

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica.



**Maestría en Ciencias en la Especialidad de Electrónica**

Optimización de dimensión KY del oscilador caótico  
SNLF utilizando evolución diferencial

**Ciro Fabián Bermúdez Márquez**

**Asesor:** Dr. Esteban Tlelo Cuatle

- 1 Introducción
- 2 Objetivos
- 3 Fundamentos teóricos
- 4 Resultados
- 5 Conclusión
- 6 Bibliografía

# Introducción

## ¿Qué es el caos?

El caos se refiere a un tipo de comportamiento dinámico complejo que posee algunas características muy especiales:

- Se describe mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Posee extrema sensibilidad a pequeñas variaciones.
- Presenta trayectorias encerradas en el espacio de fase.

# Objetivos

## Objetivo general

Aumentar la dimensión KY utilizando la heurística de Evolución Diferencial (ED) del oscilador SNLF.

## Objetivos específicos

- Programar el algoritmo de numérico de GL para generar la serie de tiempo del oscilador.
- Calibrar el programa lyap\_spec del paquete TISEAN para calcular la dimensión KY de la serie de tiempo.
- Programar la heurística de Evolución Diferencial en python3.
- Modificar la heurística para optimizar la dimensión KY.

# Fundamentos teóricos

## Método numérico de GL

$$y(t_k) = f(y(t_{k-1}), t_{k-1})h^\alpha - \sum_{j=1}^k C_j^{(\alpha)} y(t_{k-j}) \quad (1)$$

## Coeficientes binomiales

donde:

$$C_0^{(\alpha)} = 1, \quad C_j^{(\alpha)} = \left(1 - \frac{1 + \alpha}{j}\right) C_{j-1}^{(\alpha)} \quad (2)$$



# Fundamentos teóricos

## Oscilador SNLF (Funciones No Lineales Saturadas)

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -ax_1 - bx_2 - cx_3 + d_1 f(x_1; m)\end{aligned}\tag{3}$$

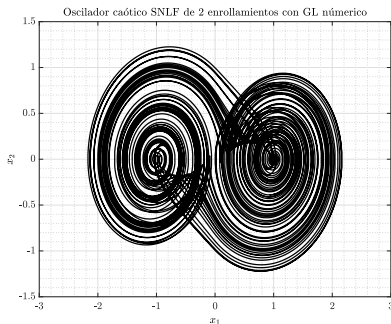


Figura 2: Simulación de método numérico de GL.

# Fundamentos teóricos

## Serie de funciones saturadas

$$f_0(x_1, m) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 > m \\ \frac{x_1}{m} & \text{si } |x_1| \leq m \\ -1 & \text{si } x_1 < -m \end{cases} \quad (4)$$

$$f_h(x_1, m, h) = \begin{cases} 2 & \text{si } x_1 > h + m \\ \frac{x_1 - h}{m} & \text{si } |x_1 - h| \leq m \\ 0 & \text{si } x_1 < h - m \end{cases} \quad (5)$$

$$f_{-h}(x_1, m, -h) = \begin{cases} 0 & \text{si } x_1 > h + m \\ \frac{x_1 - h}{m} & \text{si } |x_1 - h| \leq m \\ -2 & \text{si } x_1 < h - m \end{cases} \quad (6)$$

$$f(x, m) = \sum_{i=0}^{s-2} f_{2i-s+2}(x, m, 2i - s + 2) \quad (7)$$



# Fundamentos teóricos

---

**Algorithm 1** Pseudocódigo ED

---

**Require:** Función objetivo,  $D$ ,  $N_p$ ,  $G$ ,  $F$ ,  $C_r$ ,  $L_B$ ,  $H_B$

```
1: Inicializar la población aleatoria ( $P$ )
2: Evaluar función objetivo ( $f$ ) de ( $P$ )
3: for  $j = 1$  a  $G$  do
4:   for  $i = 1$  a  $N_p$  do
5:     Generar el vector donador  $v$  usando la mutación
6:     Realizar la recombinación para generar el vector  $u$ 
7:   end for
8:   for  $i = 1$  a  $N_p$  do
9:     Comprobar límites de  $u$ 
10:    Evaluar la función objetivo ( $f_u$ ) para  $u$ 
11:    Realizar la selección usando  $f_u$  y  $f$  para actualizar  $P$ 
12:  end for
13: end for
```

---

Figura 3: Algoritmo de Evolución Diferencial.

# Fundamentos teóricos

---

**Algorithm 2** Pseudocódigo ED

---

**Require:** Función objetivo,  $D$ ,  $N_p$ ,  $G$ ,  $F$ ,  $C_r$ ,  $L_B$ ,  $H_B$

```
1: while Población no este llena do
2:   Inicializar la población aleatoria ( $P$ )
3:   Comprobar restricciones
4: end while
5: Evaluar función objetivo ( $f$ ) de ( $P$ )
6: for  $j = 1$  a  $G$  do
7:   for  $i = 1$  a  $N_p$  do
8:     while Vector donador no sea valido do
9:       Generar el vector donador  $v$  usando la mutación
10:      Comprobar restricciones
11:    end while
12:    Realizar la recombinación para generar el vector  $u$ 
13:  end for
14:  for  $i = 1$  a  $N_p$  do
15:    Comprobar limites de  $u$ 
16:    Evaluar la función objetivo ( $f_u$ ) para  $u$ 
17:    Realizar la selección usando  $f_u$  y  $f$  para actualizar  $P$ 
18:  end for
19: end for
```

---

Figura 4: Algoritmo de Evolución Diferencial modificado.

# Resultados

Parámetro	Nombre	Valor
$D$	Dimensión	4
$N_p$	Población	10
$F$	Constante de diferenciación	0.9
$C_r$	Constante de cruce	0.5
$G$	Número de generaciones	10
$L$	Límite inferior	0.01
$H$	Límite Superior	1.0

(a)

$x_i$	Valor
1	0.11239836608526878
2	0.7062035586495738
3	0.01742061370410969
4	0.16324569243104947
$f(\mathbf{x})$	2.782829

(b)

Figura 7: (a) Tabla de parámetros para heurística ED de oscilador SNLF. (b) Tabla de resultados de ED para oscilador SNLF.

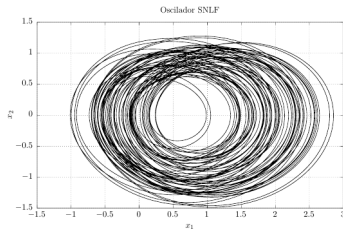


Figura 8: Oscilador SNLF con  $KY = 2.782829$ .

# Resultados

Parámetro	Nombre	Valor
$D$	Dimensión	4
$N_p$	Población	10
$F$	Constante de diferenciación	0.9
$C_r$	Constante de cruza	0.5
$G$	Número de generaciones	10
$L$	Límite inferior	0.01
$H$	Límite Superior	1.0

(a)

$x_i$	Valor
1	0.3337747516106829
2	0.9744419522364808
3	0.09963819929121229
4	0.6296137310167467
$f(\mathbf{x})$	2.510171

(b)

Figura 9: (a) Tabla de parámetros para heurística ED de oscilador SNLF. (b) Tabla de resultados de ED para oscilador SNLF.

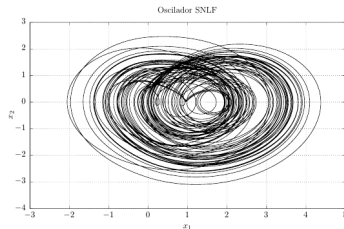


Figura 10: Oscilador SNLF con  $KY = 2.510171$ .

# Resultados

Parámetro	Nombre	Valor
$D$	Dimensión	4
$N_p$	Población	10
$F$	Constante de diferenciación	0.9
$C_r$	Constante de cruce	0.5
$G$	Número de generaciones	10
$L$	Límite inferior	0.01
$H$	Límite Superior	1.0

(a)

$x_i$	Valor
1	0.3337747516106829
2	0.8336214768080837
3	0.21575244523693599
4	0.5082457095833637
$f(\mathbf{x})$	2.318272

(b)

Figura 11: (a) Tabla de parámetros para heurística ED de oscilador SNLF. (b) Tabla de resultados de ED para oscilador SNLF.

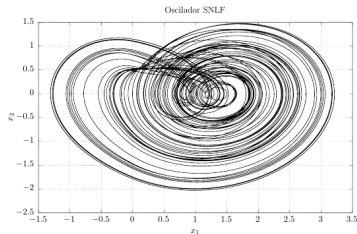


Figura 12: Oscilador SNLF con  $KY = 2.318272$ .

## Resultados

Parámetro	Nombre	Valor
$D$	Dimensión	4
$N_p$	Población	10
$F$	Constante de diferenciación	0.9
$C_r$	Constante de cruza	0.5
$G$	Número de generaciones	10
$L$	Límite inferior	0.01
$H$	Límite Superior	1.0

(a)

$x_i$	Valor
1	0.1289450809800962
2	0.7423872806486553
3	0.09270994812182803
4	0.5935300678553914
$f(\mathbf{x})$	2.510171

(b)

Figura 13: (a) Tabla de parámetros para heurística ED de oscilador SNLF. (b) Tabla de resultados de ED para oscilador SNLF.

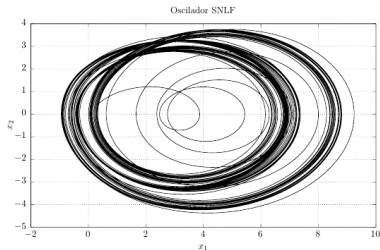


Figura 14: Oscilador SNLF con  $KY=2.861136$ .

# Conclusión

## Conclusiones

- Se logró aumentar la dimensión KY.
- Es necesario tener cuidado con la calibración de lyap\_spec de TISEAN.
- Las restricciones son muy importantes porque de lo contrario falla lyap\_spec.
- Trabajo futuro:
  - Optimizar agregando el orden fraccionario a la dimensión de la ED.

# Bibliografía I



I. Petráš, *Fractional-Order Nonlinear Systems*.

Springer Berlin Heidelberg, 2011.



C. D. Olds, *Continued Fractions*.

The Mathematical Association of America, 2009.



I. Petráš and J. Terpak, “Fractional calculus as a simple tool for modeling and analysis of long memory process in industry,” *Mathematics*, vol. 7, p. 511, jun 2019.








C. Li, W. J.-C. Thio, J. C. Sprott, H. H.-C. Lu, and Y. Xu, “Constructing infinitely many attractors in a programmable chaotic circuit,” *IEEE Access*, vol. 6, pp. 29003–29012, 2018.



B. T. Krishna and K. V. V. S. Reddy, “Active and passive realization of fractance device of order  $1/2$ ,” *Active and Passive Electronic Components*, vol. 2008, pp. 1–5, 2008.



# Bibliografía II

-  B. Krishna, “Studies on fractional order differentiators and integrators: A survey,” *Signal Processing*, vol. 91, pp. 386–426, Mar. 2011.
-  J. G. Lu and G. Chen, “A note on the fractional-order chen system,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 27, pp. 685–688, feb 2006.
-  M. S. Charles Alexander, *Fundamentals of Electric Circuits*. McGraw-Hill Education, 2016.
-  L. P. Huelsman and P. E. Allen, *Introduction to the Theory and Design of Active Filters (Electrical Engineering Series)*. McGraw-Hill Book Company, 1980.
-  J. M. Muñoz-Pacheco, “Infinitely many hidden attractors in a new fractional-order chaotic system based on a fracmemristor,” *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 228, pp. 2185–2196, oct 2019.

# Bibliografía III



J. M. M. Pacheco and E. T. Cuautle, *Electronic Design Automation of Multi-Scroll Chaos Generators*.

BENTHAM SCIENCE PUB, 2010.



A. Buscarino, L. Fortuna, M. Frasca, and G. Sciuto, *A Concise Guide to Chaotic Electronic Circuits*.

Springer-Verlag GmbH, 2014.



S. W. Khubalkar, A. S. Junghare, M. V. Aware, A. S. Chopade, and S. Das, “Demonstrative fractional order – PID controller based DC motor drive on digital platform,” *ISA Transactions*, vol. 82, pp. 79–93, nov 2018.



A. Tepljakov, E. A. Gonzalez, E. Petlenkov, J. Belikov, C. A. Monje, and I. Petráš, “Incorporation of fractional-order dynamics into an existing PI/PID DC motor control loop,” *ISA Transactions*, vol. 60, pp. 262–273, jan 2016.

# Bibliografía IV



S. Das, *Functional Fractional Calculus for System Identification and Controls*.

Springer-Verlag GmbH, 2007.



M. D. Ortigueira, *Fractional Calculus for Scientists and Engineers*.

Springer-Verlag GmbH, 2011.



K. S. Adel S. Sedra, *Microelectronic Circuits*.

Oxford University Press Inc, 2015.



R. Caponetto and D. Porto, "Analog implementation of non integer order integrator via field programmable analog array," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 39, pp. 107–111, jan 2006.



I. S. Jesus and J. A. T. Machado, "Development of fractional order capacitors based on electrolyte processes," *Nonlinear Dynamics*, vol. 56, pp. 45–55, jun 2008.

# Bibliografía V



K. Biswas, S. Sen, and P. Dutta, "Realization of a constant phase element and its performance study in a differentiator circuit," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 53, pp. 802–806, sep 2006.



N. Fragoulis, G. Souliotis, D. Besiris, and K. Giannakopoulos, "Field programmable analogue array design based on the wave active filter design method," *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, vol. 63, pp. 889–895, oct 2009.



Y. Chen, I. Petras, and D. Xue, "Fractional order control - a tutorial," *American Control Conference*, 2009.



E. Gunay and K. Altun, "A performance comparison study of programmable platforms: FPAA and FPGA implementation of COOK communication system," *European Conference on Circuit Theory and Design (ECCTD)*, sep 2017.

# Bibliografía VI



A. Charef, "Analogue realisation of fractional-order integrator, differentiator and fractional  $PI^\lambda D^\mu$  controller," *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 153, pp. 714–720, nov 2006.



L. Dorcak, J. Terpak, I. Petras, J. Valsa, and E. Gonzalez, "Comparison of the electronic realization of the fractional-order system and its model," *Proceedings of the 13th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, may 2012.



A. Tepljakov, E. Petlenkov, and J. Belikov, "Efficient analog implementations of fractional-order controllers," *Proceedings of the 14th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, may 2013.



B. Kumari and N. Gupta, "Experimental investigation on chaotic oscillator coupled dielectric resonator antenna for medical applications," *IEEE International Conference on Antenna Innovations & Modern Technologies for Ground, Aircraft and Satellite Applications (iAIM)*, nov 2017.

# Bibliografía VII



F. Jiang, X. Wang, J. Jin, and D. Yang, *The application of chaotic duffing oscillators to ballistocardiograph signal detection*.

IEEE, jul 2010.



G. Wang, D. Chen, J. Lin, and X. Chen, "The application of chaotic oscillators to weak signal detection," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 46, pp. 440–444, apr 1999.



V. Tepin, *Self-parametric chaotic oscillators for secure communication systems*.

St. Petersburg State Polytech. Univ, 2002.