



Nivela
UERJ



Lista 9 - Funções Trigonométricas

Projeto de Extensão: NIVELAUERJ

Cálculo Zero

Questão 1

Seja $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ o domínio das seguintes equações trigonométricas, encontre os conjuntos solução:

(a) $\text{sen}(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S = \left\{ \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$$

(b) $\cos(x) = \frac{1}{2}$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$$

(c) $\tan(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$S = \left\{ \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$$

Questão 2

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o domínio das seguintes equações trigonométricas, encontre os conjuntos solução em radianos:

(a) $\text{sen}(x) = \frac{1}{2}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(b) $\cos(x) = -1$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(c) $\tan^2(x) = 1$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Questão 3

Qual o valor numérico da expressão $\frac{\sec(1320^\circ)}{2} - 2 \cdot \cos\left(\frac{53\pi}{3}\right) + \tan^2(2220^\circ)$?

$$S = \{1\}$$

Questão 4

Utilizando soma e subtração de arcos, resolva as razões trigonométricas a seguir:

(a) $\text{sen}75^\circ$

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \right\}$$

(b) $\cos 105^\circ$

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4} \right\}$$

(c) $\tan 75^\circ$

$$S = \left\{ 2 + \sqrt{3} \right\}$$

(d) $\sin 15^\circ$

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \right\}$$

(e) $\cos 195^\circ$

$$S = \left\{ \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4} \right\}$$

(f) $\tan 15^\circ$

$$S = \left\{ 2 - \sqrt{3} \right\}$$

Questão 5

Simplifique a expressão $y = \sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$, aplicando a soma e a subtração de arcos.

$$S = \left\{ -2 \cdot \sin(x) \right\}$$

Questão 6

A partir dos conhecimentos sobre arcos duplos e triplos, resolva o que se pede:

(a) Seja $\sin(x) = \frac{3}{5}$, e $x \in 1^\circ$ quadrante, calcule o valor do $\sin(2x)$:

$$S = \left\{ \frac{24}{25} \right\}$$

(b) Seja $\sin(x) = \frac{1}{3}$, e $x \in 2^\circ$ quadrante, calcule o valor do $\cos(2x)$:

$$S = \left\{ \frac{7}{9} \right\}$$

(c) Simplifique a equação trigonométrica: $g(x) = \frac{\cos(2x) - \cos^2(x)}{\sin(x)}$

$$S = \left\{ -\sin(x) \right\}$$

(d) Verifique a seguinte identidade trigonométrica: $\frac{\tan(x) \cdot \cotan(x)}{\sec^2(x) - 1} = \cotan^2(x)$:

Questão 7

Sabendo que $\cos(x) = \frac{3}{5}$ e $0 < x < \frac{\pi}{2}$, qual o valor de $\sin(2x)$?

$$S = \left\{ \frac{24}{25} \right\}$$

Questão 8

Se $\sec(x) = 4$, com $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$, então qual o valor da $\tan(2x)$?

$$S = \left\{ -\frac{\sqrt{15}}{7} \right\}$$

Questão 9

Simplifique a expressão $\left[\sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos\left(\frac{x}{2}\right) \right]^2$.

$$S = \left\{ 1 + \text{sen}(x) \right\}$$

Questão 10

Transforme as seguintes expressões em produto:

(a) $\text{sen}(60^\circ) + \text{sen}(30^\circ)$

$$S = \left\{ \sqrt{2} \cdot \cos(15^\circ) \right\}$$

(b) $\cos(70^\circ) - \cos(10^\circ)$

$$S = \left\{ -\text{sen}(40^\circ) \right\}$$

(c) $\text{sen}(3x) - \text{sen}(x)$

$$S = \left\{ 2 \cdot \text{sen}(x) \cdot \cos(2x) \right\}$$

Questão 11

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, determine os conjuntos solução das seguintes equações trigonométricas:

(a) $\text{sen}(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(b) $\cos(x) = \frac{1}{2}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(c) $\tan(x) = \sqrt{3}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(d) $\cos(2x - \pi) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{11\pi}{12} + k\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(e) $\tan(2x - 1) = 0$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(f) $2 \cdot \cos^2(x) - 3 \cdot \cos(x) + 1 = 0$

dica: mudança de variável, $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = 2k\pi \text{ ou } x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

(g) Seja $U = [0, 2\pi]$, encontre o conjunto solução: $\cos^2(x) + 2 \cdot \text{sen}^2(x) = \frac{7}{4}$

dica: utilizar as relações trigonométricas para manipular a equação, $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$

(h) $\text{sen}(x) - \text{sen}^3(x) = 0$

fatoração algébrica, $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ ou } x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

(i) $\text{sen}(x) + \cos(x) = 1$

dica: faça um sistema com a Relação Fundamental da Trigonometria, $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ ou } x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

(j) $\text{sen}(2x) + \text{sen}(x) = 0$

dica: faça com o auxílio das transformações em produto, $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \pm\pi + 4k\pi \text{ ou } x = \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

(k) $|\text{sen}(2x)| = 1$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + k\pi \text{ ou } x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(l) $|\cos(4x)| = 1$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{k\pi}{2} \text{ ou } x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(m) $1 + 3 \cdot \tan^2(x) = 5 \cdot \sec(x)$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Questão 12.....

Seja $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, determine os conjuntos solução das seguintes inequações trigonométricas:

(a) $\text{sen}(x) > \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4} \right\}$$

(b) $\cos(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \text{ ou } \frac{11\pi}{6} \leq x \leq 2\pi \right\}$$

(c) $\tan(x) \geq \sqrt{3}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{3} \leq x < \frac{\pi}{2} \text{ ou } \frac{4\pi}{3} \leq x < \frac{3\pi}{2} \right\}$$

(d) $2 \cdot \cos^2(x) + \cos(x) \leq 0$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{2\pi}{3} \text{ ou } \frac{4\pi}{3} \leq x \leq \frac{3\pi}{2} \right\}$$

(e) $\cos^2(x) \leq \frac{1}{4}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3} \text{ ou } \frac{4\pi}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{3} \right\}$$

(f) $\text{sen}^2(x) - \text{sen}(x) \geq 0$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \pi \leq x \leq 2\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{2} \right\}$$

Questão 13.....

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, determine os conjuntos solução das seguintes inequações trigonométricas:

(a) $\text{sen}(x) < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 2k\pi \leq x < \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } 2k\pi + \frac{3\pi}{4} < x \leq 2\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(b) $\cos(x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq 2\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(c) $\tan(x) < \sqrt{3}$

$$\mathbf{S} = \left\{ x \in \mathbb{R} \left| 0 + 2k\pi \leq x < \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } \frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } \frac{3\pi}{2} + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right. \right\}$$

(d) $\tan^2(x) + \tan(x) > 0$

$$\mathbf{S} = \left\{ x \in \mathbb{R} \left| k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ ou } \frac{\pi}{2} + k\pi < x < \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right. \right\}$$

(e) $\cos(2x) + \cos(x) + 1 \leq 0$

$$\mathbf{S} = \left\{ x \in \mathbb{R} \left| \frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq x \leq \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right. \right\}$$
