

기초 컴퓨터 그래픽스 HW5
OpenGL Lighting Equation 설명

20170123 정윤진
제출: 2020.06.13.

아래 공식은 OpenGL에서 사용하는 쉐더의 조명 모델에 기초한 Lighting Equation이다.

$$c = e_{cm} + a_{cm} * a_{cs} + \sum_{i=0}^{n-1} (att_i)(spot_i)[a_{cm} * a_{di} + (n \odot \overrightarrow{VP_{pli}})d_{cm} * d_{di} + (f_i)(n \odot \hat{h}_i)^{srm} s_{cm} * s_{di}]$$

쉐더의 조명 모델은 물체에 빛이 반사되는 색을 계산하는 물리학적 공식을 단순화한 것으로, 앰비언트 반사(ambient reflection), 난반사(diffuse reflection), 정반사(specular reflection)의 세 가지 형태의 반사를 고려한다.

위의 식은 아래의 식을 구체화한 것으로, 각 인자를 대응시킬 수 있다.

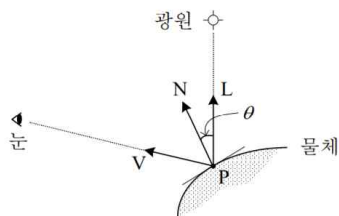
$$I_{\lambda} = I_{a\lambda} \times k_{a\lambda} + \sum_{i=0}^{m-1} f_{att}(d_i) \cdot I_{li\lambda} \cdot \{k_{d\lambda} \cdot (N \cdot L_i) + k_{s\lambda} \cdot (N \cdot H_i)^n\} \quad [\text{식 1}]$$

1. i번째 광원의 지역 조명 효과 : $a_{cm} * a_{di} + (n \odot \overrightarrow{VP_{pli}})d_{cm} * d_{di} + (f_i)(n \odot \hat{h}_i)^{srm} s_{cm} * s_{di}$

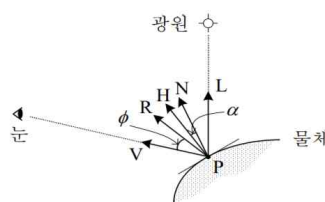
OpenGL은 지역 조명에서 앰비언트 반사, 난반사, 정반사의 세 가지 형태를 고려한다.

앰비언트 반사는 간접 조명에 의한 반사이고, 난반사는 직접 조명의 입사 광선을 사방으로 동일한 색으로 반사시킨 것이며, 정반사는 직접 조명의 입사 광선을 특정 방향을 중심으로 집중적으로 반사시켜 하이라이트를 생성한 것이

다. i번째 광원의 지역 조명 효과를 계산한 뒤, $\sum_{i=0}^{n-1}$ i번째 광원의 지역 조명 효과 로 모두 더해준다.



[그림 1]



[그림 2]

1) 지역적인 앰비언트 반사 : $a_{cm} * a_{di}$

i번째 광원에 의해 발생하는 앰비언트 반사이다.

a_{cm}	앰비언트 반사 계수 (Material Parameter)
a_{di}	i번째 앰비언트 광원

난반사 계수와 앰비언트 광원을 곱해서 반사되는 색을 계산한다.

2) 난반사 : $(n \odot \overrightarrow{VP_{pli}})d_{cm} * d_{di}$

\overrightarrow{n}	물체 지점 V에서의 normal 벡터(법선 벡터)
$\overrightarrow{VP_{pli}}$	물체 지점 V에서 i번째 광원의 위치 P_{pli} 까지의 벡터를 normalize한 벡터. 그림1에서 L벡터
$(n \odot \overrightarrow{VP_{pli}})$	$= \max\{n \cdot \overrightarrow{VP_{pli}}, 0\}$ 이다. 그림1에서의 N벡터와 L벡터를 내적한 값이 음수면(=그림 1에서의 $\cos \theta$ 이 음수인 경우 = N벡터와 L벡터가 90도 이상 떨어진 경우 = 광원이 backlight인 경우) 0으로 처리하여 난반사를 계산하지 않는다. N벡터와 L벡터가 덜 벌어질수록, 즉 광원이 물체 지점의 normal벡터에 가깝게 입사되어 그림 1의 θ 각도가 작을수록 $n \cdot \overrightarrow{VP_{pli}}$ 값이 커져 난반사 값이 커진다.
d_{cm}	난반사 계수 (Material Parameter). [식1]의 $k_{d\lambda}$

d_{di}	난반사 광원
----------	--------

3) 정반사 : $(f_i)(n \odot \hat{h}_i)^{s_{rm}} s_{cm} * s_{di}$

f_i	$f_i = \begin{cases} 1, & n \odot \overrightarrow{VP_{pli}} \neq 0 \\ 0, & otherwise \end{cases}$ 으로 0 또는 1의 boolean 값이다. $n \odot \overrightarrow{VP_{pli}} \neq 0$ 인 경우는 광원이 물체 뒤에서 들어오는 backlight가 아닐 때이다. backlight인 경우는 0을 곱해 정반사를 계산하지 않는다.
n	물체 지점 V에서의 normal벡터(법선 벡터). 그림1에서의 N벡터
\hat{h}_i	$h_i = \begin{cases} \overrightarrow{VP_{pli}} + \overrightarrow{VP_e} & , v_{bs} = TRUE \\ \overrightarrow{VP_{pli}} + (0 \ 0 \ 1)^T & , v_{bs} = FALSE \end{cases}$ 이다. h_i 는 하프웨이 벡터로, 그림 2에서 H벡터에 해당한다. H벡터는 물체 지점에서 광원으로 향하는 L벡터와 물체 지점에서 눈으로 향하는 V벡터의 중간 방향으로 향하는 벡터이다. $= (\frac{L+V}{ L+V })$ L벡터는 $\overrightarrow{VP_{pli}}$ 이다. V벡터는 로컬 뷰어(v_{bs})에 따라 다르게 계산되는데 로컬 뷰어로 볼 경우($v_{bs} = TRUE$), V벡터는 물체 지점 V에서 눈의 위치인 P_e 로 향하는 단위 벡터인 $\overrightarrow{VP_e}$ 이다. 한편, $v_{bs} = FALSE$ 로 평행 투영을 사용할 경우, V벡터로 $(0 \ 0 \ 1)^T$ 벡터가 사용된다. 하프웨이 벡터는 단위벡터이므로, 위에서 구한 h_i 를 normalize하여 \hat{h}_i 로 만들어준다.
$n \odot \hat{h}_i$	$= \max\{n \cdot \hat{h}_i, 0\}$. 그림2에서의 N벡터와 위에서 구한 하프웨이 벡터 H벡터를 내적한다. 해당 값이 음수인 경우는 그림 2에서 N벡터와 H벡터가 90도 이상 떨어진 경우로, 광원이 물체 뒤쪽에 있는 경우이다. 이 경우에는 $n \odot \hat{h}_i$ 값을 0으로 만들어 정반사를 계산하지 않는다. N벡터와 H벡터가 덜 벌어져서 그림 2의 α 각도가 작을수록 정반사 값이 커진다.
$(n \odot \hat{h}_i)^{s_{rm}}$	정반사 세기가 커지고 작아지는 속도를 조절하기 위해 $n \odot \hat{h}_i$ 의 값에 정반사 지수 s_{rm} (Material Parameter)을 power해준다. s_{rm} 은 [식1]의 n 이다.
s_{cm}	정반사 계수 (Material Parameter). [식1]의 $k_{s\lambda}$
s_{di}	정반사 광원

2. i번째 광원의 지역 조명 효과에 곱해지는 att_i 와 $spot_i$

$$(att_i)(spot_i)[a_{cm} * a_{di} + (n \odot \overrightarrow{VP_{pli}})d_{cm} * d_{di} + (f_i)(n \odot \hat{h}_i)^{s_{rm}} s_{cm} * s_{di}]$$

1) 빛의 감쇠 효과 : att_i

광원과 물체 간의 거리 d에 따라 밝기 조절을 하고자 할 경우, 아래 공식을 이용하여 감쇠효과를 준다.

$f_{att}(d) = \min(\frac{1}{k_o + k_1 d + k_2 d^2}, 1.0)$ 이 공식을 VP_{pli} 에 관한 것으로 바꾸면 아래와 같이 att_i 를 계산할 수 있다.

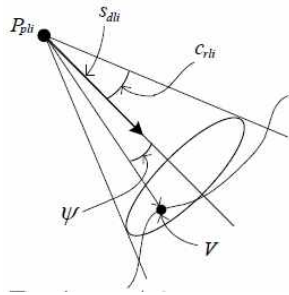
$$att_i = \begin{cases} \frac{1}{k_{0i} + k_{1i} \| \overrightarrow{VP_{pli}} \| + k_{2i} \| \overrightarrow{VP_{pli}} \|^2} & , \text{if } P_{pli}'s \ w \neq 0 \\ 1.0 & , otherwise \end{cases}$$

$P_{pli}'s \ w = 0$ 인 경우는 평행 광원인 경우로, 이때는 빛에 감쇠를 줄 수 없기 때문에 초기값으로 1.0을 곱하여 감쇠 효과를 주지 않는다. point 광원일 때는 $P_{pli}'s \ w \neq 0$ 이고, 이때 $\| \overrightarrow{VP_{pli}} \|^2$ 는 물체 지점과 광원 위치 사이

의 거리를 말한다. 빛의 감쇠 인자의 default값은 $k_{0i} = 1, k_{1i} = 0, k_{2i} = 0$ 이다.

2) spot광원일 때를 처리하는 $spot_i$

spot 광원은 원뿔 모양으로 특정 영역에만 빛을 발하는 광원을 말한다.



$$spot_i = \begin{cases} (\overrightarrow{P_{pli}V} \odot \widehat{s_{dli}})^{s_{rli}}, & c_{rli} \neq 180.0, \overrightarrow{P_{pli}V} \odot \widehat{s_{dli}} \geq \cos(c_{rli}) \\ 0.0, & c_{rli} \neq 180.0, \overrightarrow{P_{pli}V} \odot \widehat{s_{dli}} < \cos(c_{rli}) \\ 1.0, & c_{rli} = 180.0 \end{cases}$$

spot광원의 절단 각도인 c_{rli} 이 180.0도인 경우, 사방으로 빛이 반사되므로 point광원으로

처리한다. c_{rli} 이 180.0도가 아닐 때는 spot광원이다. $(\overrightarrow{P_{pli}V} \odot \widehat{s_{dli}})^{s_{rli}}$ 는 광원에서

물체 지점으로 향하는 벡터 $\overrightarrow{P_{pli}V}$ 와 spot 광원의 중심축 방향을 단위벡터로 만든

$\widehat{s_{dli}}$ 벡터를 내적하고 음수일 경우 0으로 만든 뒤 스폿 광원 지수 s_{rli} 를 power한 것이다. $\overrightarrow{P_{pli}V} \odot \widehat{s_{dli}}$ 가 양수일

경우 $\cos\psi$ 을 나타낸다. $\cos\psi \geq \cos(c_{rli})$ 일 때는 물체 지점이 spot광원의 범위 안에 있는 경우를 말한다. 반

면 $\cos\psi < \cos(c_{rli})$ 일 때는 물체 지점이 spot광원의 범위에 벗어난 경우로, 0을 곱해 spot 광원을 계산해주지 않는다. spot 광원의 범위에 있는 경우에만 정상적으로 spot광원을 계산한다.

3. e_{cm} : 물질의 고유 방사 색 (Material Parameter)

default 값은 (0, 0, 0, 1)이다.

4. $a_{cm} * a_{cs}$: 전역적인 앰비언트 반사

a_{cm}	앰비언트 반사 계수. [식1]의 $I_{a\lambda}$
a_{cs}	장면 전체에 영향을 주는 전역 앰비언트 광원. [식1]의 $k_{a\lambda}$

1.과 2.을 통해 만들어진 지역조명 모델을 사용하여 0번 광원 ~ n-1번 광원의 지역 조명 효과를 더해주고 3.의 물질 고유 방사 색과 4.의 전역 앰비언트 반사를 더하여 최종적인 물체 지점의 색을 계산한다.