



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO

## **Controle Digital - SEL0620**

### **Relatório das aulas 7 e 8**

**Matheus Henrique Dias Cirillo - 12547750**  
**Gustavo Moura Scarenci de Carvalho Ferreira - 12547792**

**Docente responsável:** Dr. Valdir Grassi Jr.

São Carlos  
2º semestre/2024

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Desenvolvimento</b>	<b>2</b>
2.1	Questão 1 . . . . .	2
2.2	Questão 2 . . . . .	2
2.3	Questão 3 . . . . .	3
2.4	Questão 4 . . . . .	3
2.5	Questão 5 . . . . .	4
2.6	Questão 6 . . . . .	4
2.7	Questão 7 . . . . .	4
2.8	Questão 8 . . . . .	5
2.9	Questão 9 . . . . .	6
2.10	Questão 10 . . . . .	7
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>10</b>

## 1 Introdução

Uma vez que o controlador proporcional não elimina o erro de regime permanente, um controlador PID será implementado nesta prática para zerar esse erro. O objetivo é projetar um sistema de controle que atenda a requisitos específicos de desempenho, como tempos de pico e acomodação, e sobressinal.

Utilizando ferramentas como o RLTOOL do Matlab e os conhecimentos passados em aula [1], foram realizados ajustes no controlador PID e depois foi feita uma comparação ao controlador P. A implementação do sistema de malha fechada com o controlador PID foi realizada no Simulink, assim como do controlador P, permitindo a simulação e análise das respostas do sistema para validar o desempenho do controlador projetado.

No final, obteve-se sucesso no projeto do controle PID e verificou-se que o controlador PID pode ser melhor em alguns parâmetros quando comparado ao controlador proporcional.

## 2 Desenvolvimento

### 2.1 Questão 1

Mostre no início do relatório desta etapa, os seguintes dados que das experiências anteriores, e que serão utilizados como base para o projeto do controlador PID:

- a. **Período de amostragem,  $T_{08}$ , utilizado no laboratório anterior para a malha fechada com controlador proporcional para  $K = 8$ . O período de amostragem  $T_{08}$  não deve ser inferior a 0,2 segundos.**

Conforme a prática 4 e 5, o período de amostragem  $T_{08}$  é de 0,2030s.

- b. **Função de transferência da planta do sistema discretizada com retentor de ordem zero para o período de amostragem  $T_{08}$  (indicado no item anterior).**

A função de transferência a planta do sistema discretizada com retentor de ordem zero para o período de amostragem  $T_{08}$  pode ser vista na equação 2.1.

$$G(z) = \frac{0.01401z + 0.01243}{z^2 - 1.672z + 0.698} \quad (2.1)$$

- c. **Tempo de pico,  $t_{p1}$ , do sinal de saída da planta obtido com o sistema de malha fechada com controlador proporcional  $K = 1$ .**

Tempo de pico: 3,4517s

- d. **Tempo de subida,  $t_{r1}$ , do sinal de saída da planta obtido com o sistema de malha fechada com controlador proporcional  $K = 1$ .**

Tempo de subida: 1.6243s

- e. **Tempo de acomodação  $t_{s1}$ , do sinal de saída da planta obtido com o sistema de malha fechada com controlador proporcional  $K = 1$ .**

Tempo de acomodação: 4,8730s

### 2.2 Questão 2

Utilizando a ferramenta RLTOOL do Matlab, projete um controlador PID discreto que proporcione além do erro de regime nulo, um tempo de pico semelhante (não mais que 20% maior) a  $t_{p1}$ , e um sobresinal máximo  $M_p$  de 6%. Ao invés de projetar para um tempo de pico semelhante, você pode também projetar para um tempo de subida e um tempo de acomodação semelhante a  $t_{r1}$  e  $t_{s1}$ , respectivamente.

A função de transferência do controlador PID deve ter o seguinte formato:

$$G_{PID}(z) = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z^2 - z} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (2.2)$$

Lembre-se que ao projetar o PID, a saída do controlador não deve ultrapassar os limites de entrada da planta quando o sistema de malha fechada é submetido ao degrau de amplitude  $r$ , ou seja, a entrada da planta deve ficar sempre dentro do intervalo  $-10 < u(k) < 10$ .

Na Imagem 1 pode ser vista a interface do RLTOOL com gráfico da resposta ao degrau com as medidas relevantes no domínio do tempo e o gráfico do local das raízes do controlador PID projetado.

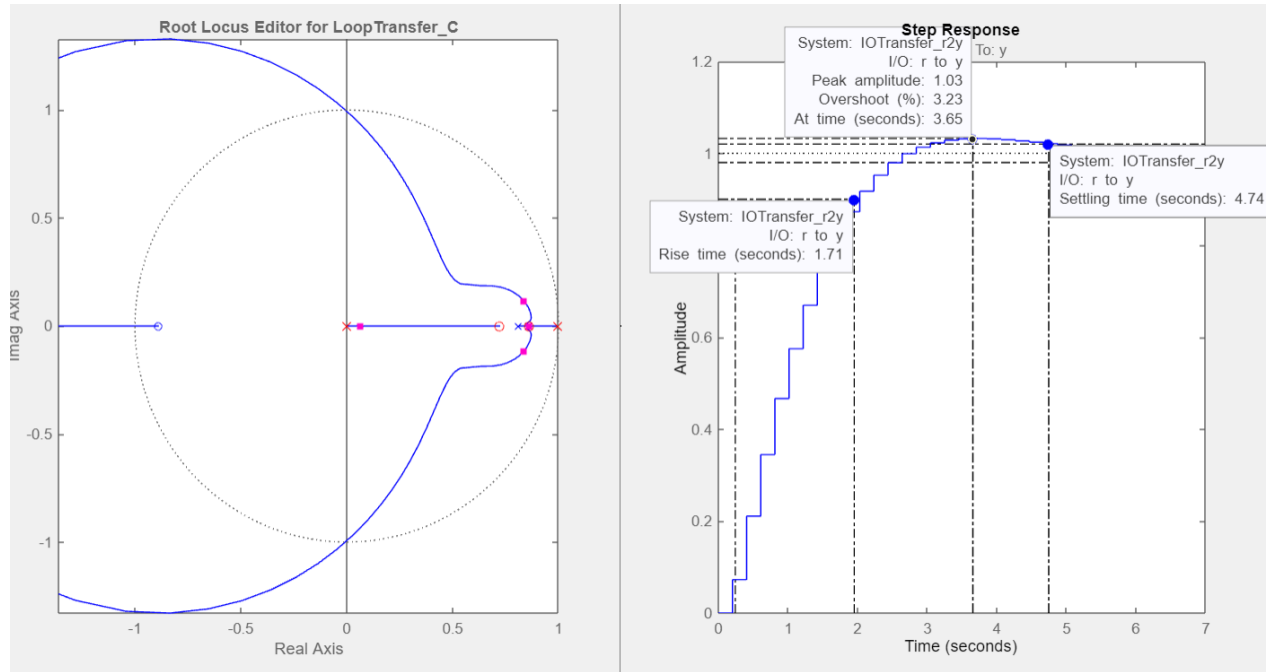


Figura 1: Interface do RLTOOL com local das raízes e resposta ao degrau do controlador PID.

### 2.3 Questão 3

Mostre no relatório a função de transferência discreta do controlador projetado  $G_{PID}(z)$ .

A função de transferência obtida ao exportar o controlador do RLTOOL para a Workspace do Matlab é mostrada na Equação 2.3.

$$\frac{5,1923 \cdot (z - 0,8613) \cdot (z - 0.7243)}{z^2 - z} \quad (2.3)$$

Manipulando a Equação 2.3 para colocá-la no formato requerido pelo professor, obtemos a Equação 2.4.

$$\frac{5,1923 - 8,2329 \cdot z^{-1} + 3,2392 \cdot z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (2.4)$$

### 2.4 Questão 4

Mostre no relatório a função de transferência discreta do sistema de malha fechada (desconsiderando o distúrbio).

A função de transferência discreta do sistema de malha fechada sem distúrbio pode ser vista na equação 2.5.

$$\frac{0.07276z^3 - 0.05083z^2 - 0.05694z + 0.04026}{z^4 - 2.599z^3 + 2.319z^2 - 0.7549z + 0.04026} \quad (2.5)$$

## 2.5 Questão 5

**Mostre no relatório os polos e zeros de malha fechada em  $z$ .**

Os polos e zeros de malha fechada podem ser vistos nas Tabelas 1 e 2.

<b>Zeros</b>	-0.8870	0.8612	0.7244
--------------	---------	--------	--------

**Tabela 1:** Zeros de Malha Fechada.

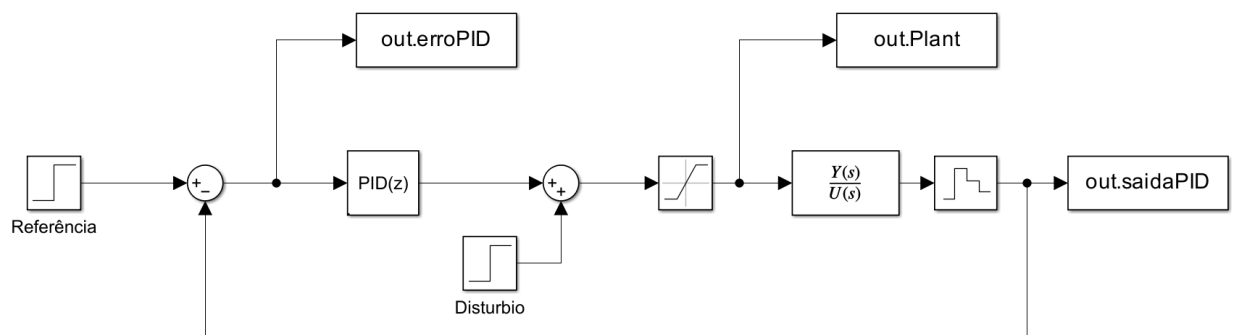
<b>Polos</b>	0.8625	0.8354 + 0.1173i	0.8354 - 0.1173i	0.0656
--------------	--------	------------------	------------------	--------

**Tabela 2:** Polos de Malha Fechada.

## 2.6 Questão 6

**Implemente no Simulink o sistema de malha fechada com controlador PID discreto projetado. Mostre no relatório o diagrama de Simulink implementado.**

O diagrama do Simulink do sistema de malha fechada com controlador PID é mostrado na figura 2.

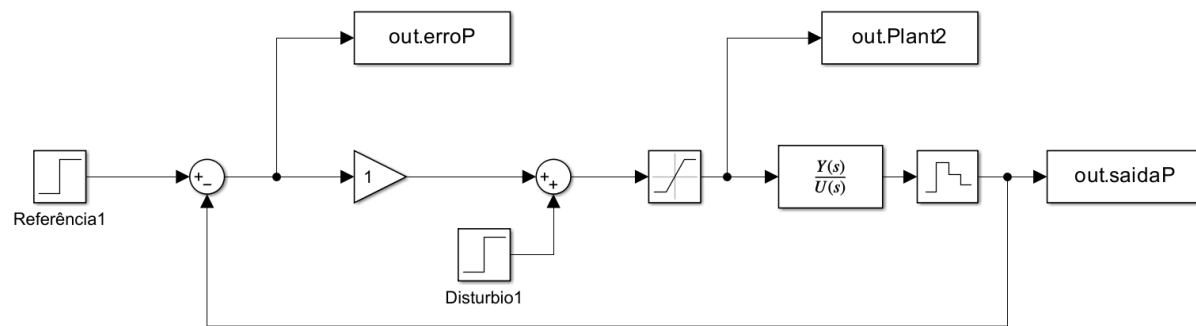


**Figura 2:** Sistema de malha fechada com controlador PID no Simulink.

## 2.7 Questão 7

**Repita nesta experiência o Simulink do sistema de malha fechada com controlador P para  $K = 1$ , mas utilize na simulação o período de amostragem  $T_{08}$ .**

O diagrama do Simulink do sistema de malha fechada com controlador P, com  $K_p = 1$ , é mostrado na figura 3.

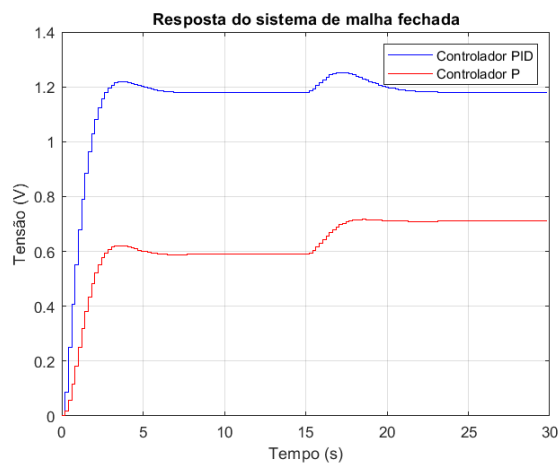


**Figura 3:** Sistema de malha fechada com controlador  $P$ , com  $K_p = 1$ , no Simulink.

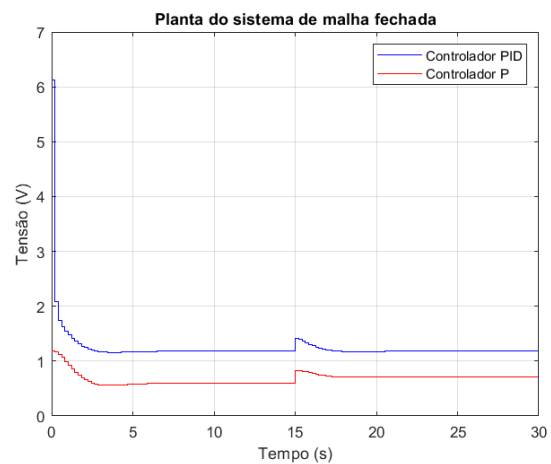
## 2.8 Questão 8

Mostre no relatório as curvas discretas de resposta do sistema (sinal de erro, sinal de controle, e sinal de saída do sistema) do sistema de malha fechada no Simulink controlado pelo PID sobrepostas às respectivas curvas para o sistema com controlador proporcional com ganho  $K = 1$ .

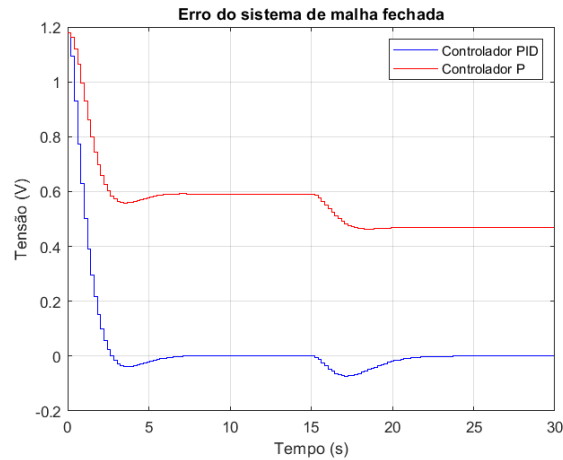
As curvas da resposta, da planta de controle e do erro dos sistemas de malha fechada com o controle PID e P podem ser vistas nos gráficos das Imagens 4 à 6, respectivamente.



**Figura 4:** Sinal da Resposta.



**Figura 5:** Sinal da Planta.



**Figura 6:** Sinal do Erro.

## 2.9 Questão 9

Quais os valores do erro de regime permanente antes do distúrbio e após o distúrbio para o sistema controlado com o PID (utilize o gráfico obtido pelo Simulink para obter os valores)? O que se pode observar comparando esses erros com o sistema de malha fechada com controle proporcional?

Usando as medidas mostradas na Imagem 7, é possível montar as tabelas 3 e 4. Observando essas tabelas, fica evidente que o controlador PID tem erro de regime permanente baixíssimo, praticamente zero, enquanto controlador P com  $K_p = 1$  apresenta erros muito consideráveis, podendo chegar a metade do valor da referência.

Além disso, após o distúrbio o PID retorna ao estado original depois de um tempo, enquanto o controlador P se mantém em um nível diferente do original após o distúrbio, conforme Imagens 4 à 6.

	$e_{rp}$	$e_{rp} \%$
Antes do Distúrbio	$-1,4122 \cdot 10^{-5}$	0,0013
Depois do Distúrbio	$-1,8672 \cdot 10^{-5}$	0,0015

**Tabela 3:** Erros de regime permanente para o controlador PID,  $R = 1,25$ .

	$e_{rp}$	$e_{rp} \%$
Antes do Distúrbio	0.59004	47,2
Depois do Distúrbio	0.47001	37,6

**Tabela 4:** Erros de regime permanente para o controlador P,  $R = 1,25$ .



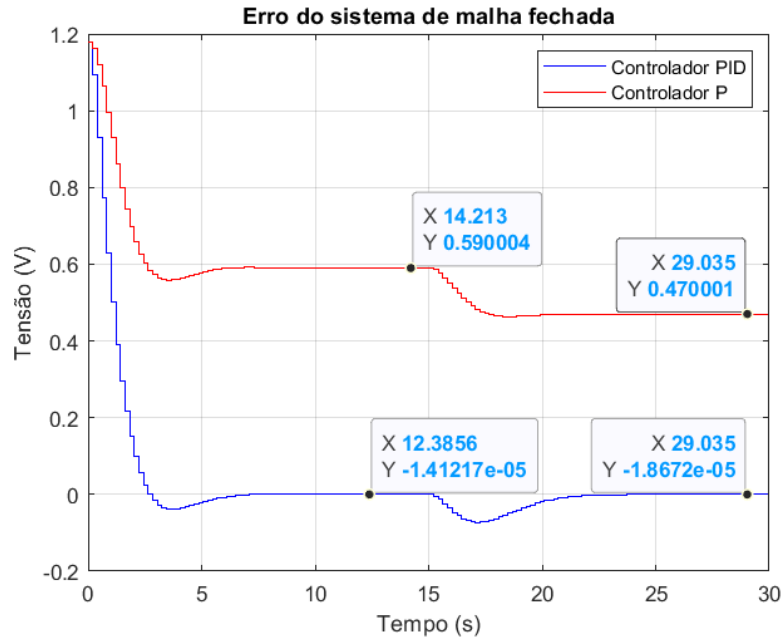


Figura 7: Medida dos pontos de erro antes e após o distúrbio nos controles PID e P.

## 2.10 Questão 10

Mostre uma tabela comparando o tempo de acomodação ( $t_s$ ) da resposta do sistema discreto considerando o critério de  $\pm 2\%$ , o tempo de subida ( $t_r$ ) da resposta do sistema discreto, o tempo de pico  $t_p$ , e o sobressinal  $M_p$  para o sistema controlado com o PID e para o sistema com o controlador proporcional  $K = 1$ . Comente se o controlador PID atende os requisitos de projeto.

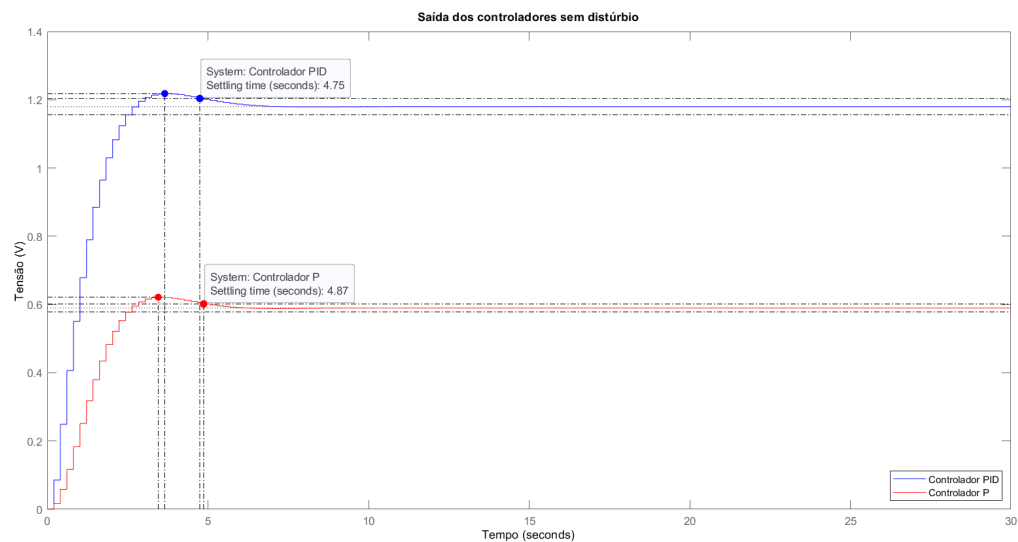
Usando as medidas mostradas nas Imagens 8 à 10, é possível montar a Tabela 5.

	PID	P( $K_p = 1$ )
Tempo de acomodação	4,75	4,87
Tempo de subida	1,71	1,69
Tempo de pico	3,65	3,45
% de sobressinal	3,24	5,32

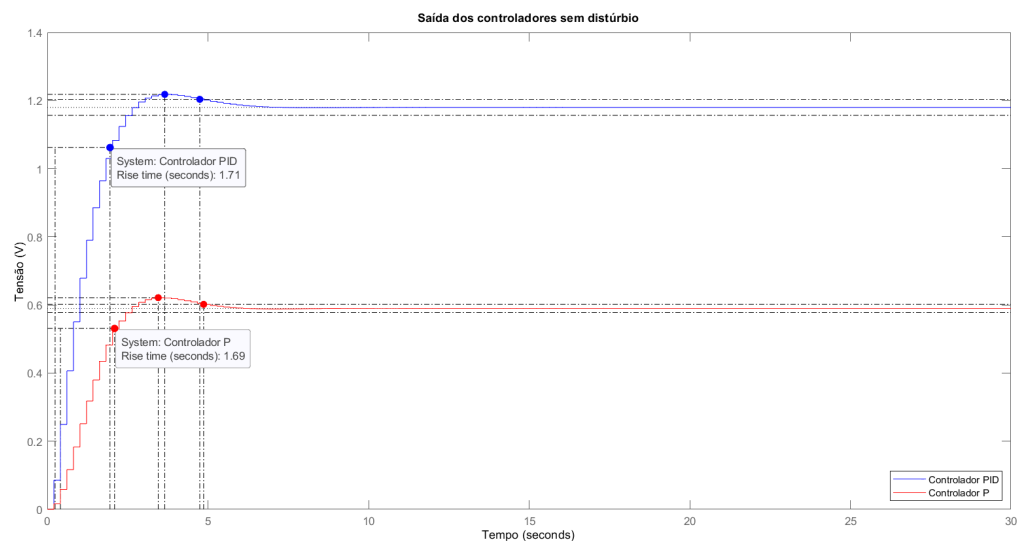
Tabela 5: Parâmetros no Tempo relevantes dos controladores PID e P.

Analisando os resultados da Tabela 5, tendo em vista os requisitos do controlador presentes na Questão 2 da Seção 2.2, é possível dizer que o controlador PID atende os requisitos de projeto:

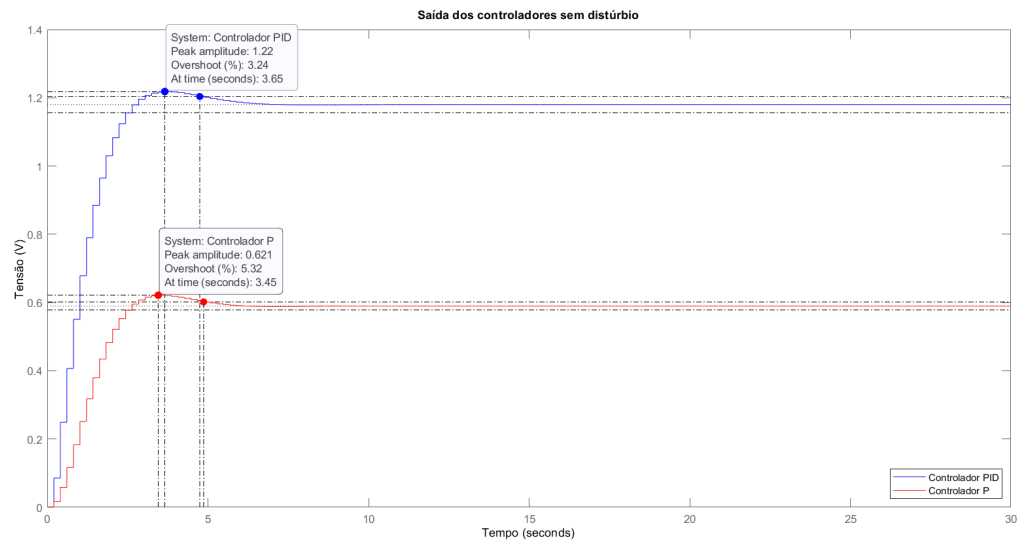
- Erro de regime permanente nulo;
- Tempos de pico, acomodação e subida semelhantes;
- Sobressinal abaixo de 6%.



**Figura 8:** Medidas do tempo de acomodação dos controles PID e P.



**Figura 9:** Medidas do tempo de subida dos controles PID e P.



**Figura 10:** Medidas do sobressinal dos controles PID e P.

## **Referências Bibliográficas**

- [1] Prof. Valdir Grassi Jr, “Roteiro de prática 6 e aulas teóricas e práticas,” 2024. Disciplina de Controle Digital (SEL0620), Universidade de São Paulo, São Carlos.