

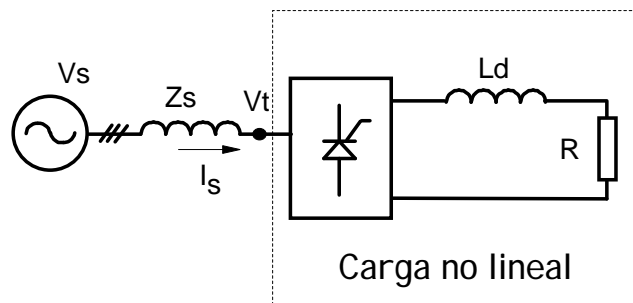
Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

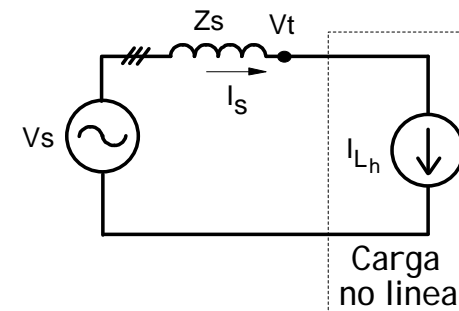
3.1 - FUENTES ARMÓNICAS DESDE EL PUNTO DE VISTA CIRCUITAL

3.1.1 – Carga no lineal tipo fuente de corriente

La carga no lineal tipo fuente de corriente es representada en la Fig. 3.1 donde en (a) se tiene el circuito 3 ϕ unilineal típico y en (b) su modelo.



(a)



(b)

Fig. 3.1

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

La Fig. 3.2 nos muestra la forma de onda típica de corriente de fuente para este tipo de carga.

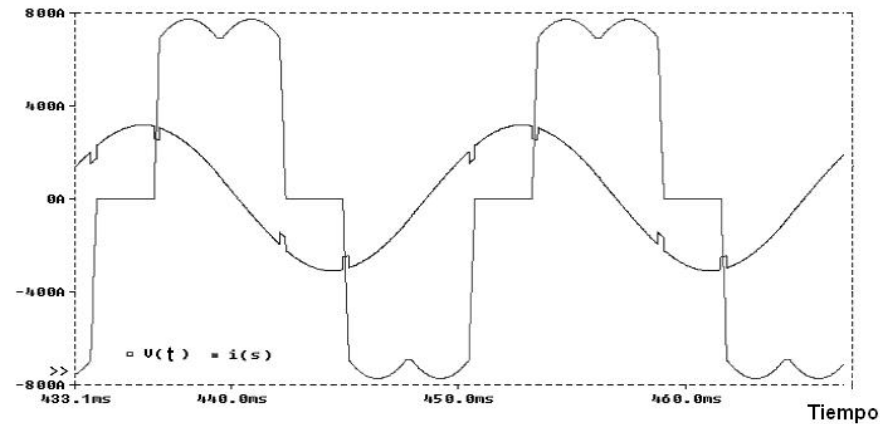


Fig. 3.2

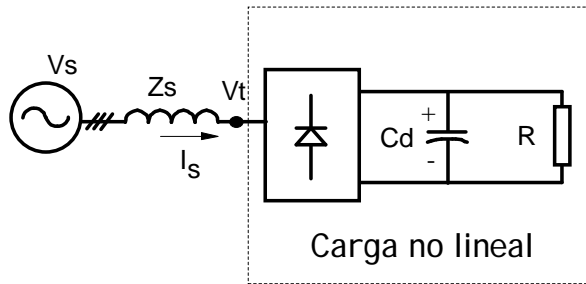
3.1.1 – Carga no lineal tipo fuente de tensión

Este tipo de carga no lineal es la causante de la gran contaminación armónica en los sistemas de baja tensión.

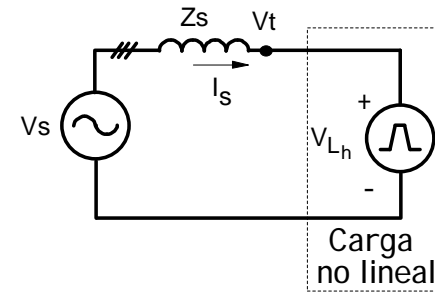
Sin embargo este tipo de carga no lineal se comporta como tipo fuente de tensión, por tanto, se caracteriza como tal. La Fig. 3.3a nos muestra la representación unilineal para este tipo de carga y la Fig. 3.3b su respectivo modelo.

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos



(a)



(b)

Fig. 3.3

La Fig. 3.4 nos muestra la forma de onda típica de corriente de fuente para este tipo de carga.

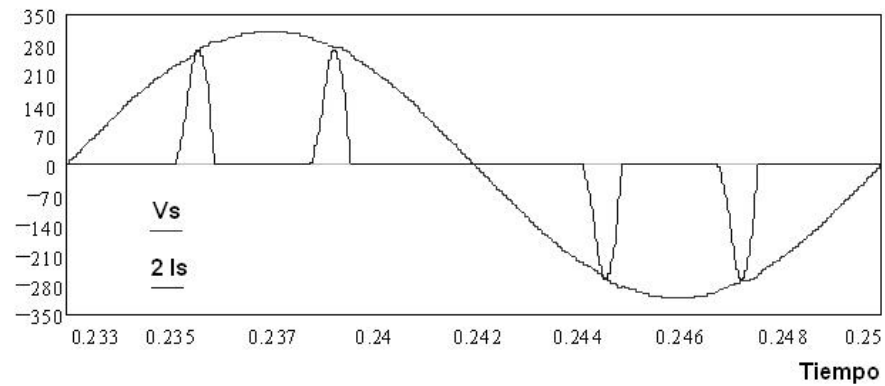


Fig. 3.4



Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

Si se tiene una carga no lineal tipo fuente de corriente no importa el valor de Z_s , debido a que su comportamiento es fuente de corriente la amplitud de la armónicas no se verán afectadas, sin embargo el aumento de Z_s provocara una caída de tensión mayor, distorsionando aun más la tensión sobre la carga.

Para el caso tipo fuente de tensión el comportamiento es diferente, si Z_s aumenta de valor la amplitud de las corrientes armónicas (así como la de la componente fundamental) serán atenuadas.

Estas observaciones son importantes desde el punto de vista del filtrado a utilizar, por ejemplo en cargas tipo fuente de corriente es imposible utilizar filtros pasivos o activos series (debido a que presentan impedancia infinita a las armónicas sintonizadas), sin embargo con los filtros paralelos tienen buen comportamiento. Una excepción a lo anterior es cuando la fuente de tensión de alimentación tiene algún armónico en la sintonización del filtro produciéndose una resonancia serie.

Por otro lado, para las cargas tipo fuente de tensión es imposible utilizar filtros paralelos (debido a que presentan impedancia cero a las armónicas sintonizadas) sin embargo con los filtros series tienen buen comportamiento.

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

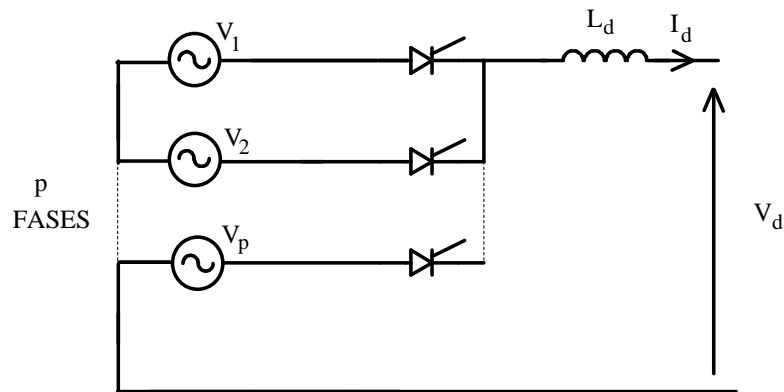


Fig. 3.5

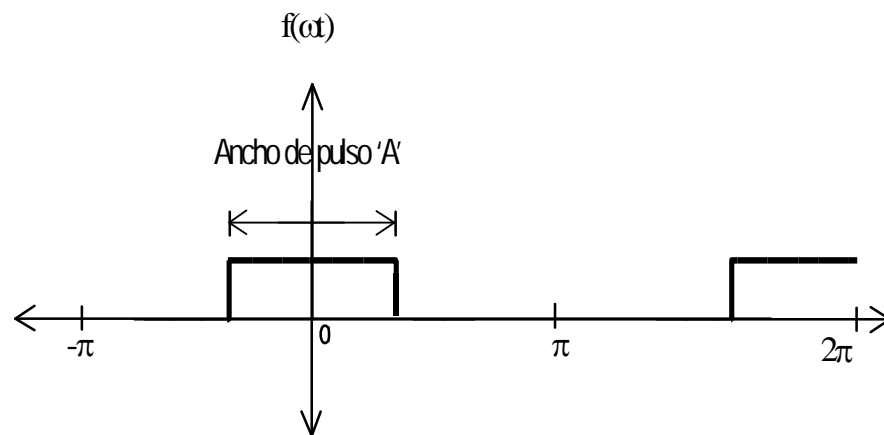


Fig. 3.6

3.2 - FUENTES ARMÓNICAS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA CARGA

3.2.1 - Cargas no lineales conmutadas

3.2.1.1 - Altas y medias potencias

La Fig. 3.5 muestra un rectificador totalmente controlado genérico de 'p' fases, sin impedancias en el lado CA y con una reactancia casi infinita en el lado CC, bajo estas condiciones tiene corriente de carga totalmente continua y las corrientes de fase (lado CA) son pulsos rectangulares de amplitudes constantes y positivos, de ancho $A=2\pi/p$ con frecuencia igual a la de la fuente (Fig.3.6).

Los coeficientes de la serie de Fourier de la corriente, son:

$$a_o = \frac{I_d}{2\pi} \int_{-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}} d\omega t = \frac{I_d \cdot A}{2\pi} \quad (3.1)$$

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

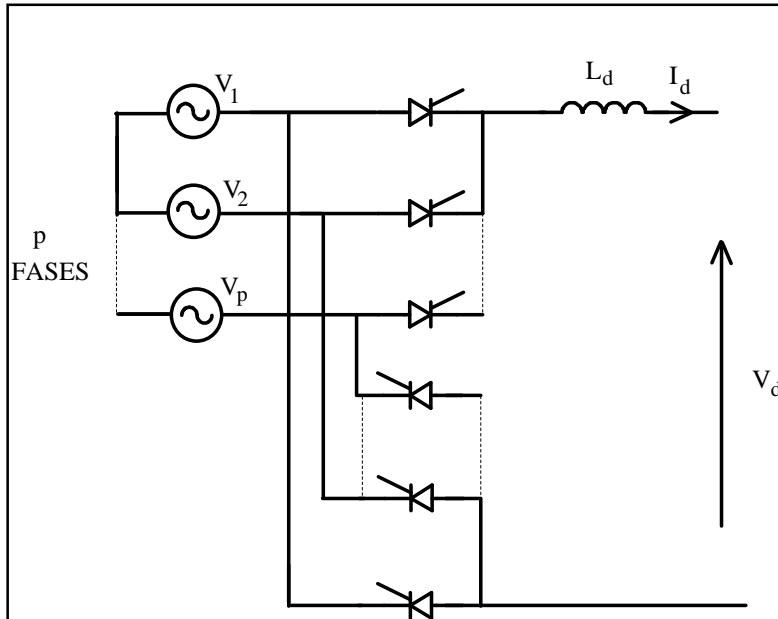


Fig. 3.7

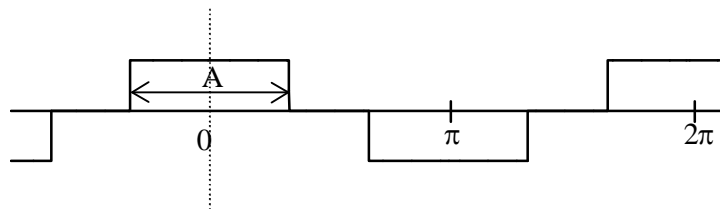


Fig. 3.8

$$a_n = \frac{I_d}{\pi} \int_{-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}} \cos(n\omega t) \cdot d\omega t = \frac{2 \cdot I_d}{\pi n} \cdot \text{sen}\left(\frac{nA}{2}\right) \quad (3.2)$$

La correspondiente serie de Fourier para los pulsos de corriente positiva es:

$$I_p(\omega t) = \frac{2 \cdot I_d}{\pi} \cdot \left(\frac{A}{4} + \text{sen} \frac{A}{2} \cos \omega t + \frac{1}{2} \text{sen} \frac{2A}{2} \cos 2\omega t + \frac{1}{3} \text{sen} \frac{3A}{2} \cos 3\omega t + \dots \right) \quad (3.3)$$

Un convertidor en puente completa produce pulsos de corrientes positivas y negativas como muestra la Fig.3.7 aplicando las ec. (3.1) y (3.2) al grupo negativo de pulsos da la siguiente serie de Fourier:

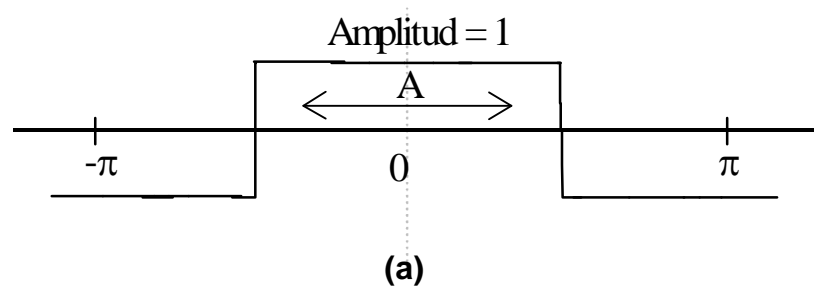
$$I_n(\omega t) = \frac{2 \cdot I_d}{\pi} \cdot \left(\frac{-A}{4} + \text{sen} \frac{A}{2} \cos \omega t - \frac{1}{2} \text{sen} \frac{2A}{2} \cos 2\omega t + \frac{1}{3} \text{sen} \frac{3A}{2} \cos 3\omega t - \dots \right) \quad (3.4)$$

La corriente de fase de la configuración de dos vías es obtenida combinando las ec.(3.3) y (3.4)

$$I(\omega t) = I_p(\omega t) + I_n(\omega t) = \frac{4 \cdot I_d}{\pi} \cdot \left(\text{sen} \frac{A}{2} \cos \omega t + \frac{1}{3} \text{sen} \frac{3A}{2} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \dots \right) \quad (3.5)$$

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

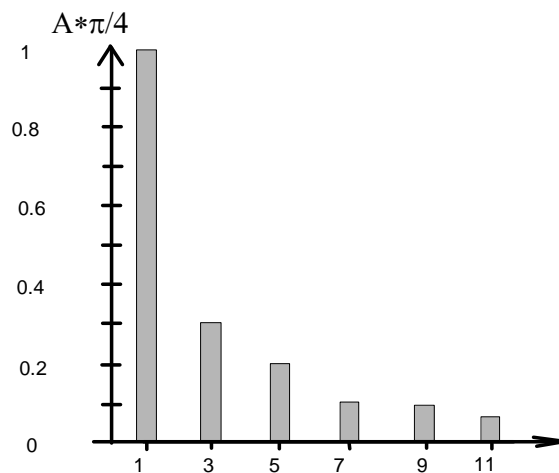


En el cual la componente CC y las armónicas pares han sido eliminadas.

Para el caso de una onda cuadrada (en la Fig. 3.9(a) con $A=\pi$) e $I_d=1$, se tiene de la ec. (3.5):

$$F(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \left(\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos(5\omega t) - \frac{1}{7} \cos(7\omega t) + \dots \right) \quad (3.6)$$

La Fig. 3.9(b) nos da una representación en el dominio de la frecuencia (espectro unilateral de frecuencia) de $f(t)$.



(b)

Fig. 3.9

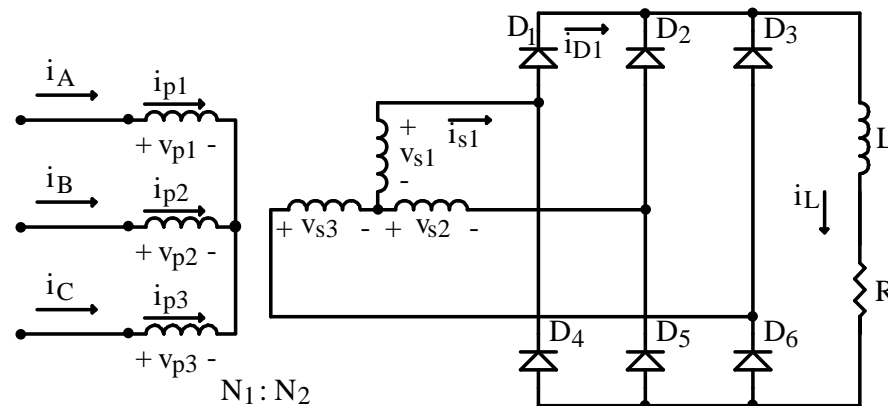
Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

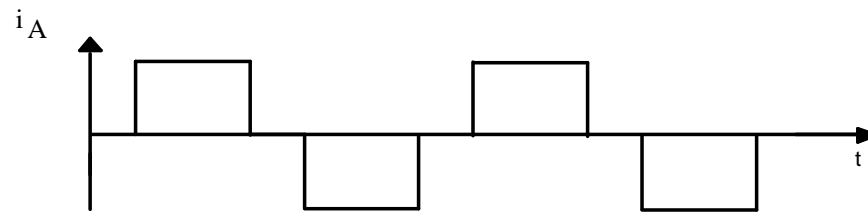
a) Armónicos relacionados a convertidores de 6 pulsos conectado a un transformador trifásico

- Conexión estrella-estrella

La rectificación de seis pulsos es obtenida desde la configuración de dos vías trifásica. Sustituyendo $A=2\pi/3$ en la ec. (3.5) e insertando la corriente continua I_d , la representación de la corriente CA de la línea "a" es:



(a)



(b)

Fig. 3.10

$$i_A = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot I_d \cdot \left(\cos \omega t - \frac{1}{5} \cos 5\omega t + \frac{1}{7} \cos(7\omega t) - \frac{1}{11} \cos(11\omega t) + \dots \right) \quad (3.7)$$

Observándose la ec.3.7 se tiene: ausencia de armónicos múltiplos de 3, presencia de armónicos de orden $6k \pm 1$ para valores de k enteros.

La magnitud eficaz de la frecuencia fundamental es:

$$I_{ef1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot I_d = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot I_d \quad (3.8)$$

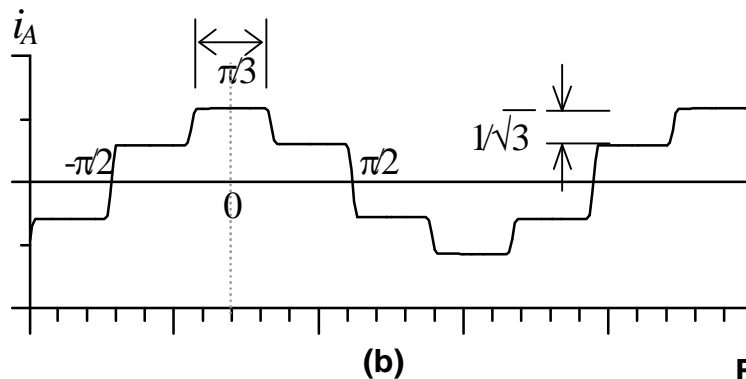
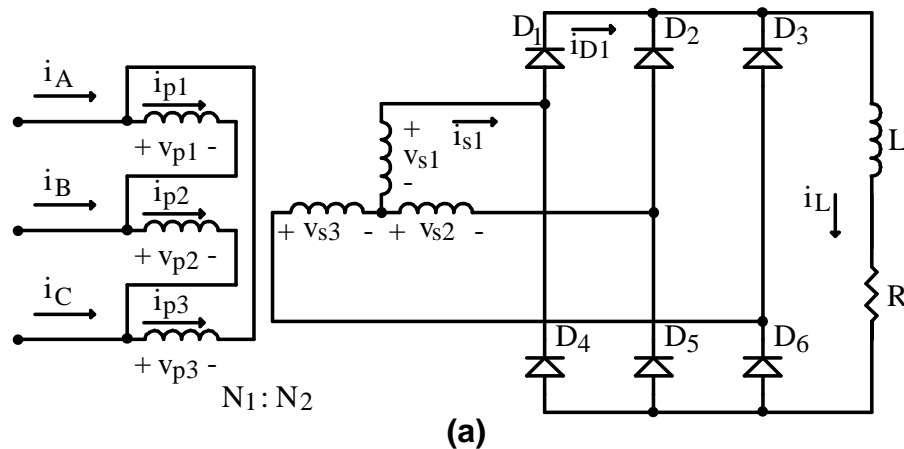
La magnitud eficaz de la enésima armónica es:

$$I_{ef_n} = \frac{I_{ef1}}{n} \quad (3.9)$$

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

- Conexión delta-estrella



La serie de Fourier de la forma de onda mostrada en la Fig. 3.11(b) puede ser obtenida de la ec. general (3.5) sumando los resultados para las componentes de ancho de pulso π y $\pi/3$ respectivamente, siendo:

$$i_A = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot I_d \cdot \left(\cos \omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \frac{1}{7} \cos(7\omega t) - \frac{1}{11} \cos(11\omega t) + \dots \right) \quad (3.10)$$

Esta serie solo difiere de aquella donde el transformador es conectado en estrella-estrella por la secuencia de rotación de los armónicos $6k \pm 1$ para valores impares de "k" es decir (armónicas que cambiaron de signo); quinta, séptima, décimo séptima, décimo novena etc.

Fig. 3.11

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

b) Armónicas relacionados a convertidores de 12 pulsos conectados a dos transformadores 3φ.

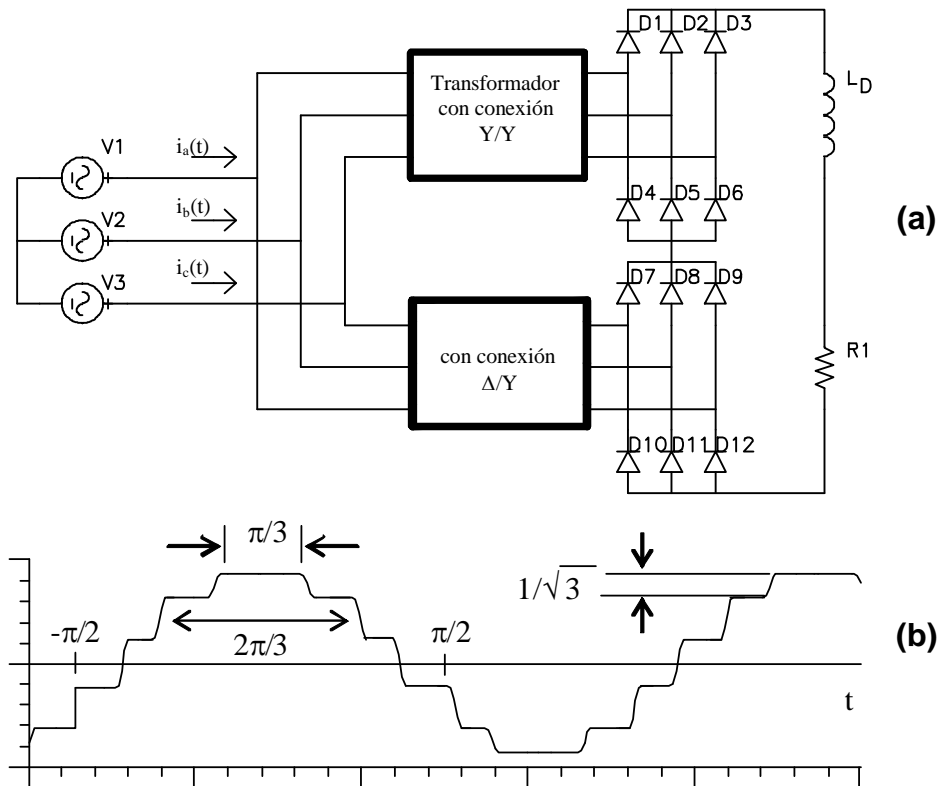


Fig. 3.12

La corriente resultante en el lado CA es dado por la suma de las dos series de Fourier de las corrientes en los transformadores Y-Y (ec.3.7) y el transformador delta-estrella (ec. 3.10) dando:

(a)

$$i_{a12} = 2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \left(\cos \omega t - \frac{1}{11} \cos(11\omega t) + \frac{1}{13} \cos(13\omega t) - \frac{1}{23} \cos(23\omega t) + \dots \right) \quad (3.11)$$

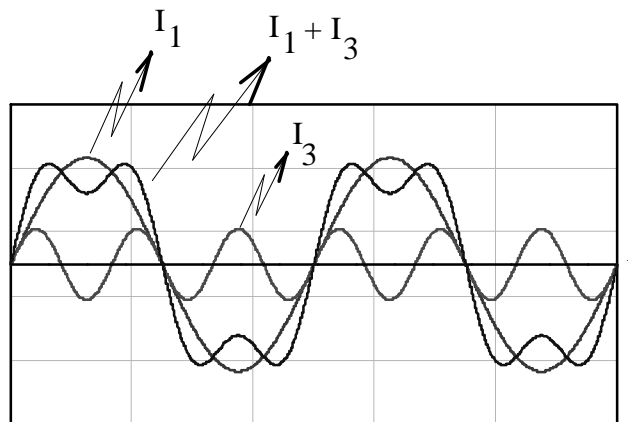
Esta serie contiene solo armónicas de orden $12k \pm 1$, las corrientes armónicas de orden $6k \pm 1$ (con k impar), es decir, $K=5, 7, 17, 19$ etc. circulan entre los dos transformadores, pero no penetran a la red CA.

(b)

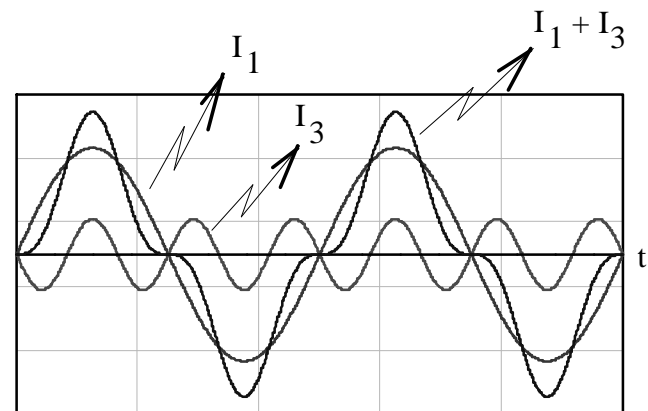
Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

A modo de introducción se explica brevemente como se genera la distorsión en una señal lineal a través de la combinación lineal, de esta con una armónica.



(a)

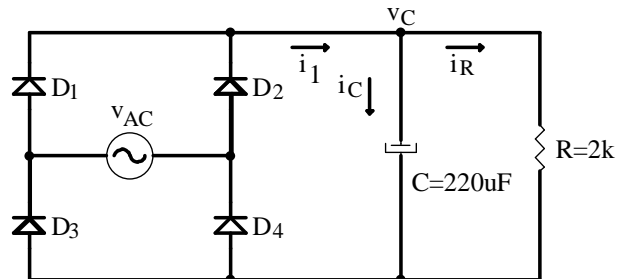


(b)

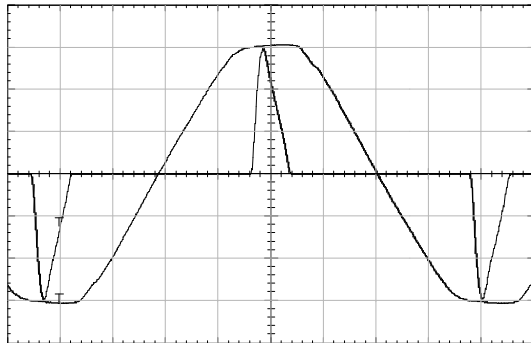
Fig. 3.13

Capítulo 3

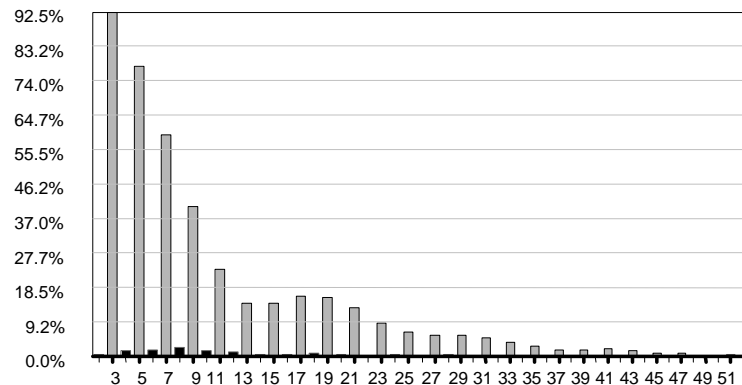
- Causas y efectos armónicos



(a)



(b)



(c)

3.2.1.2 - BAJAS POTENCIAS

3.2.1.2.1 Rectificador puente completa monofásico

Este tipo de circuito produce en la red corrientes de forma impulsiva (carga netamente no lineal), centrados aproximadamente en el pico de la onda sinusoidal. El circuito es mostrado en la Fig.3.14(a).

De la Fig.3.14(b). se verifica que el voltaje de red es distorsionado, teniendo su valor de peak disminuido lo que modifica ligeramente los resultados esperados generados para un voltaje puramente sinusoidal.

La distorsión armónica total (THD) es igual a 148%, el desplazamiento de la componente fundamental es igual - 1,09 grados, el factor de potencia es igual a 0,559.

La amplitud de las armónicas están como porcentaje de la amplitud de la componente fundamental.

Fig. 3.14

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

a) Análisis armónico de la corriente de entrada

Observando la forma de onda mostrada en la Fig. 3.14b, se observa que la forma de onda mostrada es ‘casi’ simétrica de media onda.

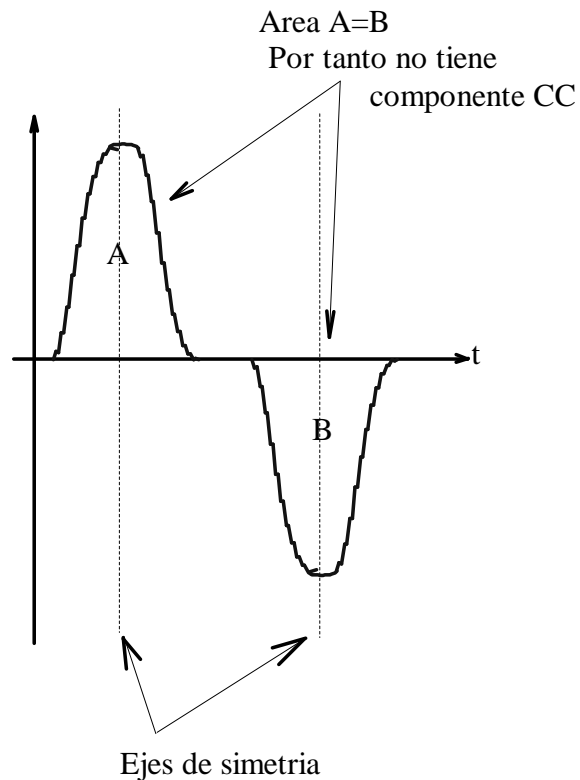


Fig. 3.15

Porque casi simétrica de media onda?

Debido a que una forma de onda, para ser simétrica, tiene que cumplir las “dos condiciones” dadas a continuación (Fig. 3.15) :

- a) los semiciclos positivos y negativos son simétricos con respecto a un eje vertical que secciona la media onda por la mitad, y;
- b) el valor medio de esta forma de onda sobre este periodo es cero, no tiene componente continua.

En otras palabras ambos semiciclos son idénticos y centrado en el eje del tiempo.

Sin embargo en nuestro caso para simplificar el análisis se toma como si fuese una forma de onda que cumple con las dos condiciones (Fig. 3.15), expresada por:

$$f(\omega t) = -f(\omega t - \pi) \quad (3.12)$$

Luego, por esta consideración la señal solamente contendrá armónicas de orden impar, situación que en la realidad, estrictamente, no se cumple, ver espectro de la Fig. 3.14c.

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

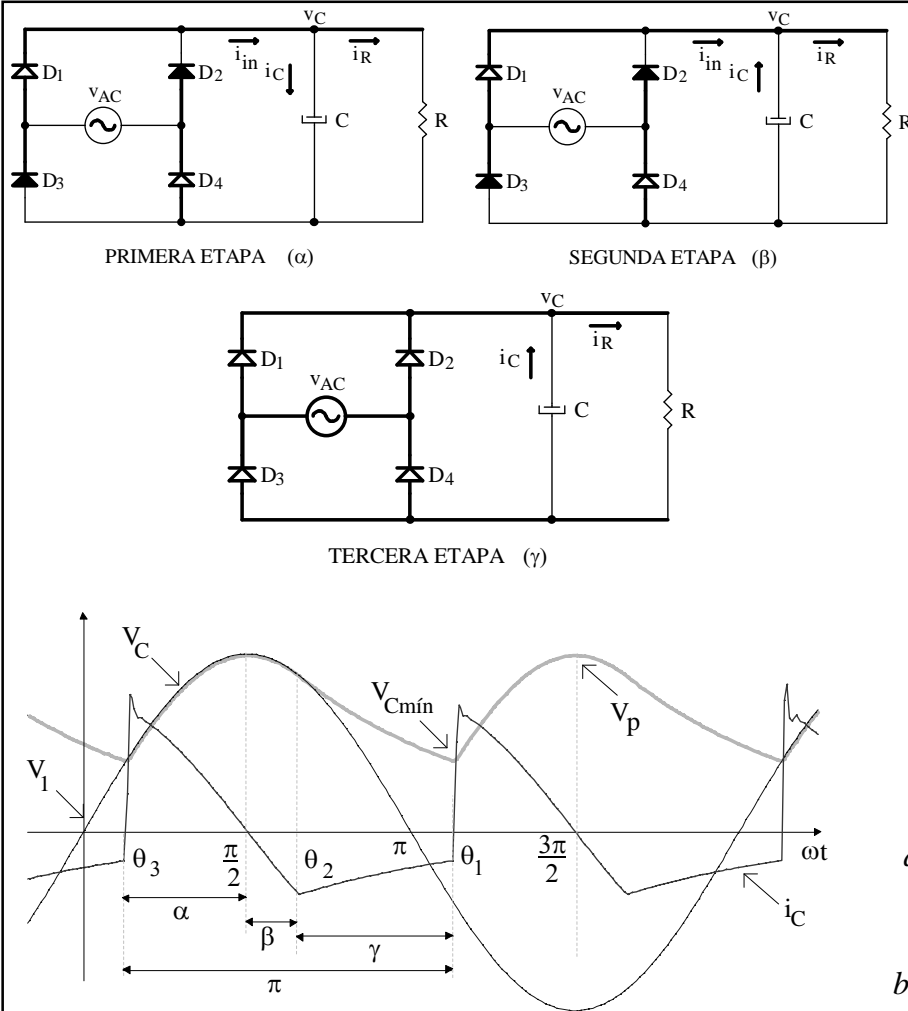


Fig. 3.16

En los intervalos α y β ($\omega t = \theta_3$ y $\omega t = \theta_2$), mostrados en la Fig. 3.16, la corriente de entrada es dada por:

$$I_{in}(\omega t) = \omega C V_p \cos(\omega t) + \frac{V_p}{R} \sin(\omega t) \quad (3.13)$$

Que es la resultante de la suma de la corriente del condensador más la corriente continua en la carga. Luego se calculan los coeficientes de Fourier, como:

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_{\theta_3}^{\theta_2} I_{in}(\omega t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot d\omega t \quad (3.14)$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_{\theta_3}^{\theta_2} I_{in}(\omega t) \cdot \sin(n\omega t) \cdot d\omega t \quad (3.15)$$

O substituyendo $I_{in}(\omega t)$:

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left[\omega C V_p \int_{\theta_3}^{\theta_2} \cos(\omega t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot d\omega t + \frac{V_p}{R} \int_{\theta_3}^{\theta_2} \sin(\omega t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot d\omega t \right] \quad (3.16)$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \left[\omega C V_p \int_{\theta_3}^{\theta_2} \cos(\omega t) \cdot \sin(n\omega t) \cdot d\omega t + \frac{V_p}{R} \int_{\theta_3}^{\theta_2} \sin(\omega t) \cdot \sin(n\omega t) \cdot d\omega t \right] \quad (3.17)$$

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

Sean las siguientes definiciones:

$$A_1 = \int_{\theta_3}^{\theta_2} \cos(\omega t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot d\omega t \quad (3.18)$$

$$A_2 = \int_{\theta_3}^{\theta_2} \text{sen}(\omega t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot d\omega t \quad (3.19)$$

$$B_1 = \int_{\theta_3}^{\theta_2} \cos(\omega t) \cdot \text{sen}(n\omega t) \cdot d\omega t \quad (3.20)$$

$$B_2 = \int_{\theta_3}^{\theta_2} \text{sen}(\omega t) \cdot \text{sen}(n\omega t) \cdot d\omega t \quad (3.21)$$

También para simplificar el tratamiento algebraico y la representación gráfica, se adopta la siguiente normalización:

$$\frac{\pi \cdot R}{2 \cdot V_p} \cdot a_n = \overline{a_n} \quad (3.22)$$

y

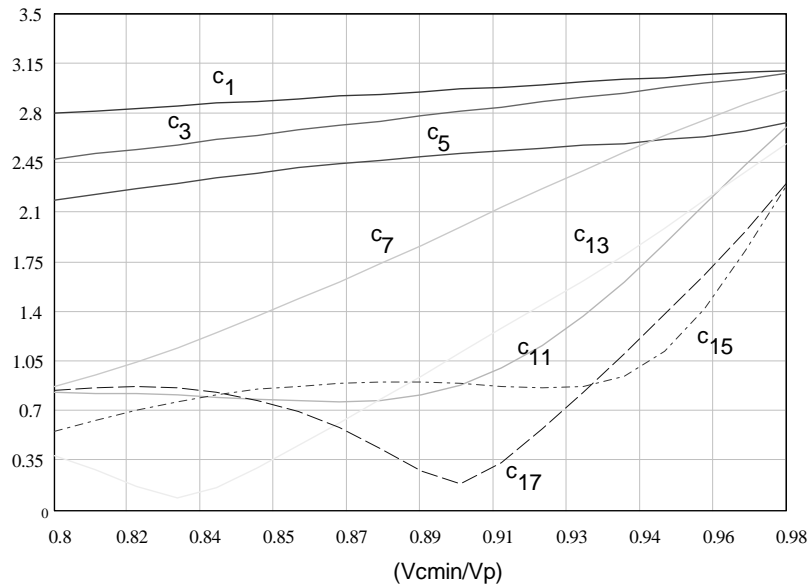
$$\frac{\pi \cdot R}{2 \cdot V_p} \cdot b_n = \overline{b_n} \quad (3.23)$$

Por lo tanto, finalmente los coeficientes de Fourier son dados por:

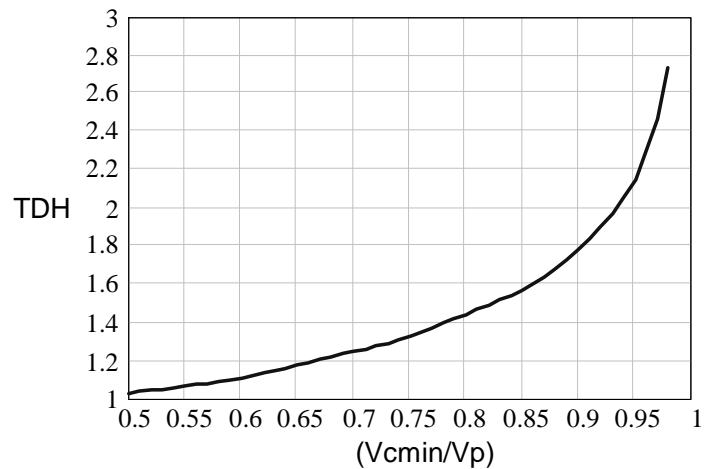
$$\overline{a_n} = \omega CR \cdot A_1 + A_2 \quad (3.24)$$

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos



(a)



(b)

Fig. 3.17

$$\overline{b_n} = \omega CR \cdot B_1 + B_2 \quad (3.25)$$

y

$$\overline{c_n} = \frac{\pi \cdot R}{2 \cdot V_p} \cdot c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (3.26)$$

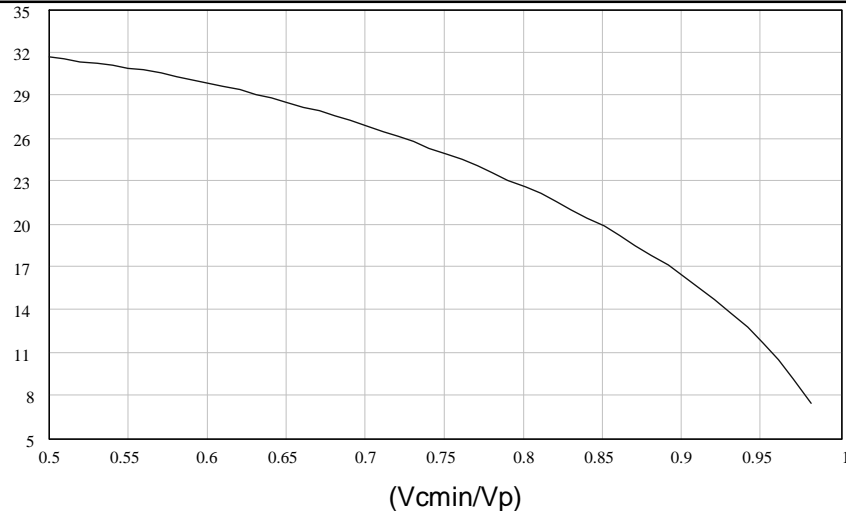
La Fig. 3.17a que representa las amplitudes de las armónicas de la corriente de red, en función de la relación V_{cmin}/V_p .

La Fig. 3.17b que representa la distorsión armónica total (TDH) de la corriente de entrada, también en función del parámetro V_{cmin}/V_p .

Capítulo 3

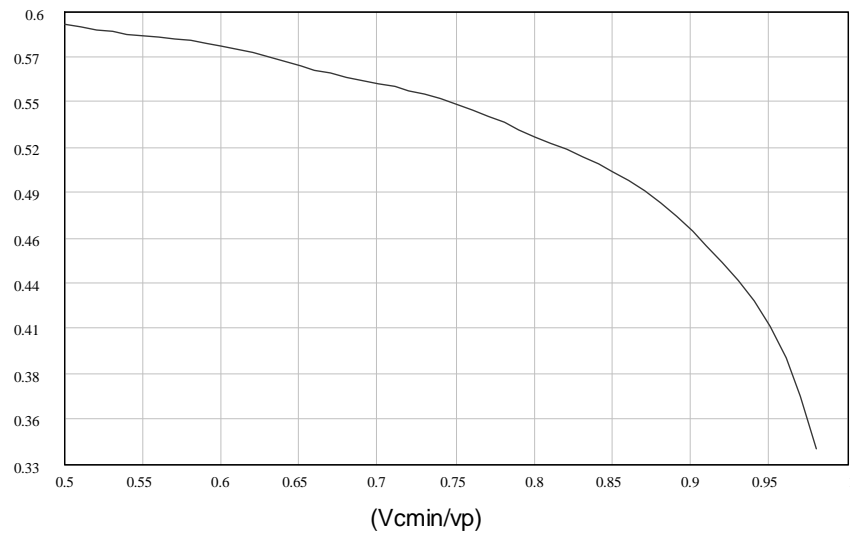
- Causas y efectos armónicos

ϕ_1



(a)

FP



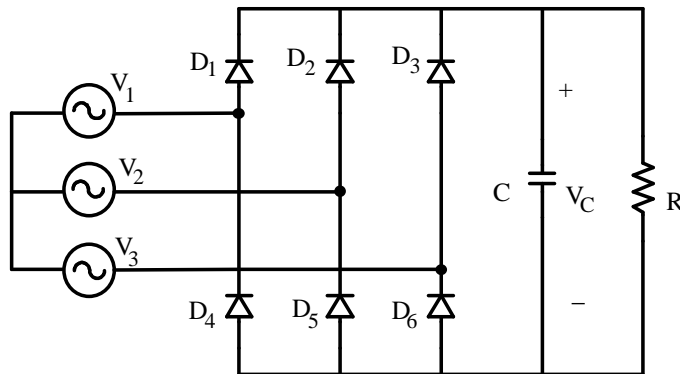
(b)

La Fig. 3.18a muestra el ángulo de desplazamiento entre la componente fundamental de la corriente de entrada en relación al voltaje, y finalmente la curva mostrada en la Fig. 3.18b representa el factor de potencia real del circuito, también en relación al parámetro V_{cmin}/V_P .

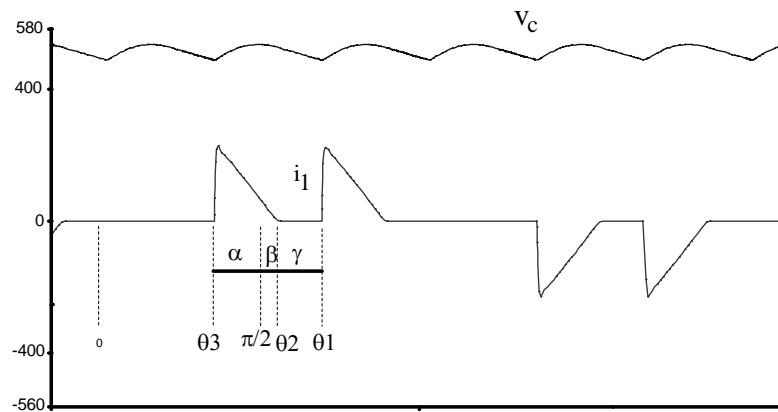
Fig. 3.18

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos



(a)



(b)

3.2.1.2.2 Rectificador puente completa 3φ

El circuito mostrado por la Fig. 3.19a y su forma de onda esta representado en la Fig. 3.19b.

La corriente de entrada es tomada como si fuese simétrica, luego:

$$f(\omega t) = -f(\omega t - \pi) \quad (3.27)$$

En el intervalo ($\omega t = \theta_3$, $\omega t = \theta_2$) la corriente de entrada es dada por la expresión:

$$I_{in}(\omega t) = \omega C V_p \cos(\omega t) + \frac{V_p}{R} \text{sen}(\omega t) \quad (3.28)$$

Para el primer pulso, intervalo (θ_3 , θ_2), y:

$$I_{in}(\omega t) = \omega C V_p \cos(\omega t - \frac{\pi}{3}) + \frac{V_p}{R} \text{sen}(\omega t - \frac{\pi}{3}) \quad (3.29)$$

Para el segundo pulso.

Fig. 3.19

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

Los coeficientes de Fourier son calculados como:

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left[\int_{\theta_3}^{\theta_2} \left(\omega CV \cos(\omega t) + \frac{V}{R} \operatorname{sen}(\omega t) \right) \cdot \cos(n\omega t) \cdot d\omega t + \int_{\theta_3 + \frac{\pi}{3}}^{\theta_2 + \frac{\pi}{3}} \left(\omega CV \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{V}{R} \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \right) \cdot \cos(n\omega t) \cdot d\omega t \right] \quad (3.30)$$

y

$$b_n = \frac{2}{\pi} \left[\int_{\theta_3}^{\theta_2} \left(\omega CV \cos(\omega t) + \frac{V}{R} \operatorname{sen}(\omega t) \right) \cdot \operatorname{sen}(n\omega t) \cdot d\omega t + \int_{\theta_3 + \frac{\pi}{3}}^{\theta_2 + \frac{\pi}{3}} \left(\omega CV \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{V}{R} \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \right) \cdot \operatorname{sen}(n\omega t) \cdot d\omega t \right] \quad (3.31)$$

Para simplificar el análisis numérico y la representación gráfica de las armónicas de la corriente se adopta la siguiente normalización:

$$\overline{a_n} = \frac{\pi \cdot R}{2 \cdot V_p} \cdot a_n \quad (3.32)$$

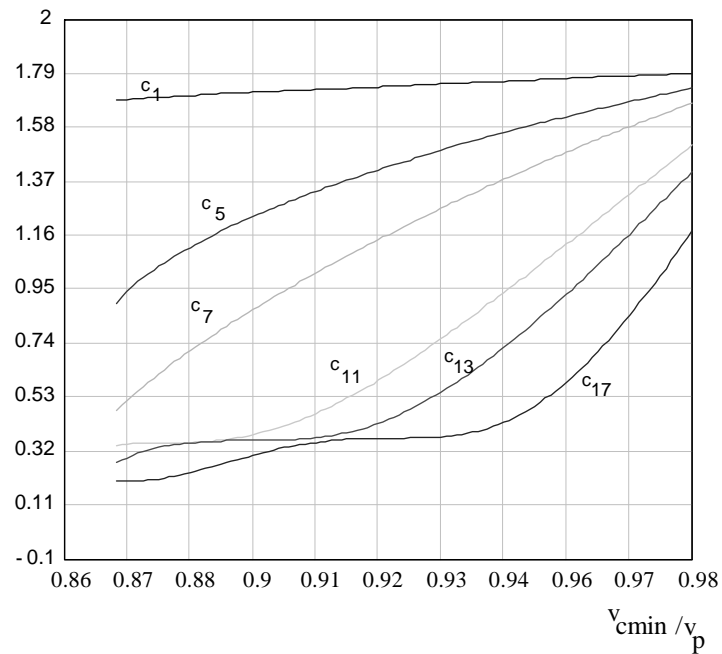
$$\overline{b_n} = \frac{\pi \cdot R}{2 \cdot V_p} \cdot b_n \quad (3.33)$$

y

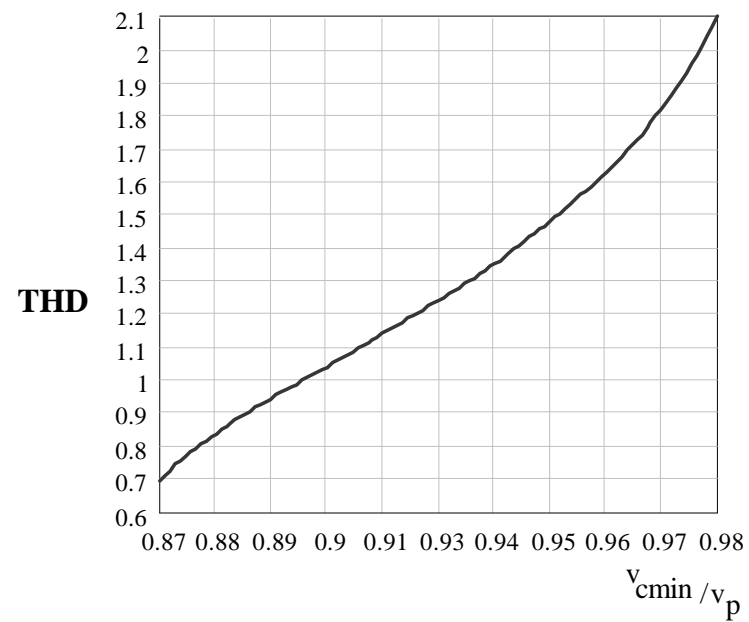
$$\overline{c_n} = \sqrt{\overline{a_n}^2 + \overline{b_n}^2} \quad (3.34)$$

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos



(a)



(b)

Fig. 3.20

A partir de los métodos numéricos, se generan las curvas mostradas en la Fig. 3.20, que representan las amplitudes de las armónicas de la corriente de red, en función de V_{cmin}/V_P . (Fig.3.20a)

Del mismo modo es generada la curva que representa la distorsión armónica total (THD) de la corriente de entrada. (Fig. 3.20b)

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

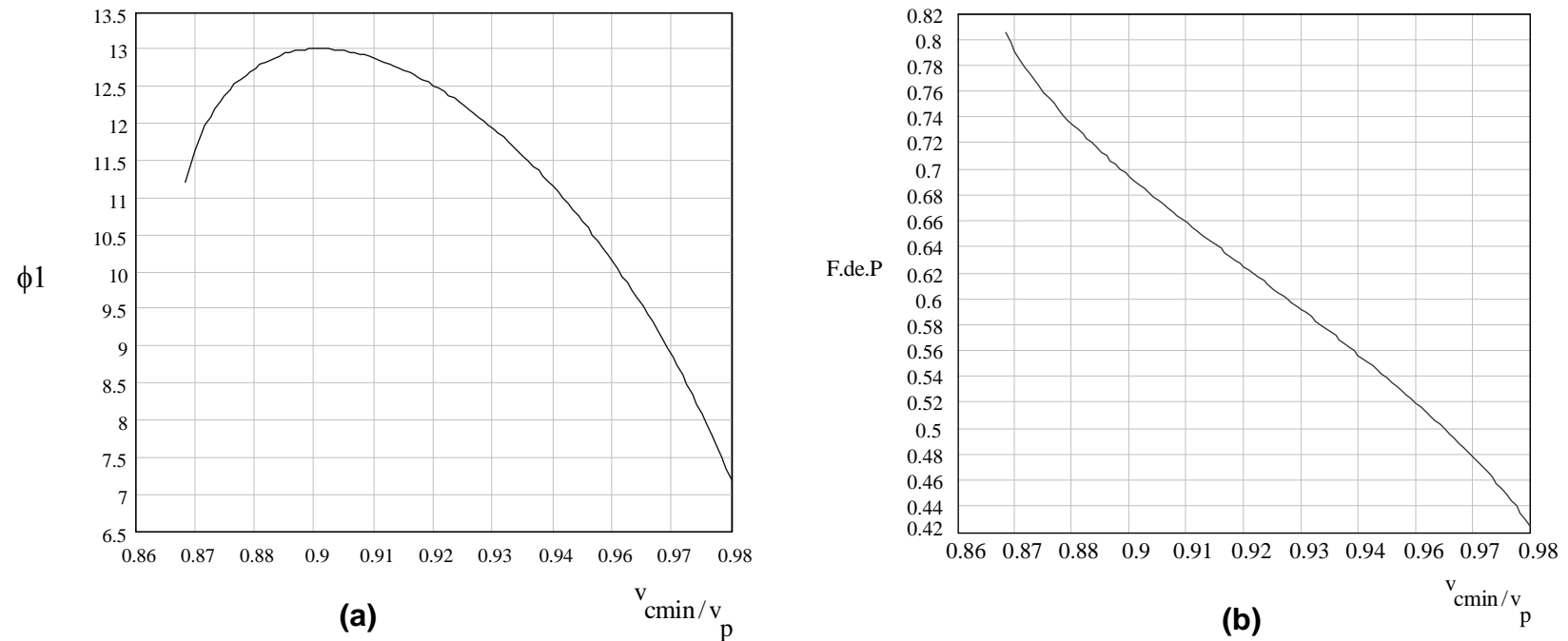


Fig. 3.21

La curva mostrada en la Fig.3.21a, nos presenta la variación del ángulo de desplazamiento entre la componente fundamental de la corriente de entrada en relación a la tensión y la curva dada en la Fig.3.21b representa el factor de potencia que el circuito refleja a la red, en función de V_{cmin}/V_P .

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

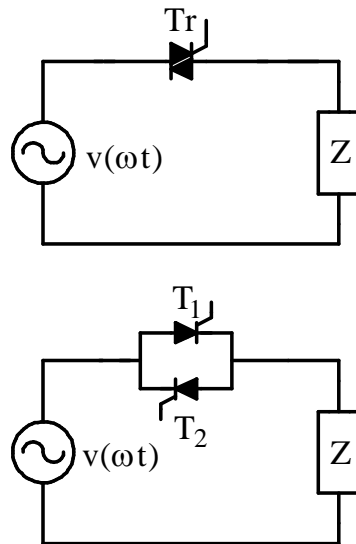


Fig. 3.22

3.2.1.2.3 El graduador de Voltaje

a) Estudio armónico para cargas resistivas (control luminoso)

La corriente en la carga resistiva, es dada por:

$$i(\omega t) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2} \cdot V_{ef}}{R} \cdot \text{sen}(\omega t) & , \quad \alpha < \omega t < \pi \\ -\frac{\sqrt{2} \cdot V_{ef}}{R} \cdot \text{sen}(\omega t) & , \quad \pi + \alpha < \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (3.35)$$

Los coeficientes a_n y b_n para la obtención de su serie de Fourier son dados por las expresiones siguientes:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\omega t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot d\omega t \quad (3.36)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\omega t) \cdot \text{sen}(n\omega t) \cdot d\omega t \quad (3.37)$$

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos

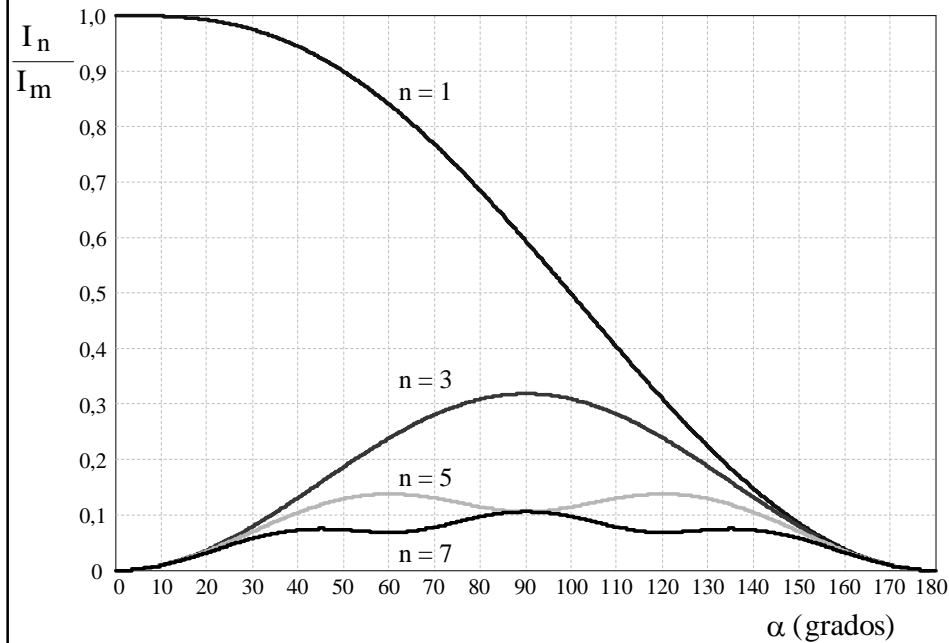


Fig. 3.23

Con
$$I_m = \frac{\sqrt{2} \cdot V_{ef}}{R}$$

Ó finalmente:

$$\bar{a}_n = \frac{a_n \cdot R}{\sqrt{2} \cdot V_{ef}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\cos[(n+1)\alpha] - \cos[(n+1)\pi]}{(n+1)} - \frac{\cos[(n-1)\alpha] - \cos[(n-1)\pi]}{(n-1)} \right) \quad (3.38)$$

y

$$\bar{b}_n = \frac{b_n \cdot R}{\sqrt{2} \cdot V_{ef}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\sin(\alpha + n\alpha) - 1}{(1+n)} - \frac{\sin(\alpha - n\alpha)}{(1-n)} \right) \quad (3.39)$$

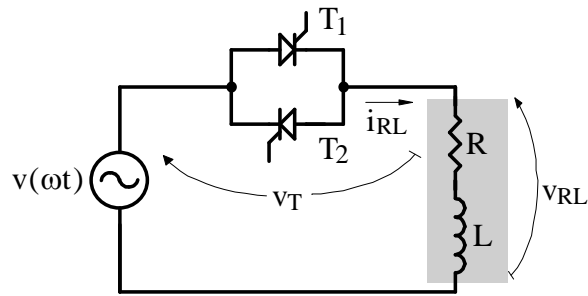
La amplitud de la armónica de orden 'n' es dada por:

$$\bar{c}_n = \sqrt{\bar{a}_n^2 + \bar{b}_n^2} = \frac{I_n}{I_m} \quad (3.40)$$

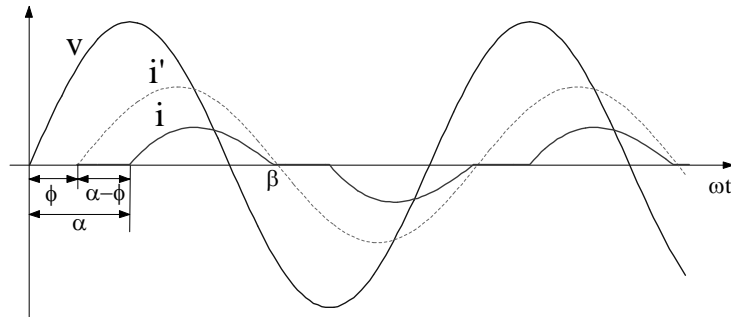
La Fig. 3.23, representa las corrientes armónicas en relación a la corriente de pico ($\alpha=0$), en función del ángulo de disparo α y para los 'n' mayores que 1.

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos



(a)



(b)

Fig. 3.24

b) Estudio armónico para cargas inductivas

Durante la conducción, luego después del disparo de T_1 la corriente es dada por:

$$i(\omega t) = I_m \left(\text{sen}(\omega t + \alpha - \phi) - \text{sen}(\alpha - \phi) \cdot e^{-\alpha_1 t} \right) \quad (3.41)$$

Con:

$$I_m = \frac{V_p}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad \alpha_1 = \frac{R}{L} \quad (3.42)$$

Por lo tanto si se hace su estudio armónico los coeficientes son dados por:

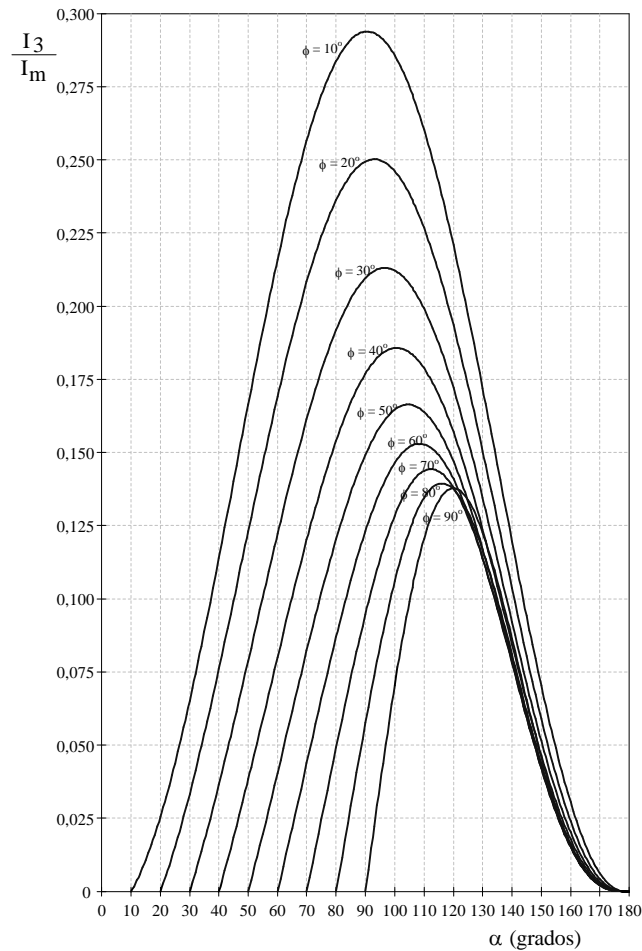
$$a_n = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\cos \phi}{(1-n)} [\cos(1-n)\alpha - \cos(1-n)\beta] + \frac{\cos \phi}{(1+n)} [\cos(1+n)\alpha - \cos(1+n)\beta] + \right. \\ \left. + \frac{\text{sen} \phi}{(1-n)} [\text{sen}(1-n)\alpha - \text{sen}(1-n)\beta] + \frac{\text{sen} \phi}{(1+n)} [\text{sen}(1+n)\alpha - \text{sen}(1+n)\beta] + \right. \\ \left. + \frac{2 \cdot \text{sen}(\alpha - \phi)}{\cot^2 \phi + n^2} \left[e^{\cot \phi (\alpha - \beta)} \cdot (\cot \phi \cdot \cos n\beta - n \cdot \text{sen} n\beta) - (\cot \phi \cdot \cos n\alpha - n \cdot \text{sen} n\alpha) \right] \right\} \quad (3.43)$$

del mismo modo:

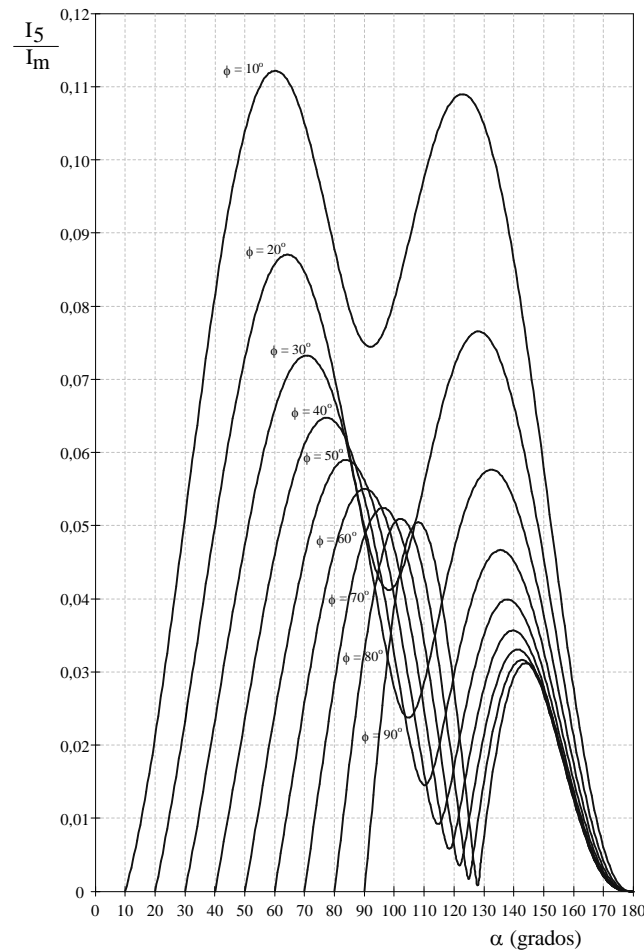
$$b_n = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\cos \phi}{(1-n)} [\text{sen}(1-n)\beta - \text{sen}(1-n)\alpha] + \frac{\cos \phi}{(1+n)} [\text{sen}(1+n)\alpha - \text{sen}(1+n)\beta] + \right. \\ \left. + \frac{\text{sen} \phi}{(n-1)} [\cos(n-1)\beta - \cos(n-1)\alpha] + \frac{\text{sen} \phi}{(n+1)} [\cos(n+1)\beta - \cos(n+1)\alpha] + \right. \\ \left. + \frac{2 \cdot \text{sen}(\alpha - \phi)}{\cot^2 \phi + n^2} \left[e^{\cot \phi (\alpha - \beta)} \cdot (\cot \phi \cdot \text{sen} n\beta + n \cdot \cos n\beta) - (\cot \phi \cdot \text{sen} n\alpha + n \cdot \cos n\alpha) \right] \right\} \quad (3.44)$$

Capítulo 3

- Causas y efectos armónicos



(a)



(b)

Fig. 3.25

Válida para $n > 1$.

La amplitud de la armónica de orden n , (C_n), es dada por:

$$\overline{c_n} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{I_n}{I_m} \quad (3.45)$$

La Fig. 3.25a y Fig. 3.25b, muestran las amplitudes de la 3^{era} y 5^{ta} armónicas, normalizadas por I_m , en función del ángulo α .

