

高等应用数学作业 6

第二组 袁磊祺 刘志如 宋庭鉴 岐亦铭 董淏翔 周子铭 撒普尔

December 2, 2020

Sec. 6.3 Pro. 6

这是一个可以求解的方程, 根据初始条件我们可以得到解为:

$$y(x, \varepsilon) = \left(1 - \frac{\varepsilon}{\pi^2}\right) \cos(\pi x) + \frac{\varepsilon}{\pi^2} + \left(\frac{-1}{\pi^3 - \pi}\right) \sin(\pi x) + \frac{1}{\pi^2 - 1} \sin x, \quad (1.1)$$

取 $\varepsilon = 0$ 与 $\varepsilon = 0.1$ 对比得到图像:

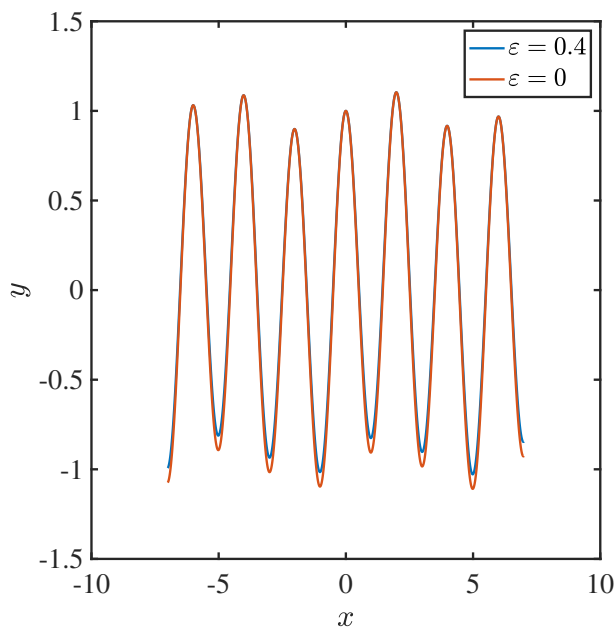


图 1.1. 函数图像

在原式中 ε 在大部分时候绝对值都小于 $\sin x$, 正如书上所说, 无害的非正统函数的一种情形, 也就是振荡项具有相对大的绝对值, 只在狭小区域内会被超越, 这种具有

非正统的小区间在这个例子中可以忽略. 根据图像也可以看到只在各个极小值处能表现出一些分离的情况.

Sec. 6.3 Pro. 8

2.1

V 充分小时, 空气阻力不会很大, 由此阻力相对与重力是小量, 可以不考虑阻力的影响.

初始时刻速度最大:

$$\frac{dx^*}{dt^*}(0) = V = \frac{dx^*}{dt^*_{\max}}, \quad (2.1)$$

位移尺度与抛射问题相同量级:

$$x^*_{\max} \sim O\left(\frac{V^2}{g}\right), \quad (2.2)$$

时间尺度:

$$T = \frac{|x^*_{\max}|}{\left|\frac{dx^*}{dt^*_{\max}}\right|} \sim O\left(\frac{V}{g}\right). \quad (2.3)$$

所以

$$x = \frac{x^*}{V^2/g}, \quad t = \frac{t^*}{V/g}, \quad (2.4)$$

同 (16) 式.

2.2

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + 1 = 0, \quad x(0) = 0, \quad \frac{dx}{dt}(0) = 1, \quad (2.5)$$

$\beta = \frac{kV}{mg}$: 空气阻力与重力权重比值. 其大小反映抛射问题中空气阻力的显著程度.