

概率论与数理统计第七章考研练习题

一、矩估计与极大似然估计

(一) 离散总体

1、(2002 年, 数学一) 设总体 X 的概率分布为

| | | | | |
|---|------------|---------------------|------------|---------------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | θ^2 | $2\theta(1-\theta)$ | θ^2 | $(1-2\theta)$ |

其中 $\theta(0 < \theta < \frac{1}{2})$ 是未知参数, 利用总体 X 的如下样本值

3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3

求 θ 的矩估计和最大似然估计值。

(二) 连续总体

2、(2015 年, 数学一, 数学三) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\theta}, & \theta \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中 $\theta < 1$ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本。

- (1) 求参数 θ 的矩估计量;
- (2) 求参数 θ 的最大似然估计。

3、(2011 年, 数学一) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu_0, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 其中 μ_0

已知, $\sigma^2 > 0$ 未知。 \bar{X} 和 S^2 分别表示样本均值和样本方差。求参数 σ^2 的最大似然估计量 $\hat{\sigma}^2$ 。

4、（改编 2018 年，数学一）设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \sigma) = \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{|x|}{\sigma}}, -\infty < x < +\infty,$$

其中 $\sigma \in (0, +\infty)$ 为未知参数， X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本。

- (1) 求参数 σ 的矩估计量；
- (2) 求参数 σ 的最大似然估计。

二、估计量的评选标准

5、（2007 年，数学一）设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta}, & 0 < x < \theta \\ \frac{1}{2(1-\theta)}, & \theta \leq x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中参数 θ ($0 < \theta < 1$) 未知， X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本， \bar{X} 是样本均值。

判断 $4\bar{X}^2$ 是否为 θ^2 的无偏估计量，并说明理由。

三、区间估计

6、（2016 年，数学一）设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，样本均值 $\bar{X} = 9.5$ ，参数 μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间的上限为 10.8，则 μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间为_____。

7、（2003 年，数学一）已知一批零件的长度 X （单位 cm）服从正态分布 $N(\mu, 1)$ ，从中随机抽取 16 个零件，得到长度的平均值为 40（cm），则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是_____。（注：标准正态分布函数值 $\Phi(1.96) = 0.975$ ， $\Phi(1.645) = 0.95$ ）

四、假设检验

8、（2018 年，数学一）设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本，据此样本检验假设： $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ ，则（ ）

A、如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 H_0 ，那么在检验水平 $\alpha = 0.01$ 下必拒绝 H_0

B、如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 H_0 ，那么在检验水平 $\alpha = 0.01$ 下必接受 H_0

C、如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下接受 H_0 ，那么在检验水平 $\alpha = 0.01$ 下必拒绝 H_0

D、如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下接受 H_0 ，那么在检验水平 $\alpha = 0.01$ 下必接受 H_0