# Análisis Matemático I

Licenciatura en Ciencias de la Computación

FAMAF, UNC — Año 2020

## Guía de Ejercicios N°5

### Derivadas

1. Calcule, usando la definición, las derivadas de las siguientes funciones:

   *a*) $f(x) = 5x + 3$ *b*) $f(x) = x^3 - x^2 + 2x$ *c*) $f(x) = \sqrt{6 - x}$

2. Determine si la siguiente función es derivable en $x = 0$. En caso afirmativo obtenga $f'(0)$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

3. Sea $f$ la función dada por $f(x) = |5x - 3|$.

   *a*) Determine $f'^{-}(3/5)$ y $f'^{+}(3/5)$.

   *b*) Demuestre que no existe $f'(3/5)$.

4. *a*) Use las definiciones de las derivadas laterales para calcular $f'^{-}(4)$ y $f'^{+}(4)$ si

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 5 - x & 0 < x < 4 \\ \dfrac{1}{5 - x} & x \geq 4 \end{cases}$$

   *b*) Determine el dominio de $f$.

   *c*) Trace la gráfica de $f$.

   *d*) ¿En qué puntos del dominio $f$ es discontinua?

   *e*) ¿Dónde $f$ no es derivable?

### Cálculo de derivadas

5. Calcule las derivadas de las siguientes funciones y simplifique lo máximo posible:

   *a*) $f(x) = x^7 - 5x^3 + 1$

   *b*) $f(x) = (x^2 - x)^4$

   *c*) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

   *d*) $f(x) = \dfrac{x^2}{(x + 1)^2}$

   *e*) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$

   *f*) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x + 1}{x - 1}}$

   *g*) $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{1 - x^2}}$

   *h*) $f(x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$

   *i*) $f(x) = \operatorname{tg}(x)$

   *j*) $f(x) = \operatorname{sen}^2 \left(\dfrac{1}{x}\right)$

*k*) $f(x) = \ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right)$

*l*) $f(x) = \operatorname{arc\,sen}(x^2)$

*m*) $f(x) = \operatorname{arc\,tg}\frac{1+x}{1-x} - \operatorname{arc\,tg} x$

*n*) $f(x) = x\ln(x)$

*ñ*) $f(x) = \mathrm{e}^{\operatorname{sen} x}$

*o*) $f(x) = (x^2 - x)\ \mathrm{e}^{-x}$

*p*) $f(x) = \ln(\sqrt{x})$

*q*) $f(x) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})$

*r*) $f(x) = \mathrm{e}^{\operatorname{sen} x^2}$

*s*) $f(x) = x^x$

*t*) $f(x) = x^{\operatorname{tg} x}$

*u*) $f(x) = \log_x \mathrm{e}$

6. Calcule la derivada segunda de las siguientes funciones:

   *a*) $f(x) = (1 + x^2)\operatorname{arc\,tg} x$

   *b*) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

7. Calcule la ecuación de las rectas tangentes a la curva $y = \sqrt{3-x}$ en los puntos (-1,2), (2,1) y (-6,3).

8. ¿Para qué valores de $x$ son paralelas las tangentes de $y = x^2$ e $y = x^3$?

9. Demuestre que la recta tangente a la gráfica de $f(x) = 1/x$ en $(a, 1/a)$ no corta a la gráfica de $f$ más que en el punto $(a, 1/a)$. ¿Ocurre lo mismo con la tangente a $g(x) = 1/x^2$ en $(a, 1/a^2)$?

10. Deduzca la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto dado:

    *a*) $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1, \quad (-5, \frac{9}{4})$ (hipérbola)

    *b*) $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{36} = 1, \quad (-1, 4\sqrt{2})$ (elipse)

## Material Extra

11. Calcule las derivadas de las siguientes funciones y simplifique lo máximo posible:

*a*) $f(x) = (1 + 3x^4)^5$

*b*) $f(x) = (1 + x + x^2)^3$

*c*) $f(x) = \dfrac{1}{(x^2-1)^5}$

*d*) $f(x) = (3x^2 + 3)(2x^2 + 1)$

*e*) $f(x) = \dfrac{2x^3+5}{4x^2+7}$

*f*) $f(x) = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{2}{(x-1)^2} + \dfrac{3}{(x-1)^3}$

*g*) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

*h*) $f(x) = (2 + 5x^2)^{\frac{1}{3}}$

*i*) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{(x^2-2)}}$

*j*) $f(x) = (5 - 3\cos x)^4$

*k*) $f(x) = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}^3 x$

*l*) $f(x) = \dfrac{1}{\operatorname{arc\,tg} x}$

*m*) $f(x) = \operatorname{sen}^3 x - \cos^3 x$

*n*) $f(x) = \dfrac{1}{3\operatorname{sen}^3 x} - \dfrac{1}{\cos x}$

*ñ*) $f(x) = \operatorname{sen}(x^2)$

*o*) $f(x) = \sqrt[3]{2^x + x}$

*p*) $f(x) = \ln(\ln x)$

*q*) $f(x) = \arccos\sqrt{x}$

*r*) $f(x) = \operatorname{arc\,sen}\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$

*s*) $f(x) = \dfrac{1+\operatorname{sen}^2 x}{1+\cos^2 x}$

*t*) $f(x) = \ln\left(\dfrac{3x}{4}\right)$

*u*) $f(x) = 7\ln\left(x^{\frac{2}{5}}\right)$

*v*) $f(x) = 4\ln(\operatorname{sen}(x))$

*w*) $f(x) = \ln(\operatorname{arc\,tg}(x))$