Controle Digital

SEL620

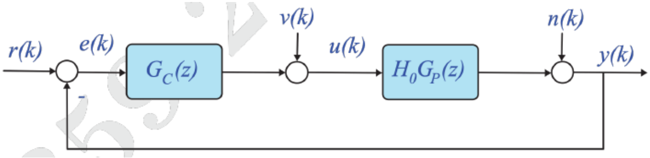
Prof. Dr. Valdir Grassi Jr

Escola de Engenharia de São Carlos - EESC/USP

Controlador Dead-Beat

Capítulo 8

Controlador Paramétrico Genérico



$$H_0G_P = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_m z^{-m}},$$

$$G_C(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_v z^{-v}}{1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \ldots + p_\mu z^{-\mu}}.$$

Deseja-se que a resposta de malha fechada do sistema controlador por um Dead-Beat reproduza a entrada mas com um atraso puro.

Para um processo de ordem "m", deseja-se que na malha fechada:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = z^{-m}$$

Isso quer dizer que após m períodos de amostragem, a saída é igual a entrada.

Para uma entrada degrau:

$$r(k) = 1(k), \quad k = 0, \ldots, \infty. \tag{1}$$

Deseja-se que o comportamento do sistema controlador pelo Dead-Beat seja:

$$y(k) = r(k), \quad \text{para } k \geq m,$$

$$u(k) = u(m), \quad \text{para } k \geq m.$$

A transformada Z dos sinas fica:

$$R(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} = [1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \ldots] \quad \text{(degrau unitário)},$$

$$\begin{aligned} Y(z) = y(1)z^{-1} + y(2)z^{-2} + \ldots + y(m-1)z^{-(m-1)} + \\ 1\big(z^{-m} + z^{-(m+1)} + z^{-(m+2)} + \ldots\big), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U(z) = u(0) + u(1)z^{-1} + u(2)z^{-2} + \ldots + u(m-1)z^{-(m-1)} + \\ u(m)\big(z^{-m} + z^{-(m+1)} + z^{-(m+2)} + \ldots\big). \end{aligned}$$

A saída do sistema e do controlador permanecem constantes após m períodos.

$$R(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} = [1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \ldots],$$

$$\begin{aligned} Y(z) = y(1)z^{-1} + y(2)z^{-2} + \ldots + y(m-1)z^{-(m-1)} + \\ 1\left(z^{-m} + z^{-(m+1)} + z^{-(m+2)} + \ldots\right), \end{aligned}$$

Dividindo $Y(z)$ por $R(z)$:

$$\begin{aligned} \frac{Y(z)}{R(z)} &= (1 - z^{-1})Y(z), \\ &= y(1)z^{-1} - y(1)z^{-2} + y(2)z^{-2} - y(2)z^{-3} + \ldots \\ &\quad + y(m-1)z^{-(m-1)} - y(m-1)z^{-m} + \\ &\quad 1z^{-m} - 1z^{-(m+1)} + 1z^{-(m+1)} + \ldots \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\frac{Y(z)}{R(z)} &= (1 - z^{-1})Y(z), \\
&= y(1)z^{-1} - y(1)z^{-2} + y(2)z^{-2} - y(2)z^{-3} + \ldots \\
&\qquad + y(m-1)z^{-(m-1)} - y(m-1)z^{-m} + \\
&\qquad\qquad 1z^{-m} - 1z^{-(m+1)} + 1z^{-(m+1)} + \ldots
\end{aligned}
$$

Portanto,

$$
\frac{Y(z)}{R(z)} = p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + p_3 z^{-3} + \ldots + p_m z^{-m},
$$

$$
\begin{aligned}
p_1 &= y(1), \\
p_2 &= y(2) - y(1), \\
p_3 &= y(3) - y(2), \\
&\vdots \\
p_m &= 1 - y(m-1).
\end{aligned}
$$

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + p_3 z^{-3} + \ldots + p_m z^{-m},$$

$$\begin{aligned}
p_1 &= y(1), \\
p_2 &= y(2) - y(1), \\
p_3 &= y(3) - y(2), \\
&\vdots \\
p_m &= 1 - y(m-1).
\end{aligned}$$

$$\boxed{G_r(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = P(z)}$$

(Função de transferência de malha fechada.)

De forma semelhante:

$$R(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} = [1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \ldots],$$

$$U(z) = u(0) + u(1)z^{-1} + u(2)z^{-2} + \ldots + u(m-1)z^{-(m-1)} + \\ u(m)\big(z^{-m} + z^{-(m+1)} + z^{-(m+2)} + \ldots\big).$$

Dividindo $U(z)$ por $R(z)$:

$$\frac{U(z)}{R(z)} = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m} = Q(z).$$

Função de Transferência do sinal de controle

$$\frac{U(z)}{R(z)} = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m} = Q(z).$$

$$\begin{aligned}
q_0 &= u(0), \\
q_1 &= u(1) - u(0), \\
q_2 &= u(2) - u(1), \\
&\vdots \\
q_m &= u(m) - u(m-1).
\end{aligned}$$

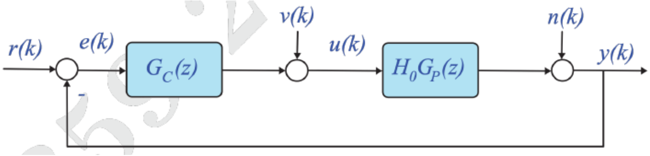
É importante observar que:

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= y(1), \\ p_2 &= y(2) - y(1), \\ p_3 &= y(3) - y(2), \\ &\vdots \\ p_m &= 1 - y(m-1). \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \sum_{i=1}^{m} p_i = 1.$$

É importante observar que:

$$\left.\begin{aligned} q_0 &= u(0), \\ q_1 &= u(1) - u(0), \\ q_2 &= u(2) - u(1), \\ &\vdots \\ q_m &= u(m) - u(m-1). \end{aligned}\right\} \implies \sum_{i=1}^{m} q_i = u(m) = \frac{1}{K_p} = \frac{1}{H_0 G_P(1)}.$$

(K_P é o ganho da planta.)



$$H_0G_P(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Y(z)}{R(z)}\frac{R(z)}{U(z)}$$

Para o Dead-Beat:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = P(z), \qquad \frac{U(z)}{R(z)} = Q(z).$$

Para o Dead-Beat:

$$H_0G_P(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Y(z)}{R(z)}\frac{R(z)}{U(z)} = P(z)\frac{1}{Q(z)} = \frac{P(z)}{Q(z)}.$$

Como:

$$G_C(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{1}{H_0G_P(z)}\frac{G_r(z)}{1 - G_r(z)},$$ (exercício opcional: deduzir a expressão)

$$G_r(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = P(z),$$ (função de transferência da malha fechada)

$$\begin{aligned} G_R(z) = G_{DB(v)}(z) &= \frac{1}{H_0G_P(z)}\frac{G_r(z)}{1 - G_r(z)}, \\ &= \frac{Q(z)}{P(z)}\frac{P(z)}{1 - P(z)} = \frac{Q(z)}{1 - P(z)}, \\ &= \frac{q_0 + q_1z^{-1} + q_2z^{-2} + \ldots + q_mz^{-m}}{1 - p_1z^{-1} - p_2z^{-2} - \ldots - p_mz^{-m}}. \end{aligned}$$

Fórmula do Controlador Dead-Beat:

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m}}{1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - \ldots - p_m z^{-m}}.$$

Mas como foi visto:

$$H_0 G_P(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + p_3 z^{-3} + \ldots + p_m z^{-m}}{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m}},$$

$$H_0 G_P(z) = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_m z^{-m}}.$$

Portanto, é possível obter os polinômios $P(z)$ e $Q(z)$ a partir da função de transferência da planta.

$$H_0G_P(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{p_1z^{-1} + p_2z^{-2} + p_3z^{-3} + \ldots + p_mz^{-m}}{q_0 + q_1z^{-1} + q_2z^{-2} + \ldots + q_mz^{-m}},$$

$$H_0G_P(z) = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \ldots + b_mz^{-m}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \ldots + a_mz^{-m}}.$$

Portanto,

$$\begin{aligned}
q_1 &= a_1q_0, & \qquad p_1 &= b_1q_0,\\
q_2 &= a_2q_0, & \qquad p_2 &= b_2q_0,\\
q_3 &= a_3q_0, & \qquad p_3 &= b_3q_0,\\
&\vdots & &\vdots\\
q_m &= a_mq_0, & \qquad p_m &= b_mq_0.
\end{aligned}$$

Fórmula do controlador Dead-Beat:

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m}}{1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - \ldots - p_m z^{-m}},$$

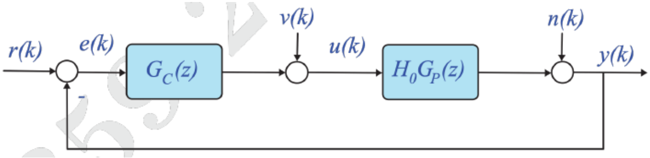
onde

$$\begin{aligned}
q_1 &= a_1 q_0, & p_1 &= b_1 q_0,\\
q_2 &= a_2 q_0, & p_2 &= b_2 q_0,\\
q_3 &= a_3 q_0, & p_3 &= b_3 q_0,\\
&\vdots & &\vdots\\
q_m &= a_m q_0, & p_m &= b_m q_0.
\end{aligned}$$

Para calcular q_0:

$$\sum_{i=1}^{m} p_i = q_0 \sum_{i=1}^{m} b_i = 1 \implies q_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} b_i} = u(0).$$

Para o controlador Dead-Beat:



$$\boxed{G_r(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = P(z),} \qquad \boxed{\frac{U(z)}{R(z)} = Q(z),}$$

$$\boxed{G_{DB(v)}(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{Q(z)}{1 - P(z)}.}$$

$$P(z) = p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + p_3 z^{-3} + \ldots + p_m z^{-m},$$

$$Q(z) = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m}.$$

Exemplo 1

Calcular um controlador DB(v) para o processo abaixo, sendo $T_0 = 4s$:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)},$$

$$K = 1, \quad T_1 = 10, \quad T_2 = 7,5, \quad T_3 = 5.$$

Solução: $\rightarrow$ discretização do processo.

Exemplo 1 (continuação)

$$
\begin{aligned}
H_0G_P(z) &= \frac{z}{z-1}\mathcal{Z}\left\{\frac{G_P(s)}{s}\right\} = \Big(\text{C2D no Matlab}\Big) \\
&= \frac{b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+b_3z^{-3}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+a_3z^{-3}}
\end{aligned}
$$

$$a_1 = -1,7063 \quad a_2 = 0,9580 \quad a_3 = -1,1767$$

$$b_1 = 0,0186 \quad b_2 = 0,0486 \quad b_3 = 0,0078$$

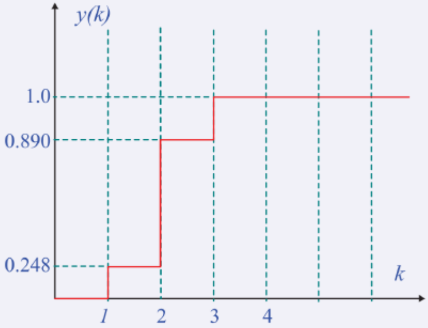
$\rightarrow$ Obtenção dos coeficientes do Controlador DB(ν) segundo as expressões (8.16) e (8.17).

$$
\begin{aligned}
q_0 &= \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=3} b_i} = 13,3258 \\
q_1 &= a_1q_0 = -22,7378 & p_1 = b_1q_0 = 0,2478 \\
q_2 &= a_2q_0 = 12,7665 & p_2 = b_2q_0 = 0,6480 \\
q_3 &= a_3q_0 = -2,3546 & p_3 = b_3q_0 = 0,1042
\end{aligned}
$$

Exemplo 1 (continuação)

→ Resposta transitória ao degrau do processo controlado, a partir de (8.20) é dada por:

$$
\begin{aligned}
\frac{Y(z)}{R(z)} &= q_0 B(z^{-1}) \\
Y(z) &= q_0 B(z^{-1}) R(z) = \\
&= 0,2478\ z^{-1} R(z) + 0,6480\ z^{-2} R(z) + 0,1042\ z^{-3} R(z) \\
&= 0,2478\ r(k-1) + 0,6480\ r(k-2) + 0,1042\ r(k-3)
\end{aligned}
$$

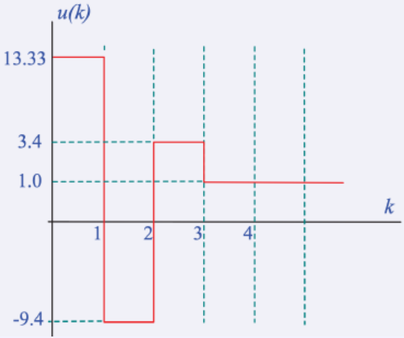


$y(0) = 0$
$y(1) = 0,248$
$y(2) = 0,896$
$y(3) = 1,000$
$y(4) = 1,000$
.
.
.

Exemplo 1 (continuação)

→ A respectiva ação de controle do processo controlado, a partir de (8.10) é dada por:

$$
\begin{aligned}
\frac{U(z)}{R(z)} &= Q(z^{-1}) \\
Y(z) &= Q(z^{-1})R(z) = \\
&= 13,3258 - 22,7378\ z^{-1}R(z) + 12,7665\ z^{-2}R(z) - 2,3546\ z^{-3}R(z) \\
&= 13,3258 - 22,7378\ r(k-1) + 12,7665\ r(k-2) - 2,3546\ r(k-3)
\end{aligned}
$$



$u(0) = 13,3333$
$u(1) = -9,4147$
$u(2) = 3,3559$
$u(3) = 0,9999$
$u(4) = 0,9999$
.
.
.

Controlador Dead-Beat

(Ordem $v+1$)

Controlador Dead-Beat $(v+1)$

O controlador Dead-Beat $(v+1)$ é usado quando a primeira ação de controle $u(0)$ calculada pelo DB de ordem v é maior que um máximo permitido na entrada da planta.
Nesse caso, atrasa-se a convergência do sistema controlado controlador para o tempo $(m+1)T_0$.

Controlador Dead-Beat (v):

$$P(z) = p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + p_3 z^{-3} + \ldots + p_m z^{-m},$$

$$Q(z) = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m}.$$

Controlador Dead-Beat ($v+1$):

$$P(z^{-1}) = \frac{Y(z)}{R(z)} = p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \ldots + p_m z^{-m} + p_{m+1} z^{-(m+1)},$$

$$Q(z^{-1}) = \frac{U(z)}{R(z)} = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m} + q_{m+1} z^{-(m+1)}.$$

$$H_0G_P(z) = \frac{P(z)}{Q(z)},$$

$$H_0G_P(z) = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_m z^{-m}}.$$

$$\frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_m z^{-m}} = \frac{p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \ldots + p_m z^{-m} + p_{m+1} z^{-(m+1)}}{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m} + q_{m+1} z^{-(m+1)}}.$$

Os polinômios da direita e esquerda têm ordens diferentes. Para que seja possível compará-los, a razão de polinômios à direita possui raízes em comum.

Portanto, para o controlador Dead-Beat $(v+1)$:

$$\frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{\left(\bar{p}_1 z^{-1} + \bar{p}_2 z^{-2} + \ldots + \bar{p}_m z^{-m}\right)(\alpha - z^{-1})}{\left(\bar{q}_0 + \bar{q}_1 z^{-1} + \bar{q}_2 z^{-2} + \ldots + \bar{q}_m z^{-m}\right)(\alpha - z^{-1})}.$$

E comparando termo a termo com $H_0 G_P(z)$:

$$H_0 G_P(z) = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_m z^{-m}},$$

onde

$$\begin{aligned}
\bar{q}_1 &= a_1 \bar{q}_0, & \bar{p}_1 &= b_1 \bar{q}_0, \\
\bar{q}_2 &= a_2 \bar{q}_0, & \bar{p}_2 &= b_2 \bar{q}_0, \\
\bar{q}_3 &= a_3 \bar{q}_0, & \bar{p}_3 &= b_3 \bar{q}_0, \\
&\vdots & &\vdots \\
\bar{q}_m &= a_m \bar{q}_0, & \bar{p}_m &= b_m \bar{q}_0.
\end{aligned}$$

Expandindo:

$$\frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{\left(\bar{p}_1 z^{-1} + \bar{p}_2 z^{-2} + \ldots + \bar{p}_m z^{-m}\right)(\alpha - z^{-1})}{\left(\bar{q}_0 + \bar{q}_1 z^{-1} + \bar{q}_2 z^{-2} + \ldots + \bar{q}_m z^{-m}\right)(\alpha - z^{-1})}.$$

E comparando termo a termo com $H_0G_P(z)$:

$$H_0G_P(z) = \frac{p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \ldots + p_m z^{-m} + p_{m+1} z^{-(m+1)}}{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m} + q_{m+1} z^{-(m+1)}},$$

onde

$$\begin{aligned}
q_0 &= \alpha\bar{q}_0, & & \\
q_1 &= (\alpha\bar{q}_1 - \bar{q}_0), & p_1 &= -\alpha\bar{p}_1, \\
q_2 &= (\alpha\bar{q}_2 - \bar{q}_1), & p_2 &= (\alpha\bar{p}_2 - \bar{p}_1), \\
q_3 &= (\alpha\bar{q}_3 - \bar{q}_2), & p_3 &= (\alpha\bar{p}_3 - \bar{p}_2), \\
&\vdots & &\vdots \\
q_m &= (\alpha\bar{q}_m - \bar{q}_{m-1}), & p_m &= (\alpha\bar{p}_m - \bar{p}_{m-1}), \\
q_{m+1} &= -\bar{q}_m, & p_{m+1} &= -\bar{p}_m.
\end{aligned}$$

Especificando o valor da primeira saída do controlador:

$$q_0 = \alpha \bar{q}_0 = u(0).$$

Como $\sum_{i=1}^{m+1} p_i = 1$, e

$$\begin{aligned}
p_1 &= -\alpha \bar{p}_1, & \bar{q}_1 &= a_1 \bar{q}_0,\\
p_2 &= (\alpha \bar{p}_2 - \bar{p}_1), & \bar{q}_2 &= a_2 \bar{q}_0,\\
p_3 &= (\alpha \bar{p}_3 - \bar{p}_2), & \bar{q}_3 &= a_3 \bar{q}_0,\\
&\vdots & &\vdots\\
p_m &= (\alpha \bar{p}_m - \bar{p}_{m-1}), & \bar{q}_m &= a_m \bar{q}_0,\\
p_{m+1} &= -\bar{p}_m,
\end{aligned}$$

obtém-se:

$$\bar{q}_0 = q_0 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{m+1} b_i}.$$

Fórmula para o Controlador Dead-Beat $(v+1)$

$$G_{DB(v+1)} = \frac{Q(z^{-1})}{1-P(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m} + q_{m+1} z^{-(m+1)}}{1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - \ldots - p_m z^{-m} - p_{m+1} z^{-(m+1)}},$$

onde,

$q_0 = u(0) \implies$ dado ou imposto pelo projetista.

$$q_1 = q_0(a_1 - 1) + \frac{1}{\sum b_i}, \qquad p_1 = q_0 b_1,$$

$$q_2 = q_0(a_2 - a_1) + \frac{a_1}{\sum b_i}, \qquad p_2 = q_0(b_2 - b_1) + \frac{b_1}{\sum b_i},$$

$$q_3 = q_0(a_3 - a_2) + \frac{a_2}{\sum b_i}, \qquad p_3 = q_0(b_3 - b_2) + \frac{b_2}{\sum b_i},$$

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

$$q_m = q_0(a_m - a_{m-1}) + \frac{a_{m-1}}{\sum b_i}, \qquad p_m = q_0(b_{m-1} - b_{m-1}) + \frac{b_{m-1}}{\sum b_i},$$

$$q_{m+1} = a_m\left(-q_0 + \frac{1}{\sum b_i}\right), \qquad p_{m+1} = b_m\left(-q_0 + \frac{1}{\sum b_i}\right).$$

Malha fechada com o controlador Dead-Beat $(v+1)$

O controlador Dead-Beat $(v+1)$ pode ser representado como:

$$G_{DB(v+1)} = \frac{q_0 A(z^{-1})(1 - z^{-1}/\alpha)}{1 - q_0 B(z^{-1})(1 - z^{-1}/\alpha)},$$

onde

$$\boxed{\frac{1}{\alpha} = 1 - \frac{1}{q_0 \sum b_i}.}$$

A função de transferência de malha fechada do sistema com controlador DB$(v+1)$ fica:

$$\boxed{\frac{Y(z)}{R(z)} = q_0 B(z^{-1})\big(1 - z^{-1}/\alpha\big).}$$

Saída do controlador DB($v+1$) é dada por:

$$\boxed{Q(z^{-1}) = \frac{U(z)}{R(z)} = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_m z^{-m} + q_{m+1} z^{-(m+1)}.}$$

A segunda saída do controlador é:

$$u(1) = q_0 + q_1 = a_1 u(0) + \frac{1}{\sum b_i}.$$

Para se ter $u(1) < u(0)$, deve-se escolher $q_0 = u(0)$, tal que

$$u(0) = q_0 \leq \frac{1}{(1-a_1)\sum b_i}.$$

Exemplo 2

Calcular um controlador DB($\nu + 1$) para o exemplo 16, tal que $u(0) = u(1)$.
Solução: Utilizando-se a Eq. (8.34), o coeficiente q_0 será dado por :

$$u(0) = q_0 \equiv \frac{1}{(1-a_1)\sum b_i} = 4,9245$$

e com (8.29), os demais coeficientes serão:

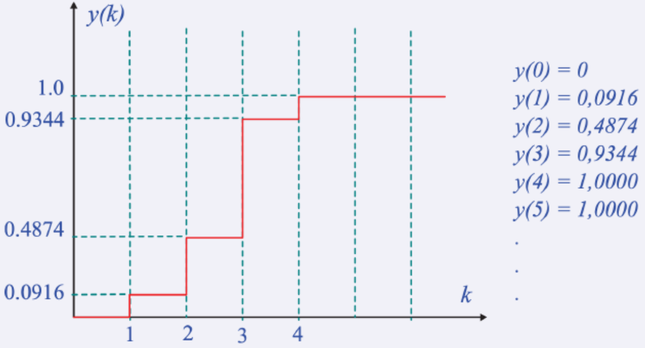
$$\begin{aligned} q_1 &= 0 & \qquad p_1 &= 0,0916 \\ q_2 &= -9,6172 & p_2 &= 0,3957 \\ q_3 &= 7,1785 & p_3 &= 0,4470 \\ q_4 &= -1,4845 & p_4 &= 0,0657 \end{aligned}$$

Através de (8.31), tem-se,

$$\frac{1}{\alpha} = 1 - \frac{1}{q_0 \sum b_i} = -1,7060$$

Com isto, a resposta transitória da saída controlada é dada por:

$$\begin{aligned} Y(z) &= q_0\ B(z)\Big(1 + 1,7060z^{-1}\Big)\ R(z) = \\ y(k) &= 0,0916\ r(k-1) + 0,3957\ r(k-2) + 0,4470\ r(k-3) + 0,0657\ r(k-4) \end{aligned}$$



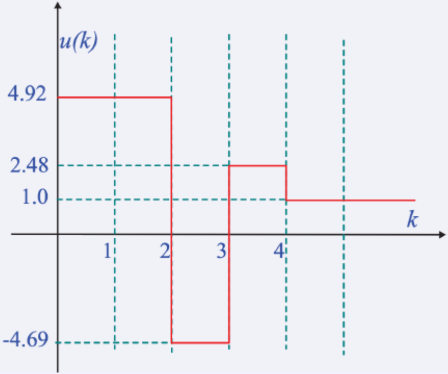
Resposta transitória da ação de controle limitada é expressa por (8.21) tal como:

$$
\begin{aligned}
U(z) &= Q(z^{-1}\ R(z) \\
u(k) &= 4,9245\ r(k) + 0 - 9,6172\ r(k-2) + 7,1785\ r(k-3) - 1,4845\ r(k-4)
\end{aligned}
$$

Exemplo 2 (continuação)

Resposta transitória da ação de controle limitada é expressa por (8.21) tal como:

$$\begin{aligned} U(z) &= Q(z^{-1}\ R(z) \\ u(k) &= 4,9245\ r(k) + 0 - 9,6172\ r(k-2) + 7,1785\ r(k-3) - 1,4845\ r(k-4) \end{aligned}$$



u(0) = 4,92268
u(1) = 4,9268
u(2) = -4,6974
u(3) = 2,4855
y(4) = 1,0000
y(5) = 1,0000
.
.
.