作业（5）

1．用对偶单纯形法解下列问题：

$$(3)\begin{cases}\max\ x_1+x_2 \\ s.t.\quad x_1-x_2-x_3=1 \\ \qquad -x_1+x_2+2x_3\geq 1 \\ \qquad x_1,x_2,x_3\geq 0\end{cases}$$

$$(4)\begin{cases}\min\ 4x_1+3x_2+5x_3+x_4+2x_5 \\ s.t.\quad -x_1+2x_2-2x_3+3x_4-3x_5+x_6\quad +x_8=1 \\ \qquad x_1+x_2-3x_3+2x_4-2x_5\qquad +x_8=4 \\ \qquad\qquad -2x_3+3x_4-3x_5\quad +x_7+x_8=2 \\ \qquad x_j\geq 0,\ j=1,\cdots,8\end{cases}$$

2. 给定下列线性规划问题：

$$\begin{aligned}&\min -2x_1-x_2+x_3\\ &s.t.\quad x_1+x_2+2x_3\leq 6\\ &\qquad x_1+4x_2-x_3\leq 4\\ &\qquad x_1,x_2,x_3\geq 0\end{aligned}$$

它的最优单纯形表如下表：

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	0	-1	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
x_1	1	3	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{14}{3}$
	0	-6	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{26}{3}$

（1） 若右端向量 $b=\begin{bmatrix}6\\4\end{bmatrix}$ 改为 $b'=\begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix}$，原来的最优基是否还是最优基？利用原来的最优表求新问题的最优表。

（2） 若目标函数中 x_1 的系数由 $c_1=-2$ 改为 c_1'，那么 c_1' 在什么范围内时原来的最优解也是新问题的最优解？

3. 考虑下列线性规划问题：

$$\begin{aligned} \max\ & -5x_1+5x_2+13x_3 \\ s.t.\ & -x_1+x_2+3x_3 \le 20 \\ & 12x_1+4x_2+10x_3 \le 90 \\ & x_1,x_2,x_3 \ge 0 \end{aligned}$$

先用单纯形方法求出上述问题的最优解，然后对原来问题分别进行下列改变，试用原来问题的最优表求新问题的最优解：

（1） 目标函数中 x_3 系数 c_3 由 13 改变为 8；

（2） b_1 由 20 改变为 30；

（3） b_2 由 90 改变为 70；

（4） A 的列由 $\begin{bmatrix}-1\\12\end{bmatrix}$ 改变为 $\begin{bmatrix}0\\5\end{bmatrix}$；

（5） 增加约束条件：$2x_1+3x_2+5x_3 \le 50$。

4. 给定原始的线性规划问题：

$$\begin{aligned} \min\ & cx \\ s.t.\ & Ax=b \\ & x \ge 0 \end{aligned}$$

假设这个问题与其对偶问题是可行的，令 $w^{(0)}$ 是对偶问题的一个已知的最优解。

（1） 若用 $\mu \ne 0$ 乘原问题的第 k 个方程，得到一个新的原问题，试求其对偶问题的的最优解。

（2） 若将原问题第 k 个方程的 μ 倍加到第 r 个方程上，得到新的原问题，试求其对偶问题的的最优解。