

Análisis Matemático I
Licenciatura en Ciencias de la Computación
FAMAF, UNC — Año 2020

Guía de Ejercicios N°3: Límites

1. A partir de una tabla de valores, estime $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ tomando valores cercanos a a , por derecha y por izquierda. (Sugerencia: utilice calculadora).

a) $\lim_{x \rightarrow 4} (5x^2 - 2x + 3)$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$

2. Calcule los siguientes límites utilizando las propiedades de cálculo de límite.

a) $\lim_{x \rightarrow 4} (5x^2 - 2x + 3)$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$

f) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$

b) $\lim_{s \rightarrow 2} (s^2 + 1)(s^2 + 4s)$

e) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$

c) $\lim_{t \rightarrow -1} \frac{\sqrt{t^3 + 3t^2 + 7}}{t + 2}$

3. Dada la siguiente función $f(x)$, calcule los límites laterales e indique si los límites indicados existen:

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{si } x \leq 0 \\ 9 - (x - 3)^2 & \text{si } 0 < x < 4 \\ -1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

f) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

4. Dada la siguiente función $g(x)$, calcule los límites laterales y decida si los límites indicados existen:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{si } |x| > 1 \\ -x & \text{si } |x| < 1 \\ 2 & \text{si } |x| = 1 \end{cases}$$

a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$

f) $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$

5. Calcule los siguientes límites, si existen. Si no existen explique por qué:

a) $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{h^2}}{h}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{|x - 2|}$

$$c) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - |x|}{2 + x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$$

6. Calcule:

$$a) \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ sabiendo que } 1 \leq f(x) \leq x^2 + 2x + 2.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ sabiendo que } 3x \leq f(x) \leq x^3 + 2 \text{ cerca de } 1.$$

7. Calcule los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{2 + 2x^2 + 9x^4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{1 + 3x^2}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{18x^2 + 1} \frac{1}{\sqrt{32x^2 - 3}} \right)$$

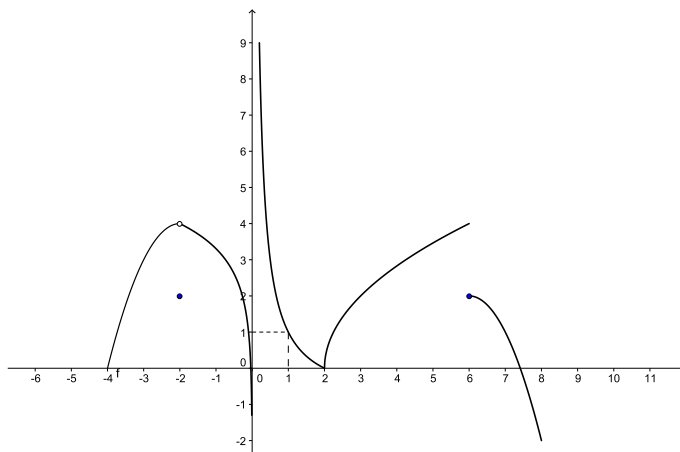
8. Determine las asíntotas horizontales y verticales de las siguientes curvas:

$$a) y = \frac{x}{x+4}$$

$$b) y = \frac{x^2+4}{x^2-1}$$

$$c) y = \frac{x^3+1}{x^3+x}$$

9. Observe el gráfico de la función g de la Figura que se muestra a continuación y determine, aproximadamente, los siguientes valores, en caso que existan.



$$a) \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$$

$$k) \lim_{x \rightarrow 6^-} g(x)$$

$$o) g(-2)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$$

$$l) g(6)$$

$$p) \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$$

$$h) g(2)$$

$$m) \lim_{x \rightarrow -2} g(x)$$

$$q) \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$$

$$d) g(1)$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 6} g(x)$$

$$n) \lim_{x \rightarrow -2^+} g(x)$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 6^+} g(x)$$

$$\tilde{n}) \lim_{x \rightarrow -2^-} g(x)$$

$$s) g(0)$$

10. Calcule los límites indicados:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 - 1}{x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{\sin 5x} \right)^2$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)}{x^2 - 5x + 6}$$

$$d) \lim_{r \rightarrow \infty} r \sin \frac{1}{r}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

Problemas extras

11. Utilizando las propiedades de límites, conteste los siguientes interrogantes:

a) Si no existen los límites $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$, ¿puede existir $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$ o $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$?

b) Si existen $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$, y son ambos finitos, ¿existe necesariamente $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$?

c) Si existe $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, finito, y no existe $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$, ¿puede existir $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$?

d) Si existen $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$, ambos finitos, ¿se puede concluir que existe $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$?

12. Se sabe que una pileta de natación se vacía según la función $V(t) = 1000 \frac{\sqrt{t+3} - 2}{t-1}$, donde V es el volumen expresado en m^3 y t el tiempo en horas. ¿A qué valor se aproxima el volumen cuando el tiempo se aproxima a 1 hora?

13. La cantidad de una droga en la corriente sanguínea t horas después de inyectada intramuscularmente está dada por la función $f(t) = \frac{10t}{t^2 + 1}$. Al pasar el tiempo, ¿cuál es la cantidad límite de droga en sangre?

14. En un experimento biológico, la población de una colonia de bacterias (en millones) después de x días está dada por: $y(x) = \frac{4}{2 + 8e^{-2x}}$.

a) ¿Cuál es la población inicial de la colonia de bacterias?

b) Determine si la población crece indefinidamente con el tiempo o tiene a estabilizarse en algún valor fijo.