

《统计信号处理》第二次大作业

2023.5

在课堂上，我们已经学习了检测理论的一些基础知识。在本次大作业中，我们将使用所学，解决并分析一个典型的检测问题。

1 问题背景

惯性测量单元，Inertial Measurement Unit (IMU) 是一类常见的传感器，在诸如智能手机、智能手表等设备中被广泛应用。如图 1 所示，IMU 的测量值包含三轴比力 y^a 与三轴角速度 y^ω ，其中比力 y^a 与重力加速度 g 、IMU 相对于惯性参考系的加速度 a 的关系满足 $y^a = a - g$ 。

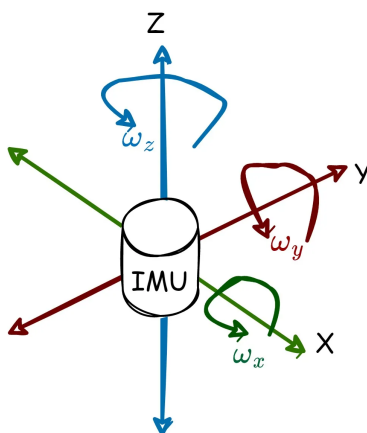


图 1: IMU 测量值示意图

通过对比力与角速度进行积分，用户可以得到 IMU 的运动速度与运动轨迹，但这些结果存在严重的误差累积现象，导致其随着运行时间的增长而逐渐发散。此类误差累积现象往往难以建模，因此用户需要及时对 IMU 进行校准。一类典型的校准方案要求 IMU 保持静止状态，因此，依据 IMU 的测量值判断 IMU 处于运动状态还是静止状态成为了一个值得关注的问题。我们称该问题为 IMU 的静止检测问题。

2 问题描述

2.1 IMU 测量值建模

假设 IMU 的测量值中包含独立同分布的零均值高斯噪声。

$$\mathbf{y} = \mathbf{s} + \mathbf{w} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{y}^T = [(\mathbf{y}^a)^T, (\mathbf{y}^\omega)^T]$ 为 IMU 的测量值, $\mathbf{s}^T = [(\mathbf{s}^a)^T, (\mathbf{s}^\omega)^T]$ 为 IMU 比力、角速度的真值, 噪声 \mathbf{w} 的协方差矩阵已知, 由式 (2) 给出。

$$\mathbf{C}_w = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_\omega^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.2 IMU 的静止检测问题

IMU 的静止检测问题表述如下:

H_0 : IMU 处于运动状态,

H_1 : IMU 处于静止状态。

解决问题的一种思路是利用下述性质: 静止状态下的 IMU, 其比力、角速度真值应保持不变, 其中比力的模长应等于重力加速度, 而方向任意 (注意, IMU 的姿态不受限制, 重力加速度不一定沿 Z 轴方向), 角速度为 0。运动状态下的 IMU, 其比力、角速度真值可以为任意值。据此, 我们给出上述检测问题的一种数学描述。

对于检测窗长 M 内的 IMU 测量值 $\{\mathbf{y}_k\}_{k=0, \dots, M-1}$, IMU 的静止检测问题可以表述为

$$\begin{aligned} H_0: & \mathbf{y}_k = \mathbf{s}_k + \mathbf{w}_k \\ H_1: & \mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} g\mathbf{u} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \mathbf{w}_k, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^3, \|\mathbf{u}\| = 1, \end{aligned}$$

其中 $\{\mathbf{s}_k\}_{k=0, \dots, M-1}$ 为运动状态下比力、角速度的真值, 不同采样时刻间的真值不存在约束关系; g 代表重力加速度的大小, \mathbf{u} 为一个三维单位矢量, 静止状态下比力的真值恒定保持为一个模长为 g 的矢量, 角速度的真值恒定保持为 0。

3 作业要求

(1) 针对所提检测问题, 设计一个检测器。注意需要包括具体的推导过程。

(2) 自行合理设置 H_0 假设下 IMU 的运动状态, 利用蒙特卡洛仿真, 绘制不同参数设置下的接收机工作特性曲线, 并分析 IMU 运动状态、测量噪声、窗口长度对检测性能的影响。

(3) 利用所提检测器, 尝试对文件 data2 中给出的 IMU 实测数据进行静止检测。检测结果以检测统计量-时间曲线与检测结果-时间曲线 (0 代表运动, 1 代表静止) 的形式给出。

4 需要上交的内容

(1) 作业报告, 包含作业要求中完成的全部内容。

(2) 代码源文件 (注意包含足够的代码注释)。

5 提交时间与方式

6 月 2 日前, 网络学堂提交。

6 数据说明

大作业附件包含两组 IMU 实测数据，采样率为 100Hz。其中，文件 data1 为静止状态下的数据，可用于噪声估计；文件 data2 为待检测的数据，其运动状态包括置于桌面保持静止，手持保持静止（存在轻微抖动），手持低动态运动，手持高动态运动四种。每组数据共 6 列，依次为三轴比力、三轴角速度。数据给出 xlsx、mat 两种格式，可任选一种使用。

7 参考文献

参考文献给出了静止检测问题的几种方案，请同学们参考。