

# Лабораторная работа №1.3

## Изучение рассеяния медленных электронов на атомах (эффект Рамзауэра)

Григорий Чирков

1 октября 2017 г.

### 1 Теория

К. Рамзауэр в 1921 г. исследовал зависимость поперечных сечений упругого рассеяния электронов (с энергией до 10 эВ) на атомах аргона. В результате этих исследований было обнаружено явление, получившее название эффекта Рамзауэра.

Эффективное сечение реакции (иногда его называют поперечным сечением или просто сечением реакции) — это величина, характеризующая вероятность перехода системы двух сталкивающихся частиц в результате их рассеяния (упругого или неупругого) в определенное конечное состояние. Сечение  $\sigma$  равно отношению числа  $N$  таких переходов в единицу времени к плотности  $nv$  потока рассеиваемых частиц, падающих на мишень, т. е. к числу частиц, проходящих в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к их скорости  $v$  ( $n$  — плотность числа падающих частиц)

$$\sigma = \frac{N}{nv} \quad (1)$$

Таким образом, сечение имеет размерность площади.

Качественно результат экспериментов Рамзауэра при энергии электронов порядка десятков электрон-вольт на аргоне показан на рис. 1. По мере уменьшения энергии электрона от нескольких десятков электрон-вольт поперечное сечение его упругого рассеяния растет, как это и следует из очень простых рассуждений: чем меньше скорость электрона, тем медленнее он "проскакивает" мимо атома, тем больше время взаимодействия электронов с атомом и, тем самым, больше вероятность этого взаимодействия, т. е. сечение реакции. Однако в эксперименте наблюдалось, что при энергиях меньше 16 эВ сечение начинает уменьшаться, а при  $E \sim 1$  эВ практически равно нулю, т. е. аргон становится прозрачным для электронов. При дальнейшем уменьшении энергии электронов сечение рассеяния опять начинает возрастать. Объяснение этого эффекта требует учета волновой природы электронов.

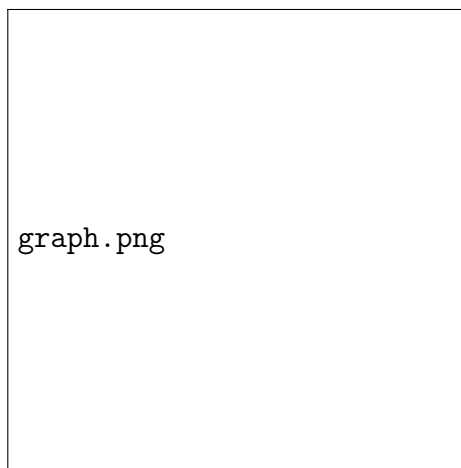


Рис. 1: Качественная картина результатов измерения упругого рассеяния электронов в аргоне

scheme.png

Рис. 2: Схема установки для измерения сечения рассеяния электронов в газах

Схема эксперимента Рамзауэра показана на рис. 1. Пучок электронов, вылетая из накаливаемого катода К, проходит ускоряющую разность потенциалов  $V$ , приложенную между катодом и электродом Э, и приобретает тем самым энергию  $E = mv^2/2 = eV$ . При прохождении через газ часть электронов рассеивается на атомах, уходит в сторону и собирается коллектором КЛ, а прошедшие без рассеяния электроны попадают на анод А и создают анодный ток  $I$ . Ток  $I$  пропорционален числу прошедших электронов, и поэтому непосредственно характеризует проникаемость газа для электронного пучка в зависимости от его скорости (ускоряющего напряжения). Согласно классическим воззрениям, с ростом напряжения  $V$ , как указывалось выше, сечение рассеяния уменьшается, и ток должен монотонно возрастать.

С точки зрения квантовой теории картина рассеяния выглядит иначе. Внутри атома потенциальная энергия налетающего электрона  $U$  отлична от нуля, скорость электрона изменяется, становясь равной  $v'$  в соответствии с законом сохранения энергии

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + U, \quad (2)$$

а значит, изменяется и его длина волны де Бройля. Таким образом, по отношению к электронной волне атом ведет себя как преломляющая среда с относительным показателем преломления

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{1 - \frac{U}{E}}. \quad (3)$$

Для качественного анализа вопроса рассмотрим следующую модель: будем считать, что электрон рассеивается на одномерной потенциальной яме конечной глубины. Форму ямы для качественных оценок можно считать прямоугольной. Модель прямоугольной потенциальной ямы является хорошим приближением для атомов тяжелых инертных газов, отличающихся наиболее компактной структурой и резкой внешней границей.

Уравнение Шредингера в данном случае имеет вид:

$$\psi'' + k^2\psi = 0, \quad (4)$$

где

$$k^2 = \begin{cases} k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} & \text{- в областях I и III} \\ k_2^2 = \frac{2m(E+U_0)}{\hbar^2} & \text{- в области II} \end{cases} \quad (5)$$

Коэффициент прохождения равен отношению квадратов амплитуд прошедшей и падающей волн

problem.png

Рис. 3: Схематическое изображение прямоугольной ямы, над которой пролетает частица с энергией  $E$

и определяется выражением

$$D^{-1} = 1 + \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2}{4k_1^2 k_2^2} \sin^2(k_2 l) = 1 + \frac{U_0^2}{4E(E + U_0)} \sin^2(k_2 l) \quad (6)$$

Мы видим, что коэффициент прохождения частицы над ямой имеет, в зависимости от ее энергии, ряд чередующихся максимумов и минимумов. В частности, если  $k_2 l = \pi$ , то  $\sin k_2 l = 0$  и коэффициент прохождения равен единице, т. е. отраженная волна отсутствует, и электрон беспрепятственно проходит через атом, что является квантовым аналогом просветления оптики. Таким образом, коэффициент прохождения электронов максимален при условии

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}} l = \pi n, n = 1, 2, 3... \quad (7)$$

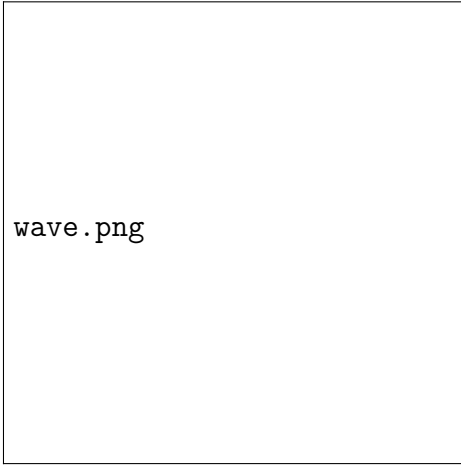


Рис. 4: Схема интерференции волн де Бройля при рассеянии на атоме

Это условие можно легко получить, рассматривая интерференцию электронных волн де Бройля в атоме. Движущемуся электрону соответствует волна де Бройля, длина которой определяется соотношением  $\lambda = h/mv$ . Если кинетическая энергия электрона невелика, то  $E = mv^2/2$  и  $\lambda = h/\sqrt{2mE}$ . При движении электрона через атом длина волны де Бройля становится меньше и равна  $\lambda' = h/\sqrt{2m(E + U_0)}$ , где  $U_0$  — глубина атомного потенциала. При этом, как показано на рис. 1, волна де Бройля отражается от границ атомного потенциала, т. е. от поверхности атома, и происходит интерференция прошедшей через атом волны 1 и волны 2, отраженной от передней и задней границы атома (эти волны когерентны).

Прошедшая волна 1 усилится волной 2, если геометрическая разность хода между ними  $\Delta = 2l = \lambda'$ , что соответствует условию первого интерференционного максимума, т. е. при условии

$$2l = \frac{h}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}} \quad (8)$$

Здесь  $E_1$  — энергия электрона, соответствующая этому условию.

С другой стороны, прошедшая волна ослабится, если  $\Delta = 2l = (3/2)\lambda'$ , т. е. при условии

$$2l = \frac{3}{2} \frac{h}{\sqrt{2m(E_2 + U_0)}} \quad (9)$$

Решая совместно эти два уравнения, можно исключить  $U_0$  и найти эффективный размер атома  $l$

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{32m(E_2 - E_1)}} \quad (10)$$

Понятно, что энергии  $E_1$  и  $E_2$  соответствуют энергиям электронов, прошедших разность потенциалов  $V_1$  и  $V_2$ , т. е.  $E_1 = eV_1$  и  $E_2 = eV_2$ .

Из формул (8) и (9) можно также по измеренным величинам  $E_1$  и  $E_2$  рассчитать эффективную глубину потенциальной ямы атома:

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1 \quad (11)$$

## 2 Установка

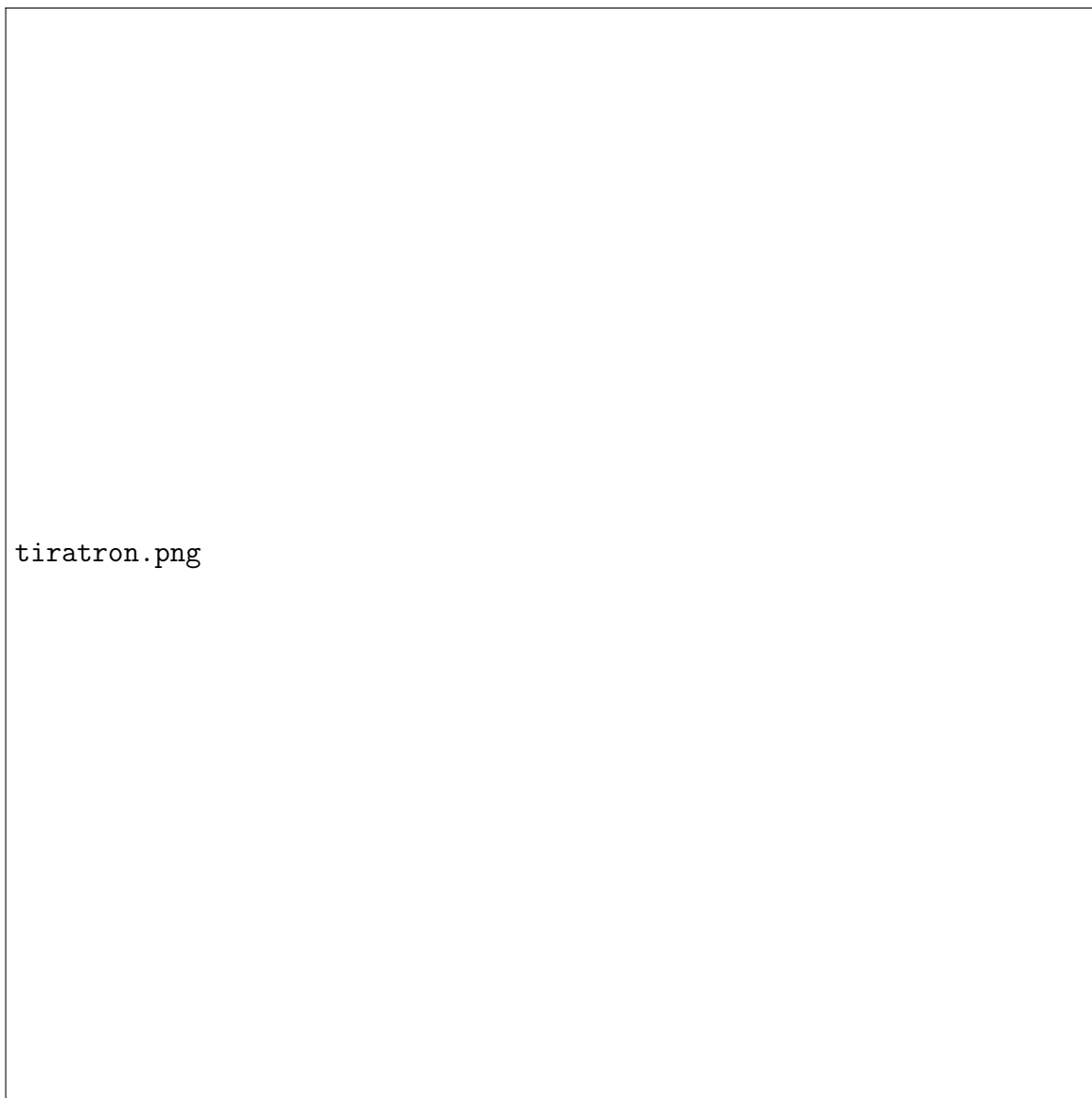


Рис. 5: Схематическое изображение тиратрона (слева) и его конструкция (справа): 1, 2, 3 - сетки; 4 - внешний металлический цилиндр; 5 - катод; 6 - анод; 7 - накаливаемая спираль

Уравнение ВАХ тиратрона:

$$I_a = I_0 e^{-C\omega(V)}, C = Ln_a\Delta_a, \quad (12)$$

где  $I_0 = eN_0$  - ток катода,  $I_a = eN_a$  - анодный ток,  $\omega(V)$  - вероятность рассеяния электрона на атоме,  $\Delta_a$  - площадь поперечного сечения атома,  $n_a$  - концентрация атомов газа в лампе,  $N_0$  - поток электронов у катода,  $N_a$  - поток электронов у анода,  $L$  - длина лампы.

Согласно классическим представлениям сечение рассеяния электрона на атоме должно падать монотонно с ростом  $V$  (обратно пропорционально скорости электрона, т. е. обратно пропорционально квадратному корню из его энергии), а значит, ВАХ будет монотонно возрастающей функцией, как это показано на рис. 6а. По квантовым соображениям вероятность рассеяния электронов и соответствующая ВАХ должны иметь вид, показанный на рис. 6б.

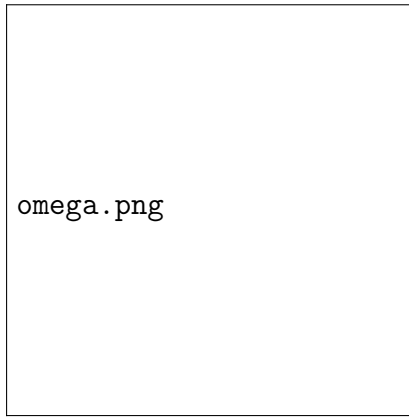


Рис. 6: Качественный вид вероятности рассеяния электрона атомом инертного газа и ВАХ тиратрона при классическом (а) и квантовом (б) рассмотрении

Согласно формуле (12) по измеренной ВАХ тиратрона можно определить зависимость вероятности рассеяния электрона от его энергии из соотношения

$$\omega(V) = -\frac{1}{C} \log \frac{I_a(V)}{I_0} \quad (13)$$

### 3 Ход работы

1. Снять ВАХ тиратрона в динамическом режиме (на анод подается переменный гармонический сигнал)
2. Снять ВАХ тиратрона в статическом режиме
3. В статическом режиме качественно проследить за изменением ВАХ при поднесении к тиратрону магните

### 4 Обработка результатов

1.  $V_{min} \approx 7.5 \pm 1V$   
 $V_{max} \approx 2.5 \pm 1V$   
 Из формулы (8):  $l \approx 2.6 \pm 0.5 \text{ \AA}$
2. По формуле (11):  $U_0 \approx 1.5 \pm 0.4eV$
3. Полученное напряжение пробоя  $V_{проб} \approx 11.3 \pm 0.5V$  близко к напряжению пробоя ксенона  $V_{ксенон} = 12.1V$ . Следовательно, газ в тиратроне – ксенон.

4. Графики статического режима:

По ним можем определить:

- $V_{min} \approx 7.2 \pm 0.1V$
- $V_{max} \approx 2.4 \pm 0.1V$
- Из формулы (8):  $l \approx 2.7 \pm 0.1 \text{ \AA}$
- По формуле (11):  $U_0 \approx 1.4 \pm 0.1eV$

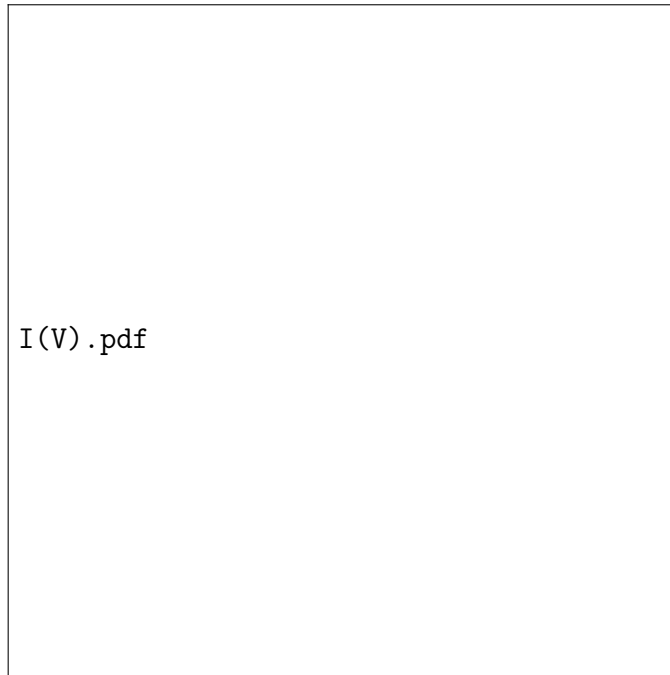


Рис. 7: ВАХ тетродна в статическом режиме

5. Оценим положения следующих максимумов:

$$\begin{aligned}
 k_2 l &= \sqrt{\frac{2m(E_n + U_0)}{\hbar^2}} l = \pi n, n = 1, 2, 3... \\
 &\Downarrow \\
 \sqrt{\frac{E_n + U_0}{E_1 + U_0}} &= n \\
 &\Downarrow \\
 E_n &= (E_1 + U_0)n^2 - U_0 \\
 E_2 &= 17.1 eV \\
 E_3 &= 41.6 eV
 \end{aligned}$$

6. На основе проведенных измерений, построим качественный график зависимости  $\omega(V)$ :

## 5 Вывод

В ходе эксперимента было подтверждено, что описание рассеяния электрона на атоме является неточным. Для объяснения эффекта Рамзауэра требуется использовать законы движения квантовой механики. В частности, график зависимости вероятности рассеяния электрона (рис. 6) наглядно показывает, как отличается рассеяние электрона в классической механике и квантовой механике. Полученные значения:

- $U_0 \approx 1.5 \pm 0.4 eV$
- $l \approx 2.7 \pm 0.1 \text{ \AA}$  ( $l_{\text{табл}} = 1.9 \text{ \AA}$ )

имеют "разумную" величину или совпадают по порядку с табличным значением.

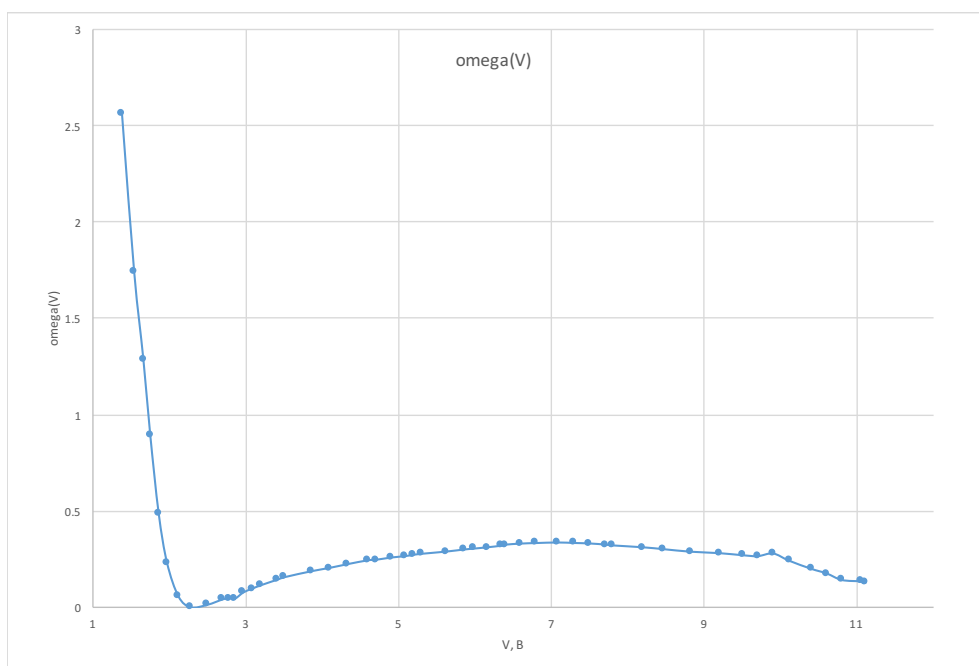


Рис. 8: Зависимость вероятности рассеяния электрона на атоме от его энергии