

## 第九周作业

1. 考虑下列原问题：

$$\begin{aligned} \min \quad & (x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 - 1 \geq 0 \end{aligned}$$

- (1) 分别用图解法和最优性条件求解原问题。
- (2) 写出对偶问题。(集约束为整个空间)

2. 给定非线性规划问题：

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = 0 \\ & x^T x \leq \gamma^2 \end{aligned}$$

其中  $A$  为  $m \times n$  矩阵 ( $m < n$ )， $A$  的秩为  $m$ ， $c \in R^n$  且  $c \neq 0$ ， $\gamma$  是一个正数，试求问题的最优解及目标函数最优值。

3. 定义算法映射如下：

$$A(x) = \begin{cases} \left[ \frac{3}{2} + \frac{1}{4}x, 1 + \frac{1}{2}x \right] & \text{当 } x \geq 2 \\ \frac{1}{2}(x+1) & \text{当 } x < 2 \end{cases}$$

证明  $A$  在  $x=2$  处不是闭的。

4. 在集合  $X=[0, 1]$  上定义算法映射

$$A(x) = \begin{cases} [0, x), & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

讨论在以下各点处  $A$  是否为闭的：  $x^{(1)} = 0, x^{(2)} = \frac{1}{2}$ .