

# Identificazione e studio di ammassi di galassie

*Edoardo Arrigoni, Francesco Citterio e Matteo Melloni*

## 1 Introduzione

Gli ammassi di galassie sono strutture composte da centinaia o migliaia di galassie e sono tra i più grandi sistemi noti legati dall'interazione gravitazionale. In questa esperienza ci proponiamo di studiare un ammasso di galassie noto (*Abell 2142*) e di identificare, attraverso i dati di *redshift*, un ammasso di galassie non noto, calcolandone massa e distanza. Per l'analisi dei dati utilizziamo tecniche di inferenza *bayesiana*, supportate dal linguaggio di programmazione *Python*. In particolare applichiamo un metodo *Monte Carlo* basato su catene di *Markov* per effettuare il campionamento della distribuzione a posteriori dei parametri dei modelli.

## 2 Dati

Il primo ammasso analizzato è per noi noto: *Abell 2142*. I dati relativi a questo ammasso provengono dal catalogo *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS) [1], più precisamente dall'ottava versione dei dati: SDSS-III DR8 [2]. Abbiamo selezionato le galassie entro un cerchio di raggio 20 arcmin centrato nel punto di coordinate RA 239.5833°, DEC 27.2334° le cui misure di *redshift* non sono affette da problemi di misurazione noti. Di queste abbiamo considerato le misure di RA, DEC, magnitudine dearrossata in banda *u* e in banda *r*, *redshift*, massa luminosa e relativo errore. Per la massa luminosa abbiamo considerato il valore al 50-esimo percentile mentre per l'errore i valori all'84-esimo e al 16-esimo percentile.

I dati riguardanti il secondo ammasso provengono dalle misure eseguite dal VLT (Very Large Telescope). Più precisamente da due diversi cataloghi: CLASH-VLT LP [3], MUSE [4], e alcuni dati provenienti dalla letteratura astronomica. Da questi dati abbiamo selezionato i valori di *redshift* con *QualityFlag*  $\geq 2$ , equivalente ad un'affidabilità maggiore dell'80%.

## 3 Modello fisico

### Relazione tra dispersione in *redshift* e dispersione in velocità

Dalla definizione di *redshift* possiamo evidenziare due contributi

$$1 + z_{\text{obs}} = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_{\text{cl}}} \frac{\lambda_{\text{cl}}}{\lambda_0} \equiv (1 + z_{\text{pec}})(1 + z_{\text{cos}}), \quad (1)$$

dove  $z_{\text{obs}}$  è il *redshift* osservato,  $\lambda_{\text{obs}}$  è la lunghezza d'onda osservata,  $\lambda_{\text{cl}}$  è la lunghezza d'onda che si osserverebbe se l'unica componente della velocità delle singole galassie fosse data dalla velocità dell'ammasso, e  $\lambda_0$  è la lunghezza d'onda realmente emessa senza effetti di *redshift*,  $z_{\text{pec}}$  è il *redshift* peculiare, che abbiamo definito per rappresentare l'effetto di *redshift* dovuto al moto della galassia rispetto al centro dell'ammasso, mentre  $z_{\text{cos}}$  è quello causato dall'allontanamento dell'ammasso, dovuto all'espansione cosmologica.

Nel caso non relativistico, per la velocità peculiare della galassia nell'ammasso proiettata lungo la linea di vista, vale la relazione  $v_{\text{pec}} = cz_{\text{pec}}$  dove  $c$  è la velocità della luce. Utilizzando la relazione (1) possiamo quindi scrivere

$$v_{\text{pec}} = c \left( \frac{z_{\text{obs}} - z_{\text{cos}}}{1 + z_{\text{cos}}} \right). \quad (2)$$

Nell'ipotesi di assenza di moti collettivi ordinati, la velocità peculiare media  $\langle v_{\text{pec}} \rangle$  è nulla. Attraverso questa assunzione possiamo associare alla media dei *redshift* osservati per le galassie appartenenti all'ammasso il *redshift* dovuto all'allontanamento dell'ammasso  $z_{\text{cos}}$ , ed ottere attraverso la relazione (2) la relazione tra la dispersione di velocità peculiari e la dispersione di *redshift*:

$$\sigma_v = \frac{c}{1 + z_{\text{cos}}} \sigma_z. \quad (3)$$

## Relazione tra dispersione in velocità e massa totale: teorema del viriale

Utilizzando il teorema del viriale [5] applicato ad una distribuzione di massa sferica e uniforme, nell'ipotesi di ergodicità del sistema, otteniamo la relazione

$$M_{\text{vir}} = \frac{5\sigma_v^2 R}{G}, \quad (4)$$

dove  $G$  è la costante di gravitazione universale,  $R$  è il raggio entro cui studiamo il sistema e  $\sigma_v$  è la dispersione di velocità lungo la linea di vista.

Conoscendo la massa stellare  $M_*$  da misure spettroscopiche, possiamo quindi determinare la frazione di massa stellare

$$f_* = \frac{M_*}{M_{\text{vir}}}. \quad (5)$$

## 4 Modello statistico

### Abell 2142

Per ricavare le distribuzioni di probabilità del *redshift* dell'ammasso osservato  $z_{\text{cos}}$  e della sua larghezza  $\sigma_z$  applichiamo il *Teorema di Bayes* [6]. Trascurando l'evidenza, otteniamo la distribuzione di probabilità a posteriori non normalizzata

$$P^*(\{p\}|\{z_n\}) = \mathcal{L}(\{z_n\}|\{p\}) \mathcal{P}^*(\{p\}), \quad (6)$$

dove  $\mathcal{L}(\{z_n\}|\{p\})$  è il termine di verosimiglianza,  $\mathcal{P}^*(\{p\})$  è la probabilità a priori non normalizzata,  $\{z_n\}$  sono le misure di *redshift* contenute nei dati analizzati e  $\{p\}$  sono i parametri della distribuzione. Definiamo  $k$  come la probabilità che una galassia contenuta nei dati appartenga all'ammasso studiato. La verosimiglianza è quindi data da

$$\mathcal{L}(z_n|p) = \frac{1-k}{w} + k \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-\frac{(z_n-z_{\text{cos}})^2}{2\sigma_z^2}}, \quad (7)$$

mistura di una distribuzione gaussiana e di una distribuzione uniforme pesate su  $k$  e dove  $w$  è la larghezza dell'intervallo di *redshift* entro cui sono compresi i dati studiati (nella nostra analisi  $w = 0.1$ ).

Consideriamo i parametri  $z_{\text{cos}}$ ,  $\sigma_z$  e  $k$  distribuiti uniformemente rispettivamente negli intervalli  $[0.05, 0.15]$ ,  $(0, +\infty)$  e  $[0, 1]$ .

### Ammasso ignoto

Utilizziamo nuovamente l'equazione (6), con la verosimiglianza che assume la forma di mistura di due gaussiane, poiché osserviamo nei nostri dati un ammasso principale  $\mathcal{S}$  ed uno secondario  $\mathcal{G}$ , rispettivamente centrate in  $z_{\mathcal{S}}$  e  $z_{\mathcal{G}}$  e con deviazione standard  $\sigma_{z_{\mathcal{S}}}$  e  $\sigma_{z_{\mathcal{G}}}$  e una distribuzione uniforme, pesate sulle probabilità  $k_{\mathcal{S}}$  e  $k_{\mathcal{G}}$  di appartenere ai rispettivi ammassi.

$$\mathcal{L}(z_n|p) = \frac{1-k_{\mathcal{S}}-k_{\mathcal{G}}}{w} + k_{\mathcal{S}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{z_{\mathcal{S}}}} e^{-\frac{(z_n-z_{\mathcal{S}})^2}{2\sigma_{z_{\mathcal{S}}}^2}} + k_{\mathcal{G}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{z_{\mathcal{G}}}} e^{-\frac{(z_n-z_{\mathcal{G}})^2}{2\sigma_{z_{\mathcal{G}}}^2}}, \quad (8)$$

dove fissiamo  $w = 0.045$ .

Consideriamo una distribuzione uniforme dei parametri  $z_{\mathcal{S}}$  e  $z_{\mathcal{G}}$  nell'intervallo  $[0.37, 0.415]$ , delle deviazioni standard  $\sigma_{z_{\mathcal{S}}}$  e  $\sigma_{z_{\mathcal{G}}}$  in  $(0, +\infty)$  e delle probabilità  $k_{\mathcal{S}}$  e  $k_{\mathcal{G}}$  in  $[0, 1]$ . Imponiamo che  $k_{\mathcal{S}} + k_{\mathcal{G}} \leq 1$  e, definendo l'ammasso principale  $\mathcal{S}$  come quello con  $z_{\mathcal{S}} > z_{\mathcal{G}}$  e  $k_{\mathcal{S}} > k_{\mathcal{G}}$ , imponiamo tali ulteriori restrizioni.

Infine studiamo la struttura interna a  $\mathcal{S}$ , applicando nuovamente l'equazione (6) e utilizzando una verosimiglianza data dalla somma di due distribuzioni gaussiane  $\mathcal{S}_1$  e  $\mathcal{S}_2$ , con centri  $z_{\mathcal{S}1}$  e  $z_{\mathcal{S}2}$  e deviazioni standard  $\sigma_{z_{\mathcal{S}1}}$  e  $\sigma_{z_{\mathcal{S}2}}$ , con ugual peso, data la simmetria della struttura osservata.

$$\mathcal{L}(z_n|p) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_{z_{\mathcal{S}1}}} e^{-\frac{(z_n-z_{\mathcal{S}1})^2}{2\sigma_{z_{\mathcal{S}1}}^2}} + \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_{z_{\mathcal{S}2}}} e^{-\frac{(z_n-z_{\mathcal{S}2})^2}{2\sigma_{z_{\mathcal{S}2}}^2}}. \quad (9)$$

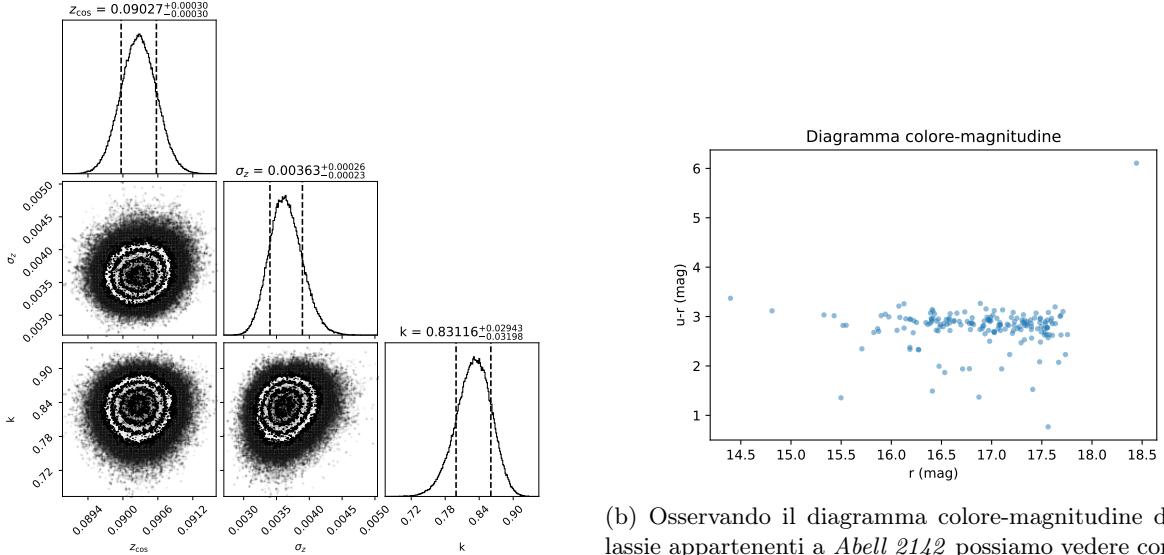
Per i parametri  $z_{\mathcal{S}1}$  e  $z_{\mathcal{S}2}$  consideriamo una distribuzione a priori uniforme nell'intervallo  $[z_{\mathcal{S}} - 2\sigma_{z_{\mathcal{S}}}, z_{\mathcal{S}} + 2\sigma_{z_{\mathcal{S}}}]$  e per le deviazioni standard  $\sigma_{z_{\mathcal{S}1}}$  e  $\sigma_{z_{\mathcal{S}2}}$  nell'intervallo  $(0, +\infty)$ . Imponiamo la condizione  $z_{\mathcal{S}1} < z_{\mathcal{S}2}$  per evitare soluzioni ripetute in cui gli ammassi invertono le loro posizioni.

Gli errori sulle grandezze studiate sono calcolati come differenza tra il valore mediano e i valori al 16-esimo e 84-esimo percentile delle relative distribuzioni.

## 5 Analisi dati

### Abell 2142

A partire dai valori di *redshift* contenuti nei dati e compresi nell'intervallo [0.05, 0.15] abbiamo determinato le distribuzioni di valori di  $z_{\cos}$ ,  $\sigma_z$  e  $k$ , definiti nella sezione *Modello statistico*, utilizzando l'implementazione delle *Catene di Markov* [6], fornita dalla funzione *emcee.EnsembleSampler* [7] che prende come argomento la distribuzione di probabilità a posteriori definita in (6) con verosimiglianza della forma descritta da (7). Per ottenere dati indipendenti tra loro abbiamo inizializzato 20 camminatori e dopo una fase preliminare di 20000 passi abbiamo visualizzato le distribuzioni dei valori dei parametri nei successivi 30000 passi utilizzando la funzione *corner.corner* [8].



(a) I grafici lungo la diagonale principale mostrano la distribuzione a posteriori dei parametri, i restanti grafici evidenziano la correlazione trascurabile tra essi. I valori riportati sopra i grafici indicano il valore mediano e i valori al 16-esimo e 84-esimo percentile, indicati anche dalle linee tratteggiate.

Figura 1

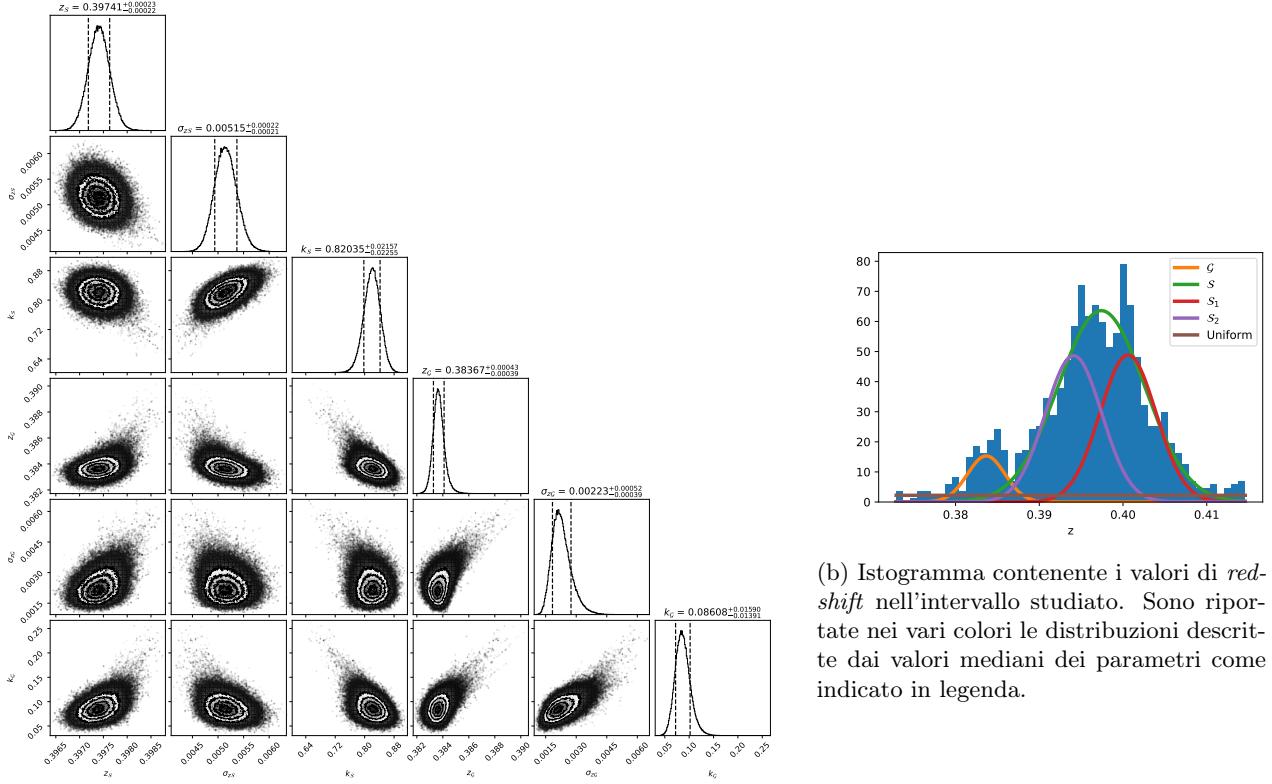
Otteniamo quindi un valore di redshift dell'ammasso pari a  $z_{\cos} = 0.09027$  compreso nell'intervallo di credibilità al 95% [0.08968, 0.09087] e una dispersione dei dati di redshift pari a  $\sigma_z = 0.00363$ , compresa nell'intervallo di credibilità al 95% [0.00319, 0.00416].

Da questi risultati possiamo ricavare il valore di distribuzione di velocità  $\sigma_v = 1000^{+71}_{-64}$  km/s dalla relazione (3) e una massa dell'ammasso pari a  $M_{\text{tot}} = 2.62^{+0.38}_{-0.32} 10^{15} M_{\odot}$  dalla relazione (4). Possiamo infine determinare la frazione di massa stellare dell'ammasso dalla relazione (5) e troviamo  $f_* = 0.447^{+0.056}_{-0.065}\%$ .

### Ammasso ignoto

Con un analisi analoga a quella descritta in precedenza sul secondo set di dati nell'intervallo di *redshift* [0.37, 0.415] e usando una verosimiglianza della forma descritta da (8) troviamo i risultati riportati in figura (2a).

Osservando l'istogramma dei *redshift* (figura (2b)) possiamo ipotizzare che al valore  $z \approx z_S$  corrispondono due picchi distinti e della stessa dimensione. Può risultare quindi più opportuno uno studio approfondito della struttura interna di  $\mathcal{S}$ . Con modalità analoghe a quanto fatto in precedenza studiamo le sottostruzzure usando un termine di verosimiglianza descritto dalla relazione (9) sui dati di *redshift* contenuti nell'intervallo  $[z_S - 2\sigma_{zS}, z_S + 2\sigma_{zS}]$ . Utilizziamo un intervallo abbastanza stretto per escludere la maggior parte dei dati relativi all'ammasso secondario  $\mathcal{G}$ .



(a) I grafici lungo la diagonale principale contengono le distribuzioni a posteriori dei parametri, i restanti grafici mostrano la correlazione tra essi. I valori riportati sopra i grafici indicano il valore mediano e i valori al 16-esimo e 84-esimo percentile, indicati anche dalle linee tratteggiate.

Figura 2

Otteniamo quindi i seguenti risultati:

Ammasso	$z$	C.I. 95%	$\sigma_z$	C.I. 95%	$\sigma_v$ (km/s)	$M_{\text{tot}}(10^{15} M_{\odot})$
$\mathcal{G}$	0.38367	[0.38289,0.38469]	0.00223	[0.00151,0.00341]	$484_{-86}^{+110}$	$0.55_{-0.18}^{+0.28}$
$\mathcal{S}$	0.39741	[0.39696,0.39785]	0.00515	[0.00473,0.00559]	$1105_{-48}^{+45}$	$2.85_{-0.23}^{+0.25}$
$\mathcal{S}_1$	0.39409	[0.39363,0.39462]	0.00337	[0.00303,0.00380]	$724_{-38}^{+43}$	$1.22_{-0.13}^{+0.15}$
$\mathcal{S}_2$	0.40059	[0.40005,0.40104]	0.00335	[0.00302,0.00378]	$718_{-37}^{+43}$	$1.20_{-0.12}^{+0.15}$

Tabella 1: Grandezze relative ai quattro ammassi studiati.  $z$  e  $\sigma_z$  sono stati ricavati dall’analisi effettuata con *emcee* con i relativi intervalli di credibilità al 95%.  $\sigma_v$  e  $M_{\text{tot}}$  sono ricavati dalle relazioni (3) e (4), con la massa misurata entro un raggio di 2Mpc.

Dopo aver convertito le misure di *redshift* in distanze secondo il calcolatore cosmologico [9] troviamo che l’ammasso  $\mathcal{G}$  può essere considerato distinto dall’ammasso  $\mathcal{S}$ , in quanto si trovano ad una distanza di circa 24Mpc lungo la linea di vista (maggiore delle dimensioni tipiche di un ammasso). Al contrario possiamo considerare gli ammassi  $\mathcal{S}_1$  e  $\mathcal{S}_2$  come uniti, in quanto la loro distanza è circa 10Mpc. Il valore di *redshift* dell’ammasso di galassie composto dalle sottostrutture  $\mathcal{S}_1$  e  $\mathcal{S}_2$  risulta compatibile con il valore di *redshift* dell’ammasso noto in letteratura MACSJ0416.1-2403 ( $z = 0.396$ )[10].

## 6 Discussione dei risultati

Nella nostra analisi dell’ammasso *Abell 2142* abbiamo determinato il *redshift*  $z_{\text{cos}} = 0.09027 \pm 0.00030$ , che corrisponde ad una distanza  $d_{\text{cl}} = 347.4_{-1.8}^{+1.2}$  Mpc [9] e, con il teorema del viriale, una massa totale  $M_{\text{tot}} = 2.62_{-0.32}^{+0.38} 10^{15} M_{\odot}$ . La misura di  $z_{\text{cos}}$  è in accordo con le misure note in letteratura ( $z_{\text{cl}} = 0.08999 \pm 0.00013$  [11]), mentre la massa risulta molto sovrastimata rispetto al valore accettato ( $M_{\text{tot}} = 1.11_{-0.31}^{+0.55} 10^{15} M_{\odot}$  [12]) e questo può essere dovuto al fatto che il modello utilizzato di densità uniforme non descriva accuratamente il sistema studiato. Abbiamo poi stimato la frazione di massa stellare pari a  $f_* = 0.447_{-0.065}^{+0.056}\%$ . Questo valore è in realtà una sottostima della vera frazione dovuta a una limitazione sperimentale delle misure di massa stellare,

in quanto le fibre ottiche usate per raccogliere la luce proveniente dalle galassie osservate devono essere poste ad una distanza finita tra loro ed è quindi necessario un gran numero di misure, maggiore di quante ne sono state eseguite, per raccogliere i dati su tutte le galassie appartenenti all'ammasso. Infine dal grafico (1b) abbiamo visto come le galassie dell'ammasso appartengono in gran parte alla *red sequence*, come ci aspettavamo, dato che galassie appartenenti allo stesso ammasso hanno una storia di formazione ed evoluzione comune.

Dallo studio del secondo insieme di dati abbiamo individuato i due ammassi  $\mathcal{S}$  e  $\mathcal{G}$ , rispettivamente a  $z_{\mathcal{S}} = 0.39741$  e  $z_{\mathcal{G}} = 0.38367$  (corrispondenti a  $d_{\mathcal{S}} = 1108.2 \text{Mpc}$  e  $d_{\mathcal{G}} = 1084.3 \text{Mpc}$  [9]) con i rispettivi intervalli di credibilità riportati nella tabella (1). Abbiamo riconosciuto l'ammasso  $\mathcal{S}$  come l'ammasso noto in letteratura come MACSJ0416.1-2403. In questo ammasso abbiamo ipotizzato la presenza di due sottostrutture principali e abbiamo calcolato la massa per entrambe entro un raggio di 2Mpc. Possiamo osservare come, studiando separatamente le due sottostrutture, si ottenga una  $M_{\mathcal{S}1+\mathcal{S}2} = 2.42^{+0.26}_{-0.21} 10^{15} \text{M}_{\odot}$  diversa dal risultato ottenuto studiando l'ammasso come un'unica struttura ( $M_{\mathcal{S}} = 2.85^{+0.25}_{-0.23} 10^{15} \text{M}_{\odot}$ ). Confrontando questi risultati con quelli noti in letteratura troviamo, usando la proporzionalità tra  $M_{\text{tot}}$  e  $R$  (vedi relazione (4)), che il primo è in accordo con  $M_{R < 950 \text{kpc}} = 1.15 \pm 0.07 10^{15} \text{M}_{\odot}$  [13], mentre il secondo risulta una sovrastima, a sostegno dell'ipotesi di una struttura articolata dell'ammasso [14].

## Riferimenti bibliografici

- [1] Donald G York, J Adelman, John E Anderson Jr, Scott F Anderson, James Annis, Neta A Bahcall, JA Bakken, Robert Barkouser, Steven Bastian, Eileen Berman, et al. The sloan digital sky survey: Technical summary. *The Astronomical Journal*, 120(3):1579, 2000.
- [2] Sdss3 dr8. 2011. <http://www.sdss3.org/dr8/>, Ultimo accesso il 31-05-2021.
- [3] Clash vlt lp. 2016. <https://sites.google.com/site/vltclashpublic/home>, Ultimo accesso il 31-05-2021.
- [4] Muse. 2017. <https://www.eso.org/sci/facilities/develop/instruments/muse.html>, Ultimo accesso il 31-05-2021.
- [5] S Chandrasekhar and Donna D Elbert. Some elementary applications of the virial theorem to stellar dynamics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 155(4):435–447, 1972.
- [6] David JC MacKay and David JC Mac Kay. *Information theory, inference and learning algorithms*. Cambridge university press, 2003.
- [7] Daniel Foreman-Mackey, David W. Hogg, Dustin Lang, and Jonathan Goodman. emcee: The MCMC Hammer. , 125(925):306, March 2013.
- [8] Daniel Foreman-Mackey. corner.py: Scatterplot matrices in python. *The Journal of Open Source Software*, 1(2):24, jun 2016.
- [9] E. L. Wright. A Cosmology Calculator for the World Wide Web. , 118(850):1711–1715, December 2006.
- [10] P. Rosati, I. Balestra, C. Grillo, A. Mercurio, M. Nonino, A. Biviano, M. Girardi, E. Vanzella, and Clash-VLT Team. CLASH-VLT: A VIMOS Large Programme to Map the Dark Matter Mass Distribution in Galaxy Clusters and Probe Distant Lensed Galaxies. *The Messenger*, 158:48–53, December 2014.
- [11] Munari, E., Biviano, A., and Mamon, G. A. Mass, velocity anisotropy, and pseudo phase-space density profiles of abell 2142. *A&A*, 566:A68, 2014.
- [12] Hiroki Akamatsu, Akio Hoshino, Yoshitaka Ishisaki, Takaya Ohashi, Kosuke Sato, Yoh Takei, and Naomi Ota. X-Ray Study of the Outer Region of Abell 2142 with Suzaku. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 63(sp3):S1019–S1033, 11 2011.
- [13] M. Jauzac, E. Jullo, D. Eckert, H. Ebeling, J. Richard, M. Limousin, H. Atek, J.-P. Kneib, B. Clement, E. Egami, and et al. Hubble frontier fields: the geometry and dynamics of the massive galaxy cluster merger macsj0416.1-2403. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 446(4):4132–4147, Dec 2014.
- [14] C. Grillo, S. H. Suyu, P. Rosati, A. Mercurio, I. Balestra, E. Munari, M. Nonino, G. B. Caminha, M. Lombardi, G. De Lucia, and et al. Clash-vlt: Insights on the mass substructures in the frontier fields cluster macs j0416.1-2403 through accurate strong lens modeling. *The Astrophysical Journal*, 800(1):38, Feb 2015.