

# Лабораторная работа №4.2. Исследование энергетического спектра $\beta$ -частиц и определение их максимальной энергии с помощью магнитного спектрометра.

Григорий Чирков

17 ноября 2016 г.

## 1 Теория $\beta$ -распада

Бета-распадом называется самопроизвольное превращение ядер, при котором их массовое число не изменяется, а заряд увеличивается или уменьшается на единицу. Бета-активные ядра встречаются во всей области значений массового числа  $A$ , начиная от единицы (свободный нейтрон) и кончая самыми тяжелыми ядрами. Период полураспада  $\beta$ -активных ядер изменяется от ничтожных долей секунды до  $10^{18}$  лет. Выделяющаяся при единичном акте  $\beta$ -распада энергия варьируется от 18 кэВ (для распада трития  ${}^3_1H$ ) до 13,4 МэВ (для распада изотопа бора  ${}^{12}_5B$ ). В данной работе мы будем иметь дело с электронным распадом

$${}^A_ZX \longrightarrow {}^A_{Z+1}X + e^- + \tilde{\nu},$$

при котором кроме электрона испускается антинейтрино. Освобождающаяся при  $\beta$ -распаде энергия делится между электроном, антинейтрино и дочерним ядром, однако доля энергии, передаваемой ядру, исчезающе мала по сравнению с энергией, уносимой электроном и антинейтрино. Практически можно сказать, что эти две частицы делят между собой всю освобождающуюся энергию. Поэтому электроны могут иметь любое значение энергии – от нулевой до некоторой максимальной, которая равна энергии, освобождающейся при  $\beta$ -распаде, и является важной физической величиной.

Вероятность  $dw$  того, что при распаде электрон вылетит с импульсом  $d^3\vec{p}$ , а антинейтрино с импульсом в интервале  $d^3\vec{k}$ , очевидно, пропорциональна произведению этих дифференциалов. Нужно также учесть закон сохранения энергии, согласно которому импульсы  $\vec{p}$  и  $\vec{k}$  электрона и антинейтрино связаны соотношением

$$E_e - E - ck = 0, \quad (1)$$

где  $E_e$  – максимальная энергия электрона, кинетическая энергия электрона  $E$  связана с его импульсом обычным релятивистским соотношением

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2} - mc^2, \quad (2)$$

а через  $ck$  обозначена энергия антинейтрино с импульсом  $k$ . Условие (1) можно учесть введением в выражение для  $dw$   $\delta$ -функции

$$\delta(E_e - E - ck), \quad (3)$$

по определению не равной нулю только при соблюдении условия (1).

Таким образом, вероятность  $dw$  может быть записана в виде

$$dw = D\delta(E_e - E - ck) d^3\vec{p} d^3\vec{k} = D\delta(E_e - E - ck) p^2 dp k^2 dk d\Omega_e d\Omega_{\vec{v}}, \quad (4)$$

где  $D$  – некоторый коэффициент пропорциональности,  $d\Omega_e$ ,  $d\Omega_{\vec{v}}$  – элементы телесных углов направлений вылета электрона и нейтрино. Вероятность  $dw$  непосредственно связана с  $\beta$ -спектром, поскольку для очень большого числа  $N_0$  распадов число  $dN$  распадов с вылетом электрона и антинейтрино с импульсами соответственно от  $\vec{p}$  до  $\vec{p} + d\vec{p}$  и от  $\vec{k}$  до  $\vec{k} + d\vec{k}$  определяется соотношением

$$dN = N_0 dw. \quad (5)$$

Коэффициент  $D$  в формуле (1) с хорошей точностью можно считать для рассматриваемых нами распадов константой.

Величину  $dw$  можно проинтегрировать по всем углам и по абсолютному значению импульса нейтрино. Интегрирование по каждому телесному углу дает множитель  $4\pi$ , а

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0). \quad (6)$$

Поэтому, после домножения  $dw$  на  $N_0$  имеем

$$dN = \frac{16\pi^2 N_0}{c^2} D p^2 (E_e - E)^2 dp, \quad (7)$$

где  $dN$  обозначает уже число электронов, вылетающих из ядра с импульсом, величина которого лежит между  $p$  и  $p + dp$ .

Чтобы получить распределение электронов по энергиям, надо в (7) перейти от  $dp$  к  $dE$ :

$$dE = \frac{c^2 p}{E + mc^2} dp, \quad (8)$$

после чего выражающая форму  $\beta$  спектра величина  $N(E) = dN/dE$  приобретает вид

$$\frac{dN}{dE} = N_0 B c p (E + mc^2) (E_e - E)^2 = N_0 B \sqrt{E(E + 2mc^2)} (E_e - E)^2 (E + mc^2), \quad (9)$$

где  $B = (16\pi^2/c^4)D$ . В нерелятивистском приближении, которое и имеет место в нашем случае, выражение (9) упрощается, и мы имеем

$$\frac{dN}{dE} \approx \sqrt{E} (E_e - E)^2. \quad (10)$$

Дочерние ядра, возникающие в результате  $\beta$ -распада, нередко оказываются возбужденными. Возбужденные ядра отдают свою энергию либо излучая  $\gamma$ -квант, либо передавая избыток энергии одному из электронов с внутренних оболочек атома. Излучаемые в таком процессе электроны имеют строго определенную энергию и называются конверсионными.

Итоговая форма спектра представлена на рис. 1. Спектр имеет вид широкого колокола с резким конверсионным максимумом, ширина которого определяется исключительно разрешающей способностью прибора. Кривая плавно отходит от нуля и столь же плавно, по параболе, касается оси абсцисс в области максимальной энергии электронов  $E_e$ .

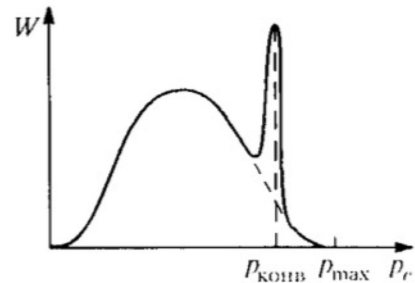


Рис. 1: Форма спектра  $\beta$ -частиц

## 2 Экспериментальная установка

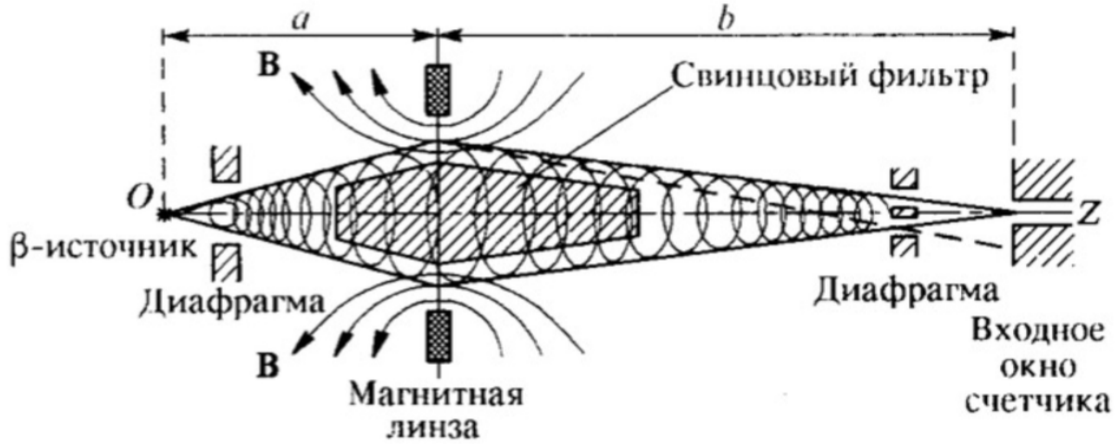


Рис. 2: Схема установки

Энергию  $\beta$ -частиц определяют с помощью  $\beta$ -спектрометров. В работе используются магнитный спектрометр с "короткой линзой". Его схема представлена на рис. 2. Электроны, испускаемые радиоактивным источником, попадают в магнитное поле катушки, ось которой параллельна оси  $OZ$  (оси симметрии прибора). Траектории электронов в магнитном поле представляют собой сложные спирали, сходящиеся за катушкой в фокусе, расположенном на оси  $OZ$ . В фокусе установлен детектор электронов.

Как показывает расчет, для заряженных частиц тонкая катушка эквивалентна линзе. Ее фокусное расстояние  $f$  зависит от импульса электронов  $p_e$  и от индукции магнитного поля линзы (т.е. от силы тока  $I$ , протекающего через катушку) следующим образом:

$$\frac{1}{f} \propto \frac{I^2}{p_e^2} \quad (11)$$

При заданной силе тока на входное окно счетчика фокусируются электроны с определенным импульсом. Электроны, обладающие другими значениями импульса, при этом не сфокусированы и в основном проходят мимо окна. При изменении тока в катушке на счетчик последовательно фокусируются электроны с разными импульсами. Так как геометрия прибора в течение опыта остается неизменной, импульс сфокусированных электронов пропорционален величине тока  $I$ :

$$p_e = kI. \quad (12)$$

Рассмотрим связь между числом частиц, регистрируемых установкой, и функцией  $W(p_e) = dW_e/dp_e$ , определяемой формулой (10). Как легко понять,

$$N(p_e) \simeq W(p_e)\Delta p_e, \quad (13)$$

где  $\Delta p_e$  — разрешающая способность спектрометра. Формула (11) показывает, что при заданном токе фокусное расстояние магнитной линзы зависит от импульса частиц. Мимо счетчика проходят частицы, для которых фокусное расстояние линзы слишком сильно отличается от нужного, т.е. при недопустимо больших  $\Delta f$ . Дифференцируя формулу (11) при постоянном токе, найдем:

$$\Delta p_e = \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f} p_e. \quad (14)$$

Таким образом, величина интервала  $\Delta p_e$ , регистрируемого спектрометром, пропорциональна величине импульса. Окончательно получаем:

$$N(p_e) = CW(p_e)p_e, \quad (15)$$

где  $C$  – некоторая константа.

### 3 Ход работы

1. Откачать воздух из спектрометра с помощью форвакуумного насоса (это делается для уменьшения потерь энергии электронов)
2. Измерить спектр  $\beta$ -излучения
3. Измерить фон, при котором проводилось измерение спектра

### 4 Экспериментальные данные и их обработка

Ниже приведены

1.  $N(p)$
2.  $N(E)$
3.  $\frac{\sqrt{N}}{p}(E)$

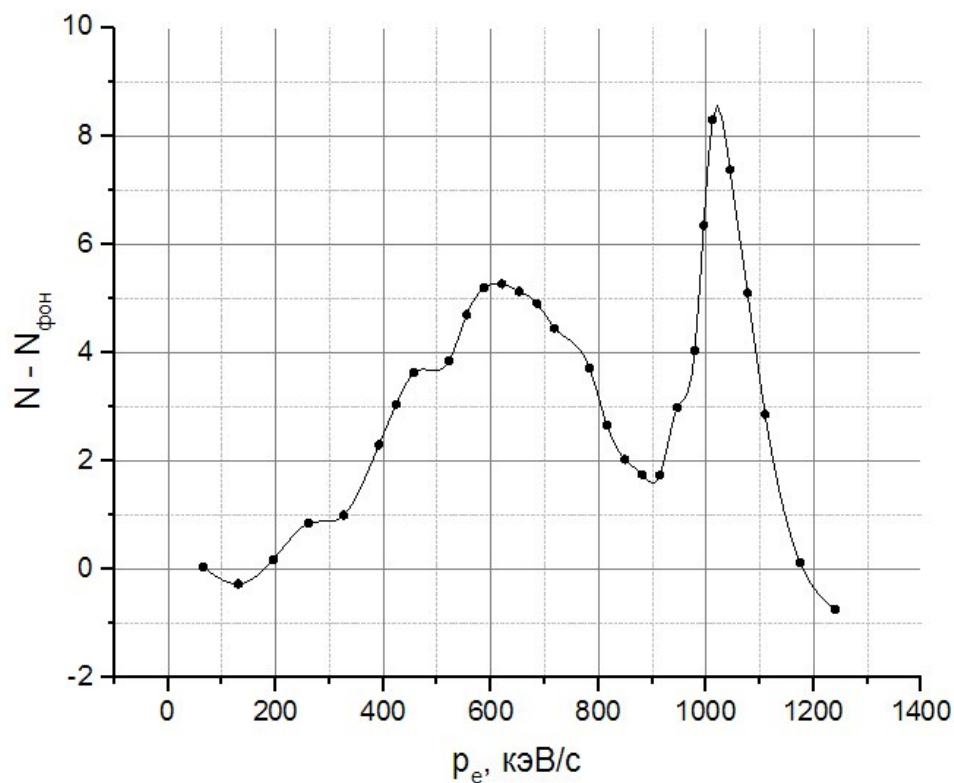


Рис. 3: Распределение электронов по импульсу

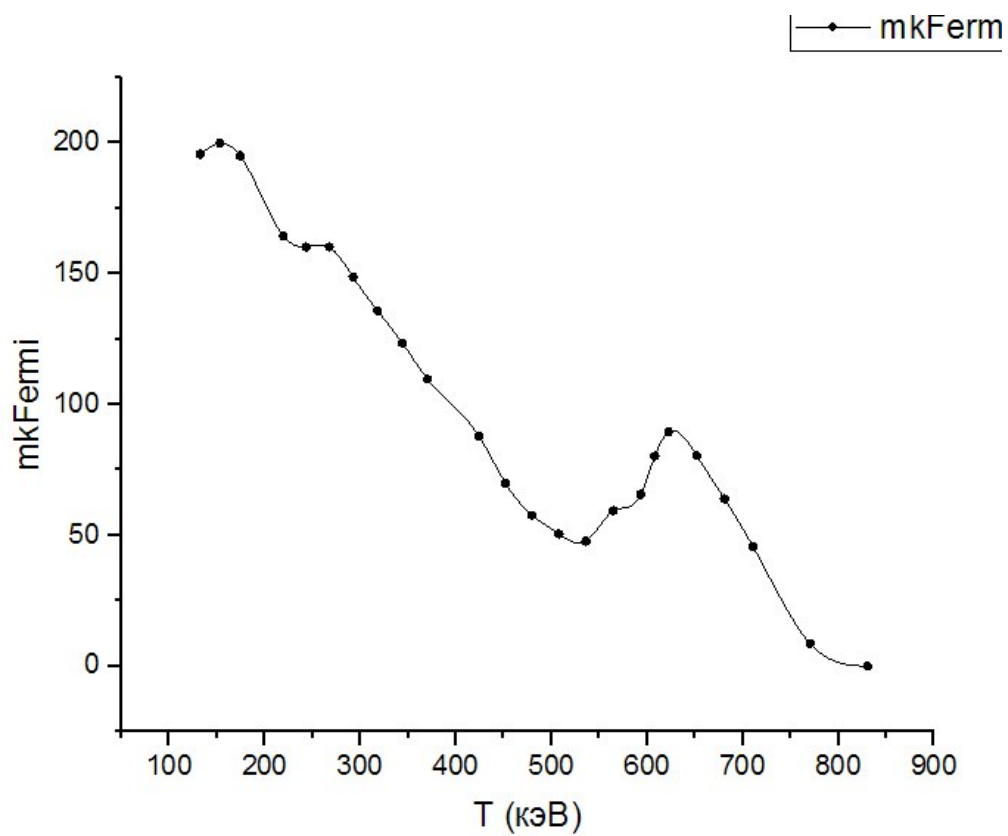


Рис. 4: Распределение электронов по энергии

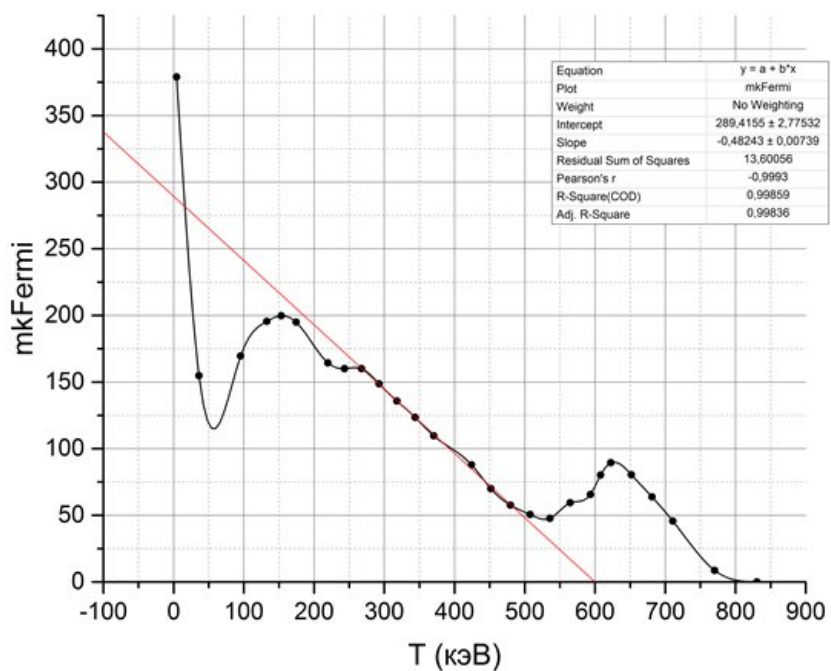


Рис. 5: График Ферми

Из графика Ферми получаем  $E_e = 602 \pm 3 \text{ keV}$ .

## 5 Вывод

В работе был исследован спектр  $\beta$ -распада ядра  $^{137}\text{Cs}$ . Полученная форма спектра совпадает с предсказанной теоретически. Из графика Ферми получено значение  $E_e = 602 \pm 3 \text{ keV}$ , согласующееся с табличным значением  $514 \text{ keV}$  по порядку величины.

Возможной причиной отличия полученной величины от справочной является фоновое излучение, которое могло меняться во время эксперимента и отличаться от измеренного в конце. За это объяснение говорит тот факт, что показания  $N(I)$  при некоторых  $I$  оказывались отрицательными при вычитании фона.

Кроме того, на экспериментальной установке стоял дефектный вакууметр, в следствие чего было невозможно определить, достиг ли вакуум в спектрометре нужного значения.