关于引入“位移电流”概念的一点浅见

天津大学分校　　刘德元、丁士连

摘要．在以电容器充放电为例引入位移电流概念的过程中，由于导体并非处于静电平衡状态，因而不能认为导体中的电场强度 $E=0$．又，若将导体的电导率 σ 视为无穷大，则场强 E 趋于零．但如果这样，可以证明充电过程将不复存在．应用高斯定理和电荷守恒定律推出，导体中的传导电流与位移电流的总和被电容器中的位移电流接替下去保持了电流的连续性．

在有的电磁学教材中[1]以电容器充放电过程为例引入“位移电流”的假设．在电容器的一个极板周围取一闭合积分回路 L(图 1)，以 L 为边界作两个曲面 S_1 和 S_2，S_1 与导线相交，S_2 通过电容器两极板之间．显然，穿过 S_1 的电流 I_0 没有穿过 S_2，自由电荷将在 S_1、S_2 之间积累下来．据电荷守恒定律积累的自由电荷 q_0 与 I_0 的关系为

$$I_0=\frac{\mathrm{d}q_0}{\mathrm{d}t}$$

电流是在电容器极板表面中断的，电荷就积累在这里．取上述 S_1、S_2 在极板表面的两侧．S_1 在导体内，S_2 在导体外(图 2)，S_1 与 S_2 合在一起看成一个闭合面 S，据高斯定理电位移通量为

$$\Phi_D=\oint\!\!\!\oint_{(S)} D\cdot \mathrm{d}S=q_0$$

由于在导体内 $E=0$，$D=0$ 故通过 S_1 的电位移通量为零，从而

$$\Phi_D=\iint_{(S_2)} D\cdot \mathrm{d}S=q_0 \quad \text{由此可得}$$

$$I_0=\frac{\mathrm{d}q_0}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_{(S_2)} D\cdot \mathrm{d}S$$

称电位移通量的时间变化率 $\frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$ 为位移电流．则在电容器表面中断的传导电流 I_0 被位移电流 $\frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$ 接替下去，二者合在一起保持连续性．

笔者认为，这样介绍位移电流的概念，认为导体中的传导电流 I_0 与电容器中的位移电流(电位移通量的时间变化率)相等，有不妥之处．在上述讨论中，十分关键的一步是认为导体中的 $E=0$，$D=0$ 从而才导出传导电流 I_0 与曲面 S_2 的电位移通量的时间变化率相等．但是，导体中的 $E=0$，$D=0$ 这一前提却是值得考虑的．大家知道，当导体处于静电平衡状态时，其内部场强 E 才等于零，而电容器的充电(或放电)过程中，导体并非处于静电平衡状态，导体内有传导电流．据电流密度 j_0 与场强的关系　$j_0=\sigma E$

其中 σ 为导体的电导率．由于 S_1 面上各点的 j_0 不恒为零所以导体中的 E 不能认为处处为零．

另外，如认为导体的电导率 σ 为无穷大则场强 E 趋近于零．但是，当电导率为无穷大时电阻率趋于零，电阻 R 也趋于零．据 RC 电路充电时电流与时间的关

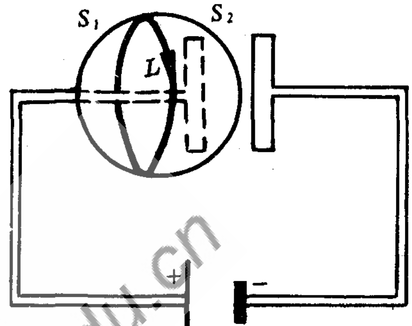

图 1

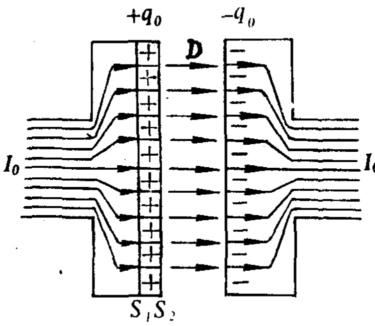

图 2

系

$$I_0=\frac{\mathscr{E}}{R}\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

可知当 $R\to 0$ 时 $e^{-\frac{t}{RC}}$ 是 R 的高级无穷小.（可证，在此不赘述）因此，从充电过程的开始时刻起，无论考察多么短的时间间隔，在末时刻的电流均为零. 这意味着电容器的充电已在"瞬间"完成. 充电过程不复存在. 电容器中"立即"建立起一个稳定的电场，随时间变化的电场根本不出现. 在这样的基础上无法讨论电流是否连续.

既然在电容器充放电过程中不能认为导体中 $E=0$, $D=0$ 则"在电容器表面中断的传导电流 I_0 被位移电流 $\frac{d\Phi_D}{dt}$ 接替下去，二者合在一起保持着连续性" 的结论就值得商榷了.

笔者认为，在电容器充电过程中，通过曲面 S_1 的传导电流与通过曲面 S_2 的位移电流严格说来是不相等的.在充电时，不仅电容器两板间存在着变化的电场，导体中也存在着变化的电场. 故导体中也有位移电流，通过导体中曲面 S_1 的传导电流与位移电流的总和与通过曲面 S_2 的位移电流相等，保持了电流的连续性. 试推演如下:

把高斯定理推广，认为对非稳恒电流依然成立，则有

$$\oiint_{(S)} D\cdot dS=q_0 \tag{1}$$

S 为 S_1、S_2 组成的闭曲面(如图 2)，q_0 为极板上某时刻积累的自由电荷.据电荷守恒定律，有

$$\oiint j_0\cdot dS=-\frac{d_0q}{dt} \tag{2}$$

将(1)式对 t 求导为 $$\frac{d}{dt}\oiint_{(S)} D\cdot dS=\frac{dq_0}{dt} \tag{3}$$

(2)式与(3)式相加得

$$\frac{d}{dt}\iint_{(S_1)} D\cdot dS+\iint_{(S)} j_0\cdot dS+\frac{d}{dt}\iint_{(S_2)} D\cdot dS+\iint_{(S_2)} j_0\cdot dS=0$$

由于 S_2 上各点的 j_0 均为零，所以

$$\frac{d}{dt}\iint_{(S_1)} D\cdot dS+\iint_{(S_1)} j_0\cdot dS+\frac{d}{dt}\iint_{(S_2)} D\cdot dS=0 \tag{4}$$

以 $\Phi_D^{S_1}$ 表示通过曲面 S_1 的电位移通量，且取 S_1 上各点的法向与 S_1 作为闭曲面 S 的一部分时的外法线方向相反，则

$$\Phi_D^{S_1}=\iint_{(S_1)} D\cdot dS \quad 又 \quad I_0=-\iint_{(S)} j_0\cdot dS$$

同理 $$\Phi_D^{S_2}=\iint_{(S_2)} D\cdot dS$$

则式(4)可表示为 $$\frac{d\Phi_D^{S_1}}{dt}+I_0=\frac{d\Phi_D^{S_2}}{dt} \tag{5}$$

以 I_{d1} 表示通过 S_1 的位移电流，I_{d2} 表示通过 S_2 的位移电流，则

$$I_{d1}=\frac{d\Phi_D^{S_1}}{dt} \qquad I_{d2}=\frac{d\Phi_D^{S_2}}{dt}$$

式(5)可表示为 $$I_{d1}+I_0=I_{d2}$$

结果表明，S_1 的传导电流与位移电流的总和被 S_2 的位移电流接替下去. 把传导电流、运流电流、位移电流的总和称为全电流，则全电流是连续的. 可以证明，一般情况下(通过电容器的交变电流频率不是很高)导体中有 $I_{d1}\ll I_0$，故可认为 I_0 近似等于 I_{d2}.[2]

参 考 文 献

[1] 赵凯华、陈熙谋，"电磁学"，高教出版社，第一版 292－293 页.
[2] 赵凯华，"电磁学"，高教出版社，第二版 790 页.

（上接第 11 页）

决定轨道部分的对称性，能级劈裂情况亦可依前面的办法决定.

六、结论

从前面的叙述中可以看到，就是对一个简单的量子力学问题，要真正解得彻底，也必须要应用相当不少的数论知识. 在量子论里，由于各种力学性质的量子化是普遍的，因此许多现象牵涉到整数的学问. 波动学中的驻波问题也有类似的情况. 相信在这些领域里数论能发挥很大的作用，值得进一步研究.

参 考 文 献

[1] 华罗庚 《数论导引》，科学出版社，1979.