

학사 졸업논문

와전류 감쇠기를 사용한 모멘텀 휠
도립진자 시스템의 모의실험

**Simulation of an Inverted Pendulum System
with Momentum Wheel using Eddy Current
Brake**

2019년 06월

숭실대학교 공과대학
기계공학부

20152123

최 창 윤

학사 졸업논문

와전류 감쇠기를 사용한 모멘텀 휠
도립진자 시스템의 모의실험

**Simulation of an Inverted Pendulum System
with Momentum Wheel using Eddy Current
Brake**

지도교수 김 진 오

이 논문을 학사 졸업논문으로 제출함

2019년 06월

송실대학교 공과대학
기계공학부

20152123

최 창 윤

목 차

초록(Abstract)	iv
제 1 장 서 론	1
1.1 연구의 필요성	1
1.2 연구의 목표 및 방법	2
제 2 장 배경 이론	3
2.1 모멘텀 휠의 운동 방정식	3
2.2 와전류 제동기의 운동 방정식	5
제 3 장 모의실험	6
3.1 Simulink 구성	6
3.2 모의실험 결과	8
3.2.1 휠의 속도 변화에 따른 도립각 변화	8
3.2.2 휠의 두께 변화에 따른 도립각 변화	9
제 4 장 결 론	10
참고문헌	11

그림 목차

[Fig. 1-1] 시스템 이미지	2
[Fig. 2-1] 모멘텀 휠의 자유물체도	4
[Fig. 3-1] Simulink 블록 선도	6
[Fig. 3-2] 전류 입력	7
[Fig. 3-3] 휠의 속도 변화에 따른 도립각 변화	8
[Fig. 3-4] 휠의 두께 변화에 따른 도립각 변화	9

Table 목차

[Table 3-1] 휠과 시스템의 파라미터 값	6
[Table 3-2] 와전류 제동기의 파라미터 값	7

초록(Abstract)

와전류 감쇠기를 사용한 모멘텀 휠 도립진자 시스템의 모의실험

Simulation of an Inverted Pendulum System with Momentum Wheel using Eddy Current Brake

기계공학부 20152123

제출자 최 창 윤

지도교수 김 진 오

기존의 모멘텀 휠 도립진자는 물리적인 제동기를 사용해왔으며, 제동으로 인한 제동기의 마멸로 주기적인 유지보수가 필요했다. 이 문제점을 보완하기 위해 본 논문에서는 와전류 제동기를 이용한 모멘텀 휠 도립진자의 도립 가능성을 고찰한다.

모멘텀 휠 도립진자 시스템을 설계하고, 도립진자 시스템과 와전류 시스템의 운동 방정식을 유도한다. 유도한 식을 'Simulink'에서 블록선도로 작성한 다음 모의실험을 한다. 각 운동량 보존 법칙을 이용하여 이론적으로 필요한 최소 초기 휠 속도를 구한 후, 휠의 두께와 휠의 초기 속도에 따른 시스템의 도립 각 변화를 통해 시스템의 도립 가능성을 판단한다.

모의실험 결과, 휠의 두께는 관성의 크기에 비례하며 와전류 제동기의 성능에 반비례하기 때문에 최적값이 존재하지만 휠의 초기 속도는 빠를수록 더 좋은 결과를 보인다.

제 1 장 서 론

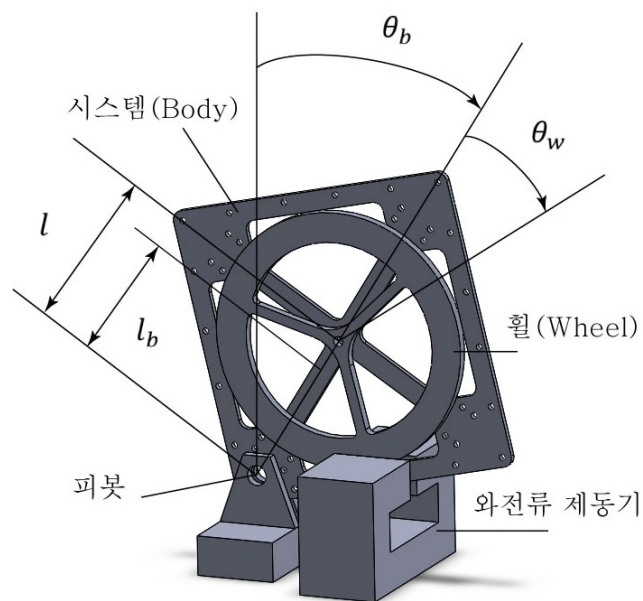
1.1 연구의 필요성

일반적인 진자는 중력에 의해 중심이 회전 중심의 아래에 위치한다. 중심을 회전 중심의 위로 올린 진자를 도립진자라고 한다. 도립진자는 불안정하기 때문에 제어기를 적용해 안정화 시키며 제어 기법의 연구에 널리 사용된다.[1] 진자 시스템은 직선 운동이나 회전 운동을 이용하여 제어하기 때문에 부피가 크지만 모멘텀 휠을 이용하면 부피가 작은 장점이 있다.

모멘텀 휠을 이용한 도립진자 시스템은 도립을 위해 고속 회전 관성 휠을 급 제동해야 한다. 접촉식 제동 시스템은 제동 시 마멸로 인하여 유지 보수가 필요하고 비선형 마찰 특성으로 해석 설계에 한계가 있다. 와전류 제동기는 기존의 제동 시스템과 달리 비접촉 방식으로, 마멸이 없고 반영구적인 사용이 가능하기 때문에 반도체 공정과 철도의 제동에 많이 사용된다.[2]

1.2 연구의 목표 및 방법

본 논문에서는 [Fig. 1-1]과 같은 와전류 감쇠기를 이용한 모멘텀 휠 도립진자 1 자유도 시스템의 운동 방정식을 유도한다. 유도된 식과 ‘MATLAB’의 ‘Simulink’를 이용하여 모의실험하고 다양한 설계 변수의 영향을 고찰하였다.



[Fig. 1-1] 시스템 이미지

제 2 장 배경 이론

2.1 모멘텀 휠의 운동 방정식

[Fig. 1-1]에서 와전류 제동기를 제외한 시스템을 [Fig. 2-1]에 나타내었다. 이 절에서는 [Fig. 2-1]의 운동 방정식을 유도한다. 와전류 제동기에 의한 운동 방정식은 2.2에서 유도한다. 운동 방정식의 유도는 기존 논문을 참조하였다.[3][4]

[Fig. 2-1]의 시스템은 좌우 대칭인 시스템으로 시스템의 질량 중심은 대칭 축상에 존재한다. 따라서, 이 시스템의 자유물체도를 [Fig. 2-2]와 같이 하나의 축으로 나타낼 수 있다. [Fig. 2-2]의 왼쪽 그림은 시스템(Body)의 자유물체도를, 오른쪽 그림은 휠(Wheel)의 자유물체도를 나타낸다. a, b, c 점은 각각 피봇, 'Body'의 질량중심, 휠의 질량 중심을 나타낸다. $\ddot{\theta}_b, \dot{\theta}_b, \theta_b$ 는 시스템의 각가속도, 각속도, 변위각이고 $\ddot{\theta}_w, \dot{\theta}_w, \theta_w$ 는 휠의 각가속도, 각속도, 변위각이다. m_b, m_w 는 각각 시스템의 질량, 휠의 질량이다. r_w 는 휠의 반지름, d 는 휠의 두께, C_b, C_w 는 시스템의 피봇과 휠에 대한 마찰 저항이다.

회전 운동에 관한 뉴턴의 제 2법칙은 식 (1)과 같으므로, 자유물체도에 식 (1)을 적용하면 식 (2)과 식 (3)을 얻을 수 있다. I_p^a 는 a 점에 대한 전체 관성모멘트를, I_w^c 는 c 점에 대한 휠의 관성모멘트를 의미한다.

$$I\ddot{\theta} = \sum M \quad (1)$$

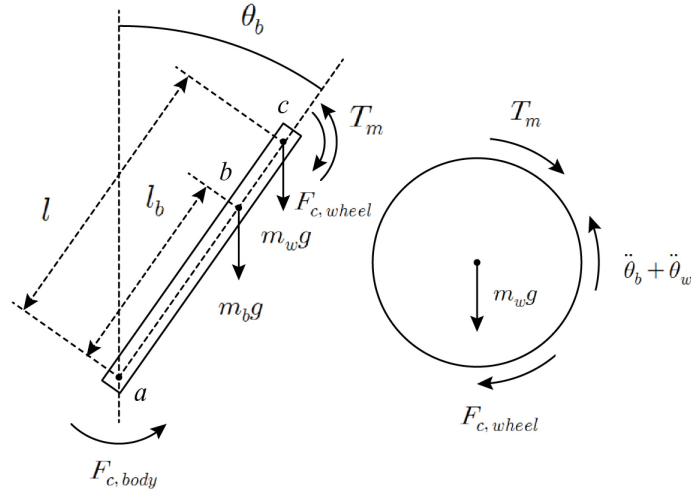
$$I_p^a \ddot{\theta}_b = l_b \sin \theta_b m_b g + l \sin \theta_b m_w g - T_m - C_b \dot{\theta}_b + C_w \dot{\theta}_w \quad (2)$$

$$I_w^c (\ddot{\theta}_b + \ddot{\theta}_w) = T_m - C_w \dot{\theta}_w \quad (3)$$

$I_P^a = I_b^a + I_w^a$ 이고 평행축 정리를 이용하면 $I_P^a = I_b^a + I_w^c + m_w l^2$ 로 나타낼 수 있다.
 이 식을 식 (2)에 대입하고 정리하면 식 (4)와 같다. 식 (4)를 식 (3)에 대입하여
 식 (5)를 유도할 수 있다.

$$\ddot{\theta}_b = \frac{(m_b l_b + m_w l)g \sin \theta_b - T_m - C_b \dot{\theta}_b + C_w \dot{\theta}_w}{I_b^a + I_w^c + m_w l^2} \quad (4)$$

$$\ddot{\theta}_w = \frac{(I_b^a + m_w l^2 + 2I_w^c)(T_m - C_w \dot{\theta}_w)}{I_w^c(I_b^a + I_w^c + m_w l^2)} - \frac{(m_b l_b + m_w l)g \sin \theta_b - C_b \dot{\theta}_b}{I_b^a + I_w^c + m_w l^2} \quad (5)$$



[Fig. 2-1] 모멘텀 휠의 자유물체도

2.2 와전류 제동기의 운동 방정식

자기장 안에서 도체가 움직일 때 전자기 유도 현상으로 도체에 와전류가 발생한다. 와전류는 자기장이 변화하지 않도록 전자기력을 발생시키고 도체의 움직임을 방해한다.[5]

[Fig. 1-1]의 하단부에 와전류 제동기가 놓여있다. 코일에 전류가 흐르면 공극에 자기장이 형성되고 공극 사이를 회전하는 도체 휠을 제동하여 시스템을 도립시킨다. 공극의 간격을 l_g , 공극의 자기 투자율을 μ , 도선을 감은 횟수를 N , 도선에 흐르는 전류를 i 라고 하면 철심 사이의 공극에 생기는 자기장은 식 (6)과 같다.

와전류 제동기의 자기장 B 안에서 선속도 v 로 도체 판이 진입할 때 발생하는 와전류 제동력은 식 (7)과 같다. v 는 휠의 반지름과 각속도에 비례하므로 와전류 제동력으로 생기는 토크는 식 (8)으로 나타낼 수 있다. 시스템이 $\theta_b=0$ 일 때와 $\theta_b=\frac{\pi}{4}$ 일 때 각 운동량 보존 법칙과 에너지 보존 법칙을 이용하고 에너지 소산이 없다는 가정 하에 도립 시 필요한 최소 각속도는 식 (9)와 같다. 여기서 α 는 도체판의 형상계수, σ 는 구리의 전기 전도율, S 는 와전류가 생기는 구리 휠의 면적이다.

$$B = \frac{\mu N i}{l_g} \quad (6)$$

$$F = \alpha \sigma S B^2 v d \quad (7)$$

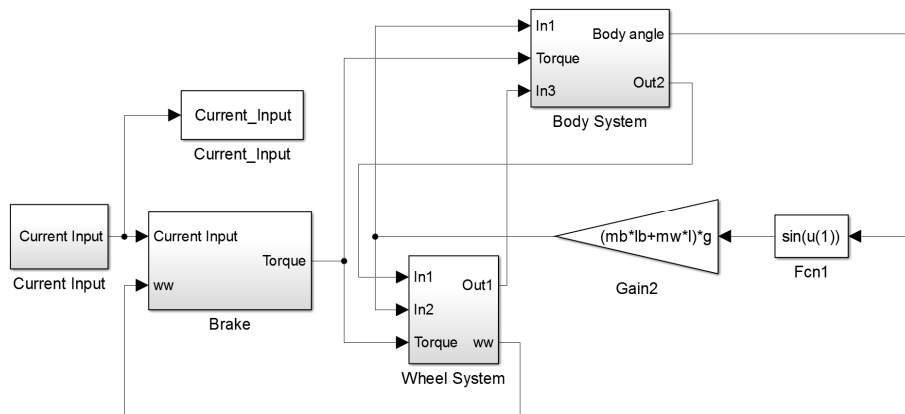
$$T = \alpha \sigma S B^2 w_w r^2 d \quad (8)$$

$$w_w^2 = (2 - \sqrt{2}) \frac{(I_w + I_b + m_w l^2)}{I_w^2} (m_b l_b + m_w l) g \quad (9)$$

제 3 장 모의실험

3.1 Simulink 구성

이 절에서는 앞에서 유도한 식들을 이용하여, 모멘텀 휠 시스템이 와전류 제동기에 의해 도립할 수 있는 지 모의실험을 하였다. [Fig. 3-1]은 Simulink의 블록 선도를, [Table 3-1]과 [Table 3-2]는 모의실험에서 사용한 파라미터 값들을 나타낸 것이다.



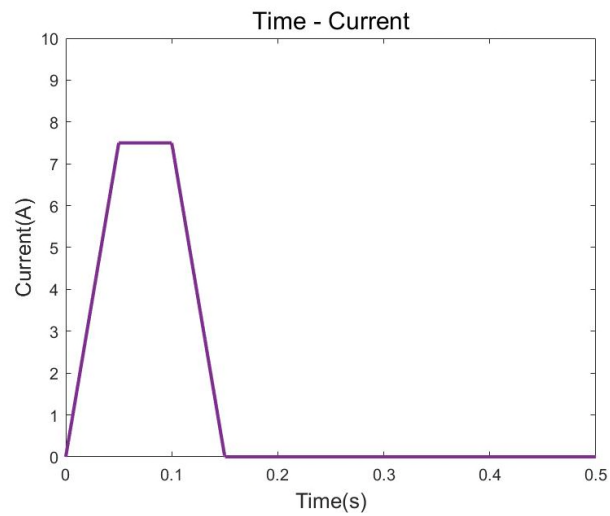
[Fig. 3-1] Simulink 블록 선도

[Table 3-1] 휠과 시스템의 파라미터 값

$l [m]$	0.075	$I_w^c [kg \cdot m^2]$	0.618×10^{-3}
$l_b [m]$	0.068	$C_b [kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}]$	1.02×10^{-3}
$m_b [kg]$	79.83×10^{-3}	$C_w [kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}]$	0.05×10^{-3}
$m_w [kg]$	436.8×10^{-3}	$I_b^a [kg \cdot m^2]$	0.297×10^{-3}
$r_w [m]$	59×10^{-3}	$d [m]$	5×10^{-3}

[Table 3-2] 와전류 제동기의 파라미터 값

$N[turns]$	200	α	0.5
$l_g[mm]$	12	$\sigma[V/m]$	5.96×10^{-7}
$S[cm^2]$	5×10^{-4}	$\mu[Hm^{-1}]$	$4\pi \times 10^{-7}$



[Fig. 3-2] 전류 입력

여기서 r_w 는 휠의 반지름, d 는 휠의 두께를 의미한다. 와전류 감쇠기는 높은 전도율의 도체판을 사용하며 주로 구리와 알루미늄 판을 사용한다. 구리의 전도율이 알루미늄보다 높기 때문에 모멘텀 휠의 재질은 구리로 선정하였다. 구리 휠과 와전류 제동기 사이의 공극의 크기는 자기장에 반비례하므로 $l_g = 12 \text{ mm}$ 로 하였다. 전류 입력은 [Fig. 3-2]과 같이 기울기가 150인 Ramp 형상으로 하였다.

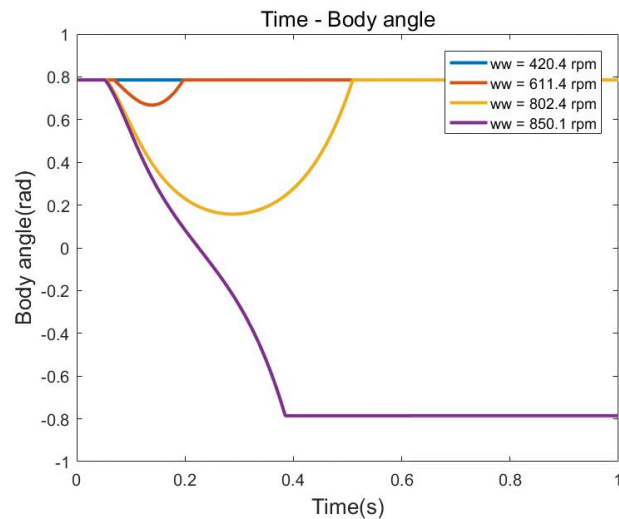
[Table 3-1]과 [Table 3-2]를 이용하여 식 (9)에서 얻을 수 있는 도립 시 필요한 초기 각 속도는 420.4 rpm이다. 식 (9)는 에너지 소산을 고려하지 않은 식이기 때문에 실제로 필요한 초기 각 속도는 420.4 rpm보다 더 높을 것으로 예상할 수 있다.

3.2 모의실험 결과

이 장에서는 3.1에서 구성한 Simulink의 결과를 고찰한다. 파라미터의 값을 변화시키며 시스템 도립의 변화를 관찰한다.

3.2.1 휠의 속도 변화에 따른 도립각 변화

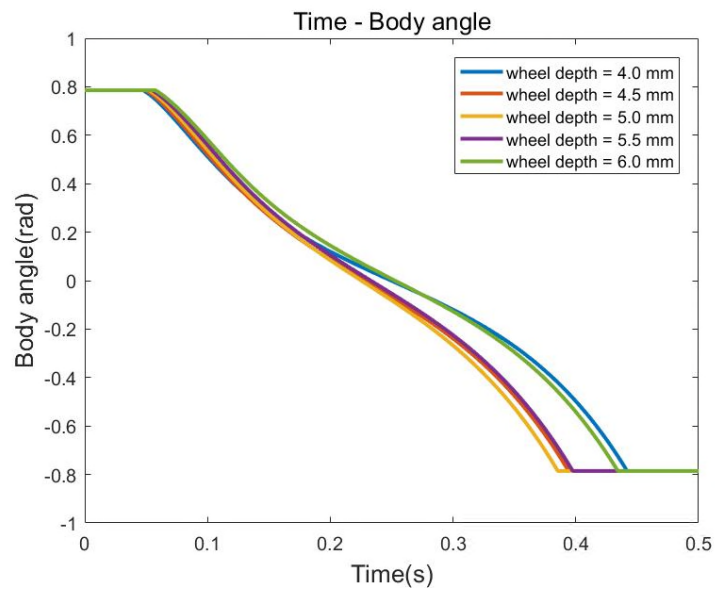
[Fig. 3-3]은 휠의 속도 변화에 따른 모의실험의 결과이다. $w_w = 420.4$ rpm일 때의 그래프는 시스템의 각이 $\theta_b = \frac{\pi}{4}$ 에서 시작해서 $\theta_b = 0$ 에 도달하지 못하고 중력에 의해 원 상태로 돌아간다. $w_w = 420.4$ rpm은 마찰을 고려하지 않은 값이므로 w_w 를 증가시켜 시스템을 도립시킬 수 있다. $w_w = 820.4$ rpm에서 수직에 가깝게 도립했다가 원 상태로 돌아오는 것을 관찰할 수 있다. $w_w = 850.1$ rpm에서 같은 모의실험을 한 결과 θ_b 가 0 rad을 넘어간다.



[Fig. 3-3] 휠의 속도 변화에 따른 도립각 변화

3.2.2 휠의 두께 변화에 따른 도립각 변화

이 절에서는 휠의 두께 변화에 따른 시스템의 도립 각 변화를 살펴본다. 휠의 두께를 변화시키면 휠의 질량과 질량관성 모멘트도 변화한다. 또한 휠과 와전류 제동기 사이의 간격을 일정하게 유지하기 위해 공극을 휠의 두께보다 2 mm 크게 한다. 휠의 초기 속도를 850 rpm으로 가정하고 두께를 0.5 mm씩 변화시키며 모의실험을 한 결과를 [Fig. 3-4]에 나타냈다.



[Fig. 3-4] 휠의 두께 변화에 따른 도립각 변화

제 4 장 결 론

본 논문에서는 모멘텀 휠 도립진자 1 자유도 와전류 감쇠기 시스템의 도립 가능성을 연구하였다. 모멘텀 휠 도립진자와 와전류 감쇠기 모델을 이용하여 모의 실험 모델을 구성한 후, 모의실험을 통하여 와전류 제동기로 모멘텀 휠 도립진자를 도립시킬 수 있음을 확인하였다.

휠의 초기 속도를 변화시키면서 모의실험을 한 결과, 초기 휠의 속도는 빠를수록 도립이 더 잘 되는 것을 확인할 수 있다. 이것은 운동량 보존 법칙에 의해 초기 운동량이 높으면 도립이 더 잘 되기 때문이다.

휠의 두께를 변화시키면서 모의실험을 한 결과, 두께는 5 mm일 때 최적값임을 확인할 수 있다. 휠의 두께는 얇아질수록 질량관성 모멘트가 낮아지므로 도립을 할 수 없고, 휠의 두께가 두꺼워질수록 공극이 커지므로 와류가 약해지기 때문이다.

시스템이 도립하기 위한 모터의 속도는 약 850 rpm이다. 본 논문에서 사용된 모터는 BL4530-2460인 BLDC 모터이다. 이 모터는 6000 rpm의 성능을 발휘하기 때문에 시스템을 도립시키기에 충분하다.

참고문헌

- [1] X. Ruan and Y. Wang, "The modelling and control of flywheel inverted pendulum system" in 3rd IEEE Int. Conf. on CSIT, Chengdu, China, July 9-11 2010.
- [2] 이재학, 이진환, 정상용, “고속철도용 와전류 제동장치 특성 해석”, 대한전기학회 하계학술대회 논문집, 2012, pp. 1708-1709.
- [3] M. Gajamohan, M. Merz, I. Thommen and F. D' Andrea, "The Cubli: A Cube that can Jump Up and Balance", IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, October 2012, pp. 3722-3725.
- [4] J. Meyer, N. Delson, and R. de Callafon, “Design, Modeling and Stabilization of a Moment Exchange Based Inverted Pendulum,” in 15h IFAC Symposium on System Identification, Saint-Malo, France, 2009, pp. 462-467.
- [5] 유요한, “An eddy current damper of a reaction force compensation device for a linear motion stage”, 숭실대학교 대학원 석사학위 논문, 2013.