

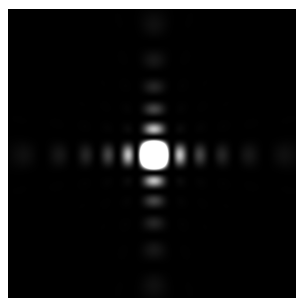
# Постигая преобразование Фурье

## Содержание

1. Дифракция . . . . .	1
2. Интерференция. Опыт Юнга . . . . .	2
3. Построение интерференционной картины . . . . .	4
4. Построение дифракционной картины . . . . .	5

## 1. Дифракция

*Дифракция* – это явление, связанное с волновой природой света. Свет, будучи волной, может огибать препятствия и оказываться в области геометрической тени. Например, если взять источник света и непрозрачный экран с квадратным отверстием, то на стене за экраном мы увидим вместо квадрата вот такую картину:

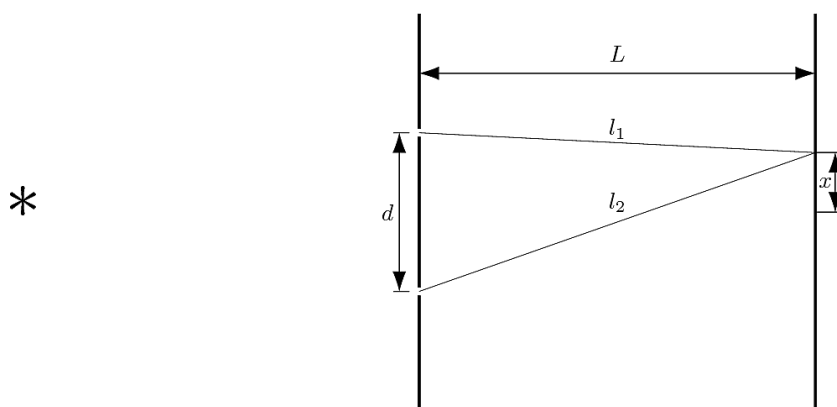


**Рис. 1.** Дифракция на квадратном отверстии

Для понимания этого явления сначала стоит познакомиться с *интерференцией*.

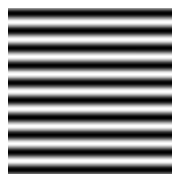
## 2. Интерференция. Опыт Юнга

*Интерференцией* называют взаимное усиление и ослабление волн при их наложении. Опыт Юнга отлично демонстрирует это явление. Сделаем в непрозрачном экране две щели, с одной стороны поместим источник света, а с другой – экран, на котором будем наблюдать интерференцию:



**Рис. 2.** Схема опыта Юнга

При этом вблизи центра экрана мы будем наблюдать полосы:



**Рис. 3.** Интерференционная картина в опыте Юнга

Теоретически это можно обосновать следующим способом. Свет – электромагнитная волна, поэтому на экране поля от двух щелей будут складываться

$$A = a_1 e^{i(kl_1 - \omega t + \phi_1)} + a_2 e^{i(kl_2 - \omega t + \phi_2)}.$$

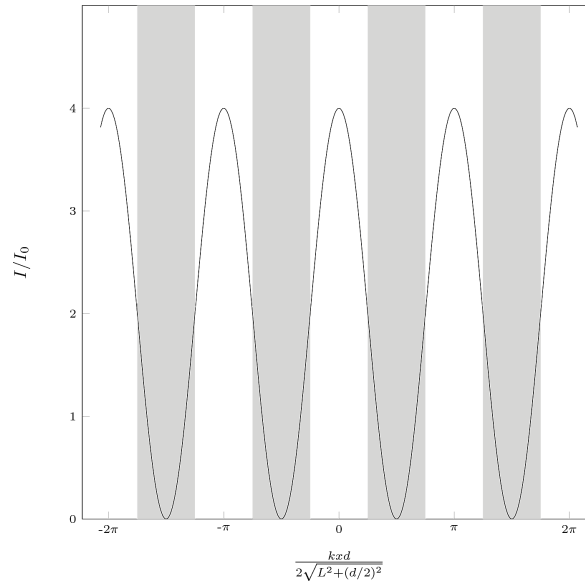
Для простоты положим амплитуды волн равными, а их начальные фазы нулевыми. Тогда

$$A = 2ae^{i\left(\frac{k(l_1 + l_2)}{2} - \omega t\right)} \cos \frac{k(l_1 - l_2)}{2}.$$

Зная распределение амплитуды перейдём к интенсивности:

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{k(l_1 - l_2)}{2},$$

где  $I_0$  – интенсивность света на экране от одной из щелей.



**Рис. 4.** Распределение интенсивности вблизи центра экрана в опыте Юнга

$$l_1 = \sqrt{L^2 + (d/2 - x)^2}, \quad l_2 = \sqrt{L^2 + (d/2 + x)^2},$$

$$l_1 - l_2 = \sqrt{L^2 + (d/2 - x)^2} - \sqrt{L^2 + (d/2 + x)^2} = -\frac{2xd}{l_1 + l_2}.$$

Вблизи центра экрана  $x \ll L$ , поэтому

$$l_1 + l_2 \approx 2\sqrt{L^2 + (d/2)^2},$$

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{kxd}{2\sqrt{L^2 + (d/2)^2}}.$$

Дифракция – это интерференция от большого числа источников.

### 3. Построение интерференционной картины

Задача построения интерференционной картины очень хорошо параллелится – ведь освещённость различных точек экрана рассчитывается независимо.

Напишем простенький шейдер, иллюстрирующий интерференционную картину в опыте Юнга:

```
// young.glsl

#version 130          // версия glsl

out vec3 color;

void main() {
    float d = 4e2;
    float l = 5e5;
    // получаем координату точки на текстуре
    float x = 6e4 * (gl_TexCoord[0].y - 0.5);
    float lambda = 5.0;
    float k = 2.0 * 3.15159 / lambda;
    float phi1 = k * length(vec2(l, x - d / 2.0));
    float phi2 = k * length(vec2(l, x + d / 2.0));
    vec2 amplitude = vec2(cos(phi1) + cos(phi2),
                           sin(phi1) + sin(phi2));
```

```

    amplitude /= 2.0;
    float intensity = dot(amplitude, amplitude);
    color = vec3(intensity);
}

```

#### 4. Построение дифракционной картины

Теперь можно перейти к построению дифракционной картины. Вернёмся к дифракции на квадратном отверстии. Каждую точку квадрата можно рассматривать как точечный источник. Так как в квадрате бесконечно много точек, то разобьём квадрат сеткой на малые части и, считая каждую точечным источником, посчитаем их суммарную амплитуду и интенсивность. Считая, что квадрат равномерно освещён параллельным пучком, а ячейки сетки имеют равные площади, получаем

$$A \sim \sum_i \frac{e^{ikl_i}}{l_i}, \quad I = \langle A^2 \rangle = \frac{|A|^2}{2}.$$

Эти величины уже можно посчитать численно при помощи шейдера:

```

// square.glsl

#version 130          // версия glsl

out vec3 color;

void main() {
    int n = 40;
    float a = 4e1;
    // получаем координату точки на текстуре
    vec3 p = vec3( 10e4 * (gl_TexCoord[0].xy - 0.5), 5e4);

    float lambda = 5.0;
    float k = 2.0 * 3.15159 / lambda;
    vec2 amplitude = vec2(0.0);
    for (int i = 0; i < n; ++i)

```

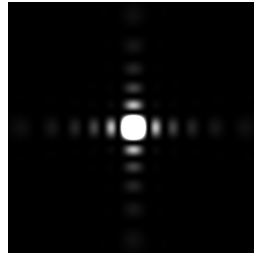
```

for (int j = 0; j < n; ++j) {
    vec3 source = vec3(a * (float(i) / float(n-1) - 0.5),
                      a * (float(j) / float(n-1) - 0.5), 0);
    float phi = k * length(p - source);
    amplitude += vec2(cos(phi), sin(phi));
}

amplitude /= float(n*n/4.0);
float intensity = dot(amplitude, amplitude);
color = vec3(intensity);
}

```

На выходе получается уже знакомая картина:



**Рис. 5.** Дифракция на квадратном отверстии

При помощи той же техники можно получить дифракционные картины на отверстиях более интересной формы:



**Рис. 6.** Дифракция на круглом и треугольном отверстиях

Код здесь.