

CFD–HW13 (2021-06-04)

THz@PKU

1 笔头作业

提示：提交作业的时间是下周五。

- (A). 分别推导出二维可压缩Navier-Stokes (NS) 方程(守恒形式) 和二维不可压缩NS方程(原始变量形式)在可逆变换 $x = x(\xi, \eta), y = y(\xi, \eta)$ 下的形式 (散度形式和非散度形式)。如果考虑极坐标变换 $(x, y) \rightarrow (r, \theta)$, 则给出在 (r, θ) 坐标下方程的形式。举例说明, 相应的边界条件变换后的形式。
- (B). 给定三维不可压Navier-Stokes (INS) 方程的原始变量形式的定解问题 (讲义“CFDLect08-incom_cn.pdf”中第7页), 引入向量势函数 \mathbf{A} 和涡向量函数 $\boldsymbol{\omega}$, 推导三维INS方程的涡向量势公式 (讲义“CFDLect09-incom_cn.pdf”中第35页)。
- (C). 考虑一维网格生成问题. 设逻辑区域(也称为参考区域) $\Omega_c = \{\xi : 0 \leq \xi \leq 1\}$ 到物理区域 $\Omega_p = \{x : a \leq x \leq b\}$ 的坐标变换 $\xi = \xi(x)$ 满足:

$$\xi_{xx} = P, \quad P \text{ 为常数.}$$

分析: 右端项 P 对生成物理区域 Ω_p 的网格的影响.

提示: 可参考J.F. Thompson等文章或书, 例如J.F. Thompson, Z.U.A. Warsi and C.W. Mastin, *Numerical Grid Generation: Foundations and*

Applications, North-Holland, 1985. 又例如2.29 Numerical Fluid Mechanics Spring 2015 - Lecture 22: Grid Generation and Intro. to Finite Elements.