

## 高等流体力学作业四

2020.12.21 发布，2021.1.5 前完成

- 一、考虑二维打水漂或者滑水问题。假设水的密度为 $\rho$ ，平直滑板的速度为常速 $U$ ，倾角为 $\alpha$ 。水受向前运动的滑板的挤压，从滑板上端的前下方流出，水流厚度为 $d$ 。试估算滑板受到的水的总的垂直向上的支持力。要求明确写出求解过程中所作的假设。
- 二、有两块平行的半径为 $R$ 的圆形平板，其中一块置于另一块的上方，其间充满黏度为 $\mu$ 的不可压缩流体，两板间距 $h$ 很小。设平板以速度 $U$ 缓慢地相互靠拢，排挤着流体，（1）试确定平板所受的阻力；（2）假设板的初始速度为 $U_0$ ，板除受流体作用力外，只受重力作用，问两板最后可否完全合拢。提示：用类似边界层理论的量阶估计简化问题。
- 三、面涡是雷诺数无穷大时的一种理想的涡结构模型，厚度为 $0$ 。那么，对于有限雷诺数情况，即 $\mu \neq 0$ 的情况，则面涡成为有限厚度的。请估计面涡厚度同雷诺数的关系。
- 四、对于无旋流场中的一片面涡，可以在面涡表面引入一个标量的环量函数来描述面涡强度。现在，假设无旋流场中有一个封闭的面涡，面涡内部也是无旋的。请问：可否继续引入类似的环量函数来描述该封闭面涡的强度？
- 五、考虑远处静止的二维无旋流场中的一个强度为常数的圆形面涡。证明：该面涡的形状将不发生改变。
- 六、教材习题 5.2。
- 七、考虑二维无旋流场中一个半无穷长的面涡。取面涡起始点为原点，面涡所在的直线为 $x$ 轴负半轴，面涡强度分布为 $\gamma(x) = x^{-1/2}$ ，试根据 Birkhoff-Rott 方程用数值方法模拟面涡的卷起过程。画出几个不同时刻的面涡的图形，并给出计算程序。
- 八、假设你给自己布置一道教材第 4、5 章的作业题，请给出题目（要求不与前面的题目雷同）。