

第八周作业

1. 考虑下列非线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1^2 - (x_2 - 4)^2 + 16 \geq 0 \\ & (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2 - 13 = 0 \end{aligned}$$

判断下列各点是否为局部最优解:

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x^{(2)} = \begin{pmatrix} \frac{16}{5} \\ \frac{32}{5} \end{pmatrix}, \quad x^{(3)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 + \sqrt{13} \end{pmatrix}$$

2. 给定非线性规划问题

$$\begin{aligned} \max b^T x \quad x \in R^n \\ \text{s.t.} \quad x^T x \leq 1 \end{aligned}$$

其中 $b \neq 0$. 证明向量 $\bar{x} = \frac{b}{\|b\|}$ 满足最优性的充分条件。

3. 考虑下列非线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1^2 - (x_2 - 4)^2 + 16 \geq 0 \\ & (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2 - 13 = 0 \end{aligned}$$

判断下列各点是否为局部最优解:

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x^{(2)} = \begin{pmatrix} \frac{16}{5} \\ \frac{32}{5} \end{pmatrix}, \quad x^{(3)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 + \sqrt{13} \end{pmatrix}$$

2. 考虑下列非线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}[(x_1 - 1)^2 + x_2^2] \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + \beta x_2^2 = 0 \end{aligned}$$

讨论 β 取何值时 $\bar{x} = (0, 0)^T$ 是局部最优解?