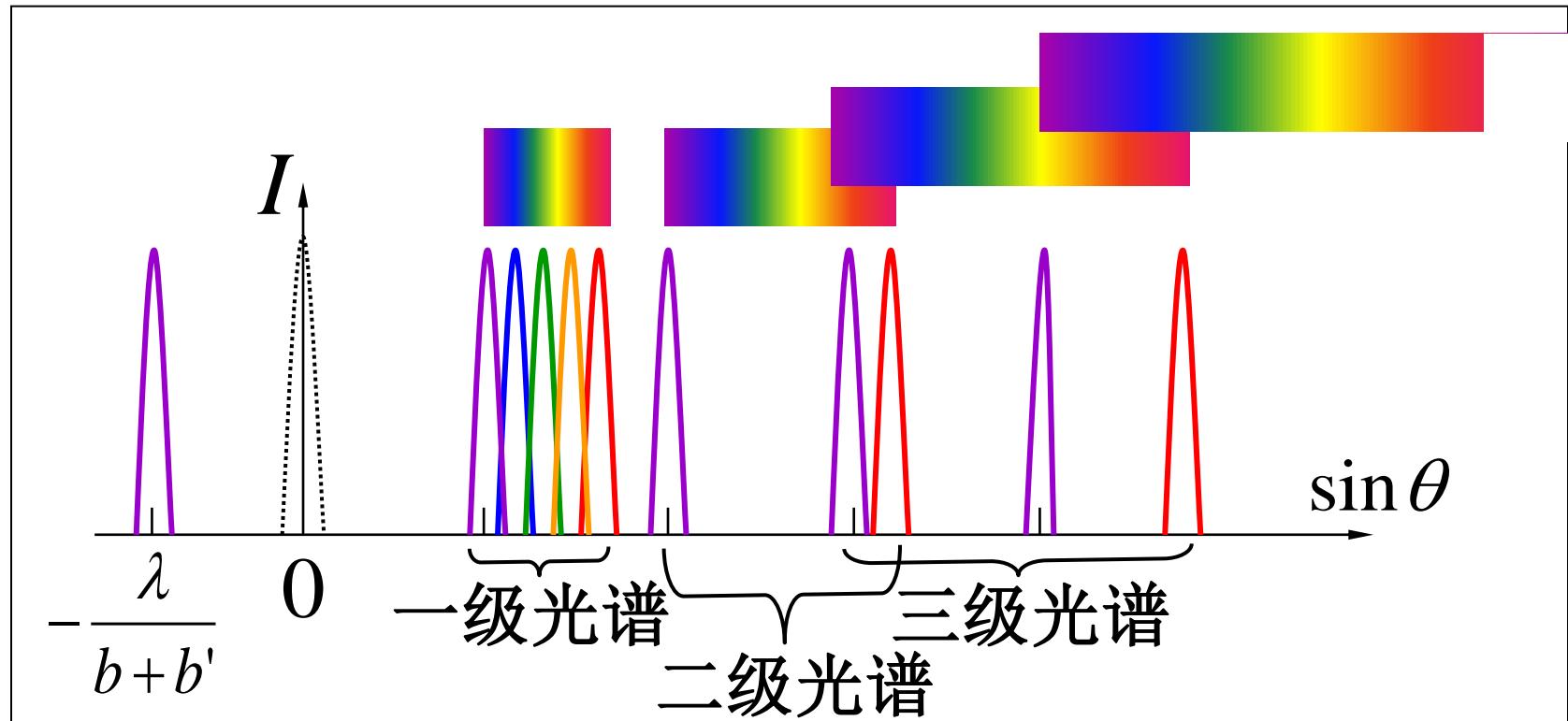
$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 9$$

这些主极大条纹出现。

当 $k = \pm 10$ 时，主级明条纹出现在 $\theta = \pm 90^\circ$

三 衍射光谱

入射光为白光时，形成彩色光谱.



例17：用白光垂直照射在每厘米有6500条刻痕的平面光栅上，求第三级光谱的张角。

解 $\lambda = 400 \sim 760 \text{ nm}$ $b + b' = 1 \text{ cm} / 6500$

紫光 $\sin \theta_1 = \frac{k\lambda_1}{b + b'} = \frac{3 \times 4 \times 10^{-5} \text{ cm}}{1 \text{ cm} / 6500} = 0.78$

$$\theta_1 = 51.26^\circ$$

红光 $\sin \theta_2 = \frac{k\lambda_2}{b + b'} = \frac{3 \times 7.6 \times 10^{-5} \text{ cm}}{1 \text{ cm} / 6500} = 1.48 > 1$

不可见

第三级光谱的张角

$$\Delta\theta = 90.00^\circ - 51.26^\circ = 38.74^\circ$$

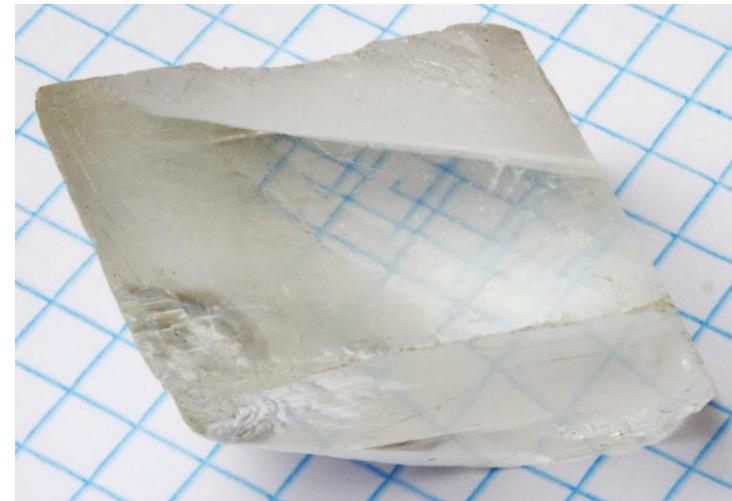
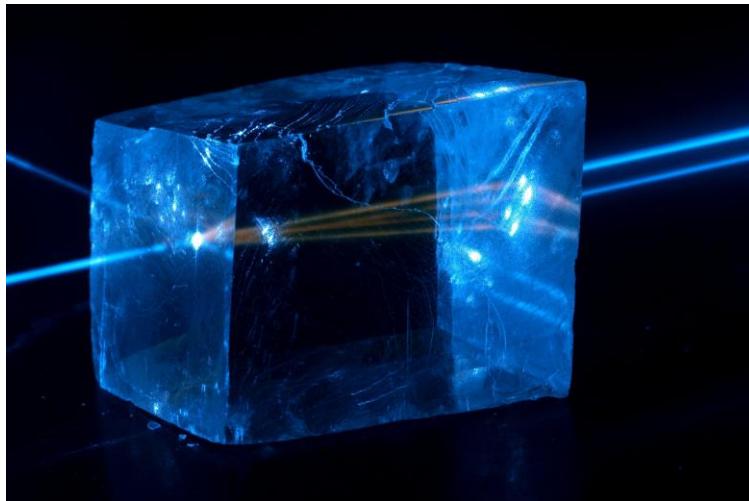
第三级光谱所能出现的最大波长

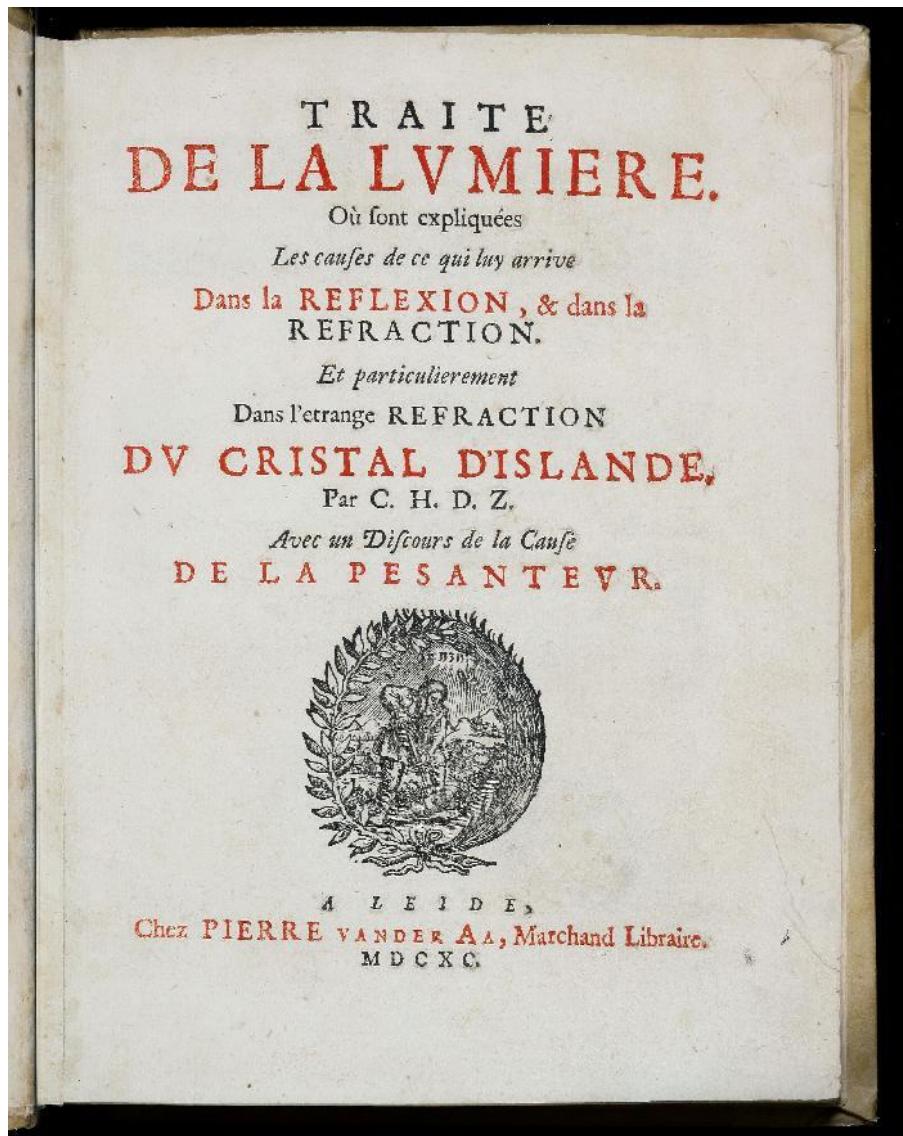
$$\lambda' = \frac{(b + b') \sin 90^\circ}{k} = \frac{b + b'}{3} = 513 \text{ nm}$$

绿光

§ 9 光的偏振性 马吕斯定律

在17世纪初，水手们在游历冰岛后带回了一些冰洲石（方解石）晶体（ CaCO_3 ）到欧洲，它有一个有趣的性质，通过晶体看起来，任何东西都成了两个，即呈现两个像。此现象引起了惠更斯的注意，他在他的著作《光论》里对这现象进行了很详细的论述。





TREATISE
ON LIGHT

In which are explained
The causes of that which occurs
In REFLEXION, & in REFRACTION.
And particularly
In the strange REFRACTION

OF ICELAND CRYSTAL

By CHRISTIAAN HUYGENS.
Rendered into English
By SILVANUS P. THOMPSON.



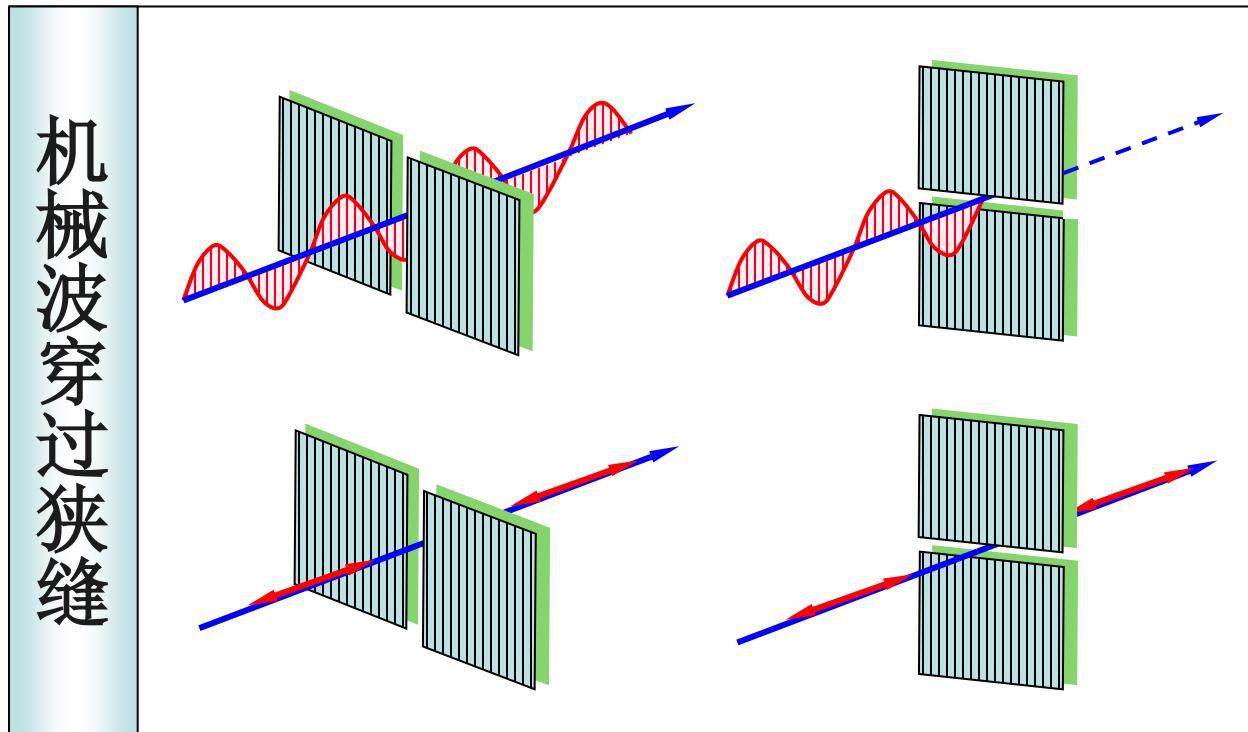
MACMILLAN AND CO., LIMITED
ST. MARTIN'S STREET, LONDON
MCMXII.

由于惠更斯猜想光波与声波一样是纵波，因此，他想出的简单波动理论不能对这现象给出解释。之后，由于牛顿的微粒说占据上风，因此这个现象一直没有得到充分的解释。

光的干涉、衍射 \longrightarrow 光的波动性

光的偏振 \longrightarrow 光波是横波

横波与纵波 的区别



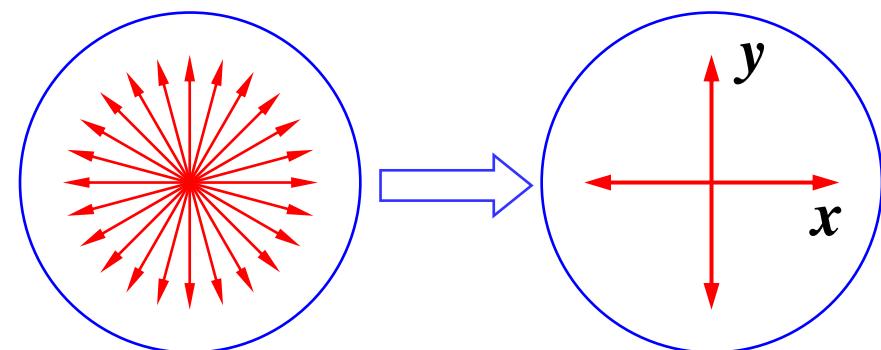
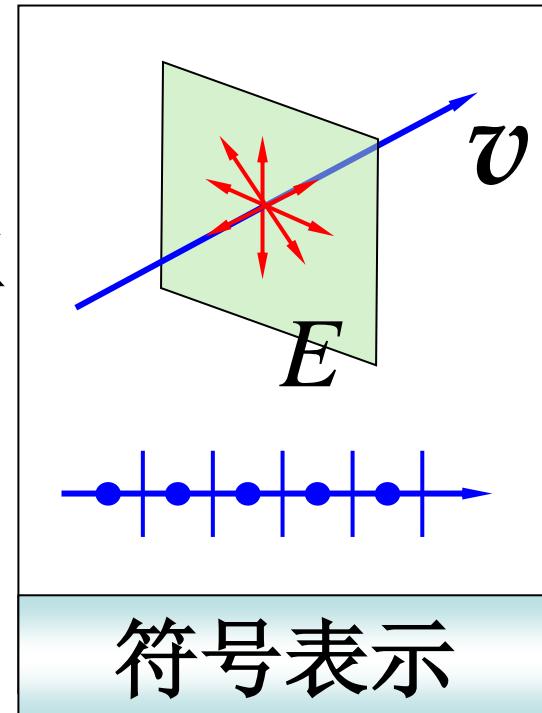
一 自然光 偏振光

➤ **自然光**：一般光源发出的光，包含各个方向的光矢量在所有可能的方向上的振幅都相等。

可以把光矢量分解为互相垂直的两个光矢量分量。

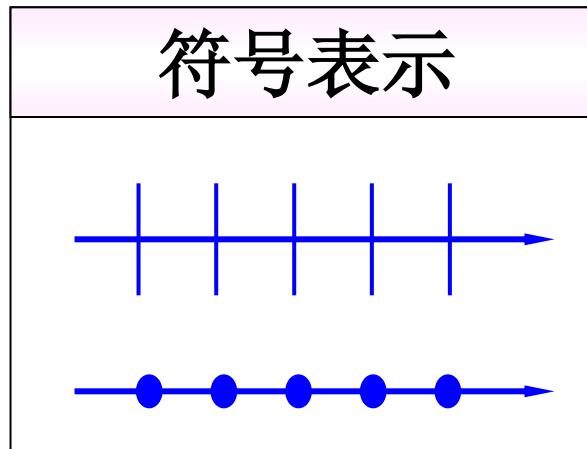
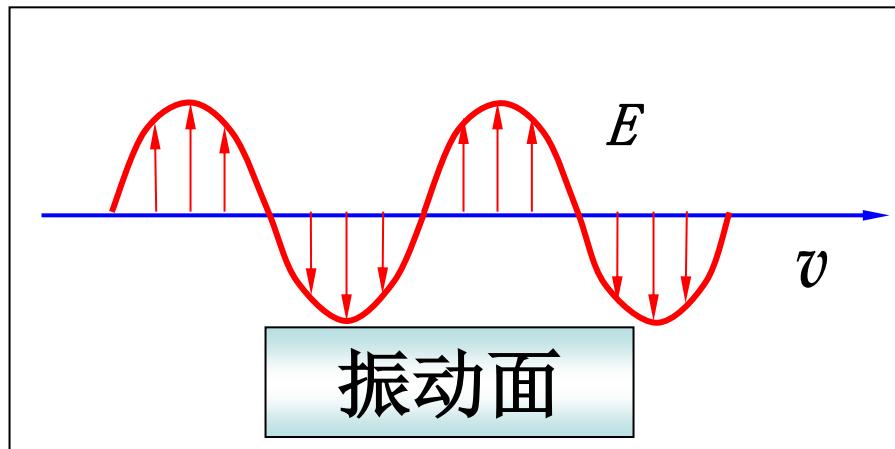
注意 1. 二互相垂直方向是任选的

2. 各光矢量间无固定的相位关系。

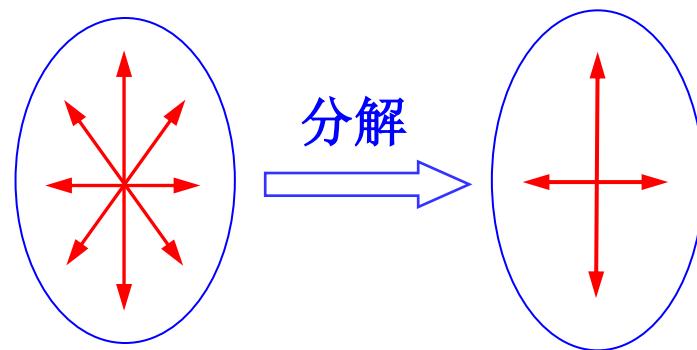


➤ 偏振光（线偏振光）

光振动只沿某一固定方向的光。

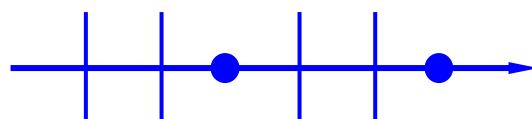


➤ **部分偏振光**：某一方向的光振动比与之垂直方向上的光振动占优势的光为部分偏振光。

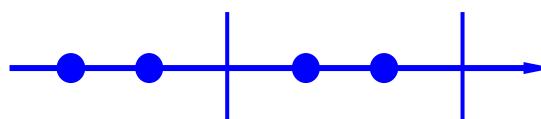


II 分量占优

符号表示

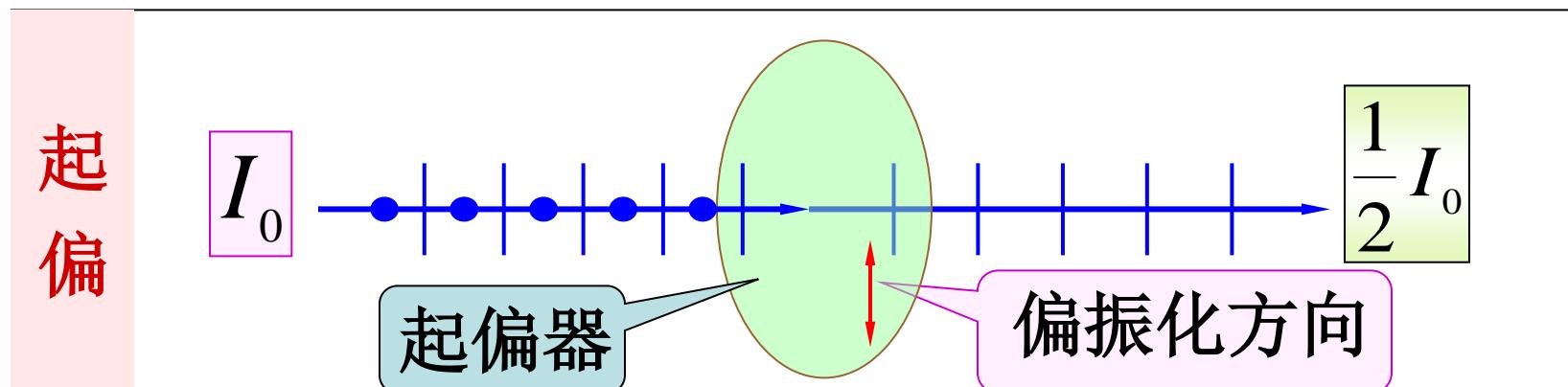


上分量占优



二 偏振片 起偏与检偏

- **二向色性**: 某些物质能吸收某一方向的光振动，而只让与这个方向垂直的光振动通过，这种性质称二向色性。
- **偏振片**: 涂有二向色性材料的透明薄片。
- **偏振化方向**: 当自然光照射在偏振片上时，它只让某一特定方向的光通过，这个方向叫此偏振片的偏振化方向。



◆ 起偏器：使自然光成为线偏振光的装置.

检偏器：检查某一光是否为偏振光的装置.

