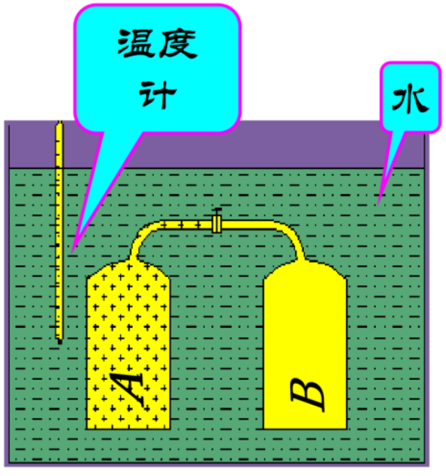
例2：理想气体的自由膨胀实验——焦耳（1845年）

A侧充气，B侧真空，打开阀门,气体将自由膨胀并充满A和B 。
问：气体自由膨胀前后水温的变化及平衡后的压强。



分析：（1）在自由膨胀中，系统不对外界作功，即 $W = 0$。由于气体流动速度很快，热量来不及传递，因而是绝热的，即 $Q = 0$，由热力学第一定律可知，气体内能不变，温度不变。

焦耳定律：气体的内能只是温度的函数，与体积无关。

说明：

- 除初态，末态外，自由膨胀过程不是准静态过程。
- 虽然温度恢复，但整个过程不是等温过程，没有过程方程。

(2) 热平衡后的压强 P

方法1:

绝热: $P_0V_0^{\gamma} = P(2V_0)^{\gamma} \longrightarrow P = \dfrac{1}{2^{\gamma}}P_0$

方法2:

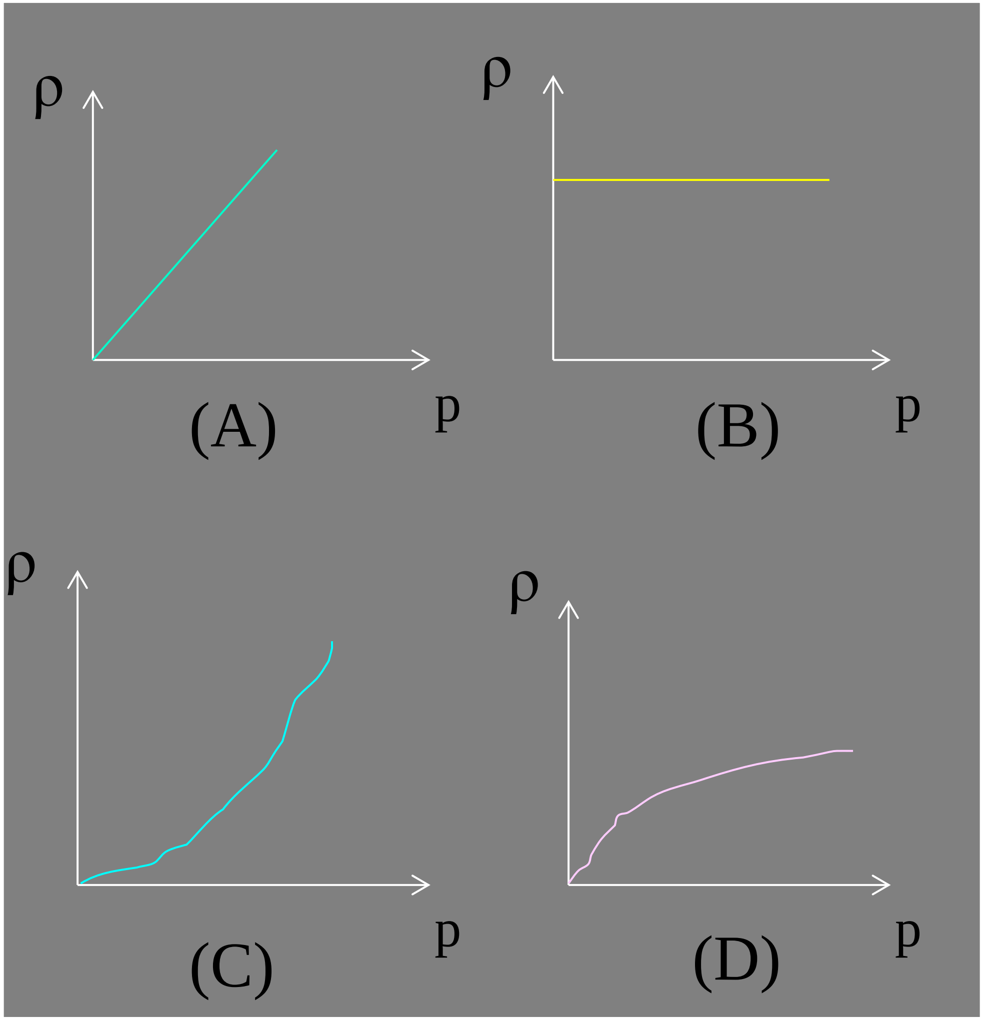
绝热 不做功 $\xrightarrow{\text{热力学第一定律}}$ 内能不变

所以温度不变 由理想气体状态方程

$$\frac{P_0V_0}{T_0} = \frac{P(2V_0)}{T_0} \longrightarrow P = \frac{1}{2}P_0$$ √

哪种方法对?

例3: 一定质量的理想气体在**绝热过程**中密度随压强的变化？



解: 由 $pV=\dfrac{m'}{M}RT$

$$\therefore \rho=\frac{m'}{V}=\frac{M}{R}\frac{p}{T}$$

由绝热方程 $p^{1-\gamma}T^{\gamma}=c$

$$\therefore T=cp^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=cp^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

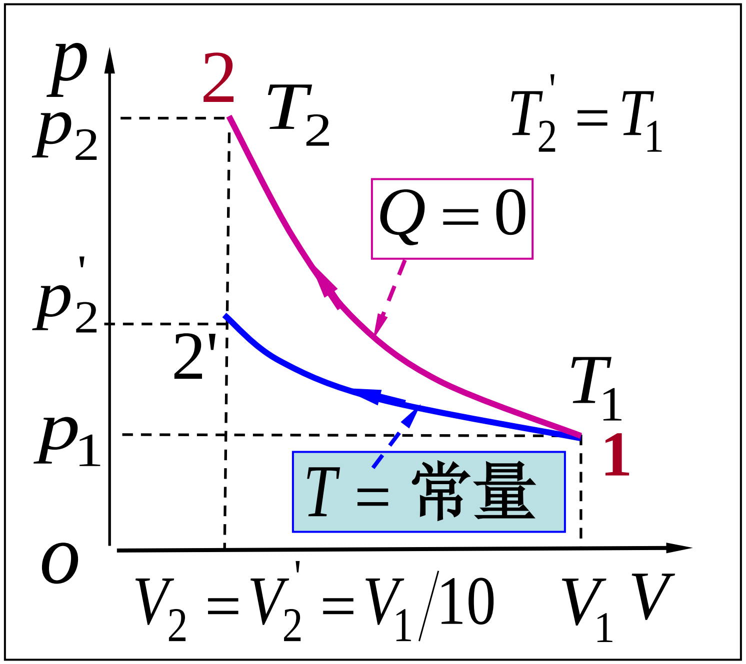
即 $\dfrac{p}{T}=cp^{\frac{1}{\gamma}}$, 代入$\rho$ 的式中： $\rho=c'\,p^{\frac{1}{\gamma}},(\gamma>1)$

答案 **(D)**

例4： 设有 5 mol 的氢气，最初温度 $20^\circ\mathrm{C}$，压强 $1.013\times10^5\mathrm{Pa}$，求下列过程中把氢气压缩为原体积的 1/10 需做的功：（1）等温过程（2）绝热过程（3）经这两过程后，气体的压强各为多少？

已知： $\nu = 5\,\mathrm{mol}\quad T_1 = 293\,\mathrm{K}$

$p_1 = 1.013\times10^5\ \mathrm{Pa}\quad V_2 = V_2' = 0.1V_1$



解 （1）等温过程

$$W_{12}' = \nu RT\ln\frac{V_2'}{V_1} = -2.80\times10^4\ \mathrm{J}$$

（2）氢气为双原子气体

由表查得$\gamma = 1.41$，有 $T_2 = T_1(\dfrac{V_1}{V_2})^{\gamma-1} = 753\,\mathrm{K}$

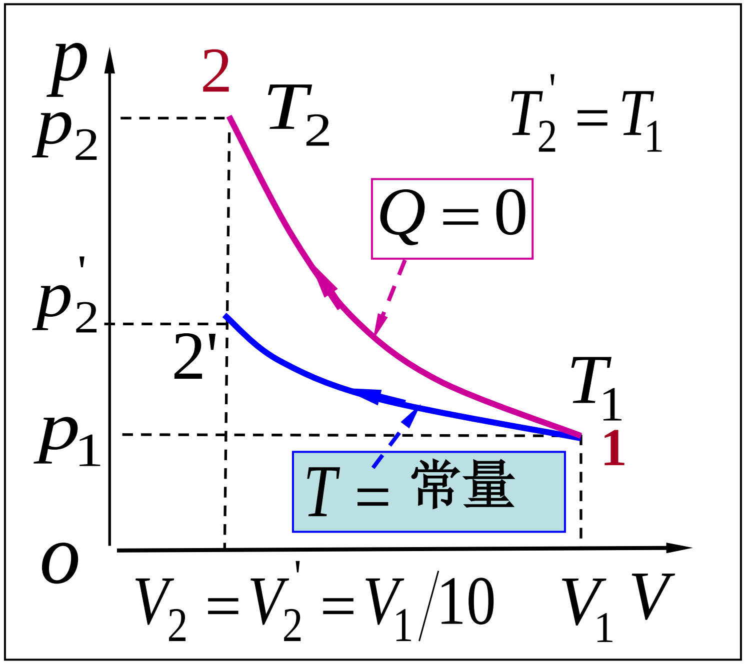
$$W_{12} = -\nu C_{V,m}(T_2 - T_1) \qquad C_{V,m} = 20.44\,\mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$$

$$W_{12} = -4.70\times10^{4}\,\mathrm{J}$$

（3）对等温过程

$$p_2' = p_1(\frac{V_1}{V_2})$$

$$= 1.01\times10^{6}\ \mathrm{Pa}$$



对绝热过程，有

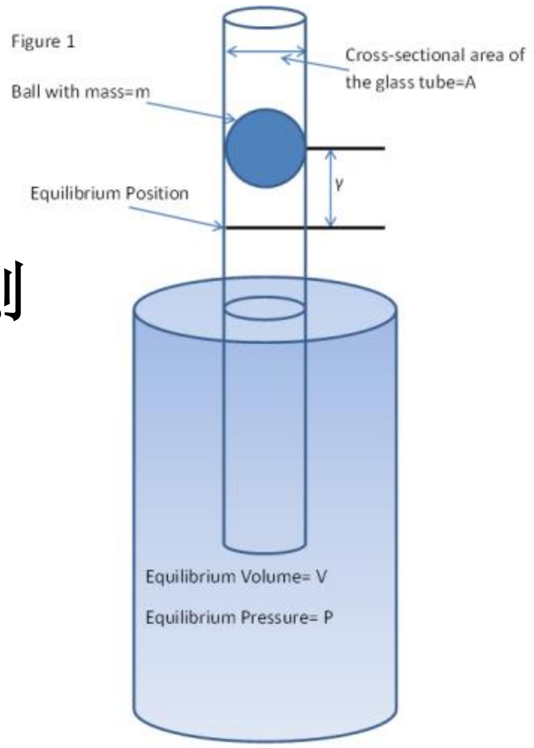
$$p_2 = p_1(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma}$$

$$= 2.55\times10^{6}\ \mathrm{Pa}$$

例5：绝热过程测量γ的值——1929年洛夏德(Ruchhardt)利用力学简谐振动的原理设计了一种测量γ的方法。如图，体积为V的玻璃管内气体压强为p，管口内有横截面为A, 质量为m的小球，小球做简谐振动。试求γ与小球简谐振动周期t的关系。

解：小球在玻璃管处于平衡位置时有：

$$pA = p_0 A + mg \qquad p = p_0 + \frac{mg}{A}$$



若小球向上偏离平衡位置一小段位移 y 时，则受合力 (方向向下）为：

$$f = Adp = ma = m\frac{d^2 y}{dt^2}$$

因为小球发生小位移 y 的过程很快，热量来不及传递，所以瓶内气体dV、dp的变化过程可视为绝热过程，即：

$$pV^{\gamma} = \text{常量} \qquad \gamma pV^{\gamma-1}\mathrm{d}V + V^{\gamma}\mathrm{d}p = 0$$

$$\frac{dp}{p} + \gamma\frac{dV}{V} = 0 \qquad dp = -\gamma p\frac{dV}{V}$$

代入得：

$$f = Adp = -\gamma Ap\frac{dV}{V} = -\gamma\cdot\frac{p}{V}\cdot A^2\cdot y = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

即： $$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\gamma pA^2}{mV}y$$

所以周期t：

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{mV}{\gamma pA^2}} \qquad \gamma = \frac{4\pi^2 mV}{t^2 pA}$$

四 多方过程

所有满足 $PV^n = C$ 的过程都称为理想气体的多方过程, **n** 为多方指数, 可取任意实数。

① $n = 0,\ P = c$ —等压过程

② $n = 1,\ PV = c$ —等温过程

③ $n = \gamma,\ PV^{\gamma} = c,$ —绝热过程

④ $n = \infty,$

将 $PV^n = c$ 开 n 次方：$P^{\frac{1}{n}}V = c'$

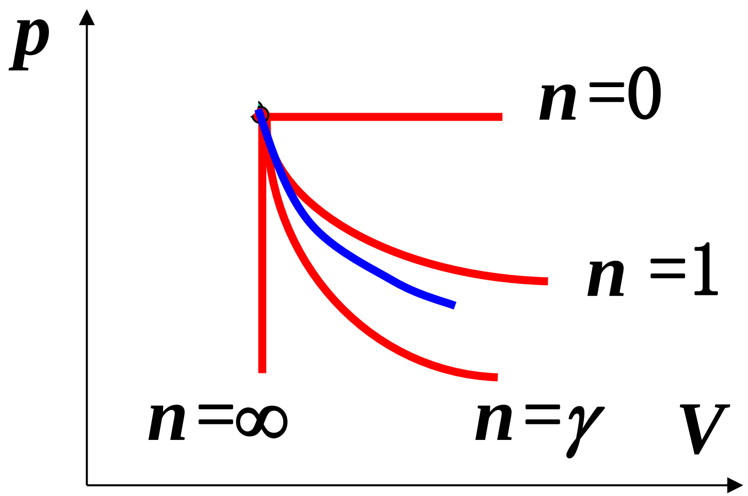
$\therefore V = c'$ —等体过程

⑤ $n = n,\ PV^n = c$ —多方过程

如，n=0 等压； n=1 等温；

n=γ 绝热； n= ∞ 等体；

$$pV^n = \text{const}.$$



也包括了多方指数 n 为其它正值的各种过程，

例如介于等温与绝热之间的更实际的过程。

多方过程中，系统对外界做功：

$$W=\int_{V_1}^{V_2} pdV=\int_{V_1}^{V_2} \frac{c}{V^n} dV = cV^{-n+1}\cdot\frac{1}{1-n}\Big|_{V_1}^{V_2}$$

$$=\frac{c}{1-n}(V_2^{1-n}-V_1^{1-n})=\frac{c}{1-n}(V_2V_2^{-n}-V_1^1V_1^{-n})$$

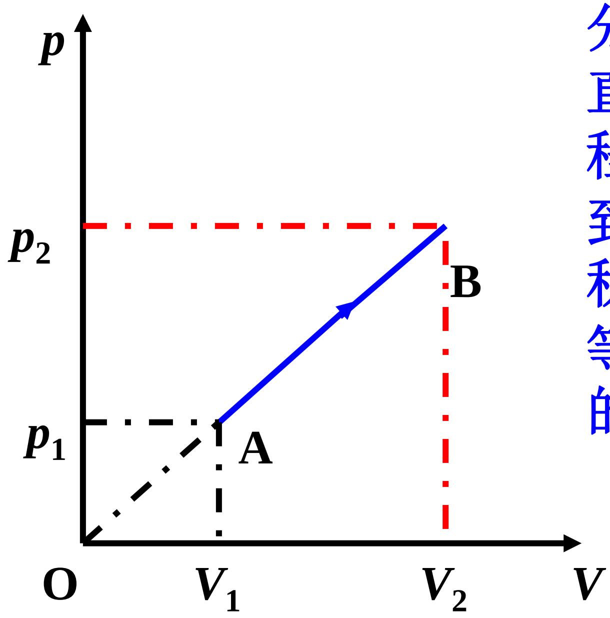
因为： $pV^n=c$

即： $c\cdot V^{-n}=p$

所以，上式可简化为：

$$A=\frac{1}{1-n}(p_2V_2-p_1V_1)=\frac{1}{n-1}(p_1V_1-p_2V_2)$$

例6：如图所示，1mol双原子分子理想气体，从状态A（p_1，V_1)沿着p-V图所示的直线变化到状态B（p_2，V_2）。求：（1）气体的内能增量；（2）气体对外界所做的功；（3）气体吸收的热量。



分析：由p-V图可见，AB过程延长线是通过原点的直线，所以可以有$p_1/V_1=p_2/V_2$。由理想气体状态方程可以确定A、B状态的温度，从而可以很容易得到气体的内能增量。气体对外做功可以由图象的面积得到。从p—V图上可以看到，这个过程既不是等值过程也不是绝热过程，所以该过程中气体吸收的热量只能由热力学第一定律求得。

解：由于该过程的延长线通过原点，所以有：

$$\frac{p_1}{V_1}=\frac{p_2}{V_2}\text{即：}\ p_1V_2=p_2V_1$$

由理想气体状态方程，可以得到：

$$T_1=\frac{p_1V_1}{R},T_2=\frac{p_2V_2}{R}$$

（1）系统内能的增量为：

$$\Delta E = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} R(\frac{p_2V_2}{R} - \frac{p_1V_1}{R}) = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$$

（2）由于A—B的过程是膨胀过程，所以系统对外做功，由*p*—*V*图中过程曲线下方包围的面积可以得到系统对外所做的功为：

$$W = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_1V_2 - p_2V_1 + p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$$

气体所做的功也可以由做功的计算公式得到：$W = \int pdV$

因为过程方程为：
$$\frac{p}{V} = \text{恒量} = \frac{p_1}{V_1}$$

所以系统对外做功为：

$$W = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1}{V_1} VdV = \frac{p_1}{V_1}\frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$$

（3）由热力学第一定律可以得到气体吸收热量为：

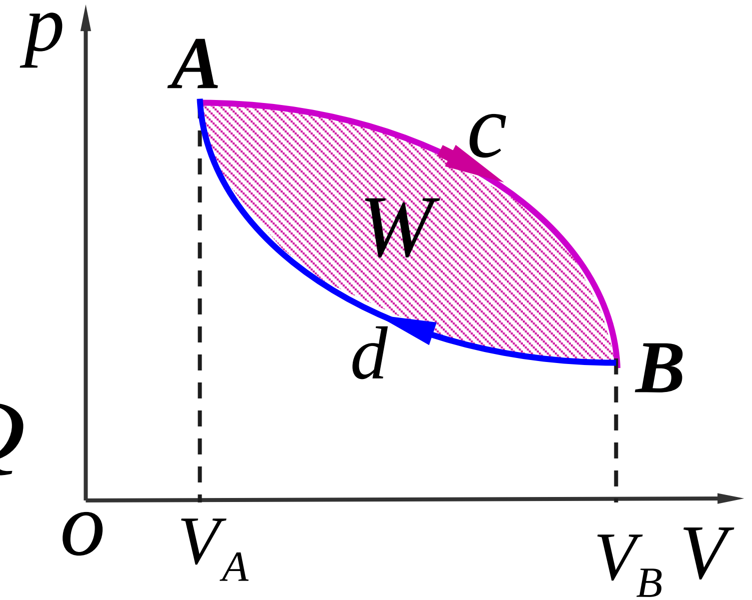
$$Q = \Delta E + W = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = 3(p_2V_2 - p_1V_1)$$

13-5 循环过程 卡诺循环

一 循环过程

系统经过一系列变化状态过程后，又回到原来的状态的过程叫热力学循环过程

特征 $\Delta E = 0$



由热力学第一定律

$$Q = W$$

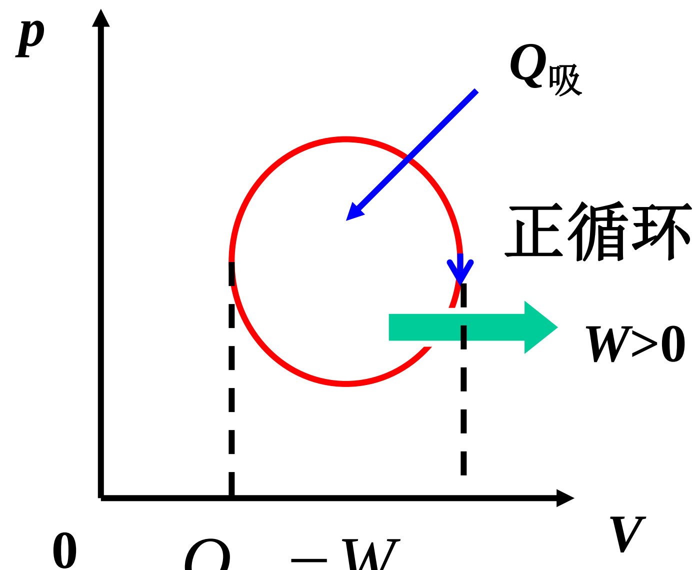
净功 $W = Q_1 - |Q_2| = Q$

总吸热 $\longrightarrow Q_1$

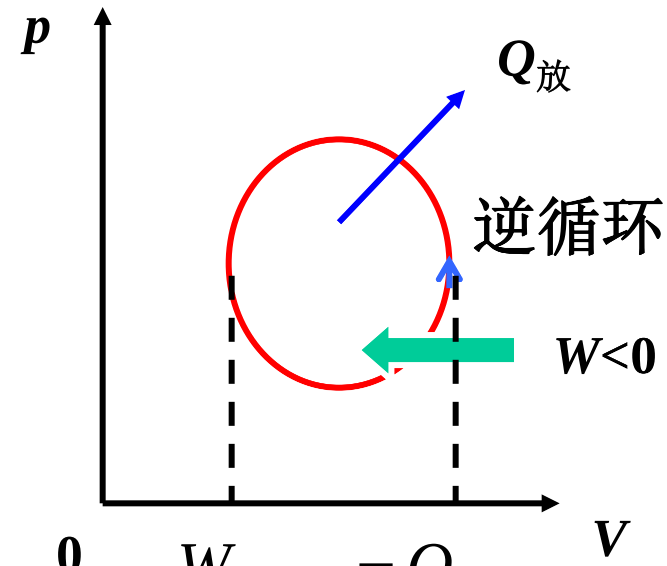
总放热 $\longrightarrow |Q_2|$ （取绝对值）

净吸热 $\longrightarrow Q$

正循环和逆循环

<table>
<tr><th>正循环：顺时针方向进行</th><th>逆循环：逆时针方向进行</th></tr>
<tr><td>


$Q_{吸}=W_{对外}$

（Q代数和）（W代数和）
</td><td>


$W_{外对系}=Q_{放}$

（W代数和）（Q代数和）
</td></tr>
<tr><td>热机工作过程</td><td>制冷机工作过程</td></tr>
</table>

二　热机效率和制冷机的制冷系数

热机——能够不断地把热能转变为机械能的装置。

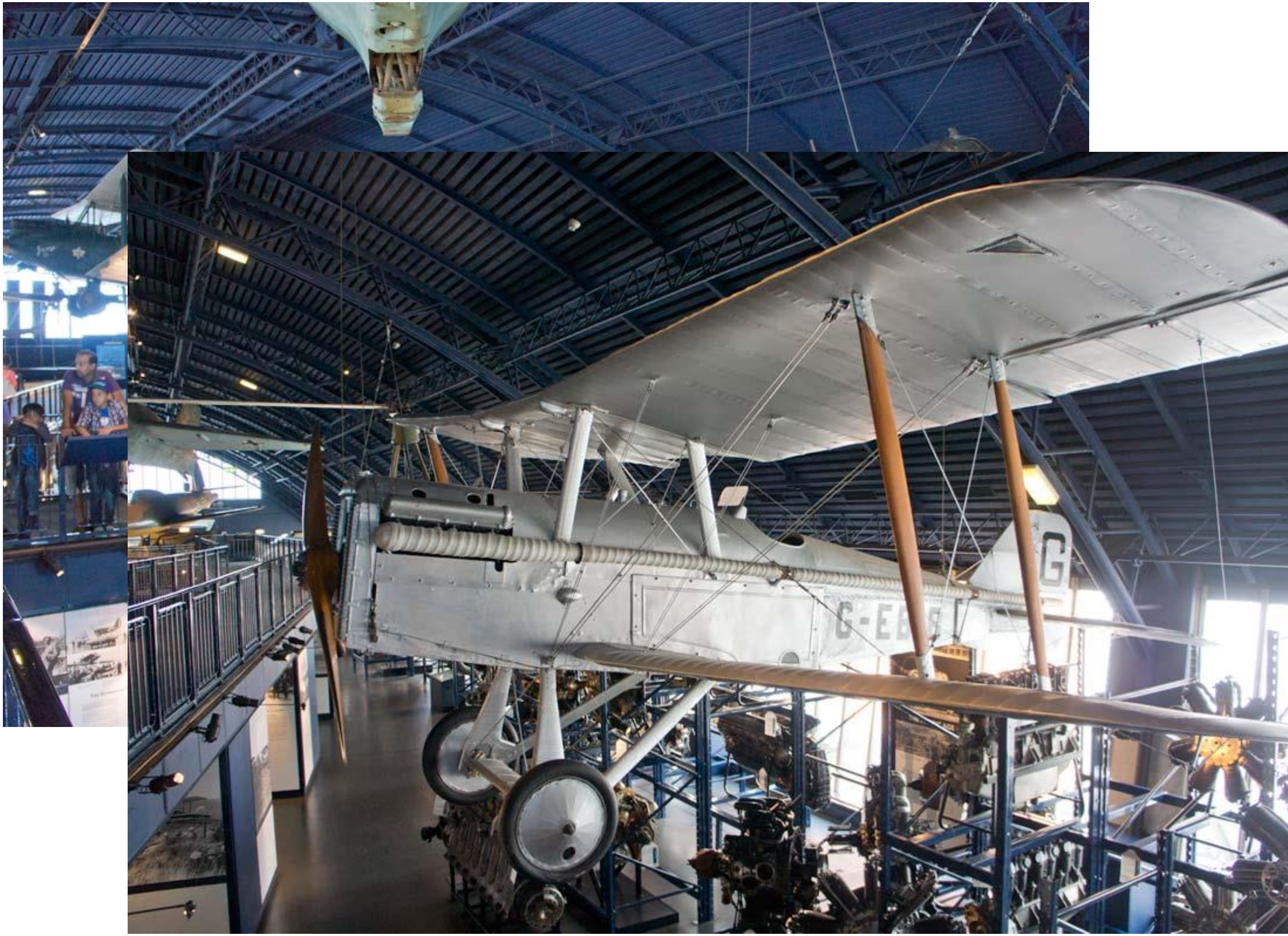
热机发展简介：1698年萨维利和1705年纽可门先后发明了蒸汽机，当时蒸汽机的效率极低。1765年瓦特进行了重大改进，大大提高了效率。人们一直在为提高热机的效率而努力，从理论上研究热机效率问题，一方面指明了提高效率的方向，另一方面也推动了热学理论的发展 。

各种热机的效率

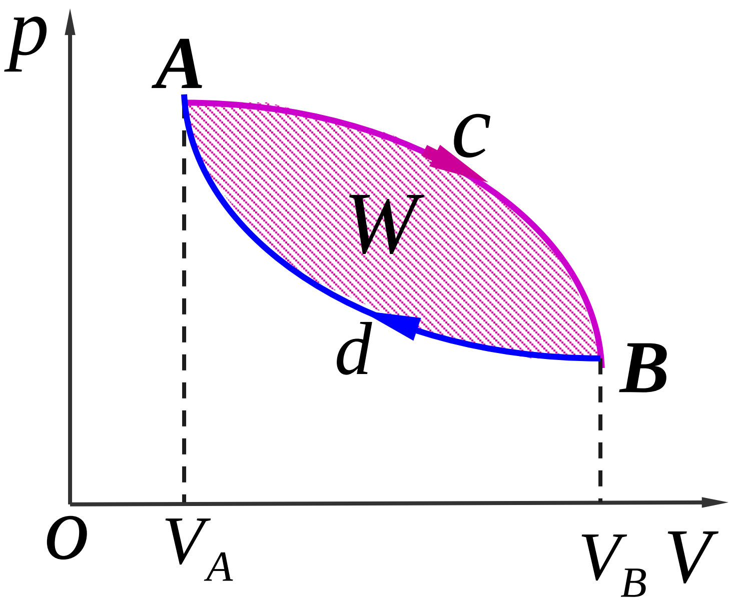
液体燃料火箭	$\eta = 48\%$	柴油机	$\eta = 37\%$
汽油机	$\eta = 25\%$	蒸汽机	$\eta = 8\%$

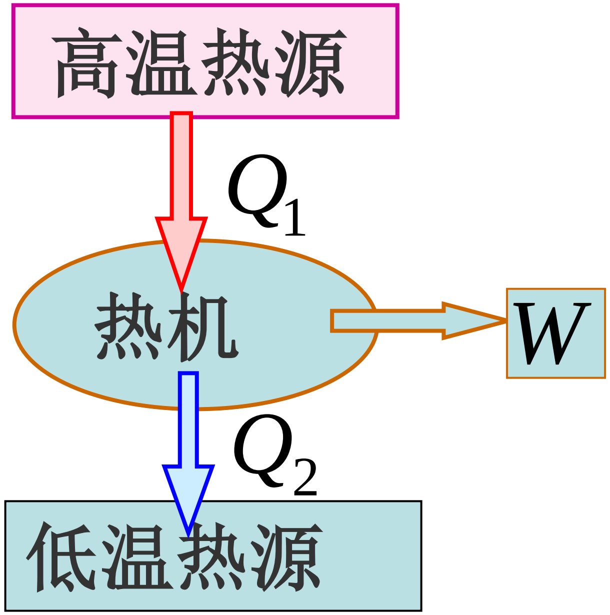
工作物质（工质）：热机中被利用来吸收热量并对外做功的物质。


new
galleries
about
your
future



热机（正循环）　$W > 0$





循环效果：利用高温热源吸收的热能对外作功。

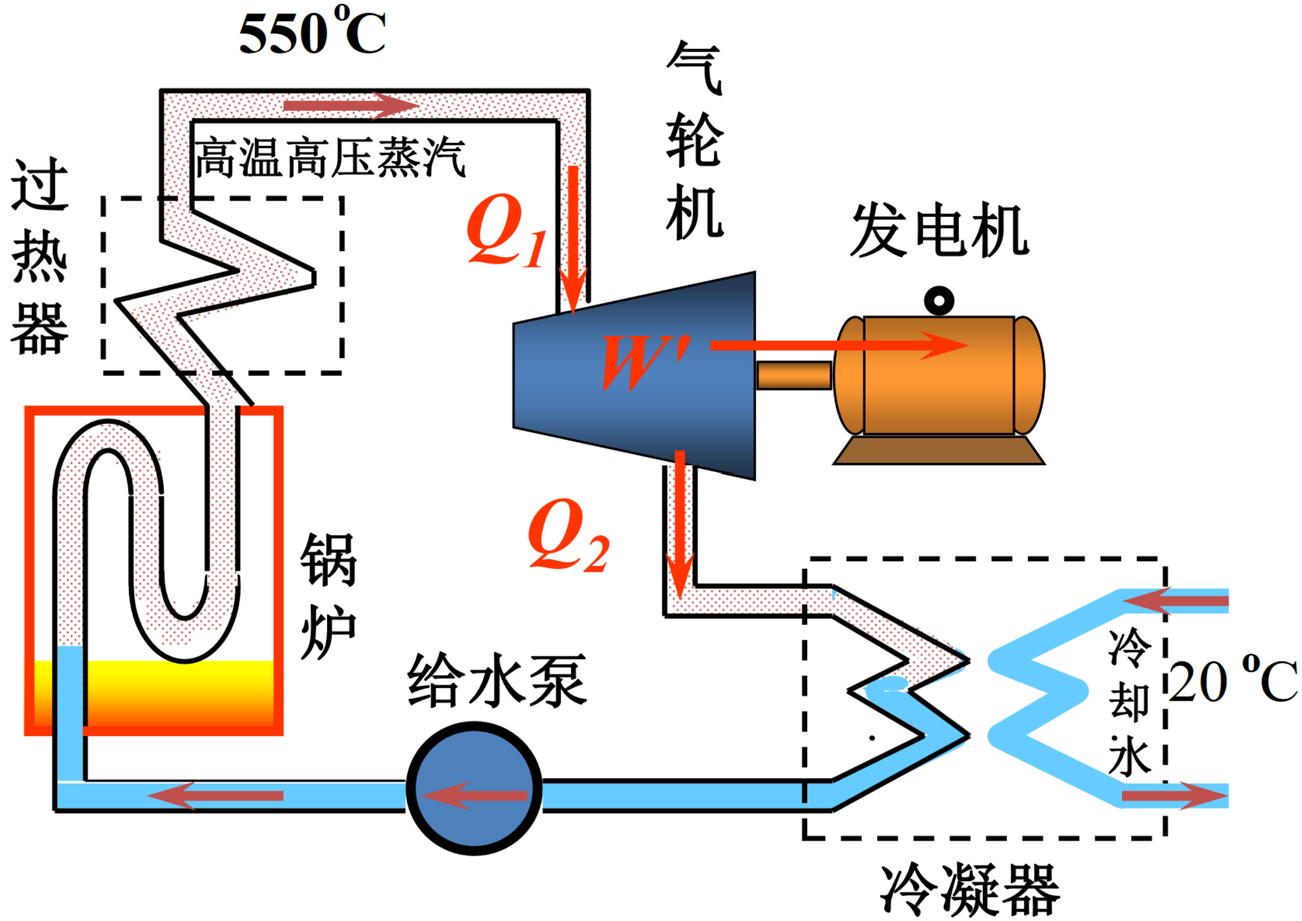
热机效率定义：在一周循环过程中，工作物质对外所作的功W占从高温热源吸收的热量Q_1的比例，即：

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

注意：

- Q_1：从高温热源吸收的热量
- Q_2：向低温热源放出的热量
- Q_1，Q_2均取绝对值

热机的工作过程：



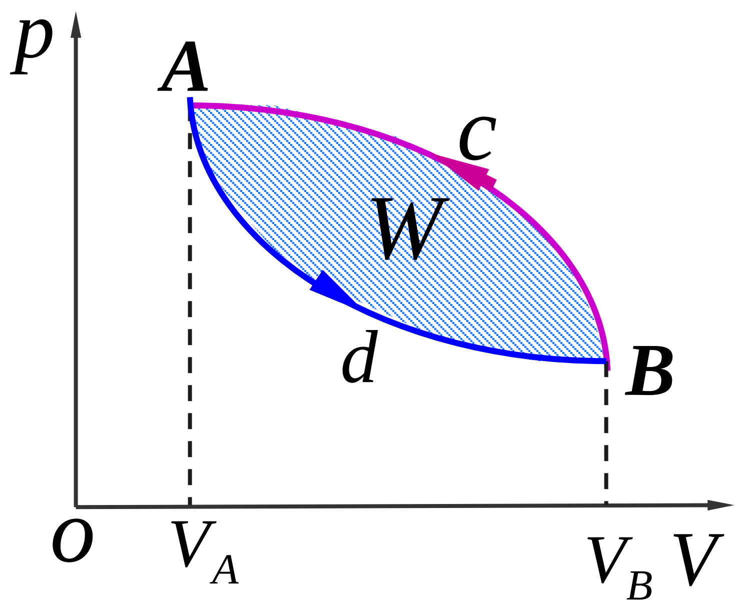
特征：

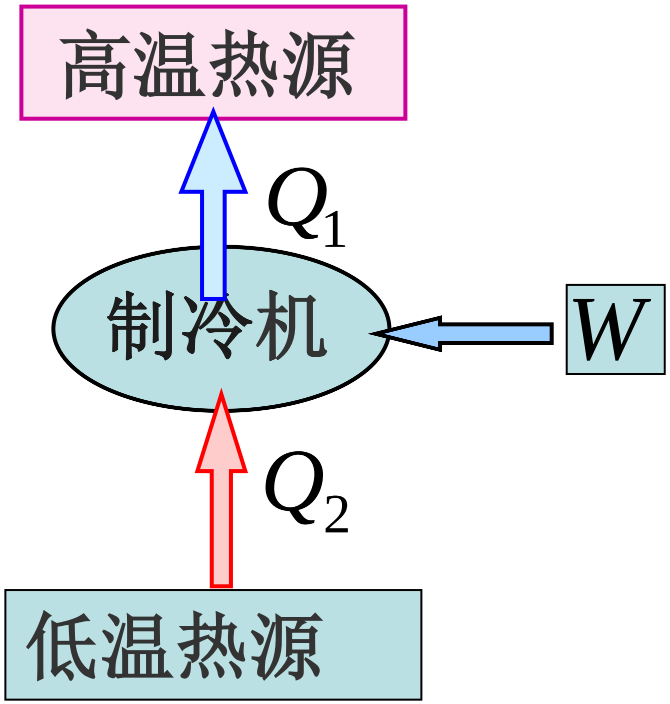
- 工质经一循环从高温热源吸热$Q_1>0$，在低温热源放热Q_2， 对外输出净功 $W' > 0$;
- 经一循环工质内能不变, 但其所吸收的热量不能全部转化为有用功

制冷机（逆循环） $W < 0$

- 能够利用外界做功而不断地从低温热源提取热能并放到高温热源中去的装置。

- PV图中循环过程沿逆时针方向进行;

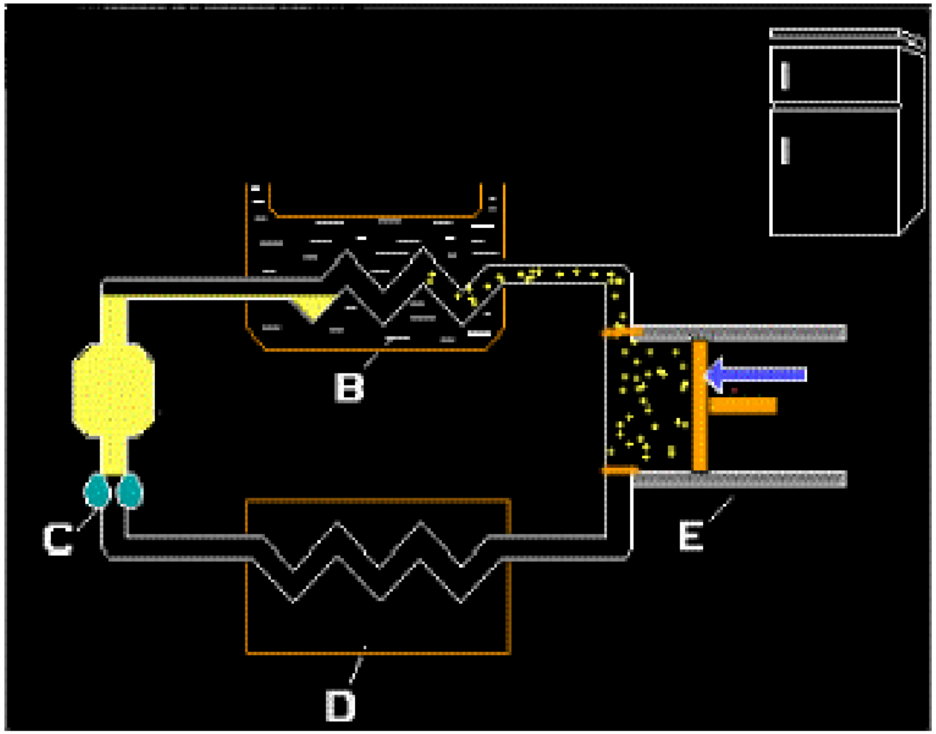




制冷机制冷系数

$$e = \frac{Q_2}{|W|} = \frac{Q_2}{\boxed{Q_1} - Q_2}$$

制冷机的工作过程：



B:热交换；*C*:减压阀
D:冷却室；*E*:压缩机

- 工质经一循环，外界必须对系统做功**W**，系统从低温热源吸热$\mathbf{Q_2}$，向高温热源放热$\mathbf{Q_1}$，使低温热源温度更低。
- **热泵：**利用制冷机对室内供热的一种设备：把室内空气作为制冷机的高温热源，而把室外的空气看作低温热源，则在每一循环内，把从低温热源吸取的热量$\mathbf{Q_2}$和外界对系统所作的功**W** 一起送到室内。

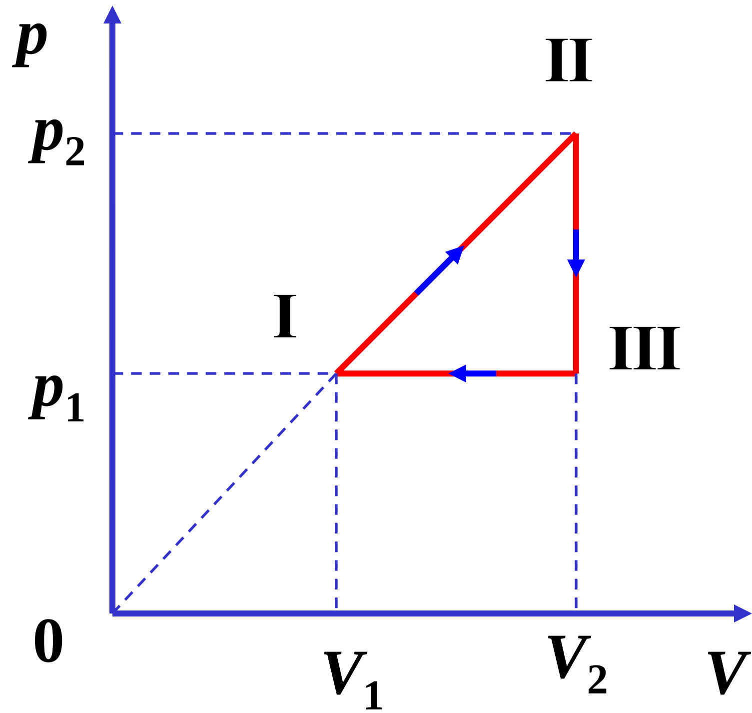
例7： 已知： 常温理想气体 1 mol H_2

求： $\eta = ?$

解：

$$\eta = \frac{W(W\text{代数和})}{Q_1(\text{吸热之和})} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$W = \frac{1}{2}(V_2 - V_1)(p_2 - p_1)$$



分析哪段吸热 $T_2 > T_3 > T_1$ ⟶ 只有I—II吸热

$$Q_{\text{吸}} = W_{1-2} + (E_2 - E_1)$$
$$= \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) + \frac{i}{2}R(T_2 - T_1)$$
$$= \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) + \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$$

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{吸}}} = \cdots$$