

# 《统计信号处理》第一次大作业

2023.4

在课堂上，我们已经学习了克拉美罗界定理 CRLB、最大似然估计 MLE 等估计理论的知识点。在本次大作业中，我们将使用所学，解决并分析一个典型的定位问题。

## 1 问题背景

在传感器网络中，各传感器节点的位置信息往往是整个网络需要获取的重要参数之一。解决节点定位问题的一类常用方案是基于到达时间（TOA）的定位方法，其基本原理为一个节点通过测量另一个节点所发射电磁波信号的传输延时（TOA 观测量），推算节点间的距离，再依据几何关系求解节点位置坐标。需要注意，如果两个节点的驱动时钟不同步，TOA 观测量中就会额外包含两个节点间的时钟偏差。

在应用中，传感器网络一般需要提前标定部分传感器节点的位置。这些位置已知的节点被称为锚点。一般而言，待定位的节点仅利用与锚点间的 TOA 观测量即可独立完成定位，这种定位模式被称为单点定位。在此基础上，如果额外利用待定位的节点间的 TOA 观测量，多个待定位的节点可以进行联合定位，这种定位模式被称为协作定位。

## 2 作业要求

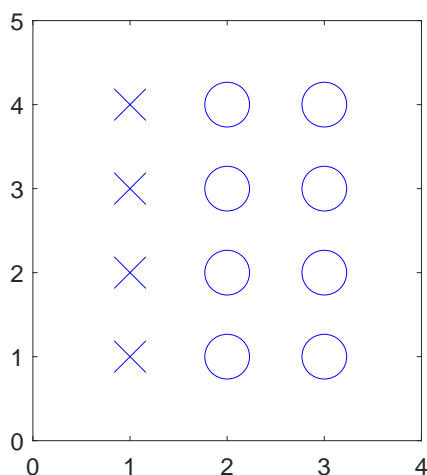


图 1: 问题（3）场景

我们考虑二维定位场景。假设传感器网络中共有  $N$  个节点，其中存在  $M$  个锚点，其二维坐标记为

$\mathbf{p}_a^{(m)} = (x_a^m, y_a^m)$ ,  $m = 1, \dots, M$ , 锚点的驱动时钟同步; 存在  $N-M$  个待定位的节点, 其二维坐标记为  $\mathbf{p}_u^{(n)} = (x_u^n, y_u^n)$ , 其相对于锚点的时钟偏差记为  $t_u^{(n)}$ ,  $n = M+1, \dots, N$ 。传感器网络中任意两个节点  $k_1$  与  $k_2$  间的 TOA 观测量记为  $\rho_{k_1, k_2}$ , 每个观测量包含方差为  $\sigma_{k_1, k_2}$  的白噪声, 不同观测量间的噪声相互独立。

(1) 考虑单点定位模式, 请推导待定位的节点坐标的 CRLB, 并给出利用 MLE 求解节点坐标的优化问题。

(2) 考虑协作定位模式, 假设任意两个节点间 (包括锚点与待定位节点之间, 两个待定位节点之间) 均有一组 TOA 观测量, 请推导待定位的节点坐标的 CRLB, 并给出利用 MLE 求解节点坐标的优化问题, 并与 (1) 中结果进行对比。

(3) 考虑如图 1 所示的二维定位场景, 其中 “x” 代表锚点, “o” 代表待定位节点。请利用蒙特卡罗仿真, 自行设置合理的噪声水平, 分别给出单点定位模式与协作定位模式下的定位结果 (以可视化形式展示), 并与 (1)、(2) 中的理论推导结果进行对比分析。

### 3 需要上交的内容

(1) 作业报告, 需要包含问题 (1)、(2) 的分析过程及分析结果, 问题 (3) 的仿真结果及其具体分析。完成作业过程中存在任何疑问、收获或发现也都可以写入报告中。

(2) 仿真实验的代码源文件 (注意包含足够的代码注释)。

### 4 提交时间及方式

4 月 24 日前, 网络学堂提交。

### 5 参考文献

文献 [1] 为主要参考文献, 给出了基于 TOA 的协作定位的基本模型及其分析。文献 [2]、[3] 为拓展参考文献, 其中文献 [2] 给出了一种求解协作定位 MLE 问题的迭代算法, 以应对该问题的非线性与非凸特性; 文献 [3] 为协作定位的一篇经典综述文章, 感兴趣的同学可以阅读学习。