

Programare paralelă și concurență

Înmulțirea paralelă a matricelor

Lucrarea de față propune un algoritm pentru calcularea produsului a două matrice folosind o abordare secvențială, dar și una paralelă pentru evidențierea diferențelor dintre acestea.

Datele problemei prezentate: Se dau două matrice: $A(m \times r)$ pentru care fiecare element al său este notat cu a_{ij} , cu $1 \leq i \leq m$ și $1 \leq j \leq r$ și $B(r \times n)$ pentru care fiecare element al său este notat cu b_{ij} , cu $1 \leq i \leq r$ și $1 \leq j \leq n$. Matricea rezultată din înmulțirea acestor două matrice, $C = A \times B$, adică $C(m \times n)$, are elementele c_{ij} , cu $1 \leq i \leq m$ și $1 \leq j \leq n$ și se calculează astfel:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^r a_{ik} \times b_{kj}$$

Cea mai simplă metodă de înmulțire a două matrice se efectuează în n^3 pași.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix}$$

$m \times r$ $r \times n$

Numărul de operații necesar pentru înmulțirea $A \times B$ este $m \times n \times (2r - 1)$. Pentru ușurința calculului, presupunem că folosim întotdeauna matrice pătratice de ordin n , astfel încât calculul devine $2n^3 - n^2 = O(n^3)$.

Algoritmul secvențial este prezentat în cele ce urmează, ideea lui fiind ușor de urmărit.

```
for (i = 0; i < n; i++)
  for (j = 0; j < n; j++)
    c[i][j] = 0;
    for (k = 0; k < n; k++)
      c[i][j] += a[i][k] * b[k][j]
    end for
  end for
end for
```

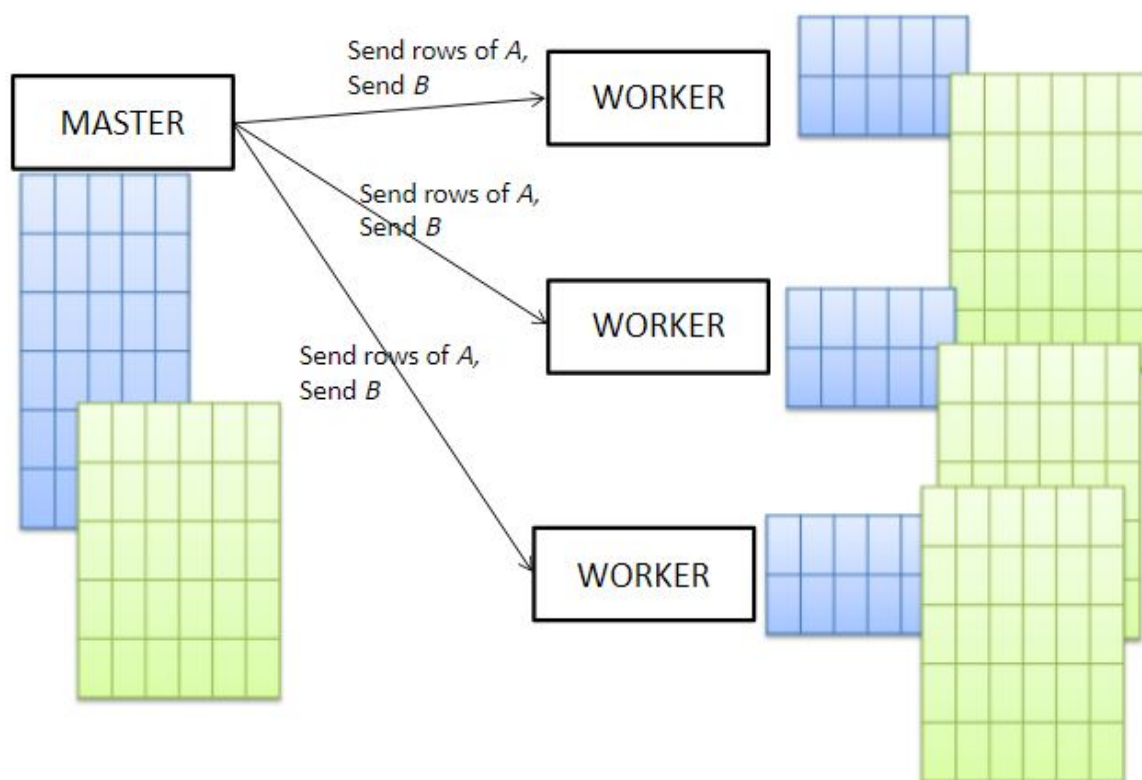
Vom exemplifica metoda programării paralele pentru înmulțirea a două matrice. Considerăm faptul că cele două matrice au dimensiunea $m \times r$, respectiv $r \times n$. Numărul de procese disponibil este p , matricele înmulțite vor fi A și B , iar rezultatul va fi reprezentat de matricea C .

Implementarea algoritmului: Considerăm cele două matrice $A(m \times r)$ și $B(r \times n)$ care urmează a fi înmulțite.

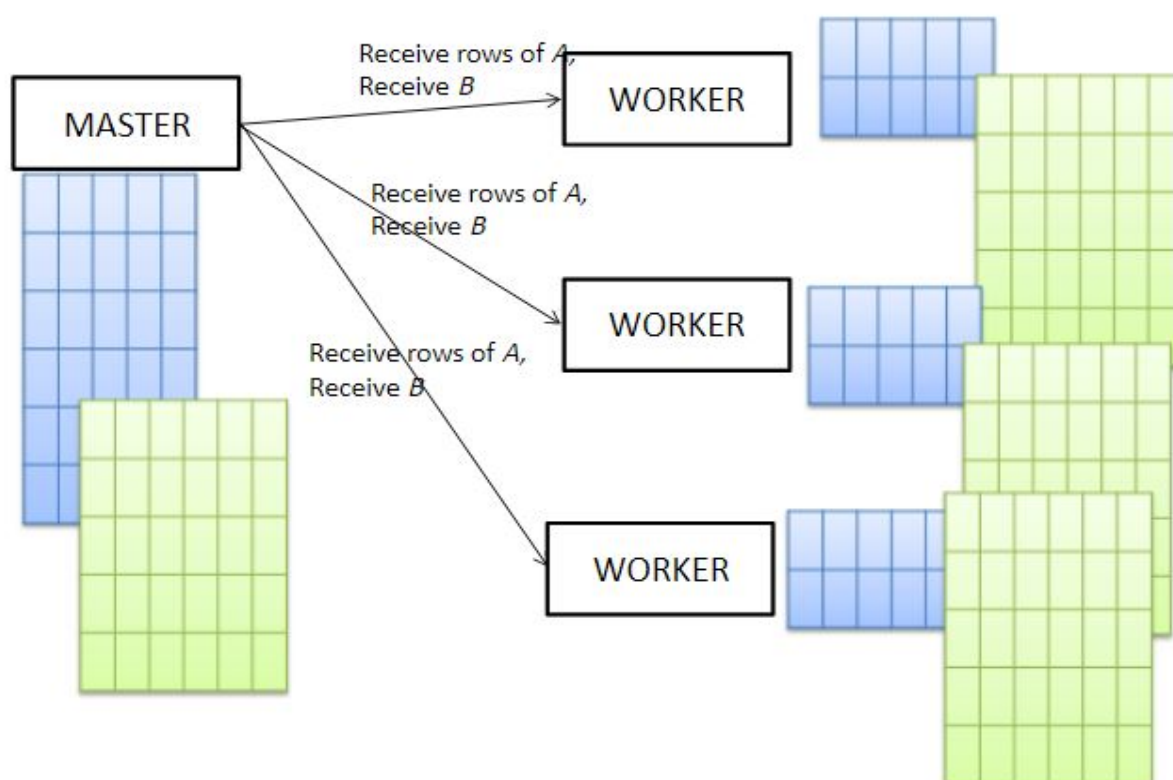
1. Se împarte matricea A în p blocuri pătratice, unde p = numărul de procese disponibile.
2. Fiecare bloc din A , alături de matricea B sunt trimise către un anumit proces și se calculează înmulțirea acestora, rezultat care este transmis ulterior ca sub-bloc pentru matricea rezultată C .

Procedeul este prezentat în cele ce urmează.

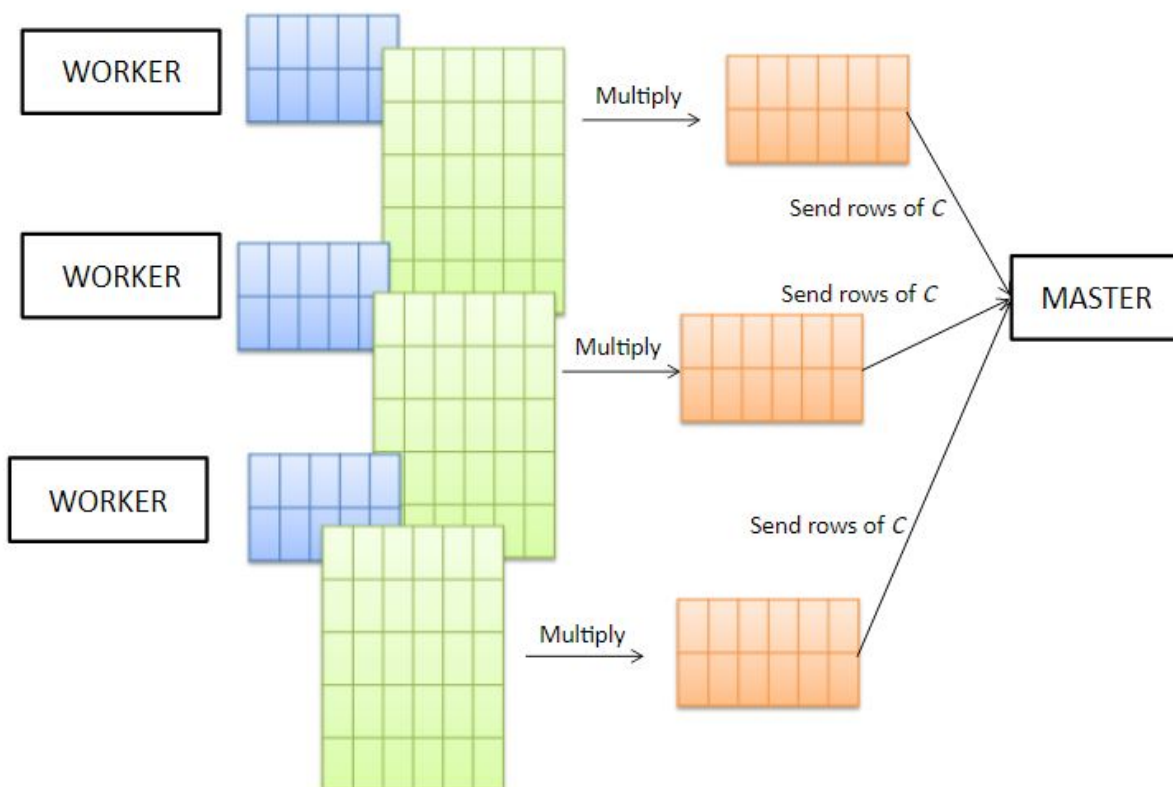
1. Procesul Master trimite către procesele Worker sau Slave rânduri din matricea A , alături de matricea B :



2. Procesele Worker sau Slave primesc rândurile matricei A corespunzătoare procesului respectiv și întreaga matrice B .



3. Procesele Worker realizează înmulțirea matricelor primite de către acestea și trimit rezultatul sub formă de bloc procesului Master.



4. Procesul Master primește blocurile calculate de către procesele Worker și compune rezultatul final, reprezentat de matricea C .

