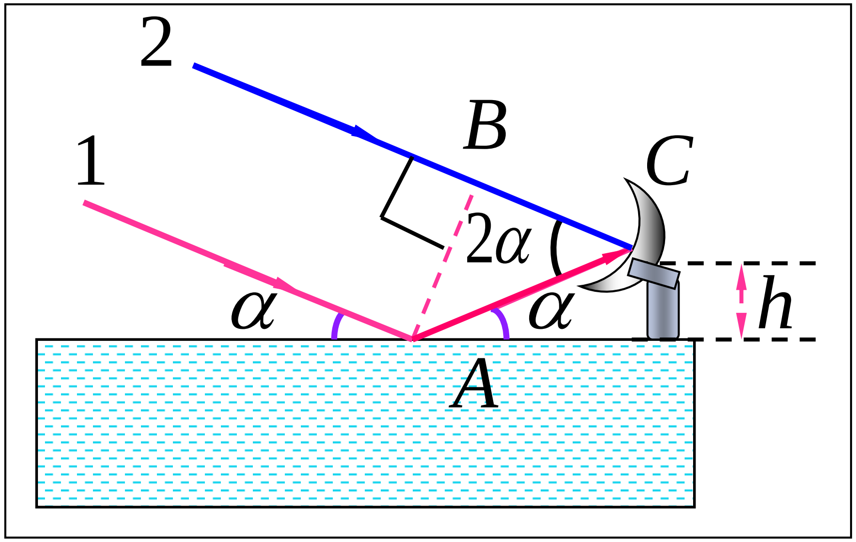
例4： 如图 离湖面 $h=0.5\ \mathrm{m}$处有一电磁波接收器位于 C，当一射电星从地平面渐渐升起时，接收器断续地检测到一系列极大值．已知射电星所发射的电磁波的波长为20.0 cm, 求第一次测到极大值时，射电星的方位与湖面所成角度.

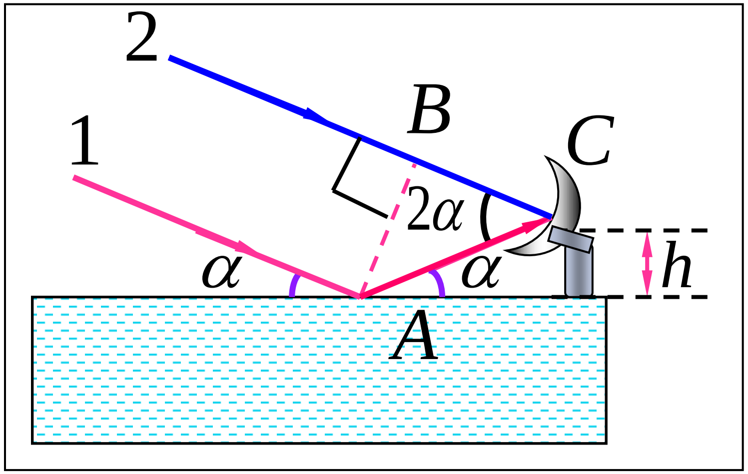


解　计算波程差

$$\Delta r = AC - BC \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = AC(1-\cos 2\alpha) + \frac{\lambda}{2}$$

$$AC = h/\sin\alpha$$

$$\Delta r = \frac{h}{\sin\alpha}(1-\cos 2\alpha) + \frac{\lambda}{2}$$

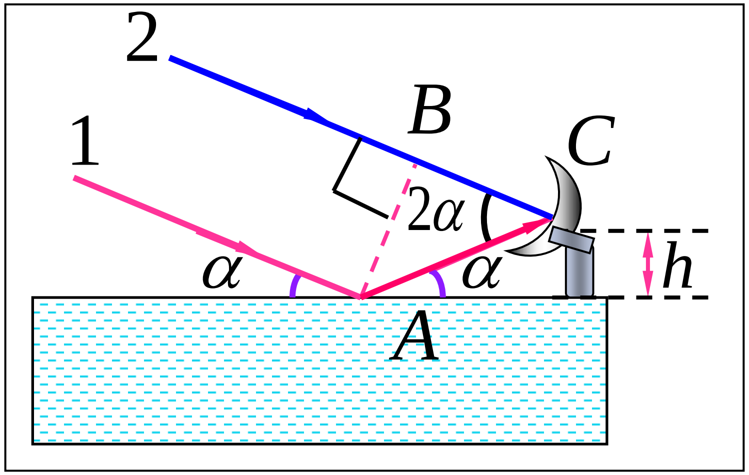


极大时　$\Delta r = k\lambda$

$$\sin\alpha = \frac{(2k-1)\lambda}{4h}$$ 取 $k=1$ $$\alpha_1 = \arcsin\frac{\lambda}{4h}$$

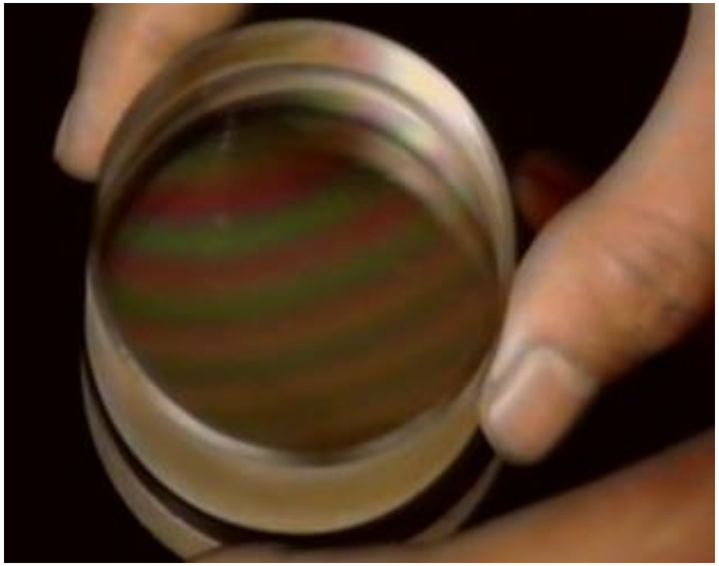
$$\alpha_1 = \arcsin\frac{20.0\times10^{-2}\ \mathrm{m}}{4\times0.5\ \mathrm{m}} = 5.74°$$

注意　考虑半波损失时，附加波程差取 $\pm\lambda/2$ 均可，符号不同，k 取值不同，对问题实质无影响。



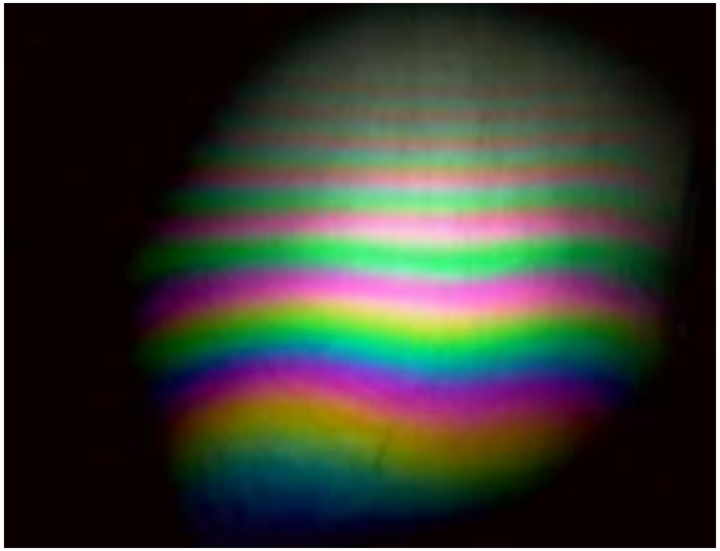
§3 薄膜干涉

——分振幅干涉



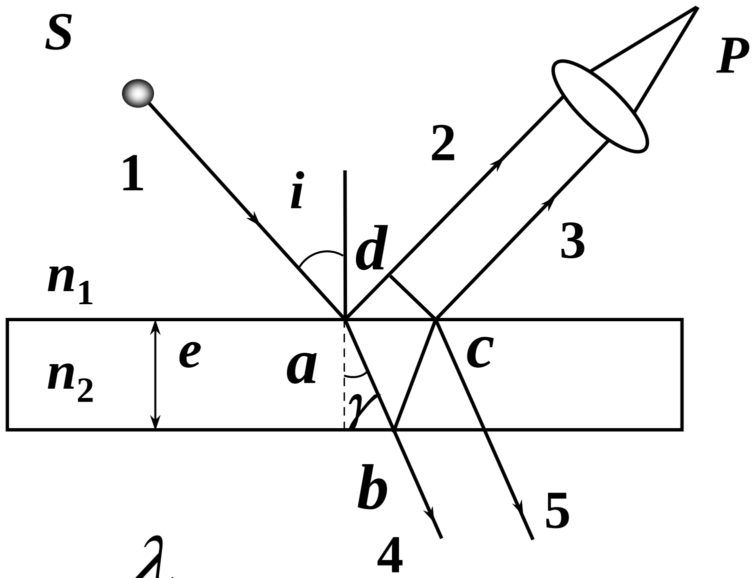
平晶间空气隙干涉条纹

白光下的油膜



白光下的肥皂膜

一　平行平面薄膜的干涉



$n_2 > n_1$

两束反射相干光的光程差：

$$\delta = n_2(\overline{ab}+\overline{bc}) - n_1\overline{ad} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta = n_2\frac{2e}{\cos\gamma} - n_1 2e\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma}\sin i + \frac{\lambda}{2}$$

透镜不引起附加的光程差

由 $n_1 \sin i = n_2 \sin\gamma$

$$\delta = n_2\frac{2e}{\cos\gamma} - n_2 2e\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma}\sin\gamma + \frac{\lambda}{2} = 2en_2\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}$$

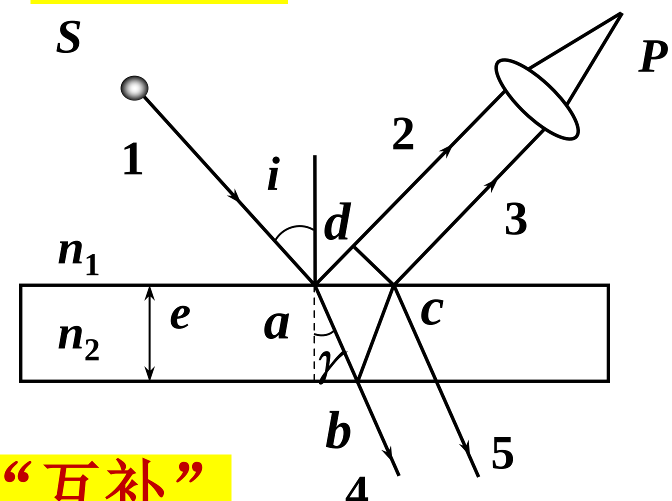
$$\boxed{\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}}$$

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

$$= \begin{cases} k\lambda & \text{干涉加强，亮纹} \quad k = 1, 2, \ldots\ldots \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{干涉减弱，暗纹} \quad k = 0, 1, 2, \ldots\ldots \end{cases}$$

当 e、n_2、n_1 确定， 则相同入射角的入射光线有相同光程差。

它们在透镜焦平面上构成同一级条纹，称等倾干涉。



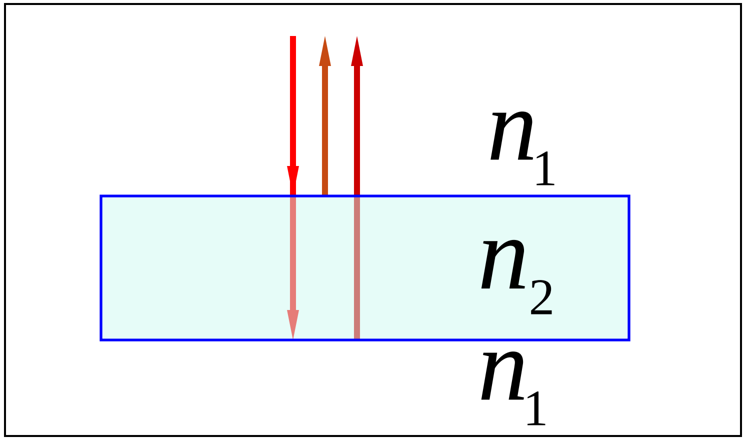
➢ 两束透射相干光的光程差：

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

——透射光相干图样与反射光相干图样“互补”

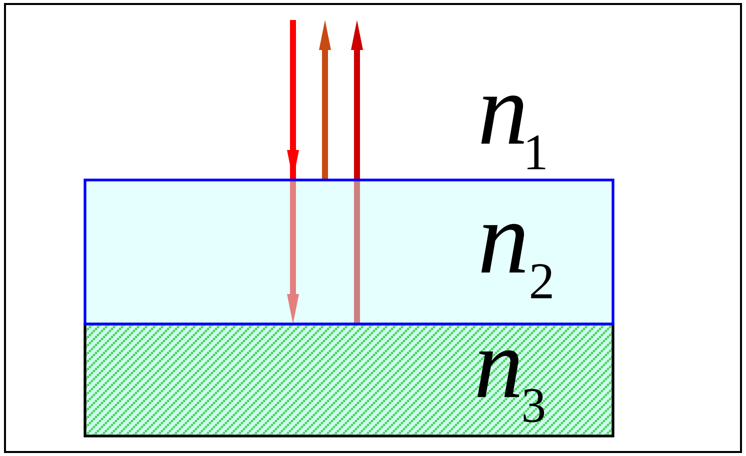
当光线垂直入射时 $i = 0^\circ$

当 $n_2 > n_1$ 时



$$\delta = 2en_2 + \frac{\lambda}{2}$$

当 $n_3 > n_2 > n_1$ 时



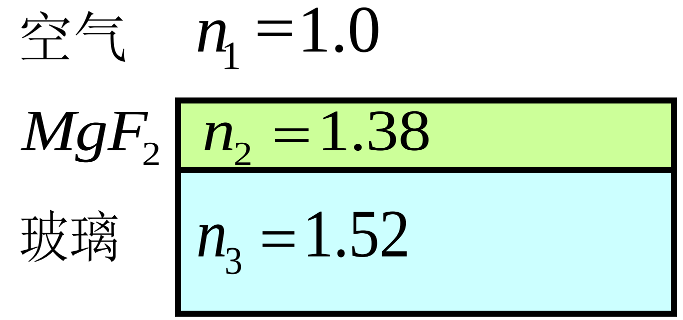
$$\delta = 2en_2$$

增透膜和增反膜

1. 增透膜

对某一特定波长 λ，反射干涉相消，透过相长。

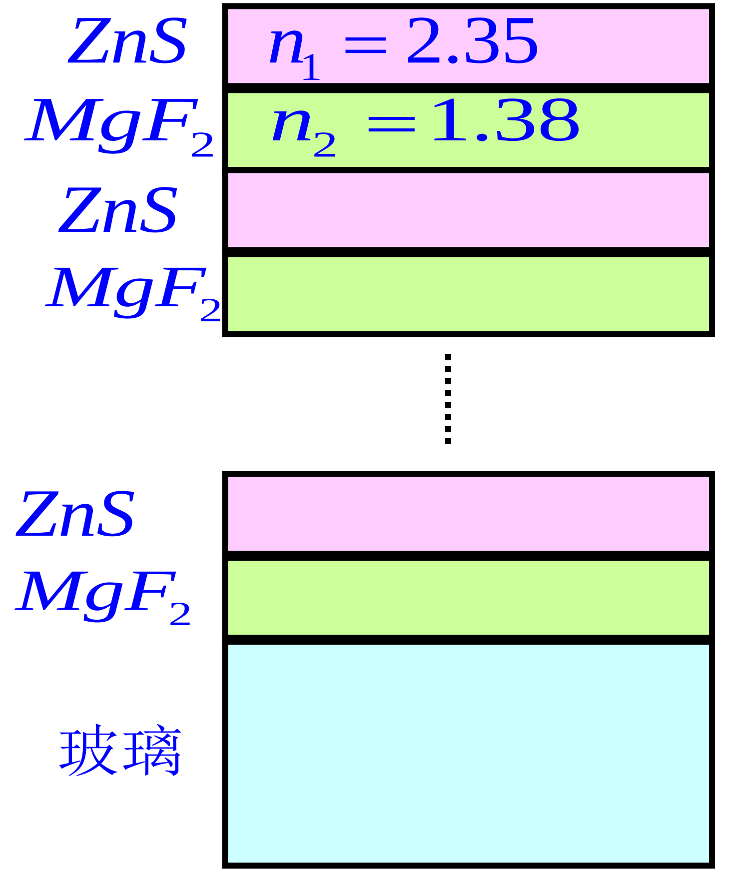
$$ne = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4} \cdots\cdots$$



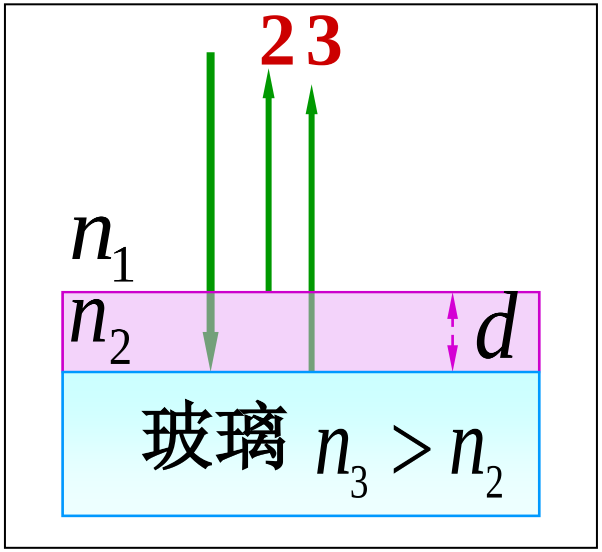
2. 反射膜

对某一特定波长，反射干涉加强，使反射率大大加强，透射率相应减少。

多层膜可从白光中获得特定波长范围的准单色光。



例5： 为了**增加透射率**，求氟化镁膜的最小厚度d．已知空气 $n_1=1.00$，氟化镁 $n_2=1.38$，$\lambda=550$ nm



氟化镁为增透膜

解 $$\Delta_r = 2dn_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

取 $k=0$ 减弱

$$d = d_{min} = \frac{\lambda}{4n_2} = 99.6\,\text{nm}$$

则 $\Delta_t = 2n_2 d + \dfrac{\lambda}{2} = \lambda$（**增强**）

例6: **空气中肥皂膜(n=1.33), 厚为0.32μm. 如用白光垂直入射, 问肥皂膜呈现什么色彩?**

解

$$2n_2e+\frac{\lambda}{2}=k\lambda \quad \to \lambda=\frac{2ne}{k-1/2}$$

$$k=1, \quad \lambda_1=4ne=1702\text{nm}$$

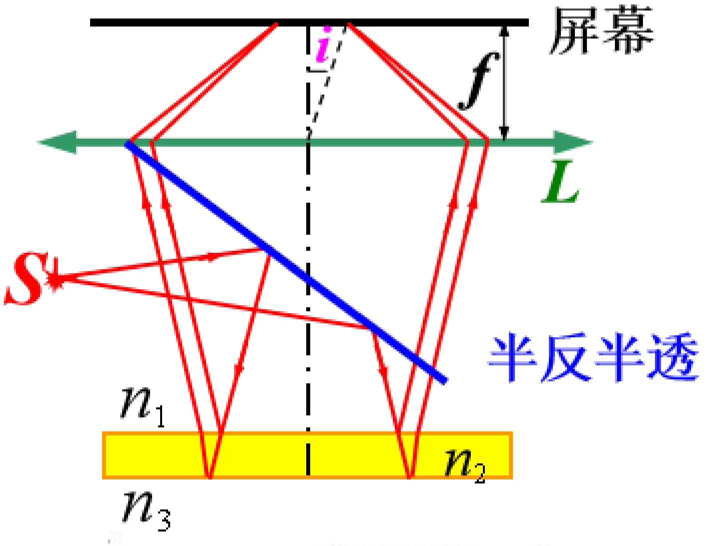
$$k=2, \quad \lambda_2=\frac{4}{3}ne=567\text{nm}$$

$$k=3, \quad \lambda_3=\frac{4}{5}ne=340\text{nm}$$

可见光范围 400nm~760nm **λ_2=567nm**

等倾干涉

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$



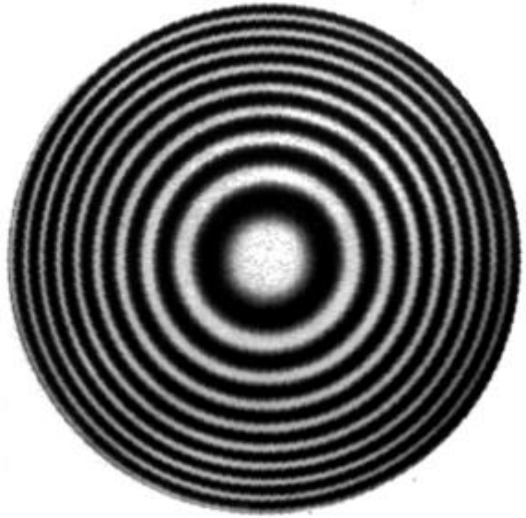
- 光程差取决于入射角
- 倾角i相同的光线对应同一级干涉条纹

条纹位置

$$\delta = k\lambda\,,\quad k = 1, 2, 3, \cdots$$ 亮纹

$$\delta = (k + \frac{1}{2})\lambda,\quad k = 0, 1, 2, 3$$ 暗纹

第 k 级环半径 $= f\,\mathrm{tg}\,i_k$



$$2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \delta_0 = k\lambda$$ 环中心的级次高

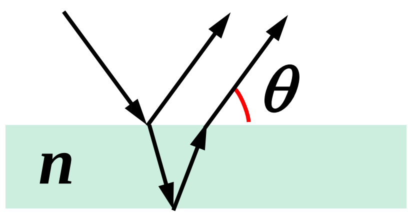
$$\mathrm{d}\delta = -2n_2 e \sin\gamma \cdot \mathrm{d}\gamma = \Delta k \cdot \lambda \qquad d\gamma = -\frac{\lambda \cdot \Delta k}{2n_2 e \sin\gamma} = -\frac{\lambda}{2n_2 e \sin\gamma}(\Delta k = 1)$$

- 膜变厚，条纹更密集；膜变薄，条纹更稀疏

例7：用波长为500 nm的可见光照到一肥皂膜上，在与膜面成60°角的方向上观察到膜最亮。已知膜的折射率为1.33，求此膜至少为多厚？若垂直观察，此膜能使波长为多少的可见光最亮？

解：

反射时，上表面有半波损失，下表面没有



$$\Delta = 2nd\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}$$

$$= 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \qquad i = 30^{\circ}$$

最亮 $\Delta = k\lambda$

最薄 $k = 1$ $\quad d = \dfrac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 101\ \text{nm}$

垂直观测 $\Delta = 2nd + \dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$

$k = 1$ $\quad \lambda_1 = 4nd$

$= 537\ \text{nm}$

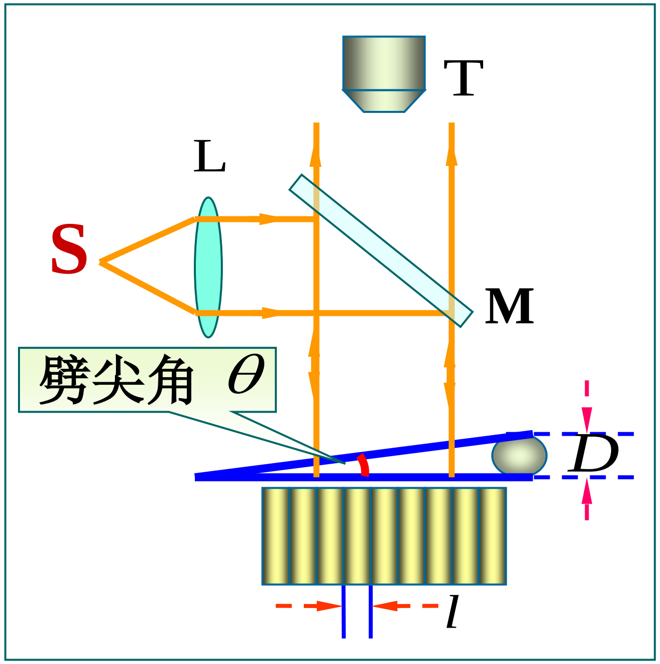
$k = 2$ $\quad \lambda_2 = \dfrac{4}{3}nd$

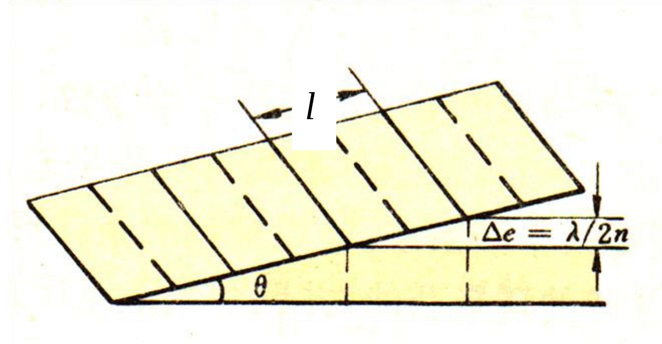
$= 179\ \text{nm}$

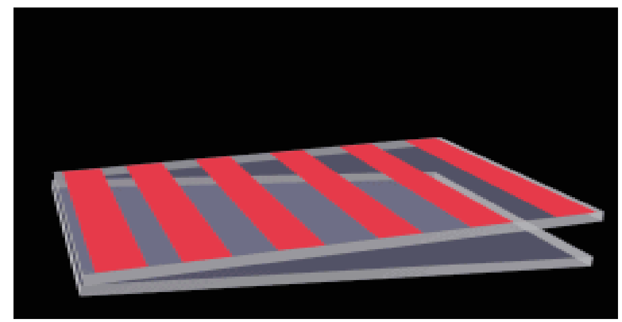
可见光 $\lambda = 537\ \text{nm}$

§ 4 劈尖 牛顿环 迈克尔孙干涉仪

一 劈尖干涉 （等厚干涉）



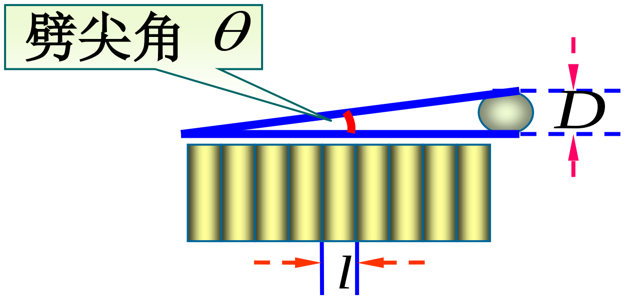


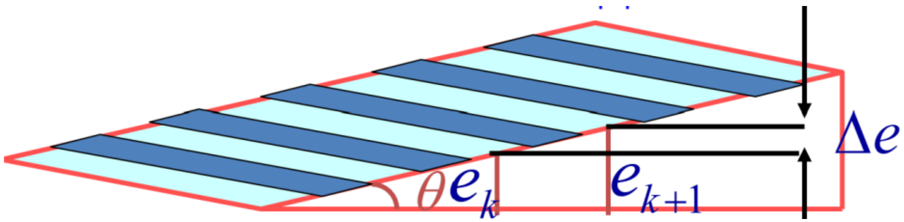


$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k = 1, 2, \ldots\ldots$$ 干涉加强 亮纹

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, \ldots\ldots$$ 干涉减弱 暗纹

$$e=\begin{cases}\dfrac{(2k-1)\lambda}{4n}, & k=1,\ 2,\cdots\\[2ex] \dfrac{k\lambda}{2n}, & k=0,\ 1,\ 2,\cdots\end{cases}$$





讨论:

（1）相同膜厚 e_k 对应于同一级条纹;

（2）e=0 的棱边处是暗纹，这是“半波损失” 的一例证;

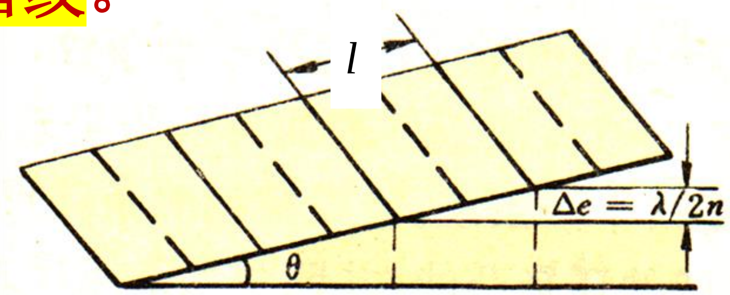
（3）任意相邻明（暗）纹间距为 l

$$\Delta e=e_{k+1}-e_k=\frac{\lambda}{2n}\qquad l\sin\theta=\Delta e$$

$$\Rightarrow\quad l=\frac{\Delta e}{\sin\theta}=\frac{\lambda}{2n\sin\theta}$$

等厚干涉条纹特点

- 条纹级次 **k** 随着劈尖的厚度而变化, 因此这种干涉称为等厚干涉，条纹为一组平行于棱边的平行线。
- 由于存在半波损失, 棱边上为零级暗纹。



$$2ne_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$2ne_{k+1} + \frac{\lambda}{2} = (k+1)\lambda$$

- 相邻条纹所对应的厚度差:

$$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n}$$

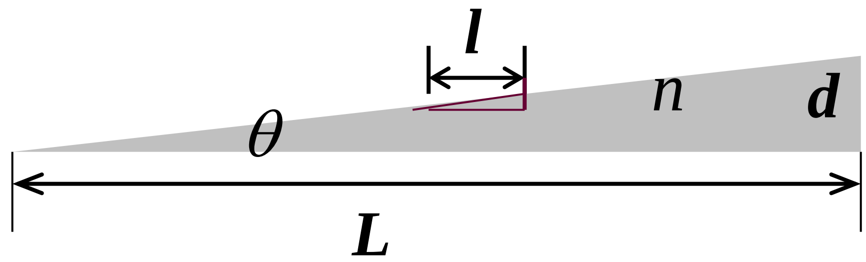
- 任意相邻明（暗）纹间距为 **l**:

$$l\sin\theta = \Delta e \Rightarrow l = \frac{\Delta e}{\sin\theta} = \frac{\lambda}{2n\sin\theta}$$

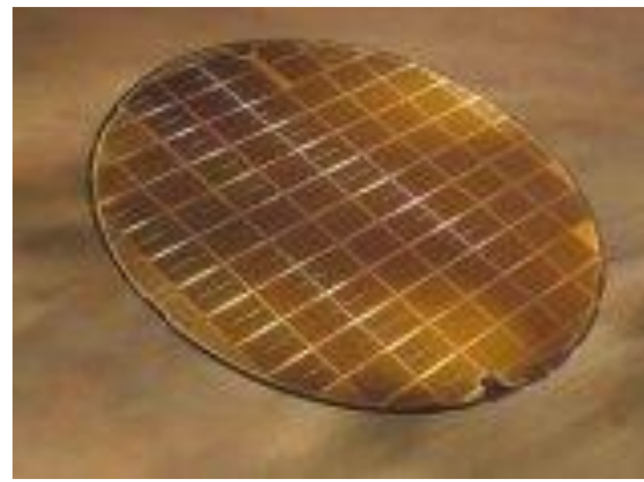
薄膜端部厚度*d*的测量

测量原理：

$$\theta \approx \frac{d}{L} = \frac{\Delta e}{l} = \frac{\lambda/2n}{l}$$



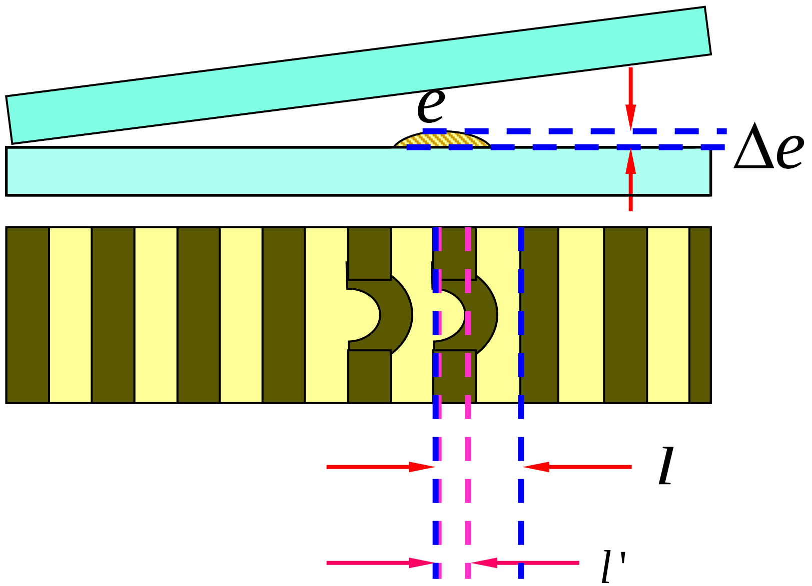
$$d = \frac{\lambda L}{2nl}$$ 条纹数 $$N = \frac{L}{l}$$



薄膜厚度： $$d = \frac{\lambda}{2n} N$$

在半导体元件生产中，测定硅片上的二氧化硅薄膜厚度的常用方法是：将薄膜的一部分磨成劈形膜，通过观察垂直入射光在其上面产生的干涉条纹，计算出厚度.

光学表面检查



测量原理

$$2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$2(e + \Delta e) + \frac{\lambda}{2} = (k + \Delta k)\lambda$$

$$\Delta e = \frac{\lambda}{2}\Delta k$$

Δk 反映了偏离直线条纹的程度

$$\Delta e = l'\sin\theta = l'\theta$$

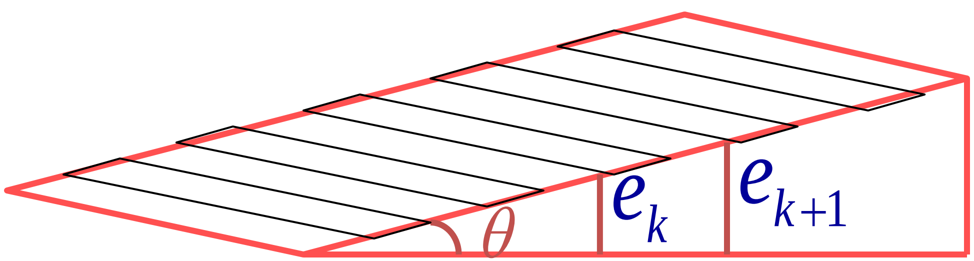
$$l = \frac{\lambda}{2n\sin\theta} = \frac{\lambda}{2n\theta}$$

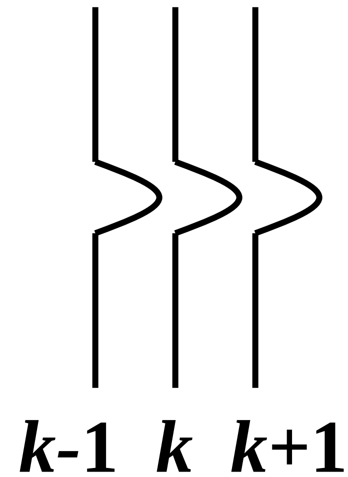
$$\Delta e = \frac{l'}{l} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\boxed{\Delta e=\frac{\lambda}{2}\Delta k}$$

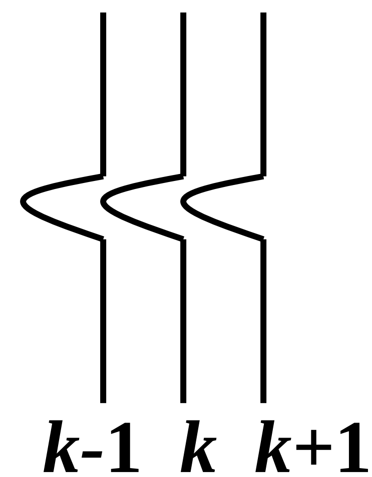
若因畸变使某处移动了一个条纹的距离, **Δ*k*=1**, 则

$$\Delta e=\frac{\lambda}{2}$$





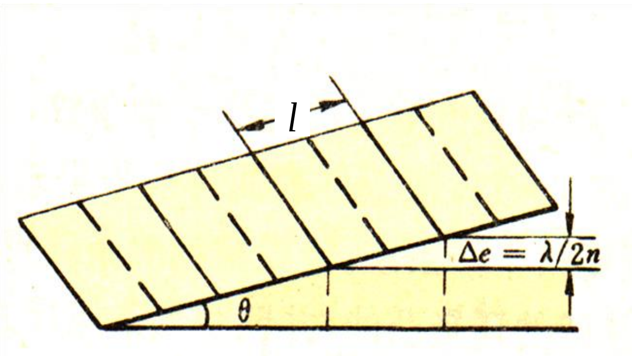
表面凸起



表面凹陷

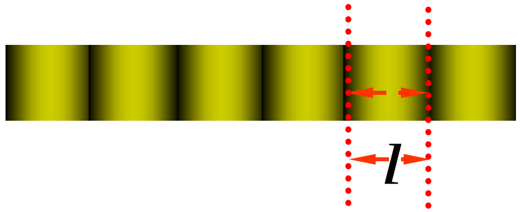
例8： 有一玻璃劈尖,放在空气中,劈尖夹角 $\theta = 8\times10^{-5}\text{rad}$，用波长 $\lambda = 589\text{nm}$ 的单色光垂直入射时，测得干涉条纹的宽度 $l = 2.4\text{mm}$ ，求这玻璃的折射率。

解：



$\because$ $$l\sin\theta = \Delta e = \frac{\lambda}{2n}$$

$\therefore$ $$n = \frac{\lambda}{2l\sin\theta}$$



$\because$ θ很小，$\therefore$ $\sin\theta \approx \theta$

$$n = \frac{5.89\times10^{-7}\,\text{m}}{2\times8\times10^{-5}\times2.4\times10^{-3}\,\text{m}} = 1.53$$