UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

Identificarea Sistemelor
-Proiect-

Identificarea unui sistem bazat pe răspuns la o intrare sinusoidală

Student : Cîrciu Delia-Maria
Grupa : 30133

Coordonator :
Prof.dr.ing. Petru Dobra

UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

Cuprins:

UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

1. Identificarea semnalului de ieșire pe baza fenomenului de rezonanță

1.1 Achiziția datelor

Utilizând aparatura din dotare se vor genera semnalele necesare identificării experimentale a procesului și se vor achiziționa datele de intrare-ieșire în vederea procesării ulterioare.

Desfășurarea experimentelor:

1. Se alimentează circuitul.
2. Se efectuează următoarele experimente:

Se generează un semnal de intrare sinusoidal constant având caracteristicile corelate cu dinamica sistemului și tensiunea de alimentare a acestuia.

Se vizualizează și se măsoară sincron intrarea și ieșirea circuitului, obținând datele experimentale: [$t, u, y1$].

1.2 Procesarea datelor experimentale

Primul aspect pe care l-am avut în vedere a fost introducerea în mediul de lucru al programului MATLAB setul de date rezultat în urma achiziției datelor. Prin urmare, declarăm t(timpul), u(intrarea), y1(ieșirea).

La acest pas se afișează cele 2 semnale: u(t) reprezentând un semnal de intrare sinusoidal constant și semnalul de ieșire y1(t) care își modifică frecvența. Pe abscisă este reprezentat timpul, iar pe ordonată amplitudinea. În termeni simpli, fenomenul de rezonanță apare atunci când amplitudinea este maximă.

Conform altor surse, putem afirma că fenomenul de rezonanță implică tendința unui sistem de a oscila cu o amplitudine mai mare la unele frecvențe decât la altele. Frecvențele la care amplitudinea este maximă se numesc frecvențe rezonante sau frecvențe de rezonanță.

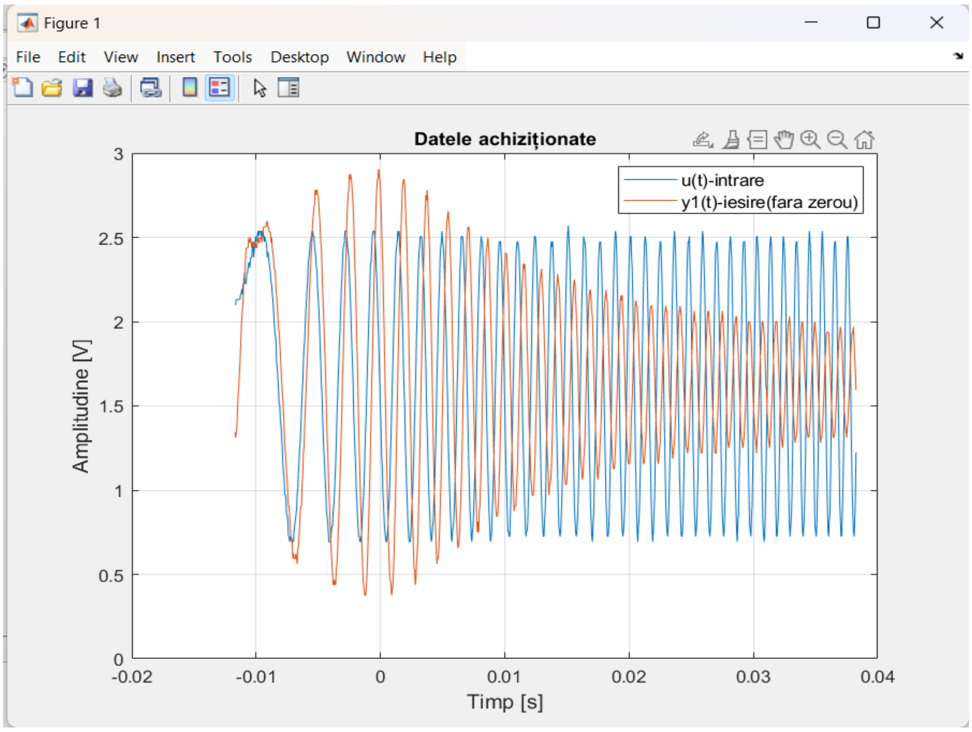

Figura 1.Răspunsul sistemului la o intrare sinusoidală

În continuare am ales 4 indici de pe perioade de timp consecutive care reprezintă 2 maxime: al intrării, respectiv ieșirii și 2 minime: al intrării, respectiv ieșirii.

Acești indici obținuți ne vor ajuta mai departe în procesul de estimare al parametrilor unui sistem de ordin 2(fără zerou) exploatând fenomenul de rezonanță.

```
u_max=202;
u_min=223;
y1_max=210;
y1_min=232;
```

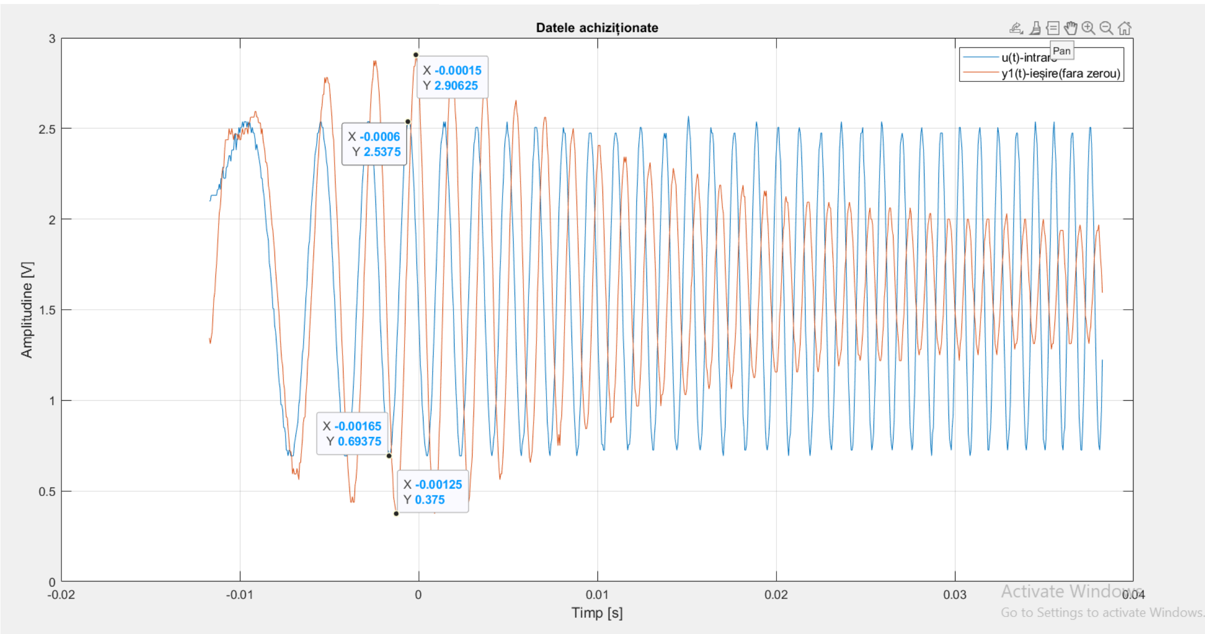

Figura 2. Alegerea indicilor de pe perioade de timp consecutive

Astfel, parametrii care trebuie identificați sunt: factorul de proporționalitate K, factorul de amortizare ζ(zeta) și pulsația naturală de oscilație ωn [rad/sec] corespunzători funcției de transfer de ordinul 2:

$$H(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2}$$

Factorul de proporționalitate (K) este dat de raportul dintre ieșire și intrare, dar prezența zgomotului necesită utilizarea funcția mean() pentru a folosi valorile medii:

```
K=mean(y1)/mean(u)
```

K=1.0143

Modulul de rezonanță (Mr) îl regăsim acolo unde amplificarea este maximă și este raportul dintre amplitudinea semnalului de ieșire si amplitudinea semnalului de intrare:

```
Mr=((y1(y1_max)-y1(y1_min))/(u(u_max)-u(u_min)))
```

Mr=1.3729

Perioada (Tn) reprezintă timpul dintre 2 minime sau 2 maxime:

```
T=2*(t(y1_min)-t(y1_max))
```

T=0.0022 [s]

Pulsația de rezonanță (ωr) o regăsim acolo unde amplificarea este maximă:

```
wr = pi/(t(y1_min)-t(y1_max))
```

wr=2.8560e+03 [rad/sec]

Factorul de amortizare ζ(zeta) este o mărime care arată cât de repede scad oscilațiile unui sistem în timp și o aflăm cu ajutorul modulului de rezonanță.

```
zeta = sqrt((Mr-sqrt(Mr^2-1))/2/Mr)
```

zeta=0.3968

Pulsația naturală de oscilație (ωn) o identificăm cu ajutorul pulsației de rezonanță și a factorului de amortizare:

```
wn = wr/sqrt(1-2*zeta^2)
```

wn=3.4503+03 [rad/sec]

Determinarea acestor parametrii ne permite să identificăm funcția de transfer a sistemului:

```
H =

        1.207e07
  ----------------------
  s^2 + 2738 s + 1.19e07
```

Pentru simularea răspunsului la intrarea sinusoidală în condiții inițiale nenule este necesar modelul de tip spațiul stărilor:

$$\begin{cases} A = [0, 1 ;\ -wn\text{^}2, -2*zeta*wn]; \\ B = [0 ; K*wn\text{^}2]; \\ C = [1, 0]; \\ D = 0; \end{cases}$$

```
A =
              x1          x2
 x1            0           1
 x2   -1.19e+07       -2738

B =
              u1
 x1            0
 x2    1.207e+07

C =
       x1   x2
 y1     1    0

D =
       u1
 y1     0
```

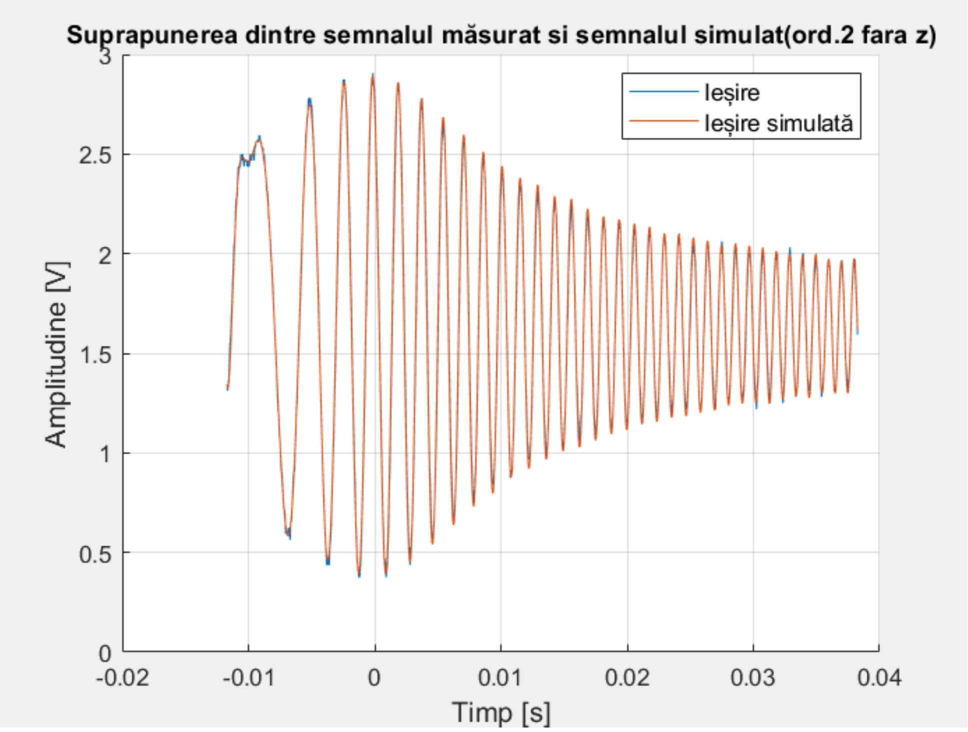

Figura 3. Suprapunerea dintre semnalul măsurat si cel simulat

1.3 Validarea modelului

Validarea modelului determinat se face pe baza comparării răspunsului experimental cu răspunsul modelului la aceeași intrare cu care a fost obținut răspunsul experimental.

Eroarea medie pătratică (J) este utilă pentru a face o comparație între mai multe modele obținute pe același set de date și este exprimată în unități fizice.

```
J=norm(y1-ysim)/sqrt(length(y1))
```

Eroarea medie pătratică normalizată (eMPN) se exprimă în procente, fiind mai sugestivă pentru prezentarea unui model dedus chiar și din măsurători diferite ale aceluiași proces.

```
eMPN = norm(y1 - ysim) / norm(y1 - mean(y1))*100
```

În urma identificării neparametrice, folosind fenomenul de rezonanță pentru un sistem de ordin 2 fără zerou, am obținut următoarele rezultate:

$$\begin{cases} J = 0.0350 \\ eMPN = 6.1687\% \end{cases}$$

2.Identificarea semnalului de ieșire pe baza aproximării în frecvență

Analizăm **sistemul de ordin 2 fără zerou(y1)** utilizând metode frecvențiale bazate pe diagrama Bode. Diagrama Bode este o metodă grafică utilizată pentru a analiza răspunsul în frecvență al unui sistem. Aceasta are două părți:

1. **Diagrama de modul**: arată cum variază amplitudinea semnalului de ieșire în funcție de frecvență, exprimată în decibeli (dB). Este utilă pentru a identifica frecvențele la care semnalul este amplificat sau atenuat.

2. **Diagrama de fază**: arată decalajul de fază (în grade) dintre semnalul de intrare și cel de ieșire, în funcție de frecvență. Acest decalaj indică întârzierea sau avansul semnalului de ieșire.

Pentru a aproxima răspunsul în frecvență, am calculat următorii parametri: pulsațiile caracteristice, modulul semnalului și diferențele de fază, pentru domenii de pulsații joase, medii și înalte.

La **frecvențe joase**, am ales indicii corespunzători pentru a calcula parametrii necesari, conform formulelor:

```
w_i = pi/(t(u_min)-t(u_max))

M_i = (y(ymax)-y(ymin))/(u(umax)-u(umin))

ph_i = (t(y_max)-t(u_max))*w_i*180/pi
```

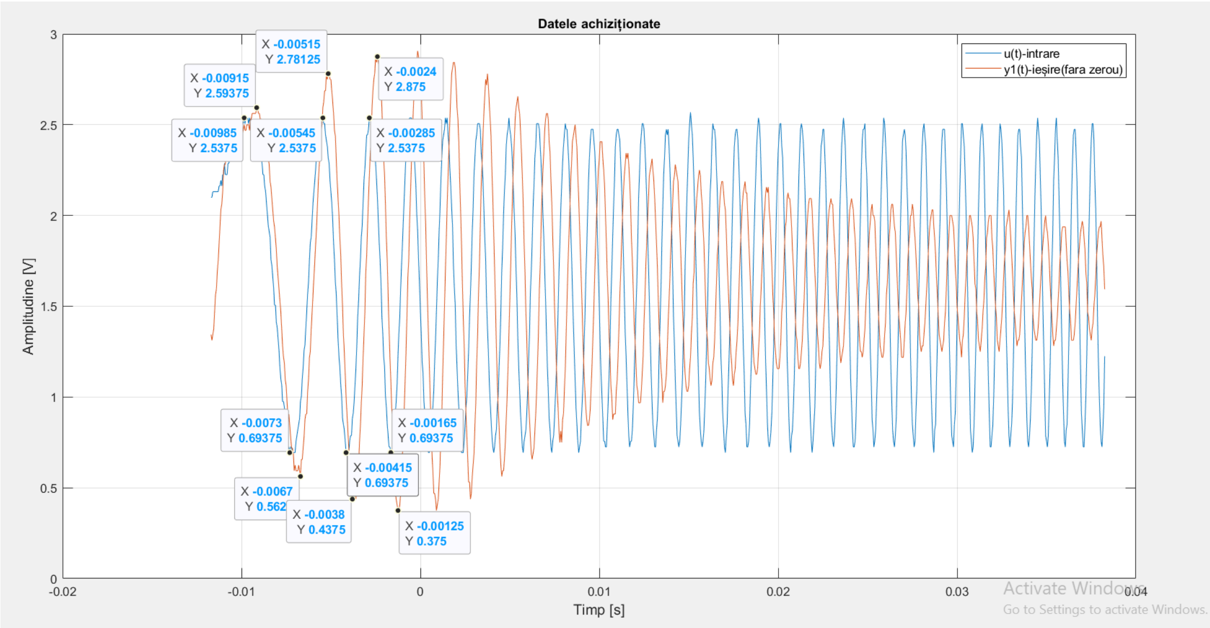

Figura 4. Indici la frecvențe joase

Rezultate obținute:

w1=1.1636e+03

w2=2.3271e+03

w3=2.6180e+03

```
w1=pi/(t(95)-t(41))
w2=pi/(t(153)-t(126))
w3=pi/(t(202)-t(178))
```

M1=1.0847

M2=1.2712

M3=1.3559

```
M1=(y1(47)-y1(101))/(u(41)-u(95))
M2=(y1(132)-y1(162))/(u(126)-u(153))
M3=(y1(185)-y1(210))/(u(178)-u(202))
```

ph1=-20

ph2=-40

ph3=-52.5

```
ph1=(t(41)-t(47))*w1*180/pi
ph2=(t(126)-t(132))*w2*180/pi
ph3=(t(178)-t(185))*w3*180/pi
```

La **<u>frecvențe medii</u>**, am utilizat aceleași formule pentru indici corespunzători:

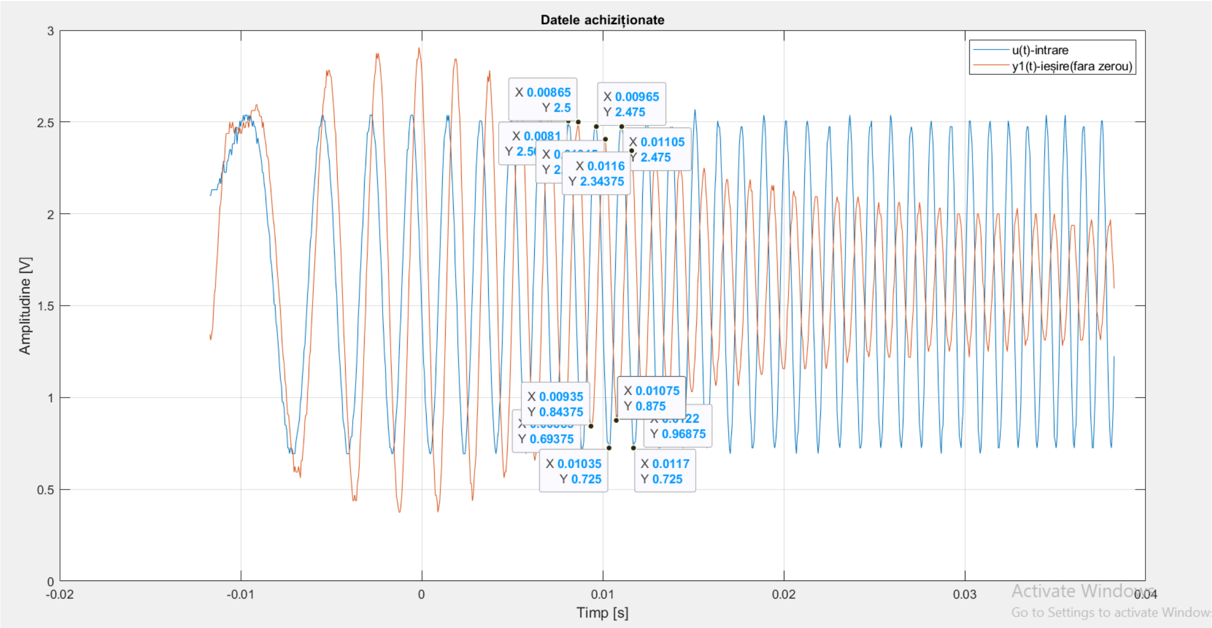

Figura 5. Indici la frecvențe medii

Rezultate obținute:

w5=4.1888e+03

w6=4.1888e+03

w7=4.4880e+03

```
w5=pi/(t(412)-t(397))
w6=pi/(t(442)-t(427))
w7=pi/(t(469)-t(455))
```

M5=0.9298

M6=0.8750

M7=0.7857

```
M5=(y1(408)-y1(423))/(u(398)-u(412))
M6=(y1(437)-y1(450))/(u(427)-u(443))
M7=(y1(467)-y1(480))/(u(455)-u(469))
```

ph5=-120

ph6=-120

ph7=-128.5714

```
ph5=(t(398)-t(408))*w5*180/pi
ph6=(t(427)-t(437))*w6*180/pi
ph7=(t(457)-t(467))*w7*180/pi
```

Iar la **frecvențe înalte**, de asemenea:

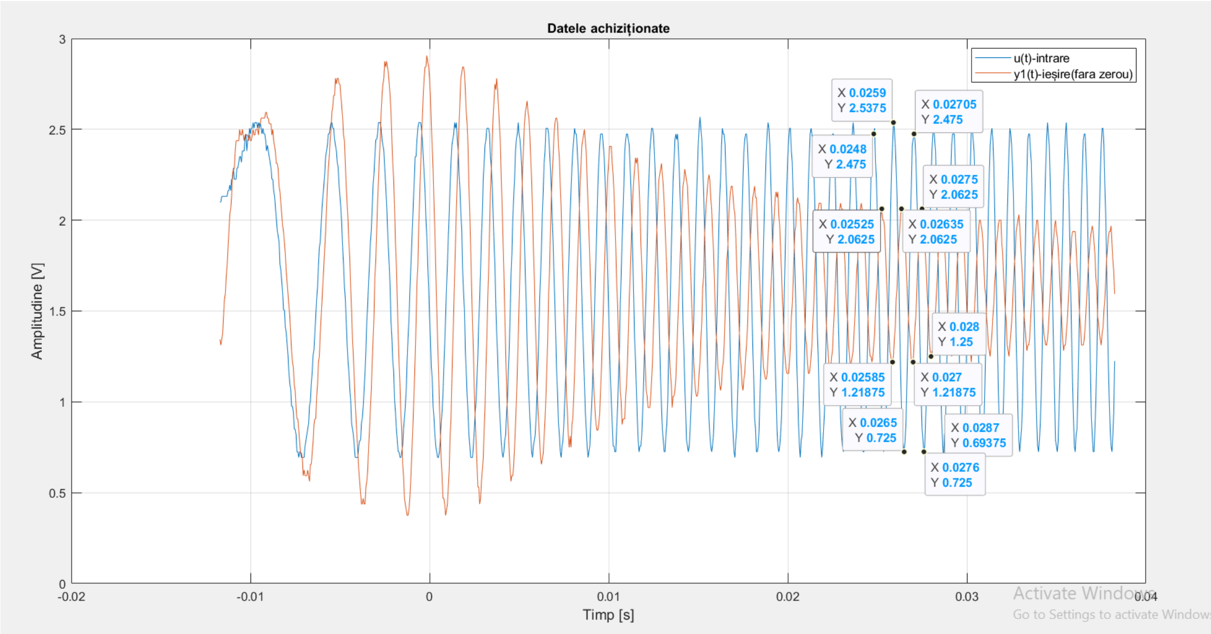

Figura 6. Indici la frecvențe înalte

Rezultate obținute:

w8=5.2360e+03

w9=5.7120e+03

w10=5.7120e+03

```
w8=pi/(t(765)-t(753))
w9=pi/(t(787)-t(776))
w10=pi/(t(809)-t(798))
```

M8=0.5400

M9=0.4643

M10=0.4310

```
M8=(y1(762)-y1(774))/(u(756)-u(765))
M9=(y1(785)-y1(795))/(u(776)-u(787))
M10=(y1(807)-y1(818))/(u(798)-u(809))
```

ph8=-135

ph9=-147.2727

ph10=-147.2727

```
ph8=(t(753)-t(762))*w8*180/pi
ph9=(t(776)-t(785))*w9*180/pi
ph10=(t(798)-t(807))*w10*180/pi
```

Am calculat acești parametri și in zona rezonanței:

wr=2.8560e+03

Mr=1.3729

ph_r=-65.4545

Astfel, după determinarea tuturor parametrilor necesari, am realizat aproximarea răspunsului în frecvență utilizând *diagramele Bode*.

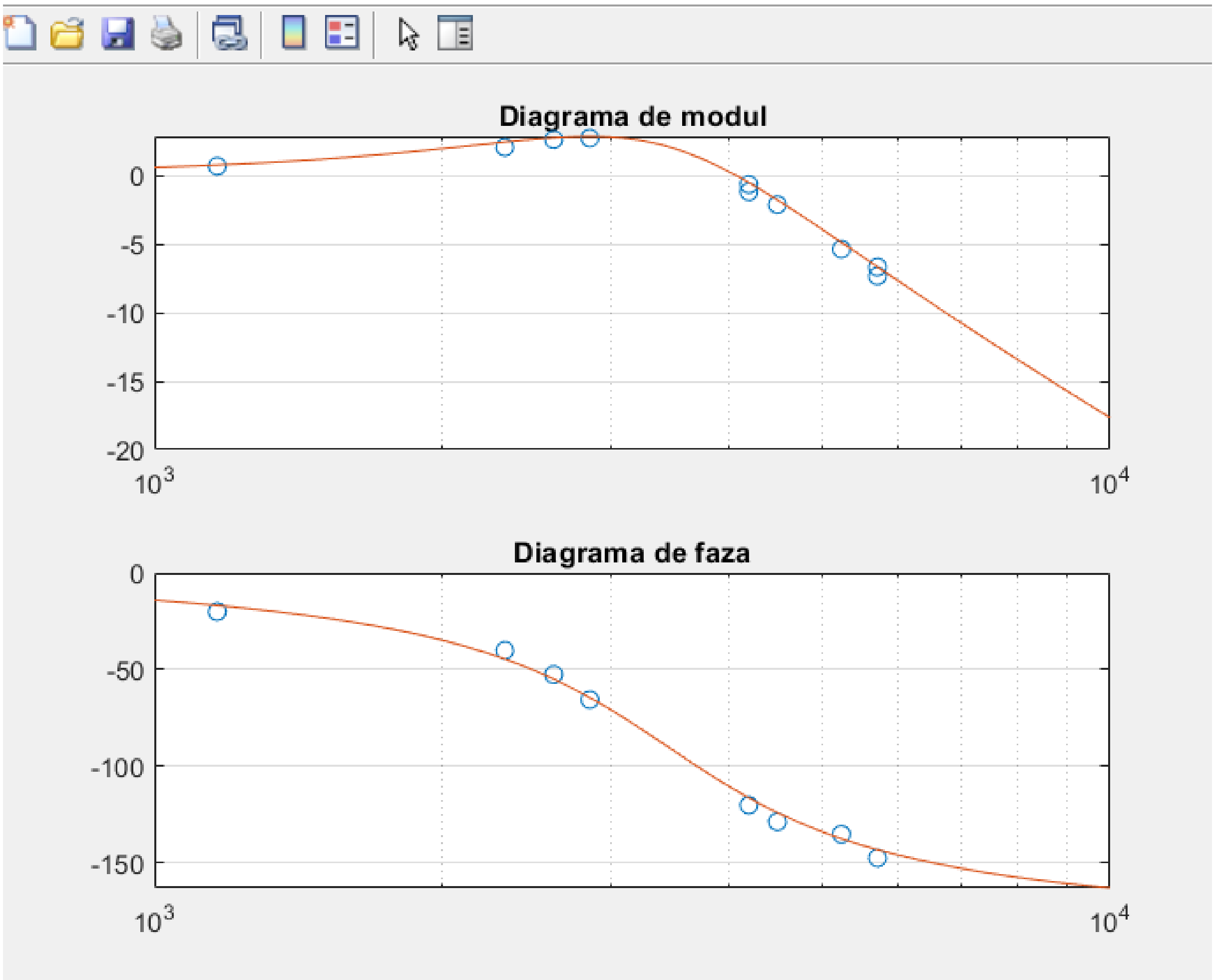

Figura 7. Diagrama de fază și modul - aproximarea în frecvență

Diagrama de modul a fost construită prin reprezentarea punctelor calculate manual([w1,w2,..,w10] și [M1,M2,…,M10]), împreună cu răspunsul teoretic al sistemului obținut folosind funcția *bode*. Valorile amplitudinilor au fost transformate în decibeli folosind relația 20*log10(M).

Diagrama de fază a fost realizată similar, folosind valorile fazelor calculate ([ph1,ph2,…,ph10]) și comparându-le cu fazele teoretice generate de funcția *bode*.

Prin acest proces, am evidențiat comportamentul sistemului în frecvență, validând aproximările realizate și confirmând răspunsul modelului în domeniul frecvențelor joase, medii și înalte.

3. Identificarea semnalului de ieșire pe baza metodelor parametrice

2.1.ARMAX(MCMMPE)

Metoda celor mai mici pătrate extinsă (MCMMPE) este cunoscută sub denumirea de Auto-Regressive – ceea ce înseamnă că este o metodă recursivă, bazată pe un criteriu pătratic de minimizare, ceea ce presupune existența unui model aplicat perturbațiilor – sau, pe scurt, **ARMAX**.

Identificarea constă în estimarea coeficienților polinoamelor A, B și C. Parametrii de structură sunt: nA=deg A, nB=deg B, nC=deg C, respectiv nd numărul tacților de întârziere. Modelul discret corespunzător metodei ARMAX este:

$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n}d\ B(z^{-1})U(z) + C(z^{-1})E(z), \qquad unde$$

$$\begin{cases} A(z^{-1})=1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}\cdots+a_nz^{-nA} \\ B(z^{-1})=b_1+b_2z^{-1}+\cdots+b_{nB}z^{-nB+1} \\ C(z^{-1})=1+c_1z^{-1}+c_2z^{-2}+\cdots+c_{nC}z^{-nC} \end{cases}$$

Pentru y1 – sistemul de ordin 2 fără zerou, am ales parametrii:

$nA = 2$

$nB = 1$

$nC = 2$

$nd = 1$

⇒ funcțiile de transfer identificate prin metoda ARMAX pentru sistemul de ordin 2 fără zerou:

-în discret:

```
       0.02689 z^-1
----------------------------
1 - 1.848 z^-1 + 0.875 z^-2
```

-în continuu:

```
  282.14 (s+4.081e04)
------------------------
(s^2 + 2671s + 1.137e07)
```

Funcția de transfer din discret în continuu am obținut-o prin metoda *'zoh'*. Determinarea funcției de transfer în continuu din funcția de transfer în discret se face cu ajutorul comenzii **d2c**(discrete to continuous).

Un sistem identificat folosind metoda **ARMAX** trebuie validat prin **autocorelație**. În MATLAB se face identificarea folosind rutina *armax*, care primește un obiect de tip *iddata* și parametrii de structură [nA,nB, nC, nd] și returnează un obiect de tip *idpoly* care conține modelul matematic al sistemului.

Crearea obiectului de tip *iddata*, unde *dt* – perioada de eșantionare:

```
dt=t(2)-t(1);
data_y1=iddata(y1,u,dt);
```

Vom folosi două metode statistice de validare a modelelor obținute, care se pot realiza cu ajutorul funcției **resid**, iar gradul de suprapunere se poate obține folosind rutina **compare**.

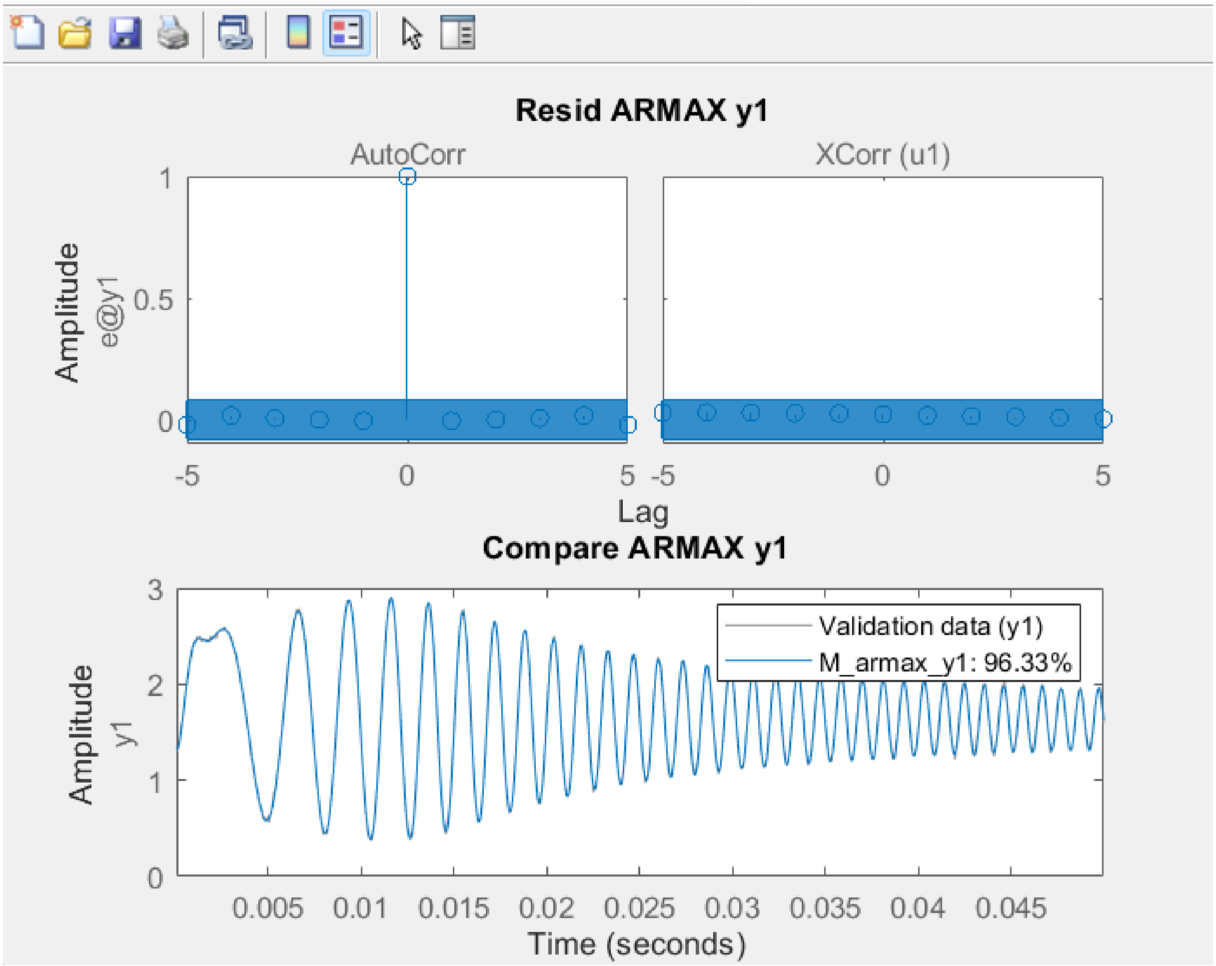

Figura 8. Rezultate resid și compare ARMAX pentru semnalul y1

⇒ eroarea=3.67%;

Pentru y2 – sistemul de ordin 2 cu zerou, am ales parametrii:

$nA = 2$

$nB = 2$

$nC = 5$

$nd = 1$

⇒ funcțiile de transfer identificate prin metoda ARMAX pentru sistemul de ordin 2 cu zerou:

-în discret:

```
  0.1122 z^-1 - 0.08688 z^-2
----------------------------
1 - 1.848 z^-1 + 0.8726 z^-2
```

-în continuu:

```
     2133.1 (s+5095)
------------------------
(s^2 + 2726s + 1.074e07)
```

Pentru acest sistem(y2), s-au utilizat aceleasi metode ca la y1. Modelul a fost identificat utilizând metoda **ARMAX** cu rutina *armax*, urmată de validarea modelului prin **autocorelație** folosind **resid**, și evaluarea gradului de suprapunere între ieșirea modelului și datele reale prin **compare**.

Crearea obiectului de tip *iddata*:

```
dt=t(2)-t(1);
data_y2=iddata(y2,u,dt);
```

Rezultate obținute:

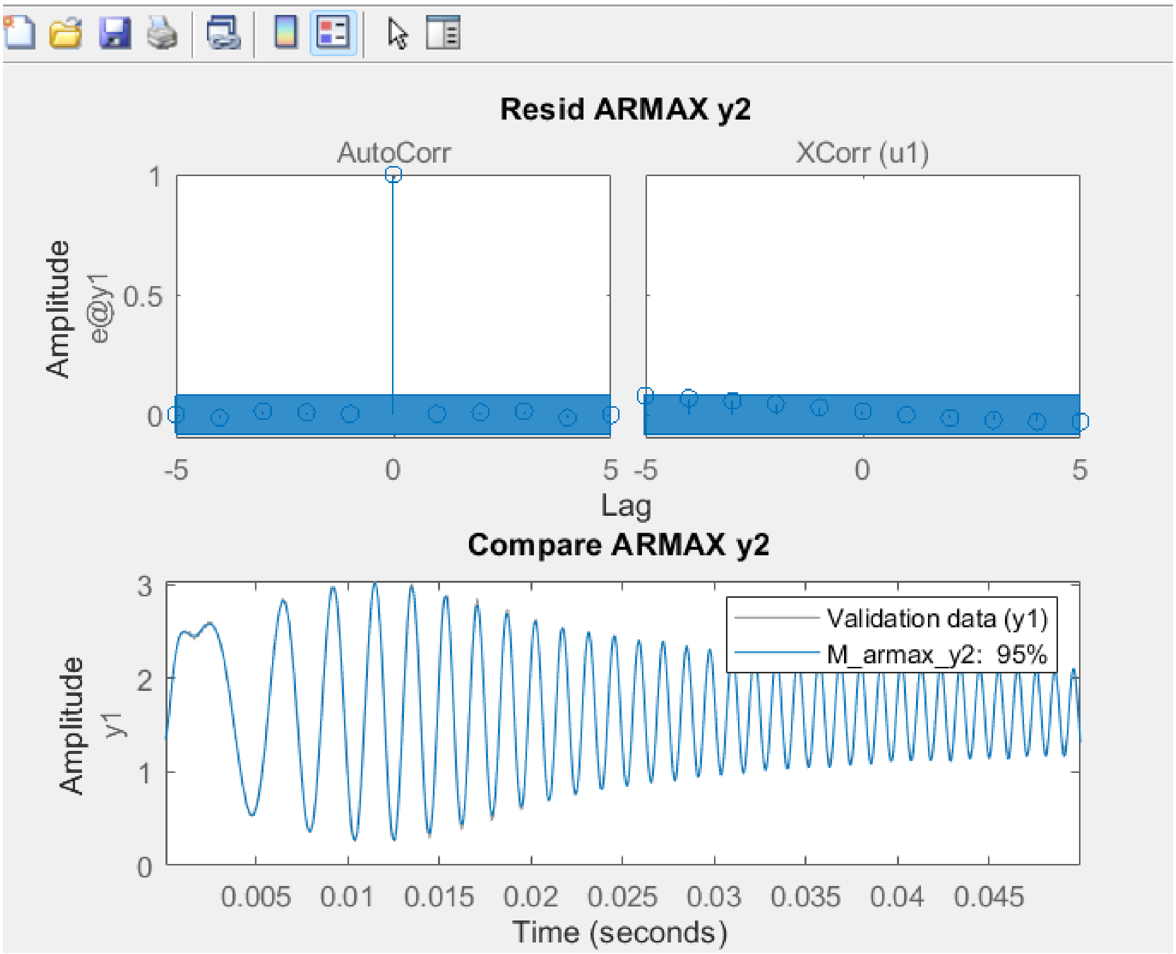

Figura 9. Rezultate resid și compare ARMAX pentru semnalul y2

⇒ eroarea=5%;

2.2. OE(Output Error)

Metoda erorii de ieșire (OE) introduce o nouă structură pe baza modelului general descris la început, presupunerea de bază fiind că toată perturbația se găsește nemodelată la ieșire.

Identificarea constă în estimarea coeficienților polinoamelor B și F. Parametrii de structură ai sistemului sunt: nB=deg B, nF=deg F respectiv nd numărul tacților de întârziere. Modelul discret corespunzător metodei OE este:

$$Y(Z) = \frac{z^{-n}d\, B(z^{-1})}{F(z^{-1})} U(z) + E(z), unde$$

$$\begin{cases} F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \dots + f_{nf} z^{-nf} \\ B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{nB} z^{-nB+1} \end{cases}$$

Pentru y1 – sistemul de ordin 2 fără zerou, am ales parametrii:

$nF = 2$

$nB = 2$

$nd = 1$

⇒ funcțiile de transfer identificate prin metoda OE pentru sistemul de ordin 2 fără zerou:

-în discret:

```
0.02744 z^-1 - 0.0006171 z^-2
-----------------------------
1 - 1.849 z^-1 + 0.8754 z^-2
```

-în continuu:

```
  294.73 (s+3.898e04)
-------------------------
(s^2 + 2663s + 1.134e07)
```

Funcția de transfer din discret în continuu am obținut-o prin metoda *'zoh'*. Determinarea funcției de transfer în continuu din funcția de transfer în discret se face cu ajutorul comenzii **d2c**(discrete to continuous).

Un sistem identificat folosind metoda **OE** trebuie validat prin **intercorelație**. În MATLAB se face identificarea folosind rutina *oe*, care primește la intrare un obiect de tip *iddata* și parametrii de structură [nB,nF, nd] și returnează un obiect de tip *idpoly* care conține modelul matematic al sistemului.

Vom folosi două metode statistice de validare a modelelor obținute, care se pot realiza cu ajutorul funcției **resid**, iar gradul de suprapunere se poate obține folosind rutina **compare**.

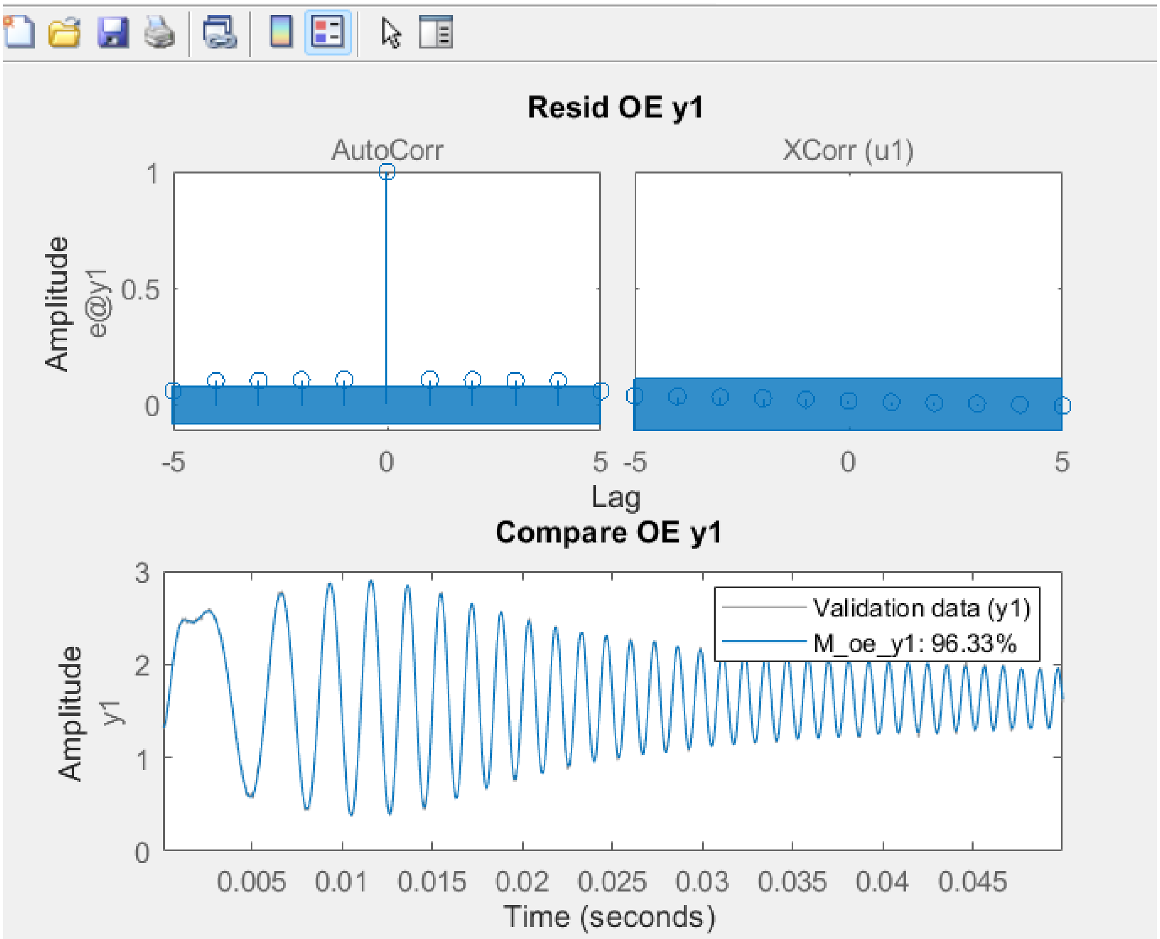

Figura 10. Rezultate resid și compare OE pentru sistemul y1

⇒ eroarea=3.67%;

Pentru y2 – sistemul de ordin 2 cu zerou, am ales parametrii:

$nF = 2$

$nB = 4$

$nd = 1$

⇒ funcțiile de transfer identificate prin metoda OE pentru sistemul de ordin 2 cu zerou:

-în discret:

```
                0.2036 z^-1 - 0.1365 z^-2
  ----------------------------------------------------------
  1 - 0.7933 z^-1 - 0.6973 z^-2 + 0.2301 z^-3 + 0.3268 z^-4
```

-în continuu:

```
     5837.4 (s+7535) (s^2 + 2.957e04s + 7.585e08)
  ---------------------------------------------------
  (s^2 + 2695s + 1.17e07) (s^2 + 1.967e04s + 2.819e09)
```

Pentru acest sistem(y2), s-au utilizat aceleasi metode ca la y1. Modelul a fost identificat utilizând metoda **OE** cu rutina *oe* urmată de validarea modelului prin **intercorelație** folosind **resid**, și evaluarea gradului de suprapunere între ieșirea modelului și datele reale prin **compare**.

Rezultate obținute:

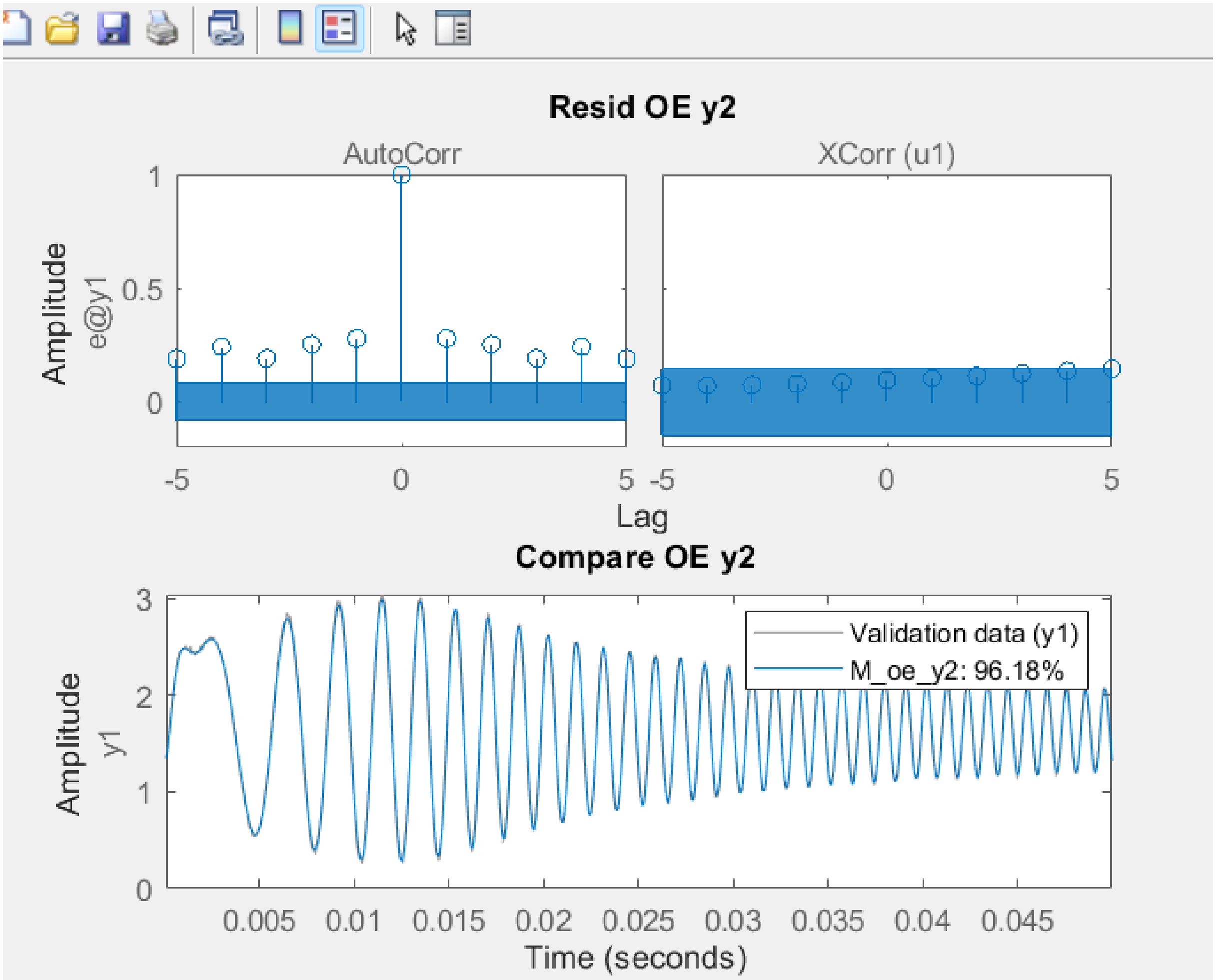

Figura 11. Rezultate resid și compare OE pentru sistemul y2

⇒ eroarea=3.82%;