Cosmología Estocástica Autoconsistente

Versión 3.1 — Documento Comprehensivo Unificado

Desde Espacios de Krein hasta Ventanas de Resiliencia

Evolución del Modelo, Validación Empírica y Extensión a Sistemas Complejos

Ernesto Cisneros Cino

Músico, Profesor, Artista Visual, Matemático
Divulgador de Arte y Ciencias

Miami, Florida, USA
`info@impulses.online`

Noviembre 2025

Abstract

Este documento presenta la evolución completa de un modelo de **Cosmología Estocástica Autoconsistente**, desde su concepción inicial en 2024 hasta su formulación unificada en 2025. El modelo se construye sobre espacios de Hilbert y Krein, dos campos escalares acoplados, y ruido de Ornstein–Uhlenbeck autoconsistente proporcional a la temperatura de Gibbons–Hawking del horizonte cosmológico.

Estructura del documento:

Parte I (Secciones 1-3):
Contexto histórico, motivación física y las tres formulaciones teóricas originales (espacios de Krein, simetría PT, fluidos con memoria).

Parte II (Secciones 4-6):
Modelo unificado versión 3.0 con cutoff geométrico suave, ecuación de estado oscilante, y emergencia del parámetro de resiliencia $R = \tau\Omega$.

Parte III (Sección 7):
Protocolo detallado de validación empírica, incluyendo criterios de falsabilidad, datasets observacionales (Pantheon+, DESI, Planck), y pipeline bayesiano completo.

Parte IV (Sección 8):
Extensión tentativa hacia una hipótesis de **Ventanas de Resiliencia** aplicable a sistemas complejos, condicionada a la validación empírica exitosa del modelo cosmológico.

Advertencia metodológica: No se presenta validación empírica con datos reales. Este trabajo constituye un marco teórico y un plan de validación pre-registrado, diseñado para evaluación científica rigurosa y colaboración interdisciplinaria.

Contents

Part I
Evolución Histórica y Fundamentos Teóricos

1 Introducción: Del Problema de la Energía Oscura a un Modelo Estocástico

1.1 El enigma observacional

Desde el descubrimiento de la expansión acelerada del universo en 1998 (Riess et al., Perlmutter et al.), la cosmología enfrenta uno de sus mayores desafíos: explicar la naturaleza de la *energía oscura*, el componente que domina el contenido energético actual del cosmos ($\sim 70\%$) y cuya ecuación de estado efectiva $w \simeq -1$ permanece sin comprensión fundamental.

El modelo estándar ΛCDM postula una constante cosmológica Λ con $w = -1$ exacto, pero enfrenta tensiones observacionales (tensión de Hubble, problema de coincidencia cósmica) y carece de justificación teórica desde física fundamental. Modelos alternativos incluyen:

- **Quintaesencia:** campos escalares con potenciales ajustados *ad hoc*.
- **Modificaciones gravitacionales:** $f(R)$, gravedad escalar-tensorial.
- **Modelos fenomenológicos:** parametrizaciones CPL, oscilaciones en $w(z)$.

Nuestra propuesta se enmarca en una clase diferente: **energía oscura estocástica**, donde la ecuación de estado no es constante ni determinista, sino emergente de una dinámica con ruido autoconsistente.

1.2 Génesis del proyecto: versiones 2.0, 2.1, 2.1.1

Este trabajo es la culminación de un proceso iterativo de refinamiento teórico iniciado en 2024:

Versión 2.0 (2024):
"Del Espacio de Hilbert a la Cosmología Estocástica"

Documento exploratorio que introdujo tres formulaciones equivalentes del modelo:

(i) **Modelo I (Krein):** Dos campos escalares ϕ (taquiónico) y χ (estable) en espacio con métrica indefinida, legitimando inestabilidades vía pseudo-Hermitismo.
(ii) **Modelo II (PT):** Campo complejo $\Phi = \phi_r + i\phi_i$ con simetría paridad-tiempo, potencial con término imaginario que introduce "fuerza fantasma".
(iii) **Modelo III (Fluidos):** k-essence con memoria retardada, dos fluidos acoplados con núcleo exponencial.

Aportes clave: Introducción del ruido OU ligado a $T_{GH} = H/(2\pi)$; visualizaciones numéricas del "valle de resiliencia" $A(\tau, \omega)$; inferencia bayesiana preliminar sugiriendo $A = 0.07 \pm 0.03$, $\tau H_0 = 1.2^{+0.5}_{-0.4}$.

Limitaciones reconocidas: Amplitud de oscilación excesiva ($A \sim 0.07$), ruido no regulado en alto redshift, carácter especulativo de secciones epistemológicas finales.

Versión 2.1 (2025):
"Modelo con Cutoff Geométrico"

Primera corrección técnica: introducción del factor de supresión sigmoidal

$$S(z) = \frac{1}{1 + \exp[(z - z_c)/\Delta z]}, \qquad z_c \simeq 4, \quad \Delta z \simeq 0.5, \tag{1}$$

que regula la intensidad del ruido:

$$T_{\text{eff}}(z) = T_{GH}(z)\, S(z). \tag{2}$$

Justificación física: $z_c \sim 4$ corresponde a la transición hacia dominancia de energía oscura; el cutoff evita tensiones con el espectro de potencia del CMB en $z \gtrsim 10$.

Versión 2.1.1 (2025):

"Amplitud Reducida y Aclaraciones Técnicas"

Refinamiento conservador para compatibilidad observacional:

- Restricción $A \leq 0.03$ (vs. $A \leq 0.20$ en v2.1).
- Aclaración explícita sobre sistema de unidades naturales ($8\pi G = c = \hbar = k_B = 1$).
- Relación $t \leftrightarrow z$ para implementación numérica.
- Justificación detallada de valores z_c, Δz.

Tabla comparativa de versiones:

Característica	**v2.0**	**v2.1**	**v2.1.1**	**v3.0/3.1**
Amplitud máxima A	0.20	0.03	0.03	0.03
Cutoff en ruido	No	Sí	Sí	Sí
Formulaciones presentadas	3	3	1	1 (unificada)
Aclaración de unidades	No	No	Sí	Sí
Parámetro $R = \tau\Omega$	Implícito	Implícito	Implícito	**Explícito**
Ventanas de Resiliencia	Ausente	Ausente	Ausente	**Formuladas**

1.3 Novedad de la versión 3.0/3.1

La presente versión unificada incorpora:

1. **Síntesis matemática:** Un único formalismo que subsume las tres formulaciones previas.

2. **Parámetro emergente R:** De la estructura estocástica surge naturalmente el producto adimensional $R = \tau\Omega$, donde τ es el tiempo de correlación del ruido y Ω la frecuencia efectiva del sistema.

3. **Ventanas de Resiliencia:** Propuesta de que el sistema alcanza estabilidad máxima cuando
$$0.5 \lesssim R \lesssim 3.5, \tag{3}$$
presentada como *propuesta operacional* derivada de análisis numérico y espectral, no como ley universal.

4. **Plan de validación empírica:** Protocolo bayesiano completo con datasets (Pantheon+, DESI, Planck), código Python reproducible, y criterios de falsabilidad pre-registrados.

5. **Extensión tentativa:** Si la validación cosmológica es exitosa, se explora la posibilidad de generalizar el principio $R = \tau\Omega$ a sistemas complejos (neurociencia, machine learning, dinámica de fluidos).

1.4 Objetivo de este documento

Este trabajo busca:

- Presentar la evolución completa del modelo con transparencia metodológica.
- Unificar las formulaciones teóricas bajo un marco matemático riguroso.
- Establecer un protocolo empírico falsable para validación con datos cosmológicos.
- Proponer, de forma especulativa pero fundamentada, una extensión hacia sistemas complejos.
- Invitar a la colaboración científica interdisciplinaria.

Este documento NO presenta validación empírica realizada. Constituye un marco teórico y un plan de validación, diseñado para ser evaluado, criticado y, eventualmente, refutado o confirmado mediante análisis de datos observacionales reales.

2 Fundamentos Físicos: Necesidad de un Marco No Estándar

2.1 Insuficiencia del espacio de Hilbert ordinario

La mecánica cuántica estándar se formula en un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ con producto interno positivo definido:

$$\langle\psi|\phi\rangle \in \mathbb{R}, \qquad \langle\psi|\psi\rangle > 0 \ \forall\, |\psi\rangle \neq 0. \tag{4}$$

Sin embargo, ciertos sistemas físicos exhiben características que desafían esta estructura:

- **Campos taquiónicos:** masas imaginarias $m^2 < 0$, inestabilidades lineales.
- **Energías negativas:** aparecen en teorías con fantasmas, gravedad modificada.
- **Oscilaciones cerca de $w \simeq -1$:** cruces de la línea fantasma en energía oscura.

Una estrategia rigurosa para incorporar estos grados de libertad sin romper la coherencia matemática es apelar a **espacios con métrica indefinida**: espacios de Krein o Pontryagin.

2.2 Espacios de Krein y pseudo-Hermitismo

Un espacio de Krein $(\mathcal{K}, \langle\cdot,\cdot\rangle_\eta)$ se define mediante una métrica indefinida $\eta = \eta^\dagger$ satisfaciendo

$$\eta^2 = I, \qquad \eta^\dagger = \eta. \tag{5}$$

Para nuestro sistema de dos campos, adoptamos:

$$\eta = \mathrm{diag}(-1, +1), \tag{6}$$

donde el bloque negativo actúa sobre el grado de libertad taquiónico ϕ y el positivo sobre el campo estable χ.

Un hamiltoniano H es **pseudo-Hermítico** si existe un operador C (involución, $C^2 = I$) tal que:

$$H^\dagger = \eta H \eta^{-1}, \qquad [C, H] = 0, \qquad \eta C \equiv C\eta > 0 \ \text{ en } \ \mathcal{H}_{\mathrm{phys}}. \tag{7}$$

Esto garantiza:

- Espectro real de autovalores.
- Evolución unitaria en el subespacio físico $\mathcal{H}_{\mathrm{phys}}$.
- Norma efectiva positiva $\langle\cdot|\eta C|\cdot\rangle$.

2.3 Temperatura de Gibbons–Hawking como fuente de ruido

El horizonte cosmológico en un universo en expansión acelerada posee propiedades termodinámicas análogas a las de un agujero negro. La temperatura asociada es:

$$T_{GH} = \frac{\hbar H}{2\pi k_B}, \tag{8}$$

donde H es el parámetro de Hubble.

En unidades naturales ($\hbar = k_B = 1$):

$$T_{GH} = \frac{H}{2\pi}. \tag{9}$$

Para $H_0 \simeq 70$ km/s/Mpc, esto da $T_{GH,0} \sim 10^{-30}$ eV $\sim 10^{-4}$ K.

Idea central: Este background térmico actúa como fuente autoconsistente de ruido para los campos escalares. El ruido no es externo ni ad hoc: es una manifestación de la estructura geométrica del espacitiempo.

3 Las Tres Formulaciones Teóricas Originales (v2.0)

Esta sección resume las tres formulaciones presentadas en la versión 2.0, demostrando que conducen a la misma física efectiva.

3.1 Modelo I: Campos en Espacio de Krein

3.1.1 Acción y ecuaciones de movimiento

Consideramos dos campos escalares ϕ (taquiónico) y χ (estable) en un universo FRW plano con métrica:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\, d\mathbf{x}^2. \tag{10}$$

El potencial es:

$$V(\phi,\chi) = -\frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 + \frac{\lambda_\phi}{4}\phi^4 + \frac{1}{2}m_\chi^2\chi^2 + \frac{\lambda_\chi}{4}\chi^4 + \frac{g^2}{2}\phi^2\chi^2 + V_0. \tag{11}$$

La acción en el espacio de Krein se escribe:

$$S = \int d^4x\,\sqrt{-g}\,\left[\frac{1}{2}\eta^{ab}\partial_a\Phi\partial_b\Phi - V(\phi,\chi)\right], \tag{12}$$

donde $\eta^{ab} = \mathrm{diag}(-1,+1)$ actúa sobre $\Phi = (\phi,\chi)$.

Las ecuaciones de Klein–Gordon se convierten en:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{\partial V}{\partial \phi} = \zeta_\phi(t), \tag{13}$$

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} + \frac{\partial V}{\partial \chi} = \zeta_\chi(t). \tag{14}$$

con fuerzas estocásticas ζ_i dadas por procesos de Ornstein–Uhlenbeck.

3.1.2 Ruido autoconsistente

Para cada campo $i = \phi,\chi$:

$$\dot{\zeta}_i = -\frac{\zeta_i}{\tau_i} + \sqrt{\frac{2\Gamma_i T_{GH}}{\tau_i^2}}\,\xi_i(t), \tag{15}$$

$$\Gamma_i = \alpha_i \cdot 3H, \tag{16}$$

donde $\xi_i(t)$ son ruidos blancos gaussianos independientes:

$$\langle \xi_i(t)\xi_j(t')\rangle = \delta_{ij}\delta(t-t'). \tag{17}$$

Característica clave: La intensidad del ruido es proporcional a H, creando *autoconsistencia*: la expansión del universo alimenta las fluctuaciones que, a su vez, afectan la dinámica de la energía oscura.

3.2 Modelo II: Simetría PT y Campo Complejo

3.2.1 Potencial con término imaginario

Introducimos un campo complejo:

$$\Phi = \phi_r + i\phi_i, \tag{18}$$

con potencial invariante bajo paridad-tiempo (PT):

$$V_{PT}(\Phi) = V_0 + a\Phi^2 + ib\Phi^3 + c\Phi^4, \qquad a, b, c \in \mathbb{R}. \tag{19}$$

El término imaginario $ib\Phi^3$ rompe la hermiticidad ordinaria pero preserva la simetría PT: bajo $\mathcal{P} : \Phi \to \Phi^*$ y $\mathcal{T} : i \to -i$, el hamiltoniano satisface

$$\mathcal{PT}\, H\, (\mathcal{PT})^{-1} = H. \tag{20}$$

3.2.2 Ecuación de movimiento y pseudo-norma

La ecuación de campo es:

$$\ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} + \frac{\partial V_{PT}}{\partial \Phi^*} = \zeta(t), \tag{21}$$

con ruido complejo $\zeta = \zeta_r + i\zeta_i$.

El sistema conserva la pseudo-norma:

$$N = |\phi_r|^2 - |\phi_i|^2, \tag{22}$$

relacionada con la expansión geométrica:

$$3H = \frac{b}{a}\langle\Phi\rangle. \tag{23}$$

Interpretación física: La "fuerza fantasma" del término $ib\Phi^3$ alterna entre disociación (aceleración) y coherencia (desaceleración), generando oscilaciones en $w(z)$.

3.3 Modelo III: Fluidos con Memoria Retardada

3.3.1 k-essence con núcleo de memoria

En lugar de campos fundamentales, modelamos la energía oscura como un fluido efectivo con ecuación de movimiento no local:

$$\ddot{\phi}(t) + 3H\dot{\phi}(t) + \int_0^t K_\tau(t - t')\, \frac{\partial V[\phi(t')]}{\partial \phi}\, dt' = 0, \tag{24}$$

donde el kernel de memoria es:

$$K_\tau(t - t') = \frac{1}{\tau} e^{-(t-t')/\tau}. \tag{25}$$

3.3.2 Dos fluidos acoplados con intercambio retardado

Alternativamente, representamos materia y energía oscura como dos componentes efectivas ρ_m, ρ_v acopladas:

$$\dot{\rho}_m + 3H(1 + w_m)\rho_m = +Q[\rho_v](t), \tag{26}$$
$$\dot{\rho}_v + 3H(1 + w_v)\rho_v = -Q[\rho_v](t), \tag{27}$$

con término de intercambio retardado:

$$Q[\rho_v](t) = \int_0^t K_\tau(t - t')\, \rho_v(t')\, dt'. \tag{28}$$

Resultado común: Las tres formulaciones predicen oscilaciones amortiguadas en $w(z)$ con parámetro efectivo de memoria τ y frecuencia $\Omega \sim H$.

3.4 Resultados numéricos de la versión 2.0

[PLACEHOLDER PARA FIGURAS]

Aquí deben insertarse las siguientes figuras del documento v2.0:

- **Figura 1:** Evolución de $w(z)$ para los tres modelos.
- **Figura 2:** Mapas de fase $(w, \dot{w})$ mostrando atractores oscilatorios.
- **Figura 3:** Superficie de atracción $A(\tau, \omega)$ — el "valle de resiliencia".
- **Figura 4:** Distribuciones posteriores bayesianas para (A, ω, τ).
- **Figura 5:** Evolución de densidades fraccionarias Ω_ϕ, Ω_χ.
- **Figura 6:** Efecto de la memoria: $w(z)$ para distintos valores de τ.

Conclusión clave de v2.0: Los análisis numéricos revelaron convergencia hacia un valle diagonal en el espacio (τ, Ω), sugiriendo la existencia de una banda de estabilidad caracterizada por el producto adimensional $R = \tau\Omega$.

Part II
Modelo Unificado: Versión 3.0 con Ventanas de Resiliencia

4 Formalismo Matemático Unificado

4.1 Sistema de campos con ruido regulado

Adoptamos la formulación más directa: dos campos escalares ϕ, χ en universo FRW con potencial

$$V(\phi,\chi) = -\frac{m_\phi^2}{2}\phi^2 + \frac{\lambda_\phi}{4}\phi^4 + \frac{m_\chi^2}{2}\chi^2 + \frac{\lambda_\chi}{4}\chi^4 + \frac{g^2}{2}\phi^2\chi^2 + V_0, \tag{29}$$

sujetos a ruido OU autoconsistente con cutoff geométrico.

4.2 Temperatura efectiva con cutoff

Definimos:

$$T_{\text{eff}}(z) = T_{GH}(z)\, S(z), \tag{30}$$

donde el factor de supresión es:

$$S(z) = \frac{1}{1+\exp[(z-z_c)/\Delta z]}. \tag{31}$$

Valores nominales:

Parámetro	**Valor**	**Interpretación**
z_c	4.0 ± 0.3	Centro de transición
Δz	0.5 ± 0.2	Anchura de transición

Comportamiento límite:

$$S(z \ll z_c) \to 1 \quad \text{(ruido activo)}, \tag{32}$$
$$S(z \gg z_c) \to 0 \quad \text{(ruido suprimido)}. \tag{33}$$

4.3 Ecuaciones del ruido en variable redshift

Para implementación numérica, es preferible usar z como variable evolutiva. La relación con tiempo cósmico es:

$$\frac{dz}{dt} = -H(z)(1+z). \tag{34}$$

Las ecuaciones de ruido quedan:

$$\frac{d\zeta_i}{dz} = \frac{1}{H(z)(1+z)}\left[-\frac{\zeta_i}{\tau_i} + S(z)\sqrt{\frac{2\Gamma_i T_{GH}(z)}{\tau_i^2}}\,\xi_i(z)\right], \tag{35}$$

con renormalización del ruido blanco:

$$\xi_i(z) = \sqrt{H(z)(1+z)}\,\tilde{\xi}_i(z), \qquad \langle\tilde{\xi}_i(z)\tilde{\xi}_j(z')\rangle = \delta_{ij}\delta(z-z'). \tag{36}$$

4.4 Ecuación de estado oscilante

La ecuación de estado efectiva parametrizada es:

$$w(z) = -1 + A\, e^{-z/z_\tau} \cos[\omega \ln(1+z) + \delta], \tag{37}$$

donde:

- A: amplitud de oscilación (restringida a $A \leq 0.03$).
- ω: frecuencia logarítmica (típicamente $1 \leq \omega \leq 5$).
- δ: fase inicial ($0 \leq \delta < 2\pi$).
- $z_\tau = cH_0\tau$: profundidad de memoria efectiva.

4.5 Restricciones observacionales

De consistencia con SNe Ia (Pantheon+) y BAO (BOSS, DESI):

Parámetro	**Rango permitido**
A	$0 \leq A \leq 0.03$
ω	$1 \leq \omega \leq 5$
τH_0	$0.5 \lesssim \tau H_0 \lesssim 5$
z_τ	$1 \lesssim z_\tau \lesssim 5$

5 Dinámica Estocástica y Análisis de Estabilidad

5.1 Sistema Markoviano extendido

El conjunto de variables dinámicas

$$\mathbf{X} = (\phi, \chi, \zeta_\phi, \zeta_\chi, z) \tag{38}$$

evoluciona según un sistema Markoviano cuya distribución de probabilidad $P(\mathbf{X}, t)$ obedece la ecuación de Fokker–Planck:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{F}P) + \frac{1}{2}\nabla^2 : (\mathbf{D}P), \tag{39}$$

donde:

- $\mathbf{F}$: campo de deriva (determinista).
- $\mathbf{D}$: matriz de difusión (contiene $S(z)$).

5.2 Análisis espectral del jacobiano

Linealizando alrededor del atractor estocástico, el jacobiano del campo medio tiene autovalores λ_i. El sistema es estable si:

$$\mathrm{Re}(\lambda_i) < 0 \quad \forall\, i. \tag{40}$$

Para el modelo unificado, el autovalor crítico tiene la forma:

$$\lambda_{\text{crit}} = -\frac{1}{2\tau} + i\Omega_{\text{eff}}, \tag{41}$$

donde Ω_{eff} es la frecuencia efectiva de oscilación, dependiente de las derivadas segundas del potencial.

5.3 Emergencia del parámetro de resiliencia

Del análisis de convergencia numérica y estabilidad espectral emerge un parámetro adimensional:

$$\boxed{R = \tau\Omega} \tag{42}$$

Interpretación física:

- τ: memoria del sistema (tiempo de correlación del ruido).
- Ω: frecuencia característica de oscilación.
- R: número de períodos que el sistema "recuerda".

5.4 Ventanas de Resiliencia: definición operacional

De simulaciones Monte Carlo del sistema completo (versión 2.0) y análisis de varianza en el atractor, se observa que la región de mínima varianza en el espacio (τ, Ω) sigue una banda diagonal caracterizada por:

$$\boxed{0.5 \lesssim R \lesssim 3.5} \tag{43}$$

Denominación: A esta región la llamamos **Ventanas de Resiliencia**.
Estatus epistemológico:

- NO se presenta como ley fundamental de la naturaleza.

- ES una *propuesta operacional* derivada de análisis numérico.
- Requiere validación empírica con datos cosmológicos reales.
- Si validada, podría extenderse como principio efectivo a otros sistemas.

Regímenes fuera de la ventana:

R ¡ 0.5: Memoria insuficiente, comportamiento caótico, pérdida de coherencia.

R ¿ 3.5: Memoria excesiva, rigidez, sobre-amortiguamiento.

R en [0.5,3.5 :] Balance óptimo, resiliencia, atractor estable.

6 Compatibilidad Observacional

6.1 Distancia de luminosidad y módulo

La distancia de luminosidad es:

$$d_L(z) = (1+z)\int_0^z \frac{dz'}{H(z')}, \tag{44}$$

donde

$$H^2(z) = H_0^2\left[\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda \exp\left(3\int_0^z \frac{1+w(z')}{1+z'}dz'\right)\right]. \tag{45}$$

El módulo de distancia observable es:

$$\mu(z) = 5\log_{10}\left[\frac{d_L(z)}{\text{Mpc}}\right] + 25. \tag{46}$$

6.2 Supernovas Tipo Ia (SNe Ia)

Dataset: **Pantheon+** (Brout et al. 2022), 1701 SNe en $0.01 < z < 2.3$.

El cutoff geométrico garantiza que para $z \lesssim 2$ (rango de Pantheon+), la intensidad del ruido es máxima ($S(z) \simeq 1$), permitiendo detectar señal de oscilaciones. Para $z \gtrsim 4$, $S(z) \to 0$, eliminando tensiones con datos de estructura a gran escala.

6.3 Oscilaciones Acústicas Bariónicas (BAO)

Datasets: BOSS DR12, eBOSS, DESI Early Release.

Observable: distancia de volumen de dilatación

$$D_V(z) = \left[(1+z)^2 d_A^2(z)\,\frac{cz}{H(z)}\right]^{1/3}, \tag{47}$$

donde $d_A(z) = d_L(z)/(1+z)^2$ es la distancia de diámetro angular.

El modelo predice desviaciones $\lesssim 1\%$ respecto a ΛCDM en $z \in [0.5, 2]$ si $A \lesssim 0.03$.

6.4 Fondo Cósmico de Microondas (CMB)

En el límite $z \gg z_c$ (época de recombinación $z_* \simeq 1100$), el cutoff garantiza:

$$S(z_*) \simeq \frac{1}{1+e^{(1100-4)/0.5}} \simeq 0, \tag{48}$$

por lo que el ruido es despreciable y el modelo se reduce efectivamente a ΛCDM en épocas tempranas, asegurando compatibilidad con el espectro de potencia de Planck.

6.5 Crecimiento de Estructura

Para $f\sigma_8(z)$ (tasa de crecimiento de fluctuaciones), la ecuación diferencial es:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + 2H\frac{d\delta}{dt} = 4\pi G\bar{\rho}_m\delta\left[1 + \frac{\Omega_\Lambda(1+w)}{\Omega_m}\right]. \tag{49}$$

Oscilaciones en $w(z)$ inducen modulación periódica en $f\sigma_8$, prediciendo desviaciones $\sim 2\text{–}5\%$ respecto a ΛCDM en $z \in [0.5, 1.5]$ si $A \sim 0.03$.

Part III
Protocolo de Validación y Falsabilidad

7 Plan de Validación Empírica

7.1 Objetivos

1. Determinar si existe señal estadística de oscilaciones en $w(z)$ consistente con el modelo estocástico.
2. Evaluar si el parámetro $R = \tau\Omega$ converge al rango predicho $[0.5, 3.5]$.
3. Comparar el ajuste del modelo con ΛCDM usando criterios de información bayesianos.
4. Establecer criterios claros de falsabilidad pre-registrados.

7.2 Datasets observacionales

Dataset	**Observable**	**Rango** z	**N puntos**
Pantheon+	$\mu(z)$	$0.01 - 2.3$	1701
BOSS/eBOSS BAO	$D_V(z)$	$0.1 - 2.5$	~ 50
Planck CMB	$C_\ell^{TT,TE,EE}$	$z_* \simeq 1100$	—
BOSS/KiDS	$f\sigma_8(z)$	$0.2 - 1.5$	~ 30

7.3 Parámetros del modelo

Vector de parámetros:

$$\boldsymbol{\theta} = \{A,\ \omega,\ \delta,\ \tau H_0,\ z_\tau,\ z_c,\ \Delta z,\ \Omega_m,\ H_0\}. \tag{50}$$

Priors recomendados:

Parámetro	**Prior Min**	**Prior Max**	**Tipo**
A	0	0.03	Uniforme
ω	1	5	Uniforme
δ	0	2π	Uniforme
τH_0	0.5	5	Uniforme
z_τ	0.5	5	Uniforme
z_c	3.5	5.0	Gaussiano ($\mu = 4.0$, $\sigma = 0.3$)
Δz	0.3	1.0	Gaussiano ($\mu = 0.5$, $\sigma = 0.2$)
Ω_m	0.25	0.35	Gaussiano ($\mu = 0.315$, $\sigma = 0.02$)
H_0	65	75	Gaussiano ($\mu = 70$, $\sigma = 3$)

7.4 Likelihood conjunta

La verosimilitud total es:

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{L}_{\rm SNe}(\boldsymbol{\theta}) \times \mathcal{L}_{\rm BAO}(\boldsymbol{\theta}) \times \mathcal{L}_{\rm CMB}(\boldsymbol{\theta}) \times \mathcal{L}_{f\sigma_8}(\boldsymbol{\theta}), \tag{51}$$

donde cada factor tiene la forma gaussiana:

$$\mathcal{L}_i = \exp\left[-\frac{1}{2}\chi_i^2(\boldsymbol{\theta})\right], \qquad \chi_i^2 = \sum_j \frac{[O_j^{\rm obs} - O_j^{\rm mod}(\boldsymbol{\theta})]^2}{\sigma_j^2}. \tag{52}$$

7.5 Criterios de información bayesianos

Para comparación con ΛCDM calculamos:
Criterio de Información Bayesiano (BIC):

$$\mathrm{BIC} = \chi^2_{\text{mín}} + k \ln N, \tag{53}$$

donde k es el número de parámetros y N el número de datos.
Diferencia de BIC:

$$\Delta\mathrm{BIC} = \mathrm{BIC}_{\Lambda\mathrm{CDM}} - \mathrm{BIC}_{\text{modelo}}. \tag{54}$$

Interpretación (escala de Kass & Raftery):

ΔBIC	**Evidencia a favor del modelo**
> 10	Muy fuerte
$6 - 10$	Fuerte
$2 - 6$	Positiva
$0 - 2$	Débil/No concluyente
< 0	Evidencia contra el modelo

7.6 Pipeline de inferencia bayesiana

Método: MCMC con ensemble sampler (emcee).
Configuración:

- Número de walkers: $n_w = 32$.
- Pasos: $n_{\text{steps}} = 5000$ (descartar burn-in de 2000).
- Thinning: cada 10 pasos.
- Aceptación objetivo: $0.2 - 0.5$.

Outputs:

- Cadenas MCMC (guardadas en formato HDF5).
- Corner plot con posteriores marginales.
- Tabla de percentiles [16, 50, 84] para cada parámetro.
- Comparación χ^2 y ΔBIC.

7.7 Criterios de validación

El modelo se considera **empíricamente viable** si:

1. **Amplitud significativa:** $A > 0.02$ con credibilidad $> 68\%$.
2. **Parámetro R en ventana:** El posterior de $R = \tau\Omega$ tiene mediana en $[0.5, 3.5]$ con intervalo de credibilidad al 95% contenido al menos parcialmente en esta región.
3. **Mejora estadística:** $\Delta\mathrm{BIC} > 6$ (evidencia fuerte).
4. **Residuos mejorados:** Estructura sistemática en residuos SNe Ia en $z \in [0.5, 1.5]$ capturada por el modelo.
5. **Consistencia multi-dataset:** Posteriores de $(A, \omega, \tau H_0)$ consistentes entre SNe, BAO y $f\sigma_8$.
6. **Convergencia MCMC:** Fracción de aceptación en $[0.2, 0.5]$ y tiempo de autocorrelación $\tau_{\text{auto}} < n_{\text{steps}}/50$.

7.8 Criterios de falsabilidad

El modelo es **refutado** si:

1. **Amplitud nula:** Posterior de A centrado en $A < 0.01$ con probabilidad $> 95\%$.
2. **R fuera de ventana:** Mediana de R consistentemente < 0.2 o > 10.
3. **Sin mejora estadística:** $\Delta\text{BIC} < -10$ (evidencia muy fuerte contra el modelo).
4. **Ajuste peor que ΛCDM:** $\chi^2_{\text{modelo}} > \chi^2_{\Lambda\text{CDM}} + 10$.
5. **No convergencia:** MCMC no alcanza distribución estacionaria después de 10,000 pasos.
6. **Tensiones internas:** Parámetros (A, ω, τ) incompatibles entre datasets (sin solapamiento de posteriores al 2σ).

7.9 Código Python: Esquema General

[Se proporciona pseudocódigo; código completo disponible en el Plan de Validación]

```
# 1. Cargar datos
z_obs, mu_obs, mu_err = load_pantheon_data()

# 2. Definir modelo
def w_oscillatory(z, A, omega, delta, tau_H0):
    z_tau = tau_H0
    return -1.0 + A * np.exp(-z/z_tau) * np.cos(omega*np.log1p(z) + delta)

def H_squared(z, H0, Omega_m, A, omega, delta, tau_H0):
    # Integrar ecuación de Friedmann con w(z)
    # ...

def distance_modulus(z, H0, Omega_m, A, omega, delta, tau_H0):
    d_L = luminosity_distance(z, H0, Omega_m, A, omega, delta, tau_H0)
    return 5.0 * np.log10(d_L) + 25.0

# 3. Likelihood
def log_likelihood(theta, z_obs, mu_obs, mu_err):
    A, omega, delta, tau_H0, Omega_m, H0 = theta
    mu_model = distance_modulus(z_obs, H0, Omega_m, A, omega, delta, tau_H0)
    chi2 = np.sum(((mu_obs - mu_model) / mu_err)**2)
    return -0.5 * chi2

# 4. MCMC
import emcee
sampler = emcee.EnsembleSampler(nwalkers, ndim, log_posterior, args=(data,))
sampler.run_mcmc(p0, nsteps, progress=True)

# 5. Análisis
samples = sampler.get_chain(discard=2000, thin=10, flat=True)
import corner
corner.corner(samples, labels=param_names)
```

7.10 Recursos necesarios

- **Computacional:** CPU con 4+ cores, 8 GB RAM, tiempo estimado 2-4 horas para Pantheon+ solo.
- **Software:** Python 3.8+, numpy, scipy, matplotlib, emcee, corner.
- **Humano:** 1 investigador, 4-6 semanas (incluyendo pruebas de robustez).
- **Financiero:** ∼\$0 (datos y código públicos).

7.11 Pre-registro y transparencia

Antes de analizar datos reales:

1. Registrar protocolo en Open Science Framework (OSF).
2. Publicar código en GitHub con DOI de Zenodo.
3. Declarar hipótesis y criterios de aceptación/rechazo.
4. Comprometerse a publicar resultados independientemente del outcome.

Part IV
Extensión Tentativa: Ventanas de Resiliencia en Sistemas Complejos

8 De la Cosmología a la Hipótesis General

8.1 Motivación: convergencia dimensional

Si la validación empírica cosmológica es exitosa (es decir, si se confirma que $R = \tau\Omega \in [0.5, 3.5]$ predice estabilidad observada), surge naturalmente la pregunta:

> *¿Es este principio específico de la cosmología estocástica, o refleja una ley efectiva más general aplicable a sistemas con memoria y oscilación?*

8.2 Sistemas candidatos

Consideramos sistemas donde tanto τ como Ω tienen definiciones operacionales claras:

Neurociencia:
Oscilaciones corticales (gamma, theta) con ventanas de integración sináptica.

- τ: constante de tiempo GABA ($\sim 10 - 50$ ms).
- Ω: frecuencia dominante (gamma $\sim 40 - 60$ Hz).
- $R = \tau\Omega \simeq 1.2 - 3.0$.

Machine Learning:
Redes recurrentes (LSTM, Transformers) con contexto finito.

- τ: longitud de contexto (tokens).
- Ω: tasa de actualización de parámetros (learning rate).
- $R = \tau\Omega$: predicción de convergencia óptima.

Dinámica de Fluidos:
Turbulencia y número de Reynolds.

- τ: tiempo de relajación viscoso ν/U^2.
- Ω: frecuencia de Strouhal U/L.
- $R = \tau\Omega = \nu/(UL) = 1/\mathrm{Re}$: relación inversa con Reynolds.

Climatología:
ENSO (El Niño-Southern Oscillation).

- τ: memoria oceánica ($\sim 3 - 8$ años).
- Ω: frecuencia ENSO ($\sim 0.2 - 0.5$ año^{-1}).
- $R \simeq 1.5$.

8.3 Definición operacional general

Para un sistema dinámico general, definimos:

Tiempo de memoria efectivo:

$$\tau_{\text{eff}} = \int_0^\infty C(\Delta t)\, d(\Delta t), \tag{55}$$

donde $C(\Delta t)$ es la función de autocorrelación normalizada.

Frecuencia dominante:

$$\Omega = \arg\max_f S(f), \tag{56}$$

donde $S(f)$ es la densidad espectral de potencia.

Parámetro de resiliencia:

$$R = \tau_{\text{eff}} \cdot \Omega. \tag{57}$$

8.4 Hipótesis de Ventanas de Resiliencia (Finite Memory Law)

Hipótesis: Sistemas disipativos con retroalimentación interna, caracterizados por un tiempo de memoria τ y una frecuencia dominante Ω, alcanzan máxima resiliencia —cuantificada como mínima varianza, máxima coherencia, o exponente de Lyapunov negativo— cuando

$$\boxed{R = \tau\Omega \in [0.5,\, 3.5]} \tag{58}$$

Estatus epistemológico:

- Esta es una *hipótesis especulativa.*
- NO se presenta como ley establecida.
- Está condicionada a la validación cosmológica.
- Requiere experimentos controlados en cada dominio.

8.5 Regímenes y predicciones

R ¡ 0.5: Caos. Memoria insuficiente, comportamiento errático, pérdida de correlaciones.

R en [0.5,3.5 :] **Resiliencia.** Balance óptimo, atractores estables, respuesta adaptativa.

R ¿ 3.5: Rigidez. Memoria excesiva, sobre-amortiguamiento, incapacidad de adaptación.

8.6 Falsabilidad de la hipótesis extendida

La Finite Memory Law es falsable si:

1. Experimentos controlados en 3+ dominios muestran óptimos de estabilidad fuera de $[0.5, 3.5]$ de forma consistente ($> 2\sigma$).
2. Intervención experimental (cambiar τ o Ω) no altera estabilidad según predicción.
3. Análisis Bayesiano multidominio favorece modelo nulo (estabilidad independiente de R) con factor de Bayes > 20.

8.7 Relación con marcos existentes

Teoría de Información:

- Shannon: entropía máxima favorece $\tau \to 0$.
- FML: predice que τ óptima es finita.
- Distinción: FML opera en sistemas fuera de equilibrio.

Criticalidad Auto-Organizada (SOC):

- SOC: sistemas sin escala característica (ruido $1/f$).
- FML: predice banda preferida ($R \sim 2$), no invariancia de escala.
- Compatibilidad: sistema crítico puede satisfacer FML en su modo dominante.

Teoremas de Fluctuación-Disipación:

- FDT clásico: sistemas en equilibrio térmico.
- FML: sistemas alejados del equilibrio con ruido autoconsistente.
- Conexión posible vía termodinámica estocástica de procesamiento de información.

8.8 Trabajo futuro

Si la validación cosmológica es exitosa:

1. **Neurociencia computacional:** Simular redes de neuronas con diferentes τ_{GABA} y medir coherencia oscilatoria.
2. **Machine Learning:** Grid search sobre ($context\_length$, $learning\_rate$) en benchmarks estándar.
3. **Dinámica de fluidos:** CFD de flujo alrededor de cilindro variando viscosidad y frecuencia de forzamiento.
4. **Climatología:** Análisis de modelos ENSO con diferentes memorias oceánicas.

Meta-análisis Bayesiano: Agregar resultados de múltiples dominios usando modelo jerárquico para estimar R_{global} y su credibilidad.

9 Conclusiones y Perspectivas

9.1 Síntesis del proyecto

Este documento ha presentado la evolución completa de la Cosmología Estocástica Autoconsistente desde su concepción inicial hasta su formulación unificada actual (versión 3.1). Los elementos centrales son:

1. **Marco teórico riguroso:** Espacios de Krein, ruido autoconsistente ligado a T_{GH}, cutoff geométrico justificado físicamente.
2. **Unificación matemática:** Las tres formulaciones originales (Krein, PT, Fluidos) convergen a un formalismo común con ecuación de estado oscilante.
3. **Parámetro emergente $R = \tau\Omega$:** De la dinámica estocástica surge un parámetro adimensional que controla estabilidad.
4. **Ventanas de Resiliencia:** Propuesta operacional de que $R \in [0.5, 3.5]$ caracteriza sistemas estables, derivada de análisis numérico cosmológico.
5. **Plan de validación empírica:** Protocolo bayesiano completo con criterios de falsabilidad pre-registrados, código reproducible, y transparencia metodológica.
6. **Extensión tentativa:** Hipótesis de que el principio $R = \tau\Omega$ puede aplicarse a sistemas complejos con memoria y oscilación, condicionada a validación cosmológica exitosa.

9.2 Estado actual del proyecto

Lo que TENEMOS:

- Marco teórico consistente y bien motivado.
- Evidencia numérica de simulaciones Monte Carlo.
- Protocolo de validación detallado y falsable.
- Análisis dimensional sugiriendo convergencia transversal.

Lo que NO TENEMOS:

- Validación empírica con datos cosmológicos reales.
- Ajustes bayesianos a Pantheon+, DESI, Planck.
- Confirmación experimental de Ventanas de Resiliencia en otros dominios.
- Revisión por pares formal.

9.3 Caminos hacia adelante

Ruta 1: Validación Cosmológica (Prioritaria)

1. Implementar pipeline bayesiano con Pantheon+.
2. Pre-registrar protocolo en OSF antes de analizar datos.
3. Publicar resultados (positivos o negativos) en arXiv.
4. Si exitoso: extender a BAO, CMB, $f\sigma_8$.

Ruta 2: Extensión Multi-Dominio (Condicional)

1. Solo proceder si Ruta 1 arroja $\Delta\text{BIC} > 6$.
2. Colaborar con experimentalistas en neurociencia, ML, fluidos.
3. Diseñar experimentos controlados donde τ y Ω son variables independientes.
4. Meta-análisis bayesiano para estimar R_{global}.

Ruta 3: Desarrollo Teórico

1. Derivar FML desde teoría de campo con memoria (Lagrangiano no local).
2. Análisis de grupo de renormalización para identificar puntos fijos.
3. Conexión con termodinámica estocástica y procesamiento de información.

9.4 Invitación a la colaboración

Este proyecto es una invitación abierta a:

- **Cosmólogos observacionales:** Para ejecutar ajustes bayesianos con datos reales.
- **Físicos teóricos:** Para refinar fundamentos matemáticos.
- **Neurocientíficos/ML researchers:** Para diseñar experimentos de validación en sistemas complejos.
- **Escépticos constructivos:** Para identificar fallas, proponer pruebas críticas, mejorar falsabilidad.

Contacto: `info@impulses.online`
Repositorio público: https://github.com/cisnerosmusic/Cosmologia-Estocastica

9.5 Reflexión final

Este trabajo representa un ejemplo de investigación interdisciplinaria independiente guiada por curiosidad matemática, honestidad metodológica y apertura epistémica. Si la hipótesis de Ventanas de Resiliencia es confirmada, constituiría un caso notable de principio universal emergente de dinámica estocástica. Si es refutada, habrá cumplido su propósito: plantear una pregunta falsable, proporcionar un marco para responderla, y contribuir al discurso científico mediante transparencia y rigor.

En ambos casos, el conocimiento avanza.

"Entre el ruido y la ecuación, hay una respiración que recuerda."
—E.C.C.

Agradecimientos

El autor agradece:

- A la comunidad de software libre científico (Python, LaTeX, emcee, numpy, scipy).
- A los investigadores que han compartido datos públicamente (Pantheon+, DESI, Planck).
- A mi familia por el apoyo incondicional en esta exploración intelectual.
- A Claude (Anthropic) por asistencia en la síntesis y redacción de este documento.

Dedicatoria: A la pregunta de un niño en la playa: *"Papá, ¿por qué respira el océano?"* — Miami Beach, 2024.

Licencia y Uso

Cita sugerida (opcional):

> Cisneros, E. (2025). *Cosmología Estocástica Autoconsistente v3.1: Documento Comprehensivo Unificado.* Miami, FL. Disponible en: [URL/DOI]

References

[1] Riess, A. G., et al. (1998). Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *Astronomical Journal*, 116(3), 1009–1038.

[2] Perlmutter, S., et al. (1999). Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae. *Astrophysical Journal*, 517(2), 565–586.

[3] Planck Collaboration (2020). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641, A6.

[4] Brout, D., et al. (2022). The Pantheon+ Analysis: Cosmological Constraints. *Astrophysical Journal*, 938(2), 110.

[5] DESI Collaboration (2024). DESI 2024 VI: Cosmological Constraints from BAO Measurements. arXiv:2404.03002.

[6] Gibbons, G. W., & Hawking, S. W. (1977). Cosmological event horizons, thermodynamics, and particle creation. *Physical Review D*, 15(10), 2738–2751.

[7] Bender, C. M. (2007). Making sense of non-Hermitian Hamiltonians. *Reports on Progress in Physics*, 70(6), 947–1018.

[8] Mostafazadeh, A. (2002). Pseudo-Hermiticity versus PT symmetry: The necessary condition for the reality of the spectrum of a non-Hermitian Hamiltonian. *Journal of Mathematical Physics*, 43(1), 205–214.

[9] Gardiner, C. W. (2009). *Stochastic Methods: A Handbook for the Natural and Social Sciences* (4th ed.). Springer-Verlag.

[10] Kass, R. E., & Raftery, A. E. (1995). Bayes Factors. *Journal of the American Statistical Association*, 90(430), 773–795.

[11] Foreman-Mackey, D., et al. (2013). emcee: The MCMC Hammer. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 125(925), 306–312.

[12] Buzsáki, G. (2006). *Rhythms of the Brain*. Oxford University Press.

[13] Hochreiter, S., & Schmidhuber, J. (1997). Long short-term memory. *Neural Computation*, 9(8), 1735–1780.

[14] Dakos, V., et al. (2020). El Niño-Southern Oscillation's memory is related to its stability. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 117(5), 2469–2475.

[15] Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1987). *Fluid Mechanics* (2nd ed.). Pergamon Press.