

作业 (6)

1. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $l \times n$ 矩阵, $c \in E^n$, 证明下列两个系统恰有一个有解:

系1 $Ax \leq 0, Bx = 0, c^T x > 0$, 对某些 $x \in E^n$ 。

系2 $A^T y + B^T z = c, y \geq 0$, 对某些 $y \in E^m$ 和 $z \in E^l$ 。

2. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, $c \in E^n$, 证明下列两个系统恰有一个有解:

系1 $Ax \leq 0, x \geq 0, c^T x > 0$, 对某些 $x \in E^n$ 。

系2 $A^T y \geq c, y \geq 0$, 对某些 $y \in E^m$ 。

1. $f(x_1, x_2) = 10 - 2(x_2 - x_1^2)^2$

$$S = \{(x_1, x_2) \mid -1 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1\}$$

$f(x_1, x_2)$ 是否为 S 上的凸函数?

2. 设 f 是定义在 E^n 上的凸函数。 $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}$ 是 E^n 中的点, 证明

$$f(\lambda_1 x^{(1)} + \dots + \lambda_k x^{(k)}) \leq \lambda_1 f(x^{(1)}) + \dots + \lambda_k f(x^{(k)})$$

其中 $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k = 1, \lambda_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, k$ 。