

Circle packing

Een constructieve oplossing voor cirkels in een cirkel



Pablo BOLLANSÉE

Promotor: Prof. P. De Causmaecker
Affiliatie (facultatief)

Co-promotor: *(facultatief)*
Affiliatie (facultatief)

Begeleider: *(facultatief)*
Affiliatie (facultatief)

Proefschrift ingediend tot het
behalen van de graad van
Master of Science in de
toegepaste informatica

Academiejaar 2015-2016

© Copyright by KU Leuven

Zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van zowel de promotor(en) als de auteur(s) is overnemen, kopiëren, gebruiken of realiseren van deze uitgave of gedeelten ervan verboden. Voor aanvragen tot of informatie i.v.m. het overnemen en/of gebruik en/of realisatie van gedeelten uit deze publicatie, wendt u tot de KU Leuven, Faculteit Wetenschappen, Geel Huis, Kasteelpark Arenberg 11 bus 2100, 3001 Leuven (Heverlee), Telefoon +32 16 32 14 01.

Voorafgaande schriftelijke toestemming van de promotor(en) is eveneens vereist voor het aanwenden van de in dit afstudeerwerk beschreven (originele) methoden, producten, schakelingen en programma's voor industrieel of commercieel nut en voor de inzending van deze publicatie ter deelname aan wetenschappelijke prijzen of wedstrijden.

Voorwoord

Het Circle-Packing probleem bestaat er uit om een aantal cirkels, met gekende radii, in een zo klein mogelijke container te plaatsen. De vorm van deze container kan verschillen, meestal is het een driehoek, rechthoek of cirkel. In deze thesis bekijken we het packings van cirkels in een cirkel.

Wiskunde is dit een relatief eenvoudig probleem om voor te stellen, maar computationeel is het zeer zwaar om exact op te lossen. Bestaande pogingen om dit probleem op te lossen geven zeer dichte packings, maar vragen zeer veel tijd. In deze thesis stel ik een nieuwe constructieve heuristiek voor om deze packings te maken, die het mogelijk maakt zeer snel oplossingen te genereren.

Ik wil hierbij Patrick De Causmaeker bedanken voor alle hulp en ondersteuning tijdens het verwezenlijken van dit werk.

Abstract

TODO

Inhoud

Voorwoord	i
Abstract	ii
Lijst van figuren	iv
Lijst van tabellen	v
1 Inleiding	1
2 Algoritme	3
2.1 Begin	3
2.2 Shell	3
3 Resultaten	4
4 Opmerkingen en verder werk	5
5 Conclusie	6

Lijst van figuren

Lijst van tabellen

Hoofdstuk 1

Inleiding

Het Circle-Packing probleem (CPP), voor cirkels in een cirkel, bestaat uit het plaatsen van n cirkels in een zo klein mogelijke cirkelvormige container. Het is de bedoeling om voor de gegeven cirkels de coördinaten van de middelpunten te vinden zodat deze niet overlappen en de radius van de omcirkel zo klein mogelijk is.

Circle-Packing is zowel theoretisch als praktisch een zeer interessant probleem. Het kan gebruikt worden om verschillende real-world problemen op te lossen, zoals het plaatsen van zendmasten, stokage van cilindrische voorwerpen, en het combineren van verschillende kabels.

Mathematisch is het redelijk eenvoudig als een optimalisatie probleem te omschrijven:

$$\begin{array}{ll} \text{minimaliseer} & r \\ \text{onderhevig aan} & x_i^2 + y_i^2 \leq (r - r_i)^2, \quad i = 1, \dots, n \\ & (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \geq (r_i + r_j)^2, \quad i \neq j \end{array}$$

Hierin is r_i de radius, en (x_i, y_i) de coördinaten van het centrum van cirkel i . Hierbij wordt verondersteld dat de omcirkel het nulpunt als middelpunt heeft. De eerste formule verzekert dat de cirkels in de omcirkel liggen, en de tweede dat ze elkaar niet overlappen. In het geval dat alle cirkels de zelfde grootte hebben wordt meestal r_i altijd gelijk aan 1 genomen.

Hoewel dit wiskundig zeer eenvoudig te omschrijven is, blijft het toch een zeer moeilijk probleem om exact op te lossen. Het is een NP-hard probleem. Daarom zoekt men naar andere technieken om het toch op te kunnen lossen. In [4] stellen ze een Monotonic Basin Hopping algoritme voor. Hierin beschrijven ze dat er teveel lokale optima zijn voor een eenvoudige multi-start behandeling, en stellen een variant voor waarin ze op een slimme manier de begin punten proberen genereren. In [2] wordt gebruik gemaakt van de combinatorische eigenschappen van circle-packing in combinatie met een taboo-search en een off-the-shelf non-linear optimizer. Hierin plaatsen ze één voor één elke cirkel en laat de non-linear optimizer hiervoor telkens een lokaal extremum berekenen. Ze zoeken van met de taboo-search naar de beste volgorde om de cirkels te plaatsen. Hoewel deze oplossingen zeer goede packings maken, regelmatig tot op heden de best gekende oplossingen [5], vragen ze zeer veel reken tijd. Constructieve algoritmen voor het oplossen van circle-packings zijn veel minder onderzocht. De enige voor mij bekende is [1], waarin ze een alternatieve vorm van circle-packings oplossen: de omtrek van de container ligt vast, en je moet zo veel mogelijk cirkels van gelijke grootte er in plaatsen.

In deze thesis stel ik een nieuw constructieve heuristiek voor om het circle-packing probleem op te lossen. Het is een best-fit heuristiek gebaseerd op een oplossing voor het Orthogonal Stock-Cutting Problem voorgesteld in [3]. Zij stellen een heuristiek voor die de volgende balk om te plaatsen kiest uit een lijst, en deze plaatst op de *beste* positie. Dit in tegenstelling tot cirkels plaatsen in een vooraf bepaalde volgorde zoals in [4] en [2]. Op een gelijkaardige manier kiest mijn algoritme de volgende cirkel die best past in de huidige packing.

In hoofdstuk 2 bespreek ik hoe de heuristiek opgebouwd is. Ik bespreek de twee basis concepten voor mijn best-fit heuristiek: *holes* en de *shell*. Ik bespreek hoe deze werken, en op welke manier gekozen wordt welke cirkel best past in de packing. Hierbij bespreek ik ook de implementatie. In hoofdstuk 3 worden de verkregen resultaten besproken. Hier vergelijk ik de packings met de best gekende resultaten zoals gerapporteerd op de Packomania website ([5]). Ik doe hier een vergelijking zowel op omtrek van de verkregen omcirkel, als op nodige tijd om deze packing te berekenen tegenover de best gekende oplossingen. Ook toon ik resultaten voor packings voor veel meer cirkels dan getoond op de Packomania website. In hoofdstuk 4 bespreek ik mogelijke verbeteringen, de *losse eindjes* en ideeën voor verdere uitbreidingen en onderzoek.

Hoofdstuk 2

Algoritme

2.1 Begin

2.2 Shell

Hoofdstuk 3

Resultaten

Hoofdstuk 4

Opmerkingen en verder werk

Hoofdstuk 5

Conclusie

Bibliography

- [1] Hakim Akeb and Yu Li. A basic heuristic for packing equal circles into a circular container. *Comput. Oper. Res.*, 33:2125–2142, 2006.
- [2] I Al-Mudahka, Mhand Hifi, and Rym M’Hallah. Packing circles in the smallest circle: an adaptive hybrid algorithm. *Journal of the Operational Research Society*, 62(11):1917–1930, 2011.
- [3] Edmund K Burke, Graham Kendall, and Glenn Whitwell. A new placement heuristic for the orthogonal stock-cutting problem. *Operations Research*, 52(4):655–671, 2004.
- [4] Andrea Grosso, ARMJU Jamali, Marco Locatelli, and Fabio Schoen. Solving the problem of packing equal and unequal circles in a circular container. *Journal of Global Optimization*, 47(1):63–81, 2010.
- [5] E. Specht. Packomania. <http://www.packomania.com/>. Accessed: 2016-05-23.

AFDELING
Straat nr bus 0000
3000 LEUVEN, BELGIË
tel. + 32 16 00 00 00
fax + 32 16 00 00 00
www.kuleuven.be

