CFD–HW05(2021-04-09, 第5周)

April 9, 2021

1 自学

自主学习讲义【CFDLect04-com01_cn.pdf】的第46-71页中的“线性对流方程的格式”.

2 笔头作业

(1). 参见讲义【CFDLect04-com01_cn.pdf】的第43页. 证明: 一维完全气体动力学方程组(Euler方程组) 的第3个波($\lambda_3 = u + a$)的左右状态满足:

$$p_L > p_R, u_L > u_R, \text{激波}; p_L < p_R, u_L < u_R, \text{稀疏波}.$$

第2个波($\lambda_2 = u$)的左右状态满足:

$$p_L = p_R, u_L = u_R, \text{接触间断}.$$

(2). 已知一维标量守恒律方程$u_t + f(u)_x = 0$的差分格式

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{\tau}{h}\left(\hat{f}(u_j^n, u_{j+1}^n) - \hat{f}(u_{j-1}^n, u_j^n)\right),$$

其中数值通量$\hat{f}(u,v)$是一个连续可微的二元函数, 且

$$\frac{\partial \hat{f}(u,v)}{\partial u} \geq 0, \quad \frac{\partial \hat{f}(u,v)}{\partial v} \leq 0.$$

试分析和给出该格式满足TVD(总变差不增)性质和局部极值原理的(最优)条件.

(3). 考虑二维双曲型守恒律方程组

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{U} + \frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{U}) + \frac{\partial}{\partial y}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{U}) = 0, \tag{1}$$

其中$\boldsymbol{U} \in \mathbb{R}^m$, 和笛卡尔网格$\{(x_j, y_k) : x_j = jh_x, y_k = kh_y, j, k \in \mathbb{Z}\}$.

试着写出它的LF格式, LW格式, MacCormack格式, 和一阶精度的显式迎风格式(Roe格式) (参见讲义【CFDLect04-com01_cn.pdf】的第74-76, 81页), 并说明时间步长的选取准则.

3 上机作业

提醒: 程序和报告均需要独立完成, 不能抄袭和也不能直接拿他人的程序. 提交程序和报告(需要必要的计算参数等细节)截止时间：5月9日24:00

(1). 编写一维完全气体Euler方程组的LF格式, MacCormack格式, 和一阶精度的显式迎风格式(Roe格式)的程序, 并计算讲义【CFDLect04-com01_cn.pdf】的第101-102页的问题2和问题4.