Separación de un término

Teorema 6.14 (Separación de un término)

$$\langle \oplus i \ : 0 \leq i < n+1 : \ T.i \rangle = T.0 \oplus \langle \oplus i \ : 0 \leq i < n : \ T.(i+1) \rangle$$

Teorema 6.15 (Separación de un término)

$$\langle \oplus i \ : 0 \leq i < n+1 : \ T.i \rangle = \langle \oplus i \ : 0 \leq i < n : \ T.i \rangle \oplus T.n$$

El paso de separación de un término es un lema ya demostrado el cual consiste en la aplicación sucesiva de partición de rango, rango unitario y cambio de variables para volver a obtener un rango del tipo de la hipótesis inductiva.

Ejemplos - sumatoria

$$\begin{aligned} & \langle \textstyle\sum i \ : 0 \leq i < 1 + \#xs : \ (x \triangleright xs).i \rangle \\ = & \ \{ \text{ separación de un término } \} \\ & (x \triangleright xs).0 + \langle \textstyle\sum i \ : 0 \leq i < \#xs : \ (x \triangleright xs).(i+1) \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \langle \textstyle\sum i \ : -1 \leq i < 2 * n : \ x^{i+1} \rangle \\ = & \ \{ \text{ separación de un término } \} \\ & 1 + \langle \textstyle\sum i \ : 0 \leq i < 2 * n : \ x^{i+1} \rangle \end{aligned}$$

Ejemplos - para todo

$$\begin{aligned} & \langle \forall i \ : 0 \leq i < 1 + \#xs : \ sum.((x \triangleright xs)\uparrow i) \geq 0 \rangle \\ = & \ \{ \text{ separación de un término } \} \\ & sum.((x \triangleright xs)\uparrow 0) \geq 0 \wedge \langle \forall i \ : 0 \leq i < \#xs : \ sum.((x \triangleright xs)\uparrow (i+1) \geq 0 \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \langle \forall i \ : 0 \leq i < 1 + \#xs : \ n + sum.((x \triangleright xs)\uparrow i) \geq 0 \rangle \\ = & \ \{ \text{ separación de un término } \} \\ & n + sum.((x \triangleright xs)\uparrow 0) \geq 0 \wedge \\ & \quad \langle \forall i \ : 0 \leq i < \#xs : \ n + sum.((x \triangleright xs)\uparrow (i+1) \geq 0 \rangle \end{aligned}$$

Ejemplos - existe

$$\begin{aligned} & \langle \exists i \ : 0 \leq i < 1 + \#xs : \ (x \triangleright xs).i = sum.((x \triangleright xs)\uparrow i) \rangle \\ \equiv & \ \{ \text{ separación de un término } \} \\ & (x \triangleright xs).0 = sum.(x \triangleright xs)\uparrow 0 \\ & \ \vee \ \langle \exists i \ : 0 \leq i < \#xs : \ (x \triangleright xs).(i+1) = sum.((x \triangleright xs)\uparrow (i+1)) \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \langle \exists i \ : 0 \leq i < 1 + \#xs : \ (x \triangleright xs).i = n + sum.((x \triangleright xs)\uparrow i) \rangle \\ \equiv & \ \{ \text{ separación de un término } \} \\ & (x \triangleright xs).0 = n + sum.(x \triangleright xs)\uparrow 0 \\ & \ \vee \ \langle \exists i \ : 0 \leq i < \#xs : \ (x \triangleright xs).(i+1) = n + sum.((x \triangleright xs)\uparrow (i+1)) \rangle \end{aligned}$$