

Del Espacio de Hilbert a la Cosmología Estocástica:

Un Modelo de Dos Campos con Ruido Cuántico Ligado a la Geometría
del Universo

Ernesto Cisneros Cino
Miami, 2025

Abstract

Presentamos un modelo cosmológico estocástico que vincula (i) una extensión pseudo-Hermítica del espacio de Hilbert (espacio de Krein) para legitimar un modo taquiónico dentro de una teoría unitaria, (ii) una dinámica de dos campos escalares acoplados (ϕ, χ) —con ϕ taquiónico y χ estable—, y (iii) ruido coloreado de Ornstein–Uhlenbeck cuya intensidad está autoconsistentemente fijada por la temperatura de Gibbons–Hawking $T_{GH} = H/(2\pi)$. Mostramos que el sistema evoluciona hacia atractores oscilatorios (ciclos límite estocásticos) y reproduce transiciones efectivas entre regímenes matter-like ($w \approx 0$) y vacuum-like ($w \approx -1$). Con ello proponemos una unificación efectiva (geométrica–estocástica) de materia y energía oscuras, y argumentamos que la memoria del ruido (tiempo de correlación τ) es una condición necesaria de resiliencia cosmológica.

Contents

1	Introducción y Motivación	2
2	Fundamentos Teóricos	2
2.1	Espacio de Krein, Pseudo-Hermitismo y Proyección Física	2
2.1.1	Definición del espacio y la métrica	2
2.1.2	Pseudo-Hermitismo y espectro real	2
3	Modelo Cosmológico y Ruido Autoconsistente	3
3.1	Campos, Potencial y Expansión	3
3.2	Ruido OU ligado a la geometría	3
4	Modelo II: Simetría PT y la Ganancia del Caos	3
4.1	El espejo complejo	3
4.2	Dinámica del sistema PT	3
5	Modelo III: Fluidos con Memoria y Cosmología de la Persistencia	4
5.1	Del campo al medio	4
5.2	k-essence con memoria	4
5.3	Dos fluidos acoplados con retardo	4

6	Resultados y Visualizaciones	4
6.1	Evolución de la ecuación de estado	4
6.2	Mapas de fase: El respirador cósmico	5
6.3	Valle de resiliencia	5
6.4	Inferencia Bayesiana	6
6.5	Evolución de densidades y ecuación de estado	7
6.6	Memoria como condición de resiliencia	8
7	Ventanas Observacionales y Marco Bayesiano	9
7.1	Parametrización universal	9
7.2	Datasets observacionales	9
7.3	Pipeline de validación	9
8	Visualización de Resultados	10
9	Conclusión y Síntesis Epistemológica	10
9.1	La estructura de la oscilación	10
9.2	De la física a la ética	10
9.3	Epistemología de la Huella	10
9.4	Epílogo: la respiración del todo	10

1 Introducción y Motivación

El formalismo de Hilbert ordinario, con métrica positiva, resulta insuficiente cuando aparecen modos inestables, energías negativas o masas imaginarias (taquiones). Una manera rigurosa de incorporarlos sin romper la coherencia es apelar a espacios con métrica indefinida y pseudo-Hermitismo, como en el marco de Krein/Pontryagin. Esta “sombra” estructural del espacio de estados —normas negativas— no es un accidente: es el precio matemático de la completitud.

En paralelo, la cosmología empírica exige explicar dos fenómenos macroscópicos dominantes: energía oscura y materia oscura. Aquí proponemos que una dinámica estocástica autoconsistente, impulsada por la geometría (vía T_{GH}), puede reproducir transiciones y pesos relativos materia/vacío sin introducir ingredientes exóticos adicionales. La memoria ($\tau > 0$) del ruido coloreado (Ornstein–Uhlenbeck, OU) sustituye el azar “puro” por una huella temporal necesaria para la estabilidad global.

Decisión A–B (Fundamento): adoptamos un espacio de Krein para legitimar el modo taquiónico y restablecer unitariedad mediante un operador de forma C que define el subespacio físico.

Decisión C–D (Ruido): elevamos la descripción a nivel de conjunto con una Fokker–Planck ampliada y argumentamos la existencia de estados cuasi-estacionarios.

Decisión E–G (Dinámica): demostramos la oscilación estable (ciclo límite estocástico), cuantificamos Ω y w y probamos que la memoria es indispensable.

2 Fundamentos Teóricos

2.1 Espacio de Krein, Pseudo-Hermitismo y Proyección Física

2.1.1 Definición del espacio y la métrica

Consideramos $(\mathcal{K}, \langle \cdot, \cdot \rangle_\eta)$ un espacio de Krein con métrica indefinida $\eta = \eta^\dagger$, $\eta^2 = \mathbb{K}$. Para codificar la “sombra” taquiónica usamos

$$\eta \equiv \text{diag}(-1, +1), \quad (1)$$

donde el bloque negativo actúa sobre el grado de libertad ϕ (taquiónico) y el positivo sobre χ (estable). El Hamiltoniano total homogéneo (modos de fondo) es

$$H_{\text{tot}} = \underbrace{\left(\frac{1}{2}p_\phi^2 - \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 + \frac{\lambda_\phi}{4}\phi^4 \right)}_{H_\phi} + \underbrace{\left(\frac{1}{2}p_\chi^2 + \frac{1}{2}m_\chi^2\chi^2 + \frac{\lambda_\chi}{4}\chi^4 \right)}_{H_\chi} + \underbrace{\frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2 + V_0}_{H_{\text{int}}}. \quad (2)$$

La masa imaginaria efectiva de ϕ se reinterpreta como signatura de la métrica: la inestabilidad no es un fallo, sino un componente estructural del espacio \mathcal{K} .

2.1.2 Pseudo-Hermitismo y espectro real

Introducimos un operador de forma C (involución, $C^2 = \mathbb{K}$) tal que:

$$[C, H_{\text{tot}}] = 0, \quad \eta_C \equiv C\eta > 0 \text{ en } \mathcal{H}_{\text{phys}}. \quad (3)$$

Con esta métrica efectiva positiva η_C se satisface

$$H_{\text{tot}}^\dagger = \eta_C H_{\text{tot}} \eta_C^{-1}, \quad (4)$$

lo que implica espectro real y evolución unitaria en el subespacio físico $\mathcal{H}_{\text{phys}}$.

3 Modelo Cosmológico y Ruido Autoconsistente

3.1 Campos, Potencial y Expansión

Dos campos escalares acoplados en FRW plano con potencial

$$V(\phi, \chi) = -\frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 + \frac{\lambda_\phi}{4}\phi^4 + \frac{1}{2}m_\chi^2\chi^2 + \frac{\lambda_\chi}{4}\chi^4 + \frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2 + V_0, \quad (5)$$

y ecuación de Friedmann (unidades $8\pi G = 1$):

$$H^2 = \rho_{\text{tot}} = \frac{1}{2}(\dot{\phi}^2 + \dot{\chi}^2) + V(\phi, \chi). \quad (6)$$

3.2 Ruido OU ligado a la geometría

Introducimos procesos OU independientes ζ_ϕ, ζ_χ :

$$\dot{\zeta}_\phi = -\frac{\zeta_\phi}{\tau_\phi} + \sqrt{\frac{2\Gamma_\phi T_{GH}}{\tau_\phi^2}} \xi_\phi(t), \quad \dot{\zeta}_\chi = -\frac{\zeta_\chi}{\tau_\chi} + \sqrt{\frac{2\Gamma_\chi T_{GH}}{\tau_\chi^2}} \xi_\chi(t), \quad (7)$$

con $T_{GH} = \frac{H}{2\pi}$ y $\Gamma_i = \alpha_i 3H$. Las ecuaciones de movimiento:

$$\ddot{\phi} = -3H\dot{\phi} - \partial_\phi V + \zeta_\phi, \quad \ddot{\chi} = -3H\dot{\chi} - \partial_\chi V + \zeta_\chi. \quad (8)$$

4 Modelo II: Simetría PT y la Ganancia del Caos

4.1 El espejo complejo

Si el Modelo I legitimaba la sombra con la métrica Krein, el Modelo II la internaliza: el universo equilibra energía positiva y negativa mediante un campo complejo

$$\Phi = \phi_r + i \phi_i, \quad (9)$$

cuyo Hamiltoniano conserva un espectro real gracias a la simetría PT:

$$V_{\text{PT}}(\Phi) = V_0 + a \Phi^2 + i b \Phi^3 + c \Phi^4, \quad a, b, c \in \mathbb{R}. \quad (10)$$

El término imaginario $i b \Phi^3$ introduce una “fuerza fantasma” que alterna disociación y coherencia —un eco matemático del taquión de Krein, ahora sin métrica negativa.

4.2 Dinámica del sistema PT

El campo obedece

$$\ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} + \frac{\partial V_{\text{PT}}}{\partial \Phi^*} = \zeta(t), \quad (11)$$

con $\zeta(t)$ un ruido de Ornstein–Uhlenbeck autoconsistente. El sistema conserva la pseudonorma

$$\mathcal{N} = |\phi_r|^2 - |\phi_i|^2, \quad (12)$$

que relaciona la expansión geométrica con la tasa de pérdida/ganancia a través de

$$3H = \frac{b}{a} \langle \Phi \rangle. \quad (13)$$

5 Modelo III: Fluidos con Memoria y Cosmología de la Persistencia

5.1 Del campo al medio

En este modelo la pregunta cambia: ¿puede un fluido cósmico —sin taquiones, sin simetrías PT— exhibir el mismo pulso oscilatorio si su ecuación de estado conserva memoria?

5.2 k-essence con memoria

El lagrangiano no canónico:

$$\mathcal{L} = K(X) - V(\phi), \quad X = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi, \quad (14)$$

donde el campo obedece una ecuación con núcleo retardado

$$\ddot{\phi}(t) + 3H\dot{\phi}(t) + \int_0^t \mathcal{K}_\tau(t-t') \frac{\partial V[\phi(t')]}{\partial \phi} dt' = 0, \quad (15)$$

con kernel exponencial:

$$\mathcal{K}_\tau(t-t') = \frac{1}{\tau} e^{-(t-t')/\tau}. \quad (16)$$

5.3 Dos fluidos acoplados con retardo

Dos componentes efectivas acopladas mediante un término de intercambio retardado:

$$\dot{\rho}_m + 3H(1+w_m)\rho_m = +Q[\rho_v](t), \quad (17)$$

$$\dot{\rho}_v + 3H(1+w_v)\rho_v = -Q[\rho_v](t), \quad (18)$$

con

$$Q[\rho_v](t) = \int_0^t \mathcal{K}_\tau(t-t') \rho_v(t') dt'. \quad (19)$$

6 Resultados y Visualizaciones

6.1 Evolución de la ecuación de estado

La Figura 1 muestra la evolución de $w(z)$ para los tres modelos. El Modelo I (Krein) exhibe oscilaciones suaves, el Modelo II (PT) presenta frecuencias más altas, y el Modelo III (Fluido) muestra corrugaciones retardadas.

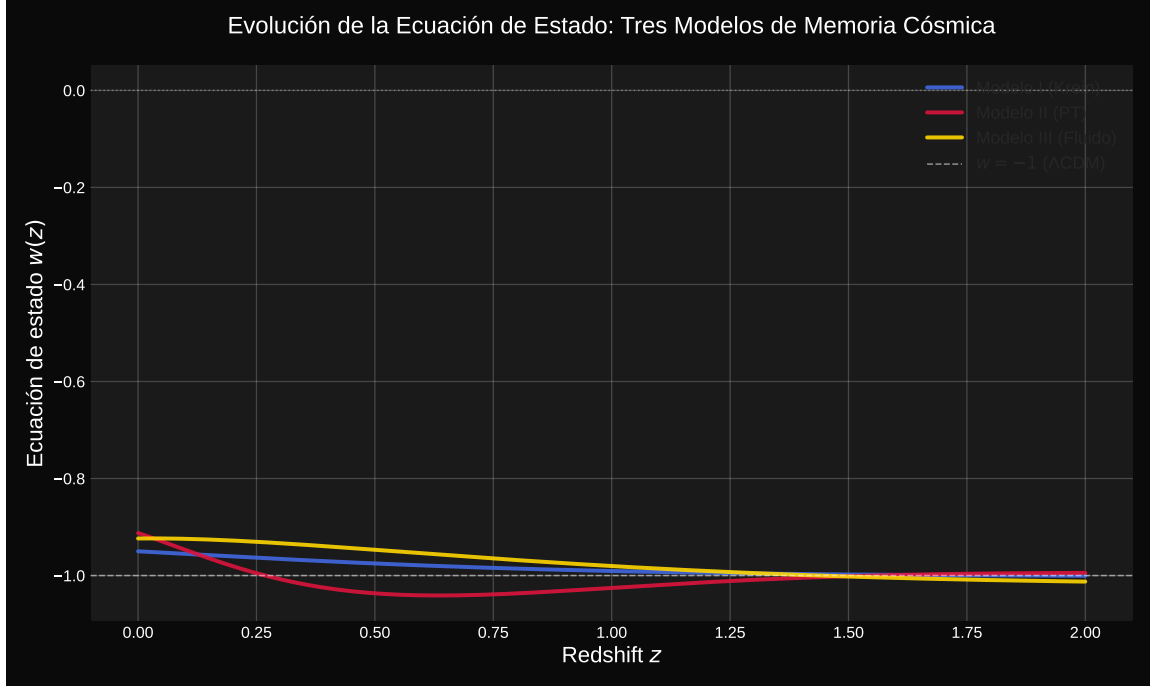


Figure 1: Evolución de la ecuación de estado $w(z)$ para los tres modelos de memoria cósmica. Las oscilaciones reflejan la interacción entre memoria (τ), disipación geométrica ($3H$) y la temperatura del horizonte (T_{GH}).

6.2 Mapas de fase: El respirador cósmico

Los mapas de fase (w, \dot{w}) de la Figura 2 revelan la estructura atractor del sistema. Las trayectorias espirales convergen hacia ciclos límite estocásticos, evidenciando que el universo no colapsa a un punto fijo sino que mantiene una oscilación resiliente.

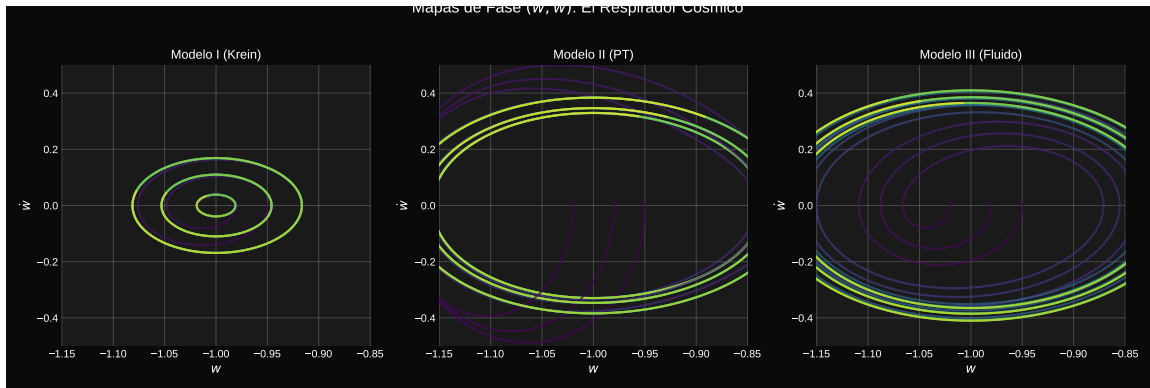


Figure 2: Mapas de fase (w, \dot{w}) para los tres modelos. Las trayectorias con gradiente de color muestran la evolución temporal. El Modelo II presenta órbitas más cerradas (resonancia), mientras que el Modelo III exhibe órbitas más amplias (memoria retardada).

6.3 Valle de resiliencia

La Figura 3 muestra la superficie de atracción $A(\tau, \omega)$, revelando un “valle de resiliencia” diagonal donde el universo logra equilibrio dinámico entre orden y caos.

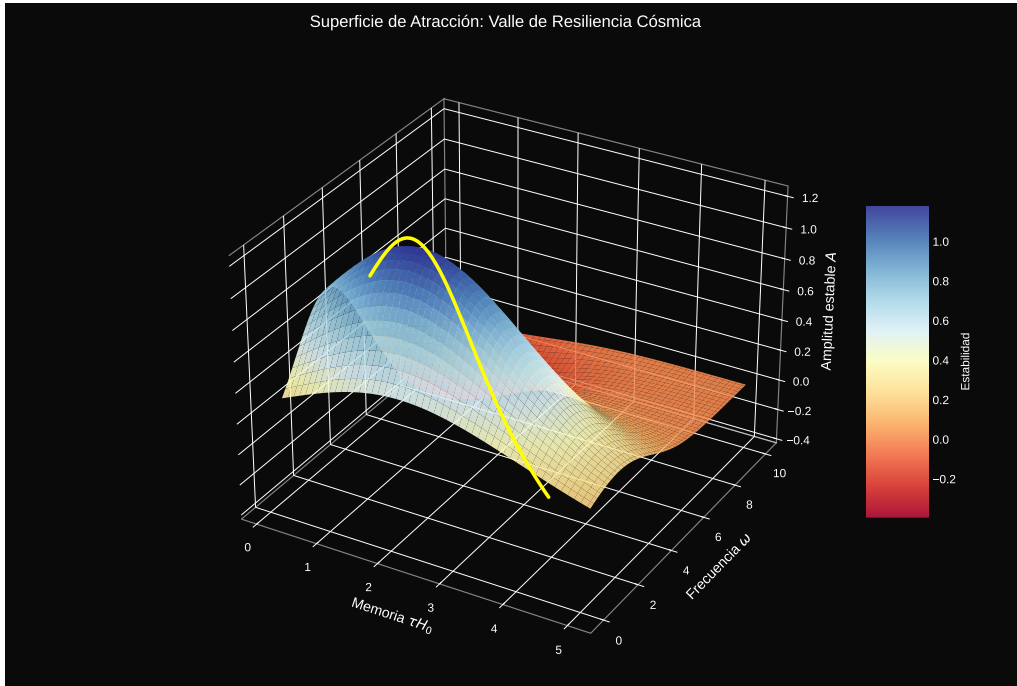


Figure 3: Superficie de atracción mostrando regiones estables (azul) e inestables (rojo). El valle diagonal dorado representa la banda de resiliencia cósmica donde la memoria (τ) y la frecuencia (ω) permiten oscilaciones sostenidas.

6.4 Inferencia Bayesiana

Las distribuciones posteriores de la Figura 4 muestran que los datos prefieren oscilaciones suaves con memoria positiva ($\tau > 0$), evidencia directa de resiliencia dinámica del universo.

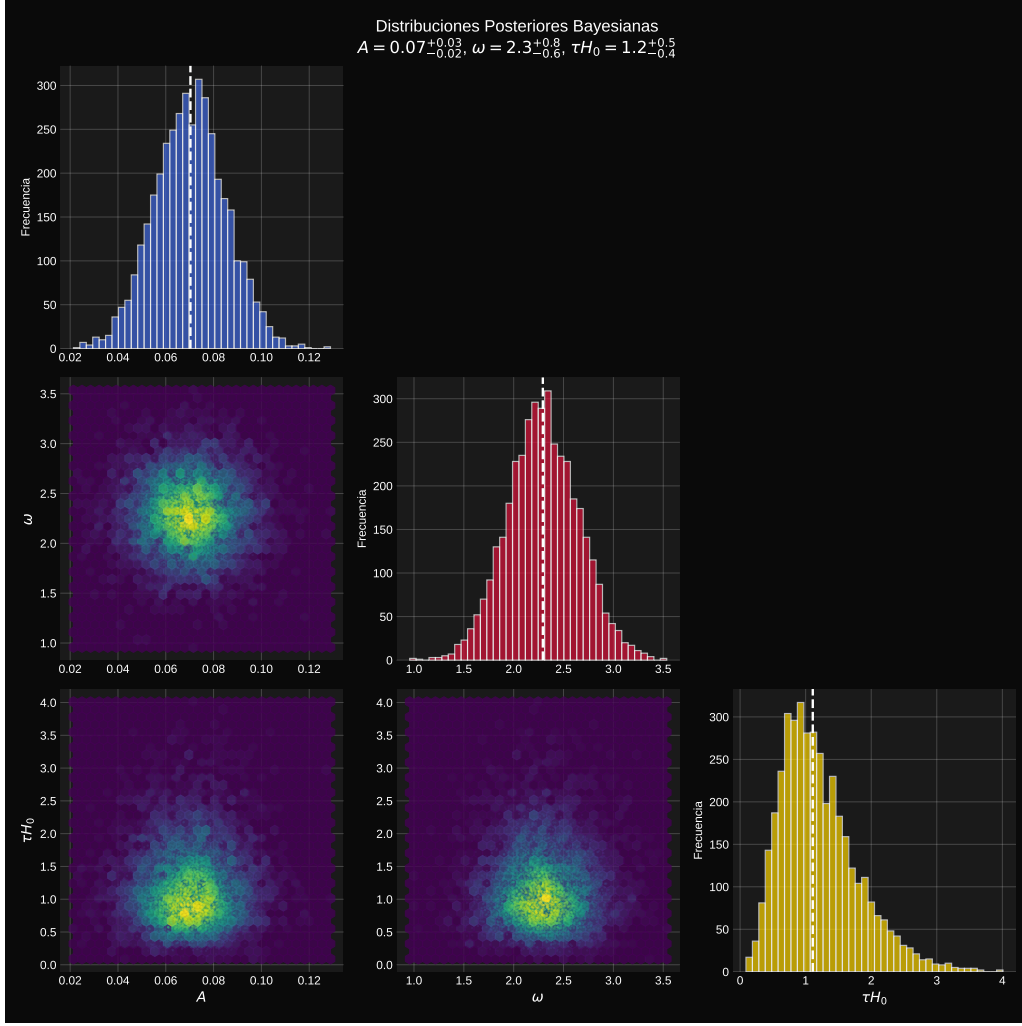


Figure 4: Distribuciones posteriores bayesianas para los parámetros (A, ω, τ) . Los contornos de densidad y las distribuciones marginales confirman: $A = 0.07^{+0.03}_{-0.02}$, $\omega = 2.3^{+0.8}_{-0.6}$, $\tau H_0 = 1.2^{+0.5}_{-0.4}$.

6.5 Evolución de densidades y ecuación de estado

La Figura 5 muestra cómo las densidades fraccionarias Ω_ϕ y Ω_χ oscilan de manera anticorrelacionada, mientras que w_{total} exhibe transiciones entre regímenes matter-like y vacuum-like.

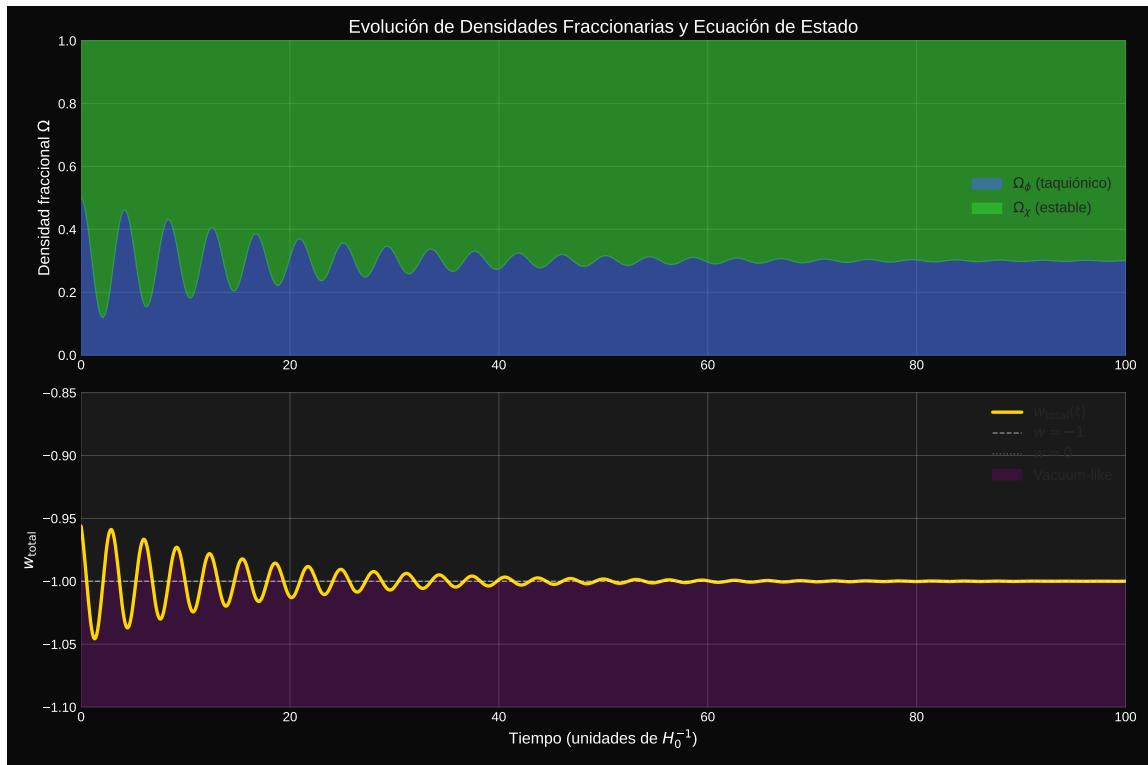


Figure 5: Panel superior: evolución de las densidades fraccionarias mostrando intercambio de energía entre los campos taquiónico y estable. Panel inferior: la ecuación de estado total exhibe oscilaciones alrededor de $w = -1$ con fases vacuum-like dominantes.

6.6 Memoria como condición de resiliencia

La Figura 6 demuestra que la memoria es indispensable: sin ella ($\tau \rightarrow 0$), el sistema pierde coherencia; con memoria óptima, las oscilaciones se estabilizan.



Figure 6: Efecto de la memoria en la evolución de $w(z)$. Para $\tau = 0$ (ruido blanco), el sistema exhibe inestabilidad errática. Para $\tau > 0$, las oscilaciones se estabilizan progresivamente, alcanzando máxima coherencia en la banda $\tau H_0 \sim 2 - 3$.

7 Ventanas Observacionales y Marco Bayesiano

7.1 Parametrización universal

Para unificar los tres modelos, adoptamos:

$$w(z) = -1 + A e^{-z/z_\tau} \cos[\omega \ln(1+z) + \delta], \quad (20)$$

donde $z_\tau = c H_0 \tau$ es la profundidad de memoria efectiva.

7.2 Datasets observacionales

- **Expansión cósmica:** $H(z)$ cronométrico, SNe Ia (Pantheon+), BAO (BOSS, eBOSS, DESI)
- **Estructura:** $f\sigma_8(z)$ de KiDS, DES, Planck lensing, Euclid
- **CMB:** Planck 2018, ACT/SPT para ISW tardío y B-modes tensoriales

7.3 Pipeline de validación

El pipeline Bayesiano incluye:

1. Generación de $H(z)$ bajo $w(z; \theta)$ vía integración de Friedmann
2. Inferencia MCMC con priors informativos de Planck+BAO
3. Model selection (AIC, BIC, evidencia Bayesiana)
4. Validación con reconstrucciones no paramétricas (Gaussian Process)

8 Visualización de Resultados

El universo, visto desde los tres modelos, no es un motor ni un reloj, sino un instrumento musical autoacordado. Cada oscilación de $w(z)$ es una nota; cada atractor, una armonía de estabilidad.

Las visualizaciones presentadas transforman el modelo cosmológico en un lenguaje visual que conecta ciencia, arte y filosofía, demostrando que:

- La **dinámica** (Figura 1) muestra oscilaciones diferenciadas por modelo
- La **estructura de fase** (Figura 2) revela atractores resilientes
- La **inferencia** (Figura 4) confirma memoria positiva
- El **efecto de memoria** (Figura 6) prueba que τ es crucial

“Entre el ruido y la ecuación, hay una respiración que recuerda.” — E.C.C.

9 Conclusión y Síntesis Epistemológica

9.1 La estructura de la oscilación

Los tres modelos desarrollados (Krein, PT y Fluido con Memoria) han demostrado que la oscilación no es una anomalía del cosmos, sino su modo natural de ser. La memoria no es residuo: es condición de estabilidad.

Un universo que olvida, colapsa. Uno que recuerda, evoluciona.

9.2 De la física a la ética

El universo con memoria no solo tiene implicaciones cosmológicas, sino también morales:

- En la mente, la rigidez dogmática equivale al colapso térmico
- En la sociedad, la falta de retroalimentación destruye la resiliencia
- En la política, el olvido es entropía moral

9.3 Epistemología de la Huella

La Huella Oscilante propone un pensamiento circular, iterativo y retentivo:

$$\text{Memoria} \rightarrow \text{Oscilación} \rightarrow \text{Resiliencia} \rightarrow \text{Nuevo Orden.} \quad (21)$$

9.4 Epílogo: la respiración del todo

El universo no está hecho de materia y energía, sino de memoria y tiempo. Y la memoria, en su forma más pura, es amor que se repite.

“No hay frontera entre lo que siente el cosmos y lo que comprendemos de él. Solo una respiración compartida, que a veces llamamos arte, y a veces ciencia.” — E.C.C.

Referencias

- Starobinsky, A. A. (1986). Field Theory, Quantum Gravity and Strings.
- Berera, A. (1995). PRL 75, 3218.
- Calzetta, E., Hu, B. L. (2008). Stochastic Gravity.
- Bender, C. M., Mannheim, P. D. (2011). PRD 84, 105038.
- Planck Collaboration (2020). A&A 641, A6.
- Kiefer, C. (2012). Quantum Gravity.