作业（2）：

1．设$S=\{x \mid Ax\ge b\}$，其中A是$m\times n$矩阵，$m>n$，A的秩为n。证明$x^{(0)}$是S的极点的充要条件是A和b可作如下分解：

$$A=\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}，\ b=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

其中，A_1有n个行，且A_1的秩为n，b_1是n维列向量，使得$A_1x^{(0)}=b_1$，$A_2x^{(0)}\ge b_2$。

2．假设用单纯形方法解线性规划问题

$$\begin{aligned} \min\quad & cx \\ s.t.\quad & Ax=b \\ & x\ge 0 \end{aligned}$$

在某次迭代中对应变量x_j的判别数$z_j-c_j>0$，且单纯形表中对应的列$y_j=B^{-1}p_j\le 0$。证明：

$$d=\begin{bmatrix} -y_j \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

是可行域的极方向。其中分量 1 对应x_j。(假设 B 为 A 的前 m 列。)

3．用单纯形方法解下列线性规划问题：

(1)
$$\begin{aligned} \min\quad & 3x_1-5x_2-2x_3-x_4 \\ s.t\quad & x_1+x_2+x_3\le 4 \\ & 4x_1-x_2+x_3+2x_4\le 6 \\ & -x_1+x_2+2x_3+3x_4\le 12 \\ & x_j\ge 0,\ j=1,\cdots,4 \end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned} \min\quad & -3x_1-x_2 \\ s.t\quad & 3x_1+3x_2+x_3=30 \\ & 4x_1-4x_2+x_4=16 \\ & 2x_1-x_2\le 12 \\ & x_j\ge 0,\ j=1,\cdots,4 \end{aligned}$$