

2022《应用信息论基础》试卷

系别:

年级:

姓名:

学号:

- 1 (10 分) 列出信息论中与信息熵有关的 5 个常用的不等式, 说明其物理意义。
- 2 (10 分) 在信源编码中需要利用 Kraft 不等式作为约束条件计算平均编码长度的界, 试给出 Kraft 不等式的证明, 并推导离散同分布信源编码长度的下界。
- 3 (10 分) 比较 Shannon 编码与 Huffman 编码, 问: 哪种具有更好的最优竞争性? 为什么? 可举例说明。
- 4 (10 分) 已知随机变量 X 的取值域为 $\{0, 1\}$, 相应的概率分布为 $P(X=0) = \frac{1}{3}, P(X=1) = \frac{2}{3}$, X 到 Y 的转移概率矩阵为

$$(P(y_j|x_i)) \sim \begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 & 1/2 \\ 1/6 & 1/2 & 1/3 \end{pmatrix}$$

- (1) 计算 $H(Y)$;
- (2) 计算 $H(X|Y)$ 。
- 5 (10 分) 写出 Fano 不等式, 并给出证明。
- 6 (10 分) 已知 $\{X_k\}, k = 0, 1, \dots$, 是一阶不可约平稳的时间齐次 Markov 链, 证明其平均熵率 (entropy rate) 为 $H(X_2|X_1)$, 并举例说明 $H(X_1) > H(X_2|X_1)$
- 7 (15 分) 已知一个传感网络采用中继通信进行信息传递, 中继节点采用接收转发策略, (receive and forward), 假设中继信道可用两个二元对称信道独立级联建模, 第一级二元对称信道服从参数为 (0.8, 0.2), 输出为 X_1 ; 第二级二元对称信道的服从参数为 (0.7, 0.3) 输出为 Y 。
 - (1) 计算该中继信道的信道容量;
 - (2) 给出达到该信道容量的输入信息概率分布;
 - (3) 写出相应的数据处理不等式的表达式。
- 8 (10 分) 给出高斯信源的率失真函数 $R(D) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{\sigma^2}{D} \right)$ 可达性证明, 其中 $X \sim N(0, \sigma^2)$, D 为欧氏失真。
- 9 (8 分) 叙述 Stein 引理和 Sanov 定理, 分析它们之间的内在联系, 可举例说明。
- 10 (7 分) 叙述典型集在信源编码和信道编码中的作用, 可举例说明。