# 概率论与数理统计第六章考研练习题

【例 2】、设总体 X 的概率密度为$\frac{1}{2}e^{-|x|}(-\infty<x<\infty), X_1, X_{2,} \cdots X_{\mathrm{n}}$为总体 X 的简单随机样本，其样本方差为$S_2$，则$E(S_2)=$ ________.

【例 4】、设总体$X$服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$（$\sigma>0$），从该总体中抽取简单随机样本$X_1,X_2,\cdots,X_{2n}(n\geq 2)$，其样本均值为$\overline{X}=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}X_i$。求统计量$Y=\sum_{i=1}^{n}(X_i+X_{n+i}-2\overline{X})^2$的数学期望$E(Y)$。

【例 5】、设$X_1,X_2,X_3$，$X_4$是来自正态总体$N(0,2^2)$的简单随机样本，$X=a(X_1-2X_2)^2+b(3X_3-4X_4)^2(a,b>0)$。则当$a=$ ______$,b=$ ______ 时，统计量$X$服从$\chi^2$分布，其自由度为______。

【例 7】、设总体$X$服从正态分布$N(0,2^2)$，而$X_1,X_2,\cdots,X_{15}$是来自总体$X$的简单随机样本，则随机变量$Y=\frac{X_1^2+X_2^2+\cdots+X_{10}^2}{2(X_{11}^2+X_{12}^2+\cdots+X_{15}^2)^2}$服从 ________ 分布，参数为________。

【例 8】、设$X_1,X_2,X_3$为来自正态总体$N(0,\sigma^2)$的简单随机样本，则统计量$S=\frac{X_1-X_2}{\sqrt{2}|X_3|}$服

从的分布是（　　）

A、$F(1,1)$　　B、$F(2,1)$　　C、$t(1)$　　D、$t(2)$

【例 10】、设随机变量 $X \sim t(n).Y \sim F(1,n)$，给定 $a(0<a<0.5)$，常数 c 满足 $P\{X>\mathrm{c}\}=a$，则 $P\{Y>\mathrm{c}^2\}=$ ________

A、$a$　　B、$1-a$　　C、$2a$　　D、$1-2a$

【例 11】、设随机变量 $X,Y$ 相互独立且分别服从正态分布 $N(0,2^2)$ 和 $N(0,3^2)$，求 $D(X^2+Y^2)$。

【例 13】、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体为 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本。记

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i, S^2=\frac{1}{\cancel{n}}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2, T=\overline{X}^2-\frac{1}{\mathrm{n}}S^2$$ 。

（1）证明 $T$ 是 $\mu^2$ 的无偏估计量;

（2）（2）当 $\mu$=0，$\sigma$=1 时，求 $D(T)$。

【例 14】、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$（$\mathrm{n}\geq 2$）为来自总体 $N(\mu,1)$ 的简单随机样本，记 $X^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，

则下列结论中不正确的是（ ）

A、$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$ 服从 $\chi^2$ 分布　　B、$2(X_n - X_1)^2$ 服从 $\chi^2$ 分布

C、$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 服从 $\chi^2$ 分布　　D、$n(\overline{X}-\mu)^2$ 服从 $\chi^2$ 分布

**【例 15】**、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $X$ 的简单随机样本，

$$Y_1=\frac{1}{6}(X_1+X_2+\cdots X_6), Y_2=\frac{1}{3}(X_7+X_8+X_9), S^2=\frac{1}{2}\sum_{i=7}^{9}(X_i-Y_2)^2, Z=\frac{\sqrt{2}(Y_1-Y_2)}{S}\text{。}$$

证明统计量 $Z$ 服从自由度是 $2$ 的 $t$ 分布。