



Università degli Studi di Milano Bicocca  
Esperimentazioni di Fisica Nucleare e Subnucleare

---

Corso di Laurea Triennale in Fisica

Relazione finale

## **SiPM: caratterizzazione ed applicazioni nella rivelazione gamma e di particelle con scintillatori**

Primo semestre

Candidati:

Alessandro Acquaroli, a.acquaroli2@campus.unimib.it  
Matricola 905297

Giorgio Cividini, g.cividini1@campus.unimib.it  
Matricola 896836

Daniele Ghezzi, d.ghezzi13@campus.unimib.it  
Matricola 898139

Docente:

Prof. Silvia Capelli

Anno Accademico 2024 - 2025

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Caratterizzazione del SiPM</b>	<b>2</b>
2.1	Parametri operativi e di acquisizione . . . . .	2
2.2	Dark Count Rate DCR . . . . .	4
2.3	Crosstalk Ottico CT . . . . .	6
2.4	Fattore di conversione ADC . . . . .	7
2.5	Gain . . . . .	8
2.6	Afterpulses . . . . .	11
2.7	Temperatura . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Caratterizzazione dei Cristalli Scintillatori</b>	<b>15</b>
3.1	Cristalli scintillatori . . . . .	15
3.2	Sorgenti . . . . .	16
3.3	Parametri operativi . . . . .	17
3.4	Fondo . . . . .	17
3.5	Tempi di scintillazione . . . . .	21
3.6	Calibrazione . . . . .	28
3.7	Risoluzione . . . . .	33
3.8	Light Yield . . . . .	37
3.9	Probabilità fotoelettrica . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Assorbimento Gamma</b>	<b>42</b>
4.1	Analisi degli spettri . . . . .	44
4.2	Considerazioni preliminari . . . . .	46
4.3	Rimozione del fondo e valutazione degli errori . . . . .	48
4.4	Aria . . . . .	49
4.5	Alluminio . . . . .	51
4.6	Plastica . . . . .	52
<b>5</b>	<b>Muoni</b>	<b>53</b>
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>56</b>
<b>A</b>	<b>Rimozione del fondo: SNIP</b>	<b>57</b>

## Sommario

Il SiPM è un moderno fotomoltiplicatore avente numerosi vantaggi rispetto ai tradizionali tubi fotomoltiplicatori. Costituito da array di microcelle SPAD (*Single Photon Avalanche Diode*) impiantati direttamente su un wafer di silicio, consente la misura di segnali elettrici proporzionali ai singoli fotoni operando con basse tensioni, alti guadagni ed elevata risoluzione. I SiPM sono utilizzati in numerosi campi, come la fisica nucleare e delle alte energie, l'imaging medico, la biofotonica e l'astrofisica.

La relazione espone lo studio e la caratterizzazione di un SiPM e di tre diversi cristalli scintillatori (*LYSO*, *BGO*, *CsI*) accoppiati ad esso. Procede poi mostrando misure di spettri gamma con sorgenti di  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{57}\text{Co}$  e  $^{228}\text{Th}$  studiando anche i coefficienti di assorbimento di diversi materiali per tali radiazioni. Si conclude infine con lo studio dello spettro dei muoni cosmici e con misurazioni del loro flusso.

## 1 Introduzione

Un Fotomoltiplicatore al Silicio (*Silicon Photomultiplier*, SiPM) è un rivelatore a stato solido composto da una matrice di *Single Photon Avalanche Diode* (SPAD), detti anche microcelle. Ogni SPAD è un diodo a giunzione p-n con polarizzazione inversa che, al passaggio di un fotone, produce una coppia elettrone-buca  $e^-h^+$ . Se la tensione di bias è superiore ad un certo valore, detto *tensione di breakdown*, questa coppia è abbastanza energetica da essere in grado di generare ulteriori coppie  $e^-h^+$  secondarie, fino a provocare una valanga elettronica, chiamata *scarica Geiger*. Questi elettroni sono raccolti e misurati in un segnale elettrico. Grazie a tale meccanismo, al passaggio di più fotoni il SiPM genera un segnale proporzionale al numero degli stessi. Rispetto ai tradizionali fotomoltiplicatori, un SiPM è in grado di rilevare e contare i fotoni con una risoluzione maggiore e una sensibilità fino al singolo fotone. Inoltre, l'amplificazione interna a valanga è sufficientemente veloce da garantire una risoluzione temporale molto buona. Queste proprietà, unite ad una bassa tensione operativa, insensibilità ai campi magnetici esterni, compattezza e robustezza, rendono il SiPM un dispositivo eccellente per il rilevamento della luce. Tuttavia i SiPM sono affetti da un elevato rumore elettronico che deve essere adeguatamente limitato in quanto non trascurabile.

La prima parte dell'esperienza prevede la caratterizzazione di un SiPM con particolare attenzione ai fenomeni legati al rumore elettronico. Prosegue in seguito con la studio delle proprietà di tre cristalli scintillatori inorganici. Conclusa la caratterizzazione dell'intero setup sperimentale, l'esperienza si concentra sull'analisi di spettri gamma e misure di assorbimento di materiali. Infine termina con lo studio del rate di muoni cosmici.



**Figura 1:** CAEN SP5600AN Educational Kit - Premium Version

## 2 Caratterizzazione del SiPM

La prima parte dell'esperienza è volta alla caratterizzazione del SiPM *Hamamatsu MPPC S13360-1350CS* al variare dei suoi parametri operativi e di acquisizione.

### 2.1 Parametri operativi e di acquisizione

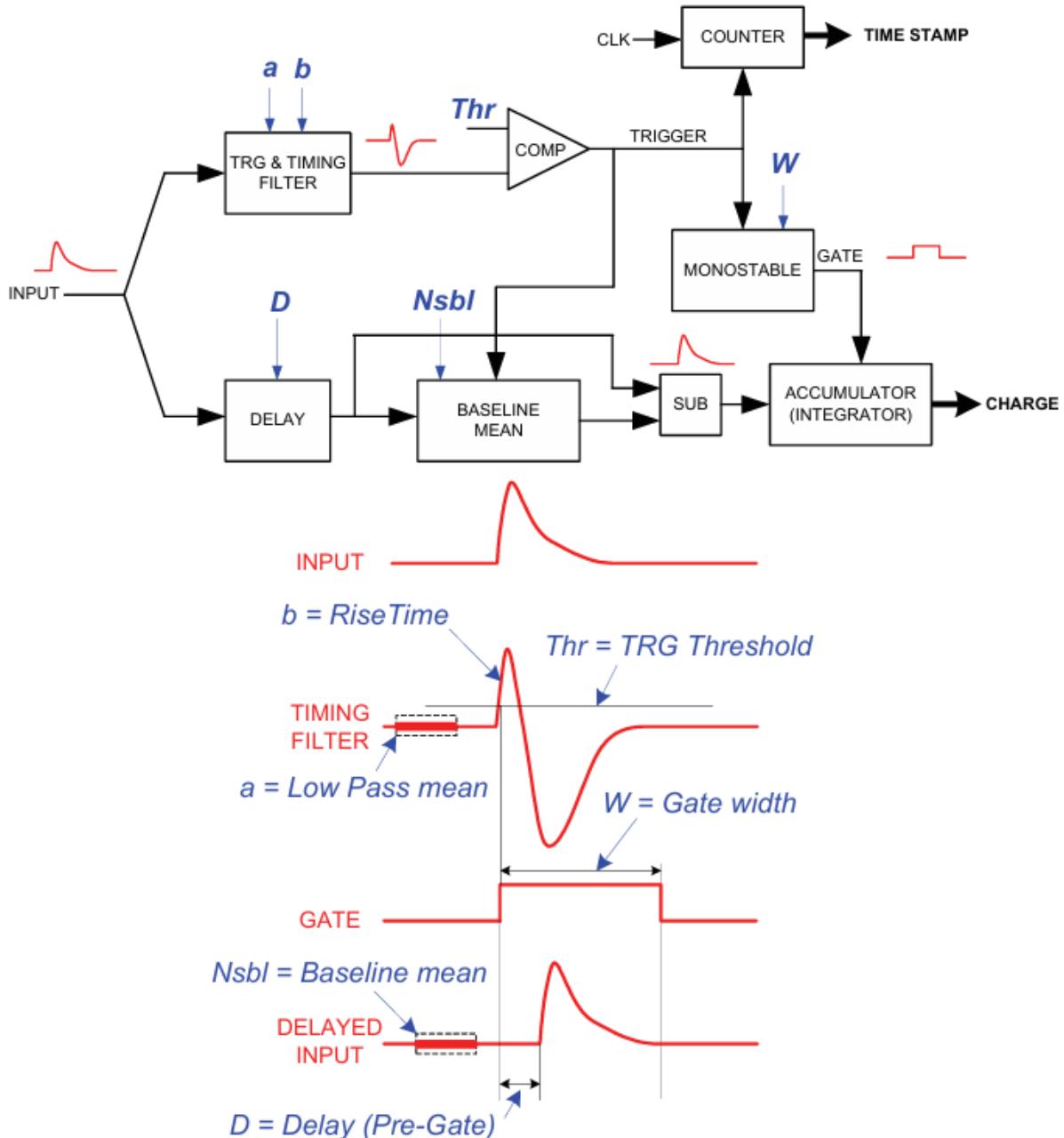
I parametri operativi di un SiPM sono:

- **Tensione di Breakdown**  $V_{break}$ : è una tensione di soglia oltre la quale il SiPM opera in modalità Geiger. Per questi valori il silicio diventa conduttivo e il fotone incidente dà origine ad una corrente misurabile che non è lineare in funzione della tensione operativa del SiPM. Al di sotto di tale valore il SiPM non registra alcun segnale elettronico. La tensione di breakdown caratterizza ogni SiPM ed è diversa per ciascun modello. Inoltre cresce linearmente con la temperatura.
- **Tensione di Bias**  $V_b$ : è la differenza di potenziale applicata inversamente ai capi dei diodi che compongono il SiPM ed è quindi la tensione di lavoro del rivelatore. Affinché il SiPM sia operativo in modalità Geiger è necessario che  $V_b > V_{break}$ . Il valore della tensione di bias deve essere scelto in modo da avere un buon compromesso tra guadagno e rumore elettronico. Generalmente una  $V_b$  ottimale è circa il 5 – 20% maggiore di  $V_{break}$ .
- **Ovvoltage**  $\Delta V$ : è la differenza tra  $V_b$  e  $V_{break}$  ed è il parametro da cui dipendono diverse proprietà del SiPM, come il guadagno, la *Photon Detection Efficiency*, il range dinamico e anche il rumore elettronico. L'ovvvoltage è sensibile alla temperatura in quanto dipendente dalla tensione di breakdown.

La catena di acquisizione è composta da una *Power Supply and Amplification Unit CAEN-SP5600* (PSAU) e da un digitalizzatore *CAEN-DT5720A* connessi al SiPM. La PSAU consente il controllo della tensione di bias e amplifica il segnale ricevuto dal SiPM. Il segnale amplificato viene mandato al digitalizzatore, il quale converte il segnale elettronico da analogico a digitale. I parametri di acquisizione principali sono i seguenti:

- **PSAU-gain**: è l'amplificazione, ad opera della PSAU, del segnale emesso dal SiPM. Può raggiungere i 50dB.
- **Trigger**: è un segnale elettronico che, quando ricevuto dal digitalizzatore, apre la finestra temporale (o *gate*) di integrazione del segnale. Il trigger può essere interno se generato dal digitalizzatore stesso oppure esterno se generato da un'altra componente della catena elettronica di acquisizione (solitamente dalla PSAU).
- **Threshold**: è una soglia misurata in mV al di sotto (in valore assoluto) della quale non viene generato un segnale di trigger per il digitalizzatore, che quindi non registra il segnale del SiPM. La threshold è utile per scartare il rumore elettronico.
- **Gate-Width**: è l'ampiezza della finestra di integrazione<sup>1</sup> del segnale. Il digitalizzatore infatti effettua il calcolo dell'area sottesa dal segnale elettronico generato dal rivelatore. Tale area è direttamente proporzionale al numero di fotoni rivelati. È bene impostare l'ampiezza di gate in modo corretto per includere tutte le curve di segnale, anche le più ampie, senza sovrardimensionarlo per evitare di integrare le oscillazioni del fondo.
- **Pre-Gate**: è un parametro di ritardo applicato al segnale. Poiché il trigger viene attivato quando il segnale supera il valore di threshold ma nell'integrazione è necessario comprendere tutta la forma del segnale stesso, attraverso il pre-gate è possibile ritardare il segnale rispetto all'apertura del gate, in modo tale che l'integrazione effettuata dal digitalizzatore sia il più possibile corretta.

<sup>1</sup>L'unica modalità di funzionamento della catena di acquisizione elettronica a disposizione è ad integrazione; non è possibile, pertanto, per motivi strutturali lo studio tramite valutazione del massimo.

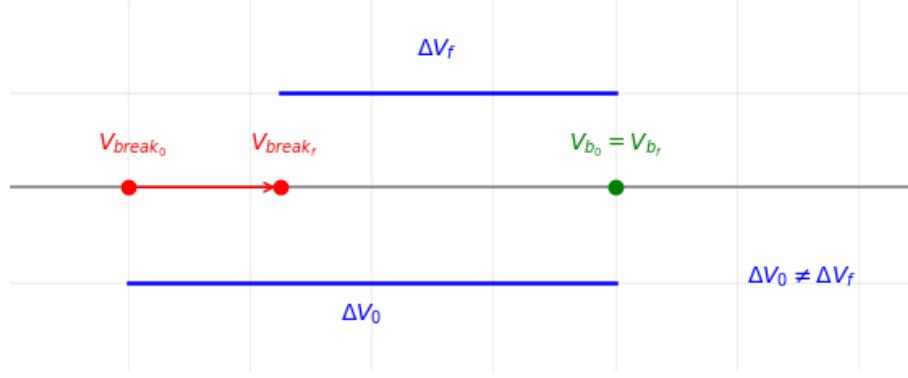


**Figura 2:** Schema della catena elettronica di un digitalizzatore

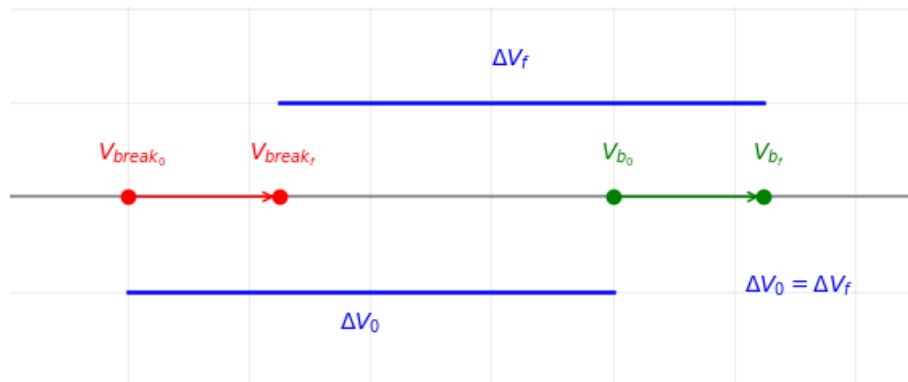
- **Temperature Compensation:** mantiene costante l'overvoltage in presenza di fluttuazioni della temperatura. In particolare, la compensazione della temperatura agisce aumentando o diminuendo la tensione di bias  $V_b$  di un valore pari alla variazione della tensione di breakdown (si veda in figure 3 e 4). Poiché  $V_{break}$  dipende linearmente dalla temperatura  $T$ , la compensazione può essere scritta nel seguente modo

$$V_{b_f} = V_{b_0} + \frac{dV}{dT} \cdot \Delta T$$

dove  $\Delta T$  è la variazione di temperatura e  $dV/dT$  è il fattore correttivo, diverso per ogni SiPM.



**Figura 3:** Compensazione della temperatura disattiva: gli overvoltage sono diversi al variare della temperatura ma la tensione di bias rimane costante.



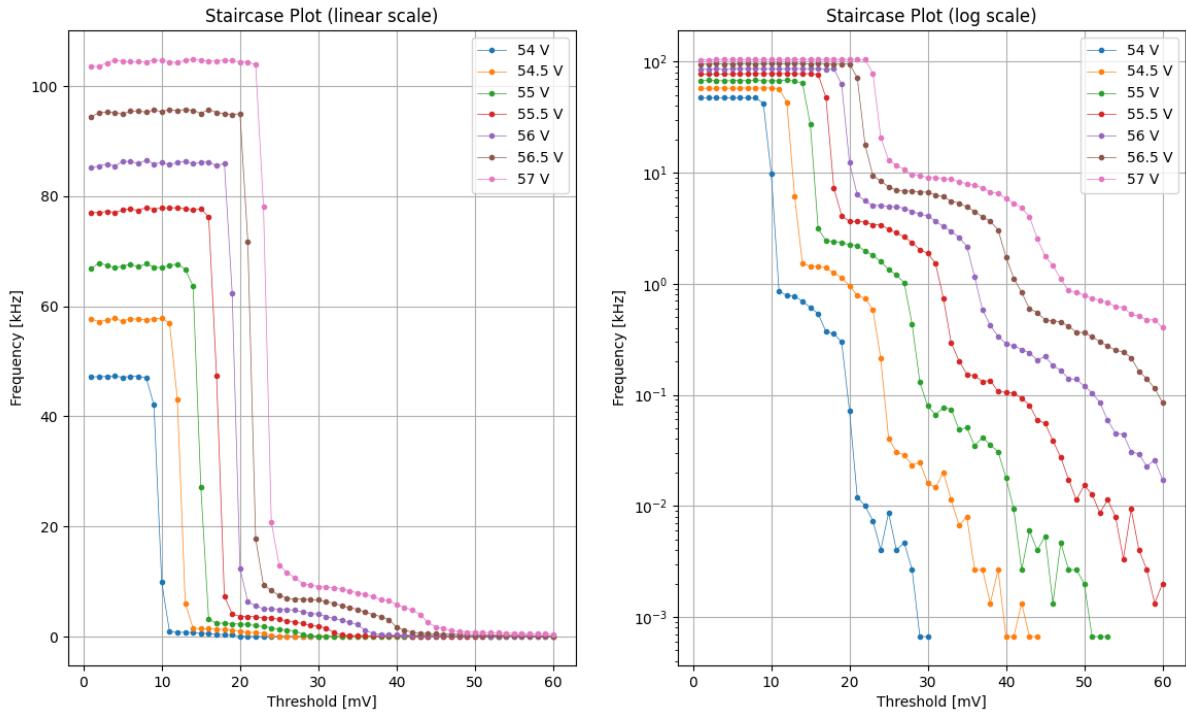
**Figura 4:** Compensazione della temperatura attiva: gli overvoltage sono costanti al variare della temperatura ma cambiano le tensioni di bias.

## 2.2 Dark Count Rate DCR

Il *Dark Count Rate* è il rate di eventi registrati in assenza di sorgente luminosa ed è causato dalla formazione per eccitazione termica di una coppia elettrone-buca  $e^-h^+$  che genera un segnale elettrico simile all'impulso di un singolo fotone. Questo segnale può essere conteggiato come fotone oppure può contribuire all'intensità di un impulso di un vero fotone distorcendo l'ampiezza del segnale. Il DCR è pertanto la maggior sorgente di rumore elettronico di un SiPM ed è proporzionale a  $V_b$ , alla temperatura  $T$  e all'area delle microcelle.

Si vuole studiare la dipendenza del DCR dalla tensione di bias  $V_b$  grazie all'analisi dello *staircase plot* e ricavare una stima della tensione di breakdown  $V_{break}$ . Uno staircase plot (in italiano, grafico a gradino) si ottiene valutando la frequenza di impulsi registrati dal SiPM al variare della threshold, a tensione di bias fissata. In particolare, per avere la peculiare forma a gradino, il rivelatore non deve essere sottoposto ad alcuna fonte di illuminazione. Si ottengono dunque dei *plateau* per differenti range di threshold, ciascuno dei quali indica una frequenza di rumore elettronico causato da diverse sorgenti. Il primo plateau indica la frequenza del DCR: gli impulsi di dark count sono infatti tra loro di simile intensità ed è raro che avvengano contemporaneamente in più microcelle. Diventa pertanto facile ridurne il rumore in quanto è sufficiente impostare una threshold (visibile dallo staircase plot) che scarti gli eventi di dark counts. Poiché l'intensità di segnale di un dark count è simile a quella di un fotone, tale valore di soglia scarta anche gli eventi di singolo fotone. In vista delle misure di spettroscopia e assorbimento questa perdita di conteggio è trascurabile.

Sono stati misurati diversi staircase plot al variare della tensione di bias, riportati in figura 5.



**Figura 5:** Staircase plot per diversi valori di  $V_b$ .

Il software di acquisizione dati *Hera* è stato impostato in modo tale che il numero di misurazioni necessarie per ottenere un valore della frequenza ad una data threshold fosse 50 (detti anche PFM, *Points for Mean*). La threshold è stata valutata in un range dai 0mV a 60mV con step di 1mV. La temperatura del SiPM durante la presa dati non era costante e ha avuto variazioni dai 26.3°C ai 26.8°C. Poichè si è interessati a studiare il DCR in funzione di  $V_b$ , che deve essere costante durante una acquisizione dati, si è deciso di disattivare la compensazione e di considerare lo shift di  $V_{break}$  causato dalla variazione di temperatura con un errore sistematico per  $V_b$ . Infatti la compensazione agisce al variare della temperatura per mantenere l'overvoltage costante al seguito della variazione di  $V_{break}$ . Questo tuttavia provoca uno shift della tensione di bias  $V_b$  pari alla variazione di  $V_{break}$  (si vedano le figure 3 e 4).

Per stimare la frequenza di DCR ad una fissata  $V_b$  è stata calcolata la media delle frequenze del primo plateau e come errore si è considerata la deviazione standard della media. Per modellizzare la dipendenza del DCR dalla tensione di bias  $V_b$  è stato effettuato un fit con una funzione lineare. Oltre all'incertezza sulle frequenze, si è considerato anche un errore sistematico sulla tensione di bias dovuto alle variazioni di temperatura durante la presa dati come discusso in precedenza. Esso è stato valutato considerando la variazione lineare rispetto alla  $T$  di  $V_{break}$  che, da manuale [8]<sup>2</sup>, è pari a

$$\frac{dV}{dT} = 54 \frac{\text{mV}}{\text{°C}}$$

Poichè durante la raccolta dati  $\Delta T = 0.5^\circ\text{C}$ , si è considerato un  $dT = 0.25^\circ\text{C}$ , da cui l'errore per  $V_b$  è

$$\sigma_{V_b} = 54 \frac{\text{mV}}{\text{°C}} \cdot 0.25^\circ\text{C} = 0.0135\text{V}$$

Il risultato del fit è riportato in figura 6.

<sup>2</sup>Nel manuale è riportato come valore ottimale per la compensazione della temperatura ma, per la discussione precedente, la compensazione della temperatura è pari alla variazione che si avrebbe per  $V_{break}$  e  $V_b$  (per unità di temperatura).

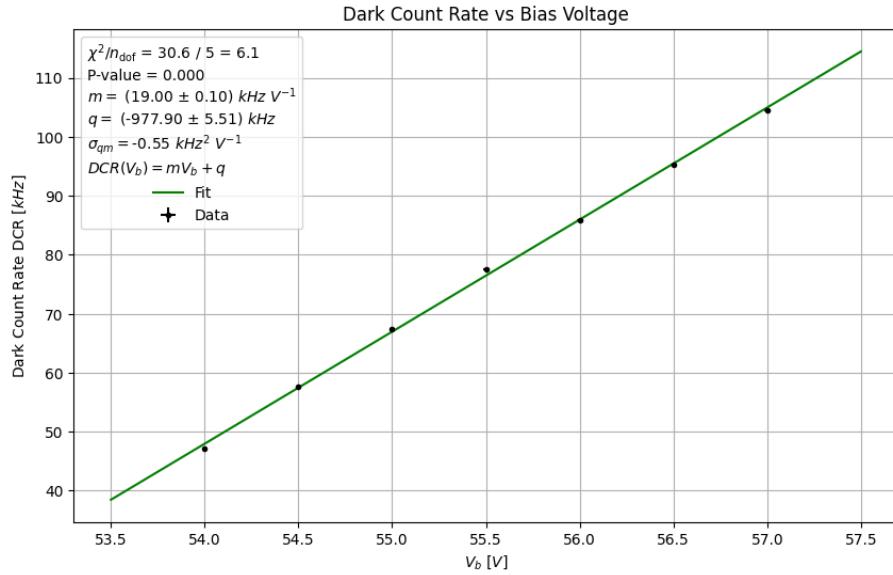


Figura 6: DCR in funzione di  $V_b$ .

Dai parametri del fit si ricava la tensione di breakdown

$$V_{break} = -\frac{q}{m} = (51.48 \pm 0.49)V$$

Il valore è compatibile a  $1.01\sigma$  con il valore atteso  $V_{break}^{\text{exp}} = 51.96V$  (valido a  $T = 25^\circ\text{C}$ ).

Il p-value inferiore al 5% evidenzia la non linearità dei dark count per ampi range di overvoltage in funzione di  $V_b$ , come riportato in letteratura (ad esempio, si veda [31]). Si può comunque osservare che per intervalli di  $V_b$  più piccoli il DCR è lineare.

Un metodo alternativo e ragionevole consisterebbe nell'effettuare uno studio del DCR direttamente con l'overvoltage e con la compensazione della temperatura attiva per non avere errori sistematici sulle ascisse. Tuttavia, per conoscere l'overvoltage del SiPM, bisognerebbe sapere a priori la tensione di breakdown alla temperatura operativa del rivelatore, valore il più delle volte sconosciuto (come nel nostro caso). Inoltre con l'overvoltage sulle ascisse si potrebbe utilizzare un modello più approfondito del semplice modello lineare, come riportato in [31].

### 2.3 Crosstalk Ottico CT

Il *Crosstalk Ottico* è un'ulteriore fonte di rumore elettronico di un SiPM ed è definito come la probabilità che una valanga elettronica in una microcella causi per irraggiamento infrarosso una valanga secondaria nelle microcelle adiacenti. Poiché questo fenomeno avviene contemporaneamente al segnale originario (fotone o dark count) è rivelato come segnale di due o più fotoni.

È possibile quantificare la probabilità di crosstalk ad una data tensione di bias grazie allo staircase plot, dove il secondo plateau corrisponde alla frequenza di doppio fotone e quindi alla frequenza di crosstalk. La probabilità di crosstalk  $CP$  è dunque pari al rapporto tra il rate di segnale di due fotoni e il rate di un fotone. Sono state valutate le probabilità di crosstalk per lo staircase in figura 5, in cui il rate di singolo e di doppio fotone sono stati stimati con una media e deviazione standard della media dei plateau corrispondenti. Nella tabella 1 sono riportati i valori ottenuti per ogni tensione di bias  $V_b$  e overvoltage  $\Delta V$ , dove la tensione di breakdown è quella stimata precedentemente.

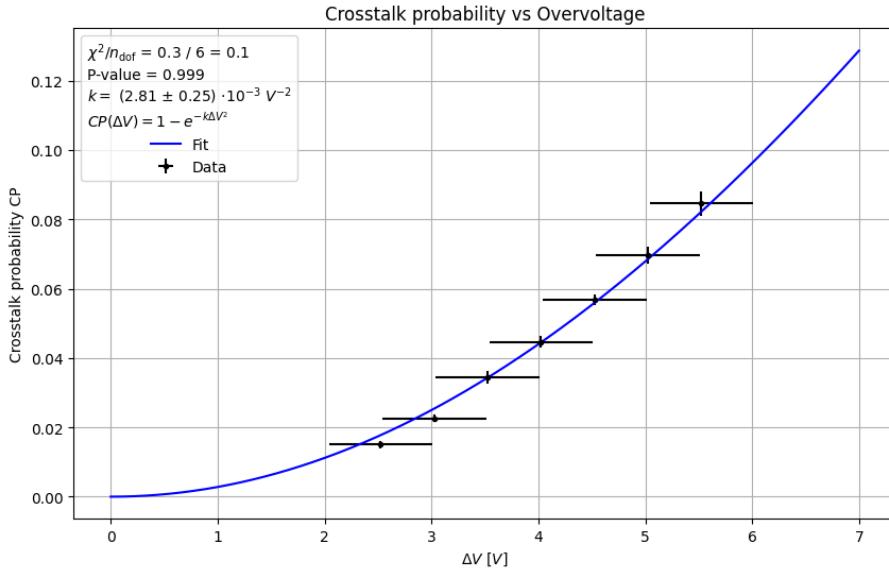
$V_b$ [V]	$\Delta V$ [V]	$CP$
54.00	$2.52 \pm 0.49$	$0.015 \pm 0.001$
54.50	$3.02 \pm 0.49$	$0.023 \pm 0.001$
55.00	$3.52 \pm 0.49$	$0.034 \pm 0.002$
55.50	$4.02 \pm 0.49$	$0.045 \pm 0.002$
56.00	$4.52 \pm 0.49$	$0.057 \pm 0.002$
56.50	$5.02 \pm 0.49$	$0.070 \pm 0.003$
57.00	$5.52 \pm 0.49$	$0.085 \pm 0.003$

**Tabella 1:** Probabilità di crosstalk ottico in funzione della tensione di bias e dell'overvoltage

Si può valutare la dipendenza della probabilità di crosstalk dall'overvoltage supponendo che il numero di fotoni, generati per irraggiamento e che raggiungono una microcella adiacente, segua una distribuzione poissoniana, come dimostrato in [7]. Il modello è

$$CP(\Delta V) = 1 - e^{-k\Delta V^2} \quad (1)$$

dove  $k$  è una costante, propria per ogni SiPM. Il fit dei dati con la relazione 1 è riportato in figura 7.

**Figura 7:** Probabilità di Crosstalk in funzione di  $\Delta V$ .

Il modello risulta compatibile con i dati sperimentali anche se una più accurata verifica dell'equazione 1 richiederebbe una minore incertezza sperimentale dell'overvoltage che, nel nostro caso, è legata all'errore della tensione di breakdown. Malgrado ciò, si può concludere che la probabilità di crosstalk aumenti con l'overvoltage.

## 2.4 Fattore di conversione ADC

Terminata l'analisi del rumore elettronico intrinseco del fotomoltiplicatore al silicio, è possibile procedere con lo studio della risposta del SiPM agli impulsi luminosi. Prima di fare questo è utile definire un fattore di conversione tra i canali ADC e la carica in coulomb, poiché esso dipende unicamente dalle caratteristiche della PSAU e del digitalizzatore.

Tale fattore, detto di conversione ADC, è definito come

$$ADC_{factor} = \frac{V_{pp}}{R_{in}} \frac{\Delta t}{2^{N_{bit}}} \frac{1}{G_{PSAU}} = 1.22 \cdot 10^{-15} \frac{\text{C}}{\text{ADC}} \quad (2)$$

con  $V_{pp} = 2$  V range dinamico del digitalizzatore,  $R_{in} = 50 \Omega$  impedenza di ingresso del digitalizzatore,  $N_{bit} = 12$  bit risoluzione del digitalizzatore,  $\Delta t = 4$  ns tempo di acquisizione del digitalizzatore

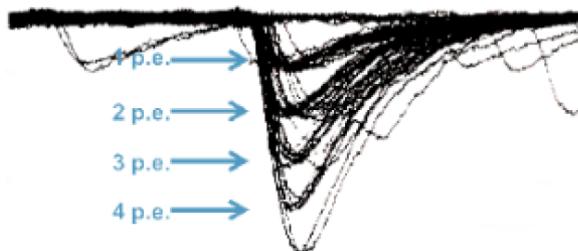
(corrispondente ad una frequenza di campionamento di 250 MHz) e  $G_{PSAU} = 32$  dB guadagno della PSAU.

Di questi fattori, l'unico regolabile attraverso il software di controllo del SiPM e della catena di acquisizione è  $G_{PSAU}$ : tale parametro è stato mantenuto fisso a 32 dB per tutte le misurazioni effettuate ed illustrate in questa relazione.

## 2.5 Gain

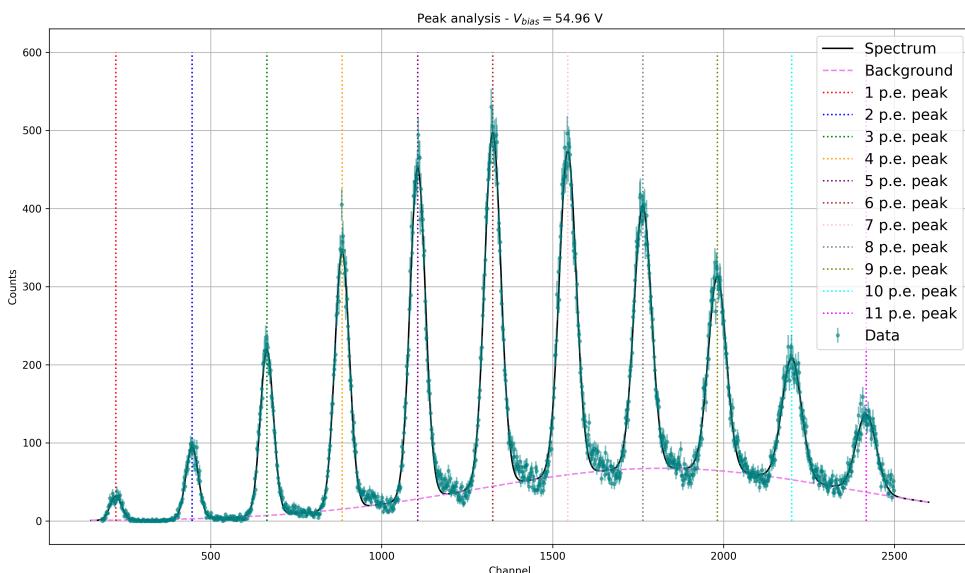
Una delle proprietà che rendono il SiPM la frontiera nell'ambito dei fotomoltiplicatori è la sua capacità di risoluzione al singolo fotone degli impulsi luminosi. Per poter osservare e caratterizzare tale proprietà, è stato utilizzato un driver LED CAEN SP5601 [5], in grado di generare impulsi luminosi con durata dell'ordine dei nanosecondi e con intensità e frequenza regolabili. L'intensità del led spazia dai pochi fotoni ad un numero talmente elevato da saturare i sensori del SiPM. Il trigger di generazione degli impulsi può essere fornito esternamente; il driver LED è dotato anche di un trigger interno e di una uscita per poter portare tale segnale al digitalizzatore. Gli impulsi luminosi illuminano il SiPM tramite una fibra ottica.

Collegando il SiPM ad un oscilloscopio, è possibile osservare le diverse forme d'onda generate a seconda del numero di fotoni incidenti, come in figura 8.



**Figura 8:** Segnali associati al diverso numero di fotoni rilevati in un SiPM

Tale netta discriminazione tra le tracce genera uno spettro energetico dalla forma caratteristica, detto *a pettine*. Ogni picco corrisponde ad un numero preciso di fotoni incidenti. Sono stati registrati tali spettri per diverse tensioni di alimentazione del SiPM e sono stati analizzati con funzioni *multi-gaussiane* per determinare le posizioni dei singoli picchi. Anche per la rimozione del fondo è stata utilizzata una forma funzionale di tipo gaussiana. Un esempio è riportato in figura 9. L'asse orizzontale, espresso in canali ADC, può essere convertito in carica tramite l' $ADC_{factor}$ . Essa corrisponde alla somma integrata su tutte le celle che sono state attivate durante il tempo di apertura del gate.

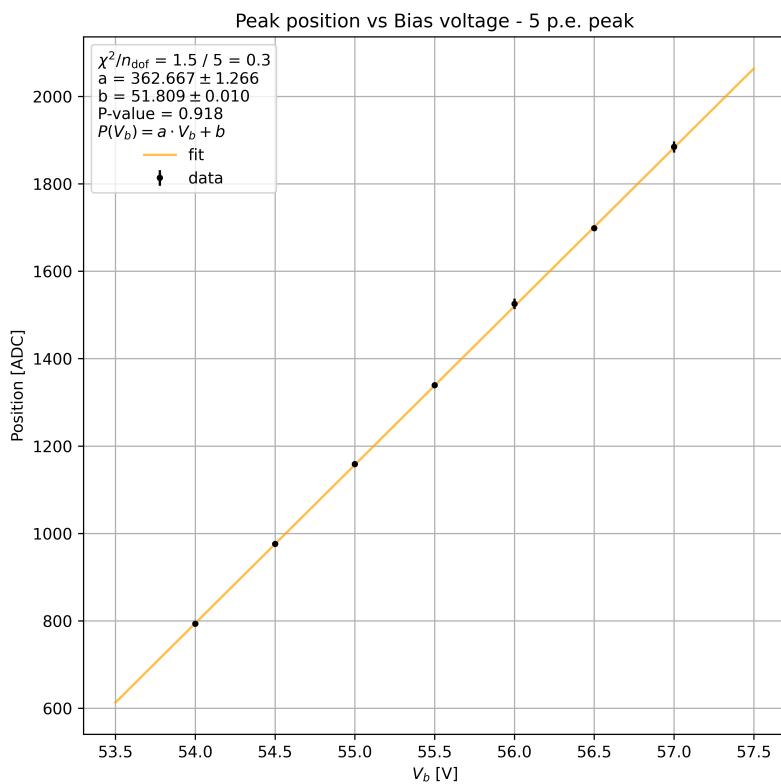


**Figura 9:** Fit multi-gaussiano ad una  $V_b = 54.96$  V

Una prima analisi è quella della relazione tra la posizione di un fotopicco e la tensione di alimentazione del SiPM. Per fare ciò, è stata utilizzata la posizione del quinto fotopicco per tensioni nel range  $V_b = [54, 57]$  V con scarti di mezzo volt. I parametri sono riportati in tabella 2 e il fit è riportato in figura 10<sup>3</sup>.

$V_b$ [V]	Posizione [ADC]
54.00	$793.77 \pm 1.59$
54.50	$976.19 \pm 1.64$
55.00	$1158.96 \pm 3.55$
55.50	$1339.27 \pm 2.55$
56.00	$1525.54 \pm 11.90$
56.50	$1698.44 \pm 3.53$
57.00	$1884.43 \pm 12.80$

**Tabella 2:** Posizione in canali ADC del quinto fotopicco a diverse  $V_b$



**Figura 10:** Fit lineare tra posizione del quinto fotopicco e  $V_b$

I valori di posizione dei picchi sono stati ottenuti ripetendo fit gaussiani al variare delle maschere di delimitazione del picco stesso all'interno dello spettro. L'algoritmo utilizzato è descritto nel paragrafo 3.6. Si osserva un ottimo andamento lineare.

È ora possibile procedere con la valutazione del *gain* del SiPM, cioè una misura di quanti elettroni sono raccolti nel segnale di output per singolo fotone incidente. Tale valore quantifica l'abilità del SiPM di amplificare il segnale generato dall'assorbimento dei fotoni. In un SiPM, il gain è definito come

$$G = \frac{Q}{e} = \frac{\Delta pp}{e} ADC_{factor} \quad (3)$$

con  $Q$  [C] carica totale generata per singolo fotone,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C carica elementare,  $\Delta pp$  distanza in canali ADC tra due picchi consecutivi. Per minimizzare gli errori, per ogni  $V_b$  è stata calcolata la media

<sup>3</sup>La posizione corrisponde alla carica generata, che è data da  $Q_{\mu\text{cella}} \cdot N_{\text{cella}}$ . Lo spostamento è quindi causato di fatto dal cambiamento di  $Q$  nella singola microcella e quindi dal suo guadagno.

tra le distanze di ogni coppia di picchi adiacenti dello spettro ed è stato calcolato il corrispondente gain secondo l'equazione 3. I risultati sono riportati in tabella 3.

$V_b$ [V]	$\Delta pp$ [ADC]	Gain
54.00	$158.10 \pm 0.11$	$1204673 \pm 825$
54.50	$194.27 \pm 0.33$	$1480297 \pm 2514$
55.00	$230.44 \pm 0.41$	$1755886 \pm 3159$
55.50	$265.97 \pm 0.57$	$2026677 \pm 4373$
56.00	$301.99 \pm 1.14$	$2301146 \pm 8650$
56.50	$336.25 \pm 1.29$	$2562168 \pm 9817$
57.00	$371.04 \pm 1.57$	$2827274 \pm 11933$

Tabella 3:  $\Delta pp$  e  $G$  in funzione di  $V_b$ .

È stato inoltre calcolato il gain ad una  $V_b = 54.96$  V (tensione operativa ottimale dichiarata dal costruttore) per poterlo paragonare a quello riportato dal costruttore stesso. È stato ottenuto un valore pari a  $G = (1.67 \pm 0.03) \cdot 10^6$ , che può essere ritenuto compatibile con il valore  $G = 1.7 \cdot 10^6$  del *datasheet* nel limite delle approssimazioni decimali e di eventuali differenze causate dalla temperatura (il valore del costruttore è per  $T = 25^\circ C$ ).

Valutando l'andamento del gain in funzione di  $V_b$  si osserva con ottima precisione un andamento lineare, illustrato in figura 11. L'andamento lineare è stato espresso nella forma  $G(V_0) = a(V_b - b)$ .

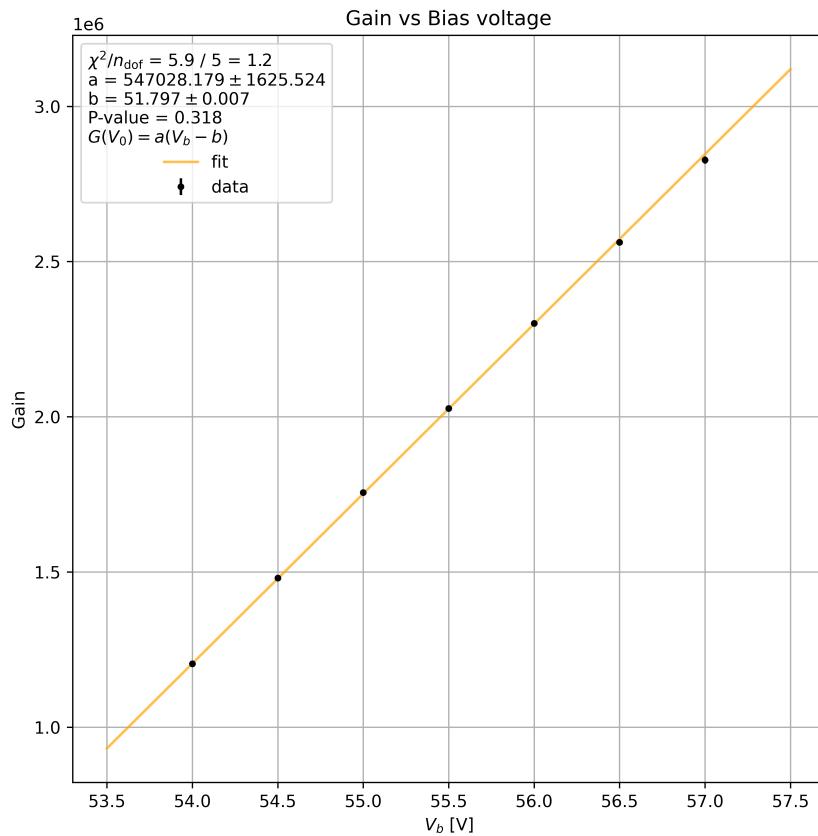


Figura 11: Fit lineare tra  $G$  e  $V_b$

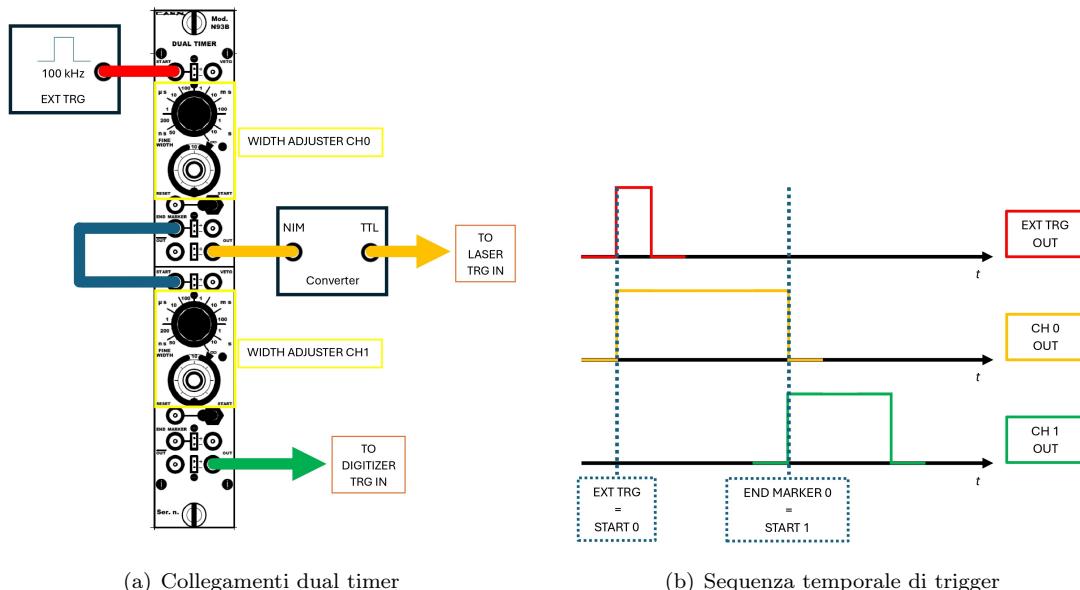
È possibile ottenere anche da questo fit il valore  $V_{break}$ : poiché  $V_b = V_{break} + \Delta V$  e  $G = a \cdot \Delta V$  il parametro  $b$  del fit in figura 11 corrisponde proprio a tale valore. Pertanto  $V_{break} = (51.80 \pm 0.01)$  V, compatibile entro  $0.64\sigma$  con il valore ottenuto nella sezione 2.2.

## 2.6 Afterpulses

Gli *afterpulses* rappresentano un altro fenomeno caratteristico dei SiPM e sono legati alle dinamiche interne degli stessi. Sono infatti segnali secondari che seguono l'impulso principale generato da un evento di fotodetezione. La presenza di tale fenomeno è attribuibile alla presenza di portatori di carica intrappolati in stati metastabili durante il processo di valanga; tali portatori vengono infatti rilasciati con un certo ritardo temporale, innescando ulteriori valanghe e producendo segnali spuri. Un metodo per studiare tale fenomeno è illustrato in [20].

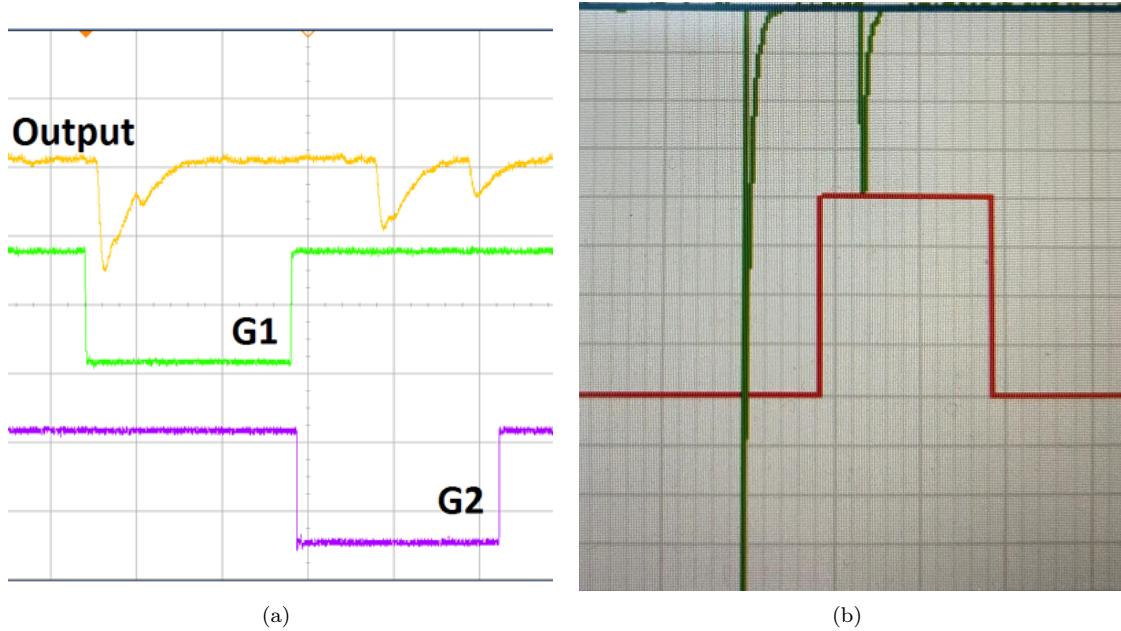
**Setup sperimentale** Gli afterpulses possono essere interpretati come un surplus di celle attivate in un intervallo di tempo successivo a un segnale generato da un impulso luminoso; tale surplus è calcolato rispetto ai dark counts che appaiono casualmente. Può essere valutato attraverso l'integrazione del segnale in un gate temporale ritardato rispetto all'impulso stesso. Un'analisi statistica di tale eccesso al variare della lunghezza di gate dovrebbe risultare in una misurazione della probabilità di afterpulses.

La catena di acquisizione del segnale elettronico si avvale di un componente aggiuntivo, detto *dual timer*. Le connessioni e il suo funzionamento sono descritti in figura 12: il segnale di trigger generato esternamente entra nel canale zero come segnale di *start*; il dual timer genera in output al canale zero un segnale logico di larghezza temporale regolabile tramite manopole. Collegando in cascata i due canali, mettendo in comunicazione l'*end marker*<sup>4</sup> con lo *start* 1, viene generato in output al canale uno un segnale ritardato rispetto al canale zero (e quindi rispetto al trigger esterno) di un intervallo temporale pari alla durata del segnale zero. L'uscita del canale uno è quindi utilizzata come trigger del digitizer, ottenendo un gate di integrazione ritardato come descritto in figura 13.

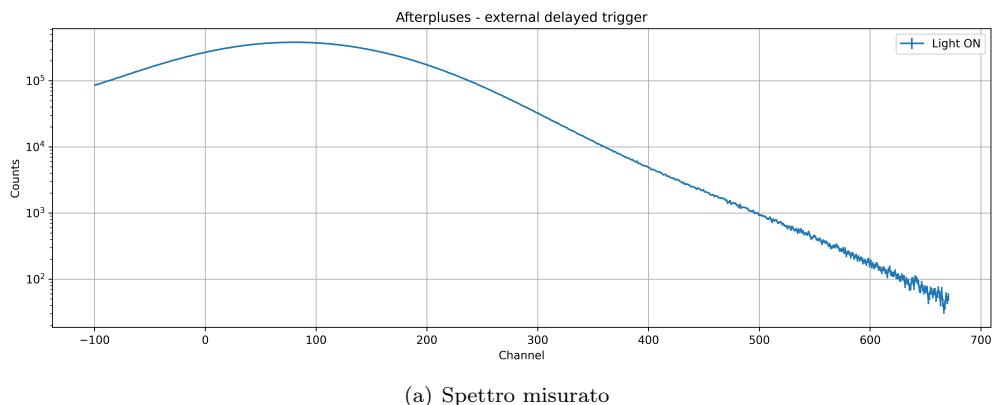


**Figura 12:** Setup sperimentale per la misurazione degli afterpulses

<sup>4</sup>L'end-marker è un segnale logico allineato temporalmente con la fine del segnale in uscita del canale zero

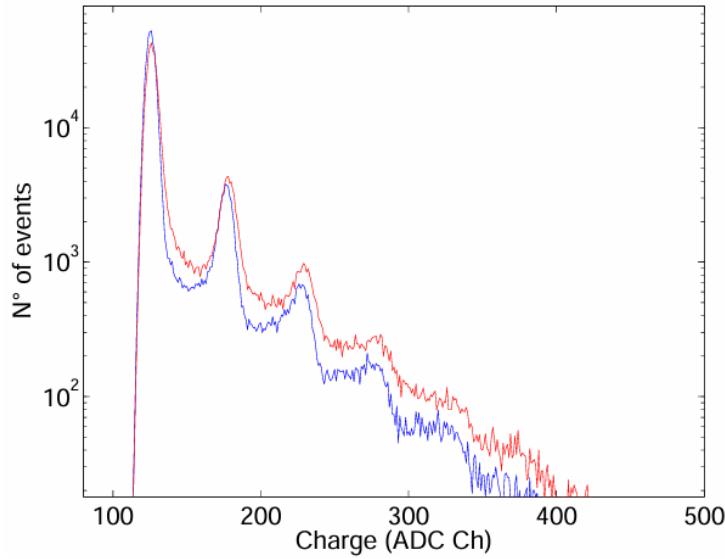
**Figura 13:** Afterpulses nel gate ritardato

**Problemi nell’acquisizione** Confermato il corretto setup elettronico, si è proceduto con l’acquisizione degli spettri. Si è notato fin da subito, però, un problema: gli spettri ottenuti erano diversi da quelli aspettati, come osservato in figura 14. Visto il corretto cablaggio dell’elettronica, si è pensato ad un problema legato al fondo del segnale in rapporto all’integrazione nella finestra temporale di gate. Poichè non è possibile operare un secondo livello di trigger sull’ampiezza dei segnali, sono state integrate finestre temporali senza eventi a valori diversi da zero a causa delle oscillazioni della *baseline* del segnale; tali valori sono andati a sovrapporsi con quelli derivanti dall’integrazione di eventi effettivi, rendendo impossibili ulteriori analisi.



(a) Spettro misurato

**Figura 14:** Spettro misurato degli afterpulses

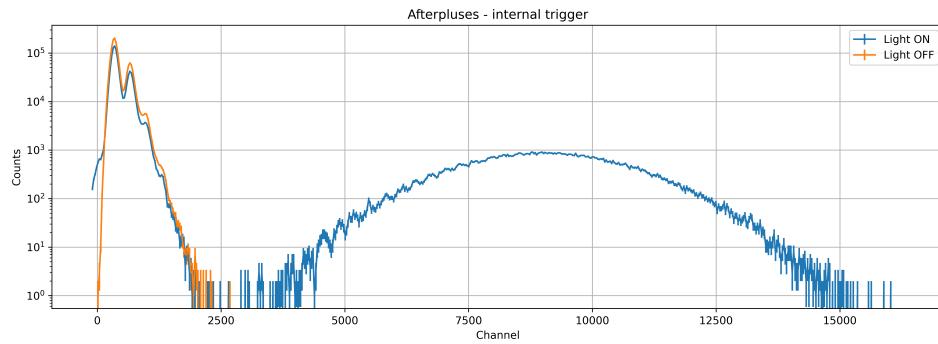


(b) Spettro atteso

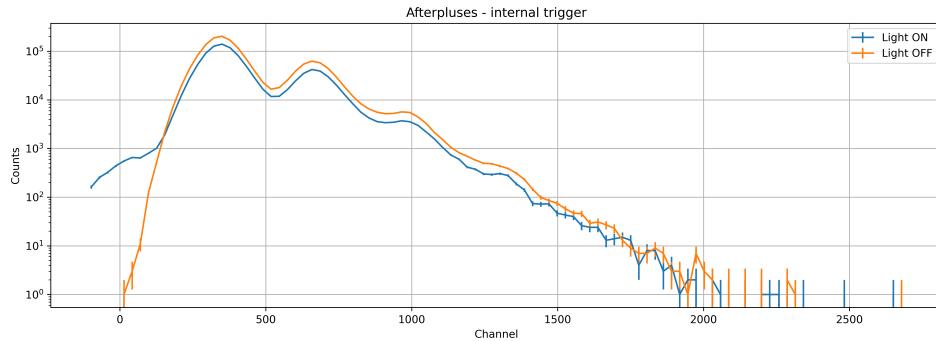
**Figura 14:** Spettro atteso degli afterpulses

Per corroborare tale ipotesi, è stata effettuata una nuova acquisizione utilizzando lo strumento di trigger interno del digitizer, con threshold appositamente calibrata per integrare solamente gli eventi effettivi. Si è potuto osservare lo spettro aspettato, unito a quello degli impulsi luminosi del laser. È stato acquisito inoltre uno spettro a luce spenta, che è risultato essere più elevato in conteggi rispetto a quello con luce accesa. Si è identificata la causa di tale anomalia nel numero di eventi da registrare, molto più elevato rispetto alla frequenza di campionamento della catena di acquisizione. Il digitizer, infatti, era sempre *busy* durante tali acquisizioni, di fatto non integrando tutti gli eventi. Questo problema non ha permesso ulteriori analisi del fenomeno di afterpulses. Tali spettri sono osservabili in figura ??.

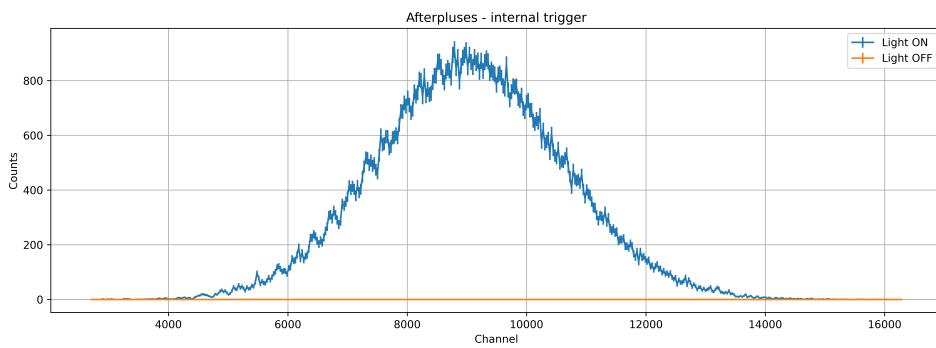
Si può però concludere notando che è stato possibile osservare in maniera qualitativa il fenomeno ed è stato possibile costruire un sistema di acquisizione in grado, almeno in linea teorica, di valutarlo in maniera quantitativa.



(c) Spettro misurato



(e) Zoom sullo spettro di dark counts e afterpulses



(g) Zoom sullo spettro degli impulsi luminosi del laser

**Figura 14:** Spettri valutati con trigger interno

## 2.7 Temperatura

In conclusione alla caratterizzazione del SiPM è opportuno fare una considerazione sulla dipendenza dalla temperatura di tutti i parametri fin qui analizzati. È ben nota [25] la presenza di una variazione dei valori di Gain, DCR e  $V_{break}$  in funzione di  $T$ . Inoltre, per misure che coinvolgono lo studio in funzione di  $V_b$  non è possibile utilizzare la compensazione, per non introdurre fluttuazioni sul valore stesso di  $V_b$ . Per ovviare a questo problema, nella presa dati si è cercato di operare in maniera rapida in modo tale che ogni acquisizione fosse svolta in condizioni ambientali il più possibile costanti. Per poter effettuare una analisi più precisa e consistente sarebbe necessario l'utilizzo di una camera a temperatura controllata.

### 3 Caratterizzazione dei Cristalli Scintillatori

La seconda parte dell'esperienza è volta alla caratterizzazione di tre scintillatori inorganici BGO, LYSO(Ce), CsI(Tl) di dimensione 6mm x 6mm x 15mm accoppiati ad un *SiPM Hamamatsu S13360-6050PE* ed esposti a sorgenti gamma  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{57}\text{Co}$  e  $^{228}\text{Th}$ .

#### 3.1 Cristalli scintillatori

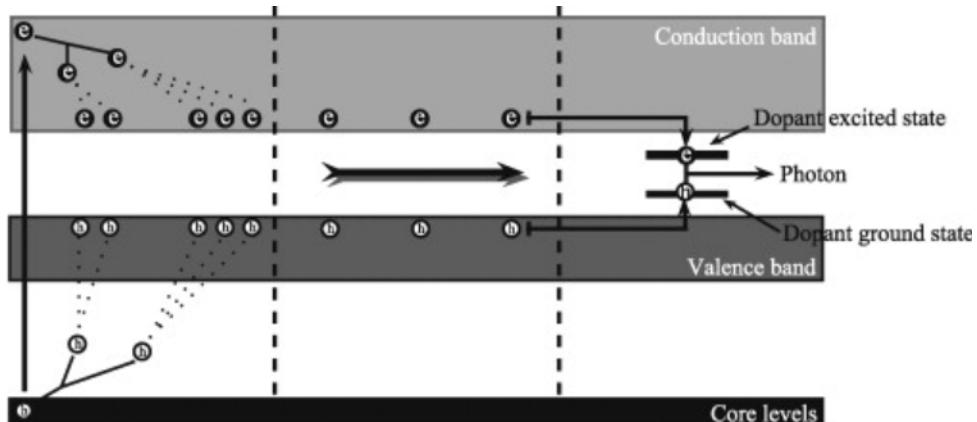
Alla base della rivelazione con scintillatore risiede la capacità di alcuni materiali di generare fotoni a causa dell'interazione con la radiazione elettromagnetica o con una particella.

Possono essere identificati alcuni passaggi fondamentali nel meccanismo di scintillazione di cristalli inorganici come quelli utilizzati in questa sezione [18]. Il primo è l'assorbimento di radiazione ionizzante con creazione di eccitazione elettronica nel cristallo, che causa la formazione di buche  $h^+$  nelle bande più interne ed elettroni  $e^-$  liberi nella banda di conduzione.

In un breve tempo, un grande numero di eccitazioni secondarie sono generate a causa di scattering inelastico tra gli elettroni. L'energia di queste eccitazioni secondarie diminuisce sempre più fino ad un livello detto *soglia di ionizzazione* che causa la fine del processo a valanga. A questo punto, tutti gli elettroni nella banda di conduzione hanno energia inferiore a tale soglia e tutte le buche occupano la banda di valenza.

Le eccitazioni secondarie, non potendo produrre ulteriore ionizzazione, perdono la loro energia interagendo con le vibrazioni della struttura reticolare del cristallo, producendo *fononi*, ovvero *quasi-particelle* che descrivono quanti di vibrazione della struttura reticolare cristallina. Questo processo termina quando gli elettroni raggiungono il fondo della banda di conduzione e le buche la parte superiore della banda di valenza.

Dopo possibili migrazioni delle eccitazioni elettroniche, ad esempio attraverso l'interazione con le impurità del materiale, avviene la ricombinazione radiativa  $e^-h^+$  tra le buche e gli elettroni con emissione di fotoni. Per aumentare le proprietà di ricombinazione radiativa, i cristalli vengono spesso drogati con un elemento che ne aumenta le proprietà scintillanti.



**Figura 15:** Schema del meccanismo di scintillazione inorganico

**BGO** Germanato di Bismuto,  $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ , abbreviato comunemente in BGO. La sua alta densità e il suo elevato numero atomico ( $Z = 83$ ) rendono tale cristallo, tra i quelli disponibili in commercio, quello avente più alta probabilità per unità di volume di assorbimento photoelettrico. È abbastanza facile da utilizzare e maneggiare grazie alle sue proprietà chimiche. La sua resa di luce, però, è inferiore a quella di altri cristalli disponibili in commercio e diminuisce in maniera significativa all'aumentare della temperatura. Il BGO è un esempio di scintillatore che non richiede droggaggio per poter aumentare la probabilità di scintillazione [10].

**LYSO(Ce)** Lutezio ittrio ortosilicato dopato al Cerio,  $\text{Lu}_{2(1-x)}\text{Y}_{2x}\text{SiO}_5$ , abbreviato in LYSO. Creato per combinare le proprietà di scintillazione e il potere d'arresto del LSO con la praticità di produzione del YSO. La sua caratteristica principale è il rapido tempo di decadimento e per questo motivo è spesso utilizzato per misure di *timing* e di coincidenza. È però uno scintillatore basato su un isotopo radioattivo,

il  $^{176}\text{Lu}$ . Emettitore beta naturale, decade con altissima probabilità verso lo stato eccitato a 597 keV del  $^{176}\text{Hf}$ , il quale decade a cascata con raggi gamma a 307 keV, 202 keV ed 88 keV. Tale isotopo è quindi causa di una attività intrinseca del cristallo non trascurabile per le successive misure [11] [27].

**CsI(Tl)** Ioduro di Cesio drogato con Tallio. È largamente disponibile in commercio e ha la peculiarità di poter essere tagliato in sottili strati che possono essere modellati e piegati senza rompersi. Diverse particelle hanno tempi di decadimento diversi in questo cristallo e può essere quindi usato per *pulse shape discrimination*. Può essere inoltre costruito con una microstruttura colonnare che limita la dispersione laterale della luce di scintillazione. Viene utilizzato anche nella spettroscopia degli ioni pesanti [12].

I principali parametri dei tre cristalli, come riportati in [4], sono elencati in tabella 4.

	BGO	LYSO(Ce)	CsI(Tl)
Densità [g/cm <sup>3</sup> ]	7.13	7.40	4.51
Tempo di decadimento [ns]	300	40	1000
Light Yield [ph./MeV]	8200	27000	52000
Picco di emissione [nm]	480	420	560
Lunghezza di radiazione [cm]	1.13	1.14	1.85
Indice di rifrazione	2.15	1.82	1.78

Tabella 4: Caratteristiche degli scintillatori in esame

## 3.2 Sorgenti

**Sodio  $^{22}\text{Na}$**  Il sodio  $^{22}\text{Na}$  è una sorgente di radiazione  $\beta$  e  $\gamma$ . Per cattura elettronica (10,2%) o per  $\beta^+$  (89,8%) si ha un decadimento verso il primo stato eccitato del  $^{22}\text{Ne}$ . Il positrone generato da  $\beta^+$  annichila con un elettrone emettendo due gamma a 511 keV. Per rilassamento dal primo stato eccitato allo stato fondamentale, poi, il  $^{22}\text{Ne}$  emette un gamma a 1274 keV [2]. Entrambi i picchi sono stati considerati nelle varie esperienze.

**Cobalto  $^{57}\text{Co}$**  Il cobalto  $^{57}\text{Co}$  è una sorgente di radiazione  $\gamma$ . Per cattura elettronica, decade nello stato con spin nucleare  $I = 5/2$  del  $^{57}\text{Fe}$ . Viene emessa radiazione gamma a tre energie: per il passaggio diretto allo stato fondamentale  $I : 5/2 \rightarrow 1/2$  (15%) si ha emissione a 136.4 keV; nel transito dal livello intermedio  $I : 5/2 \rightarrow 3/2 \rightarrow 1/2$  (85%) si ha emissione, rispettivamente, a 122 keV e 14.4 keV [29]. Questi ultimi due picchi sono stati utilizzati nell'esperienza.

**Torio  $^{228}\text{Th}$**  Il torio  $^{228}\text{Th}$  è una sorgente di radiazione  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ . La catena di decadimento inizia con il torio  $^{232}\text{Th}$  che con un decadimento alfa diventa radon  $^{228}\text{Ra}$  e successivamente  $^{228}\text{Th}$  con un  $\beta^-$ . Il torio-228 è tra gli elementi più stabili della catena, con un tempo di dimezzamento pari a 1.9 anni. La catena termina al piombo  $^{208}\text{Pb}$  passando, tra i molti elementi, dal tallio  $^{208}\text{Tl}$ , responsabile di numerosi picchi gamma ad energie fino ai 2.6MeV [9]. In questa esperienza sono stati considerati i picchi seguenti:

- 300.1 keV del  $^{212}\text{Pb}^5$ ;
- *Single Escape Peak* del  $^{208}\text{Tl}$  con energia pari a 2104 keV;
- *Full Energy Peak* del  $^{208}\text{Tl}$  con energia pari a 2615 keV.

Il *Single Escape Peak* è generato dagli stessi gamma a 2615keV del decadimento del *Full Energy Peak*, ma per via di un fenomeno di produzione di coppia nell'interazione con il cristallo ha un'energia di 511keV più piccola. Infatti vengono generati un elettrone e un positrone, il quale genera per annichilazione con un  $e^-$  del cristallo una coppia di fotoni aventi energia 511keV. Nel caso del Single Escape Peak, uno di questi fotoni non interagisce con il cristallo e viene disperso nell'ambiente. Dunque l'energia misurata presenta 511keV in meno rispetto all'energia del fotone iniziale. Invece nel Full Energy Peak tutta l'energia del  $\gamma$  incidente viene assorbita dal cristallo, ad esempio per effetto fotoelettrico. Maggiori dettagli sulla produzione di coppia e sui picchi di fuga nel paragrafo 4.

<sup>5</sup>Si è scelto di utilizzare questo picco, meno visibile rispetto ad altri nello spettro, in quanto presenta un'energia diversa rispetto a  $^{22}\text{Na}$  e  $^{57}\text{Co}$

### 3.3 Parametri operativi

A seguito di una valutazione delle forme d'onda e dell'intensità dei segnali generati da tutte le sorgenti all'interno dei tre scintillatori, sono stati individuati e mantenuti fissi per tutta l'esperienza i parametri di alimentazione ed acquisizione digitale del SiPM riportati in tabella 5.

	BGO	LYSO(Ce)	CsI(Tl)
Threshold [mV]	-25	-28	-32
Gain [dB]	32	32	32
Gate [ns]	1200	800	3000
Pre-Gate [ns]	152	152	152

Tabella 5: Parametri operativi del SiPM per i tre cristalli

### 3.4 Fondo

Una fase importante della caratterizzazione dei cristalli è l'acquisizione degli spettri di fondo, che sono spettri ottenuti effettuando misurazioni in assenza di sorgenti. Queste misurazioni rappresentano il contributo della radioattività ambientale e di eventuali emissioni di radiazione interne al cristallo stesso.

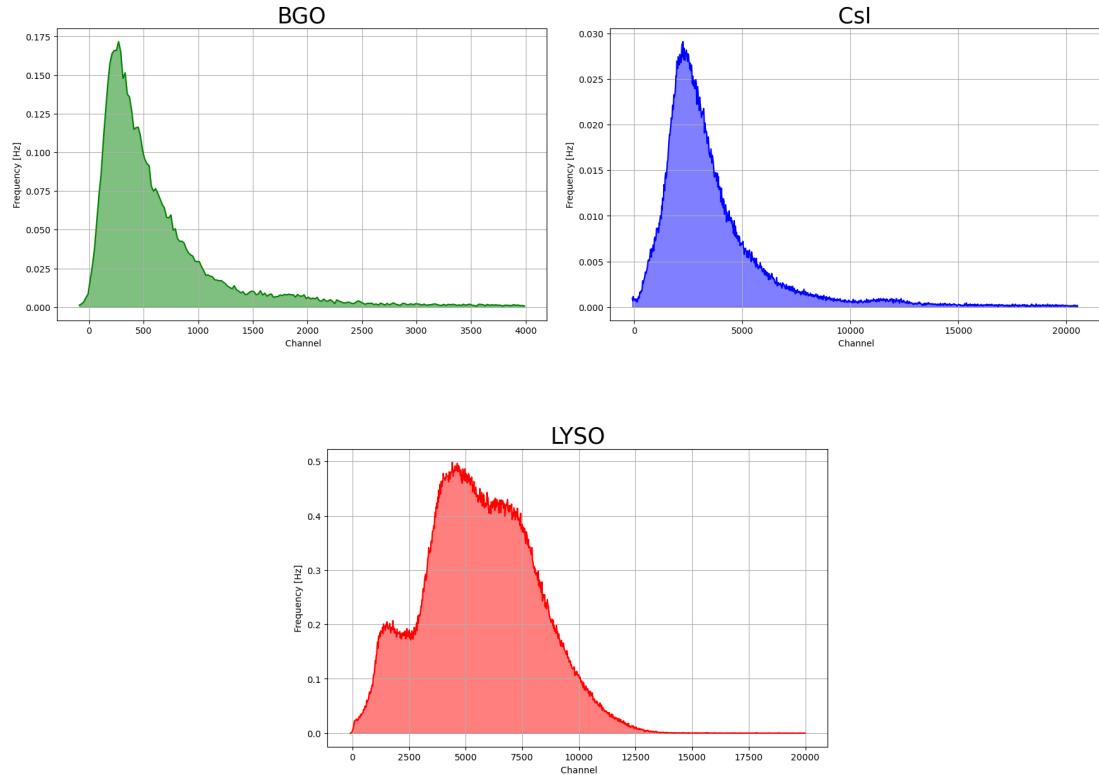


Figura 16: Spettri di fondo dei tre cristalli

**Osservazioni** È stato osservato che il rate di eventi di fondo per il LYSO è più elevato rispetto agli altri cristalli. Questo è dovuto, come anticipato nel paragrafo 3.2, alla presenza del radionuclido  $^{176}\text{Lu}$  nel cristallo. Verificheremo, una volta stabilita la conversione ADC-energia, che i tre picchi osservati in figura (16) corrispondono (da sinistra a destra) a combinazioni di fotoni derivanti dai decadimenti del Lutezio, aventi energia 88KeV, 202KeV e 307KeV.

Invece per CsI e BGO l'attività di background è dovuta principalmente a radiazione ambientale e ad impurità radioattive interne ai cristalli [28]. Infine si è osservato che per BGO (intorno ai 1700 Channel) e per CsI (intorno ai 12000 Channel) è identificabile un picco di ampiezza molto ridotta. Dopo la calibrazione Channel-Energia è stato possibile identificarlo come il picco a 511 keV delle sorgenti di  $^{22}\text{Na}$  presenti in laboratorio.

**Spettri delle sorgenti** Dopo aver ricavato gli spettri di fondo dei cristalli, sono stati confrontati con gli spettri energetici delle diverse sorgenti. Per fare ciò sono stati normalizzati gli spettri (sia della sorgente che del fondo) sul loro tempo totale di acquisizione:

$$R_i = \frac{N_i}{T_{tot}} \quad (4)$$

dove  $R_i$  è il rate di conteggi per il bin i-esimo e  $N_i$  è il numero di conteggi dello stesso, nell'arco di tempo di acquisizione totale  $T_{tot}$ .

**BGO** Di seguito i confronti tra spettro di fondo e spettri delle sorgenti per il cristallo BGO:

- **Sodio  $^{22}\text{Na}$**

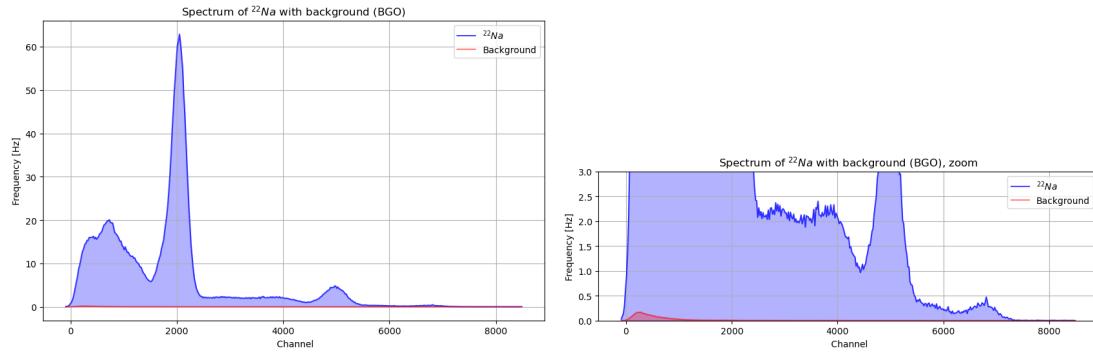


Figura 17: Spettro Sodio BGO

- **Cobalto  $^{57}\text{Co}$**

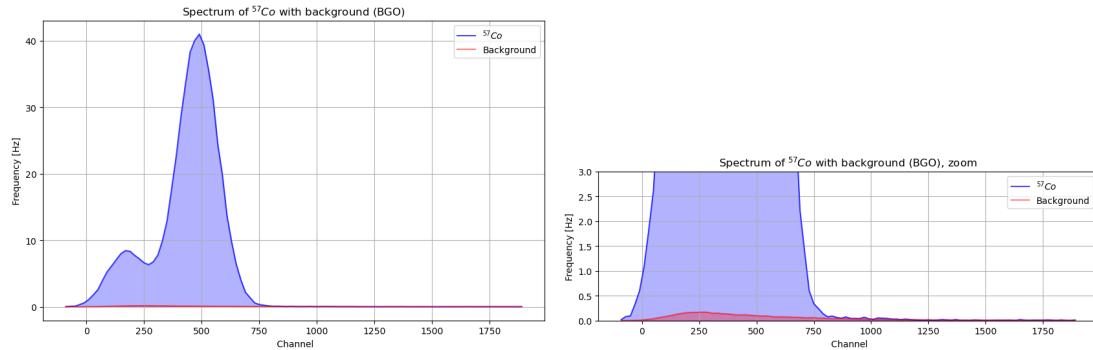


Figura 18: Spettro Cobalto BGO

- **Torio  $^{228}\text{Th}$**

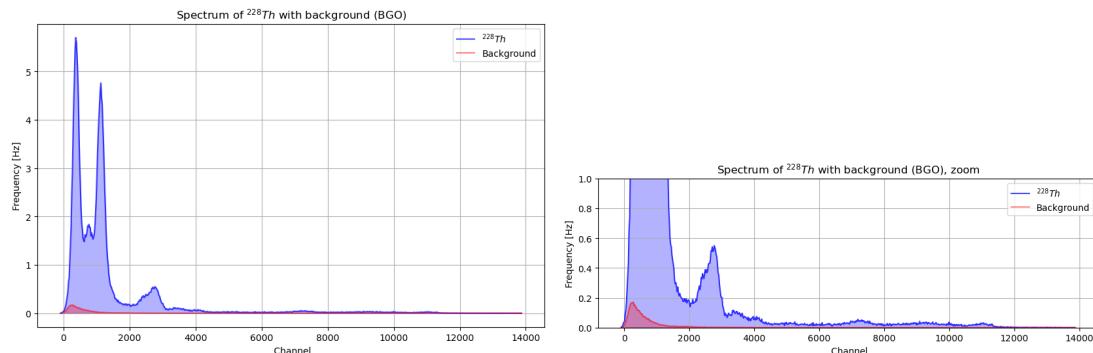
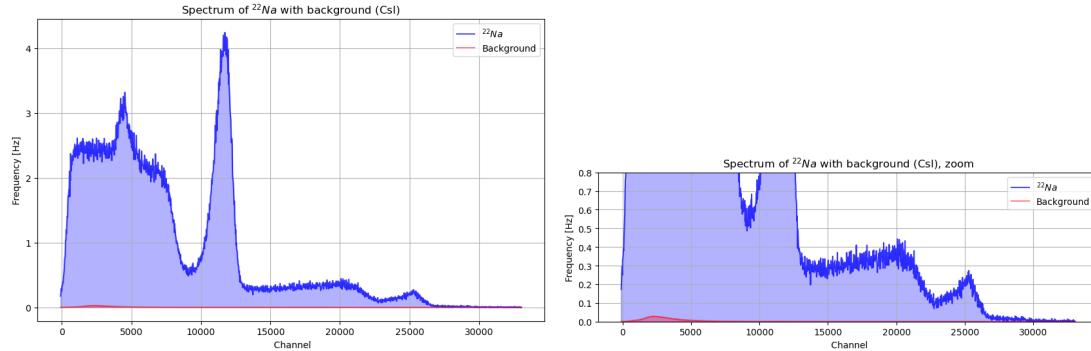


Figura 19: Spettro Torio BGO

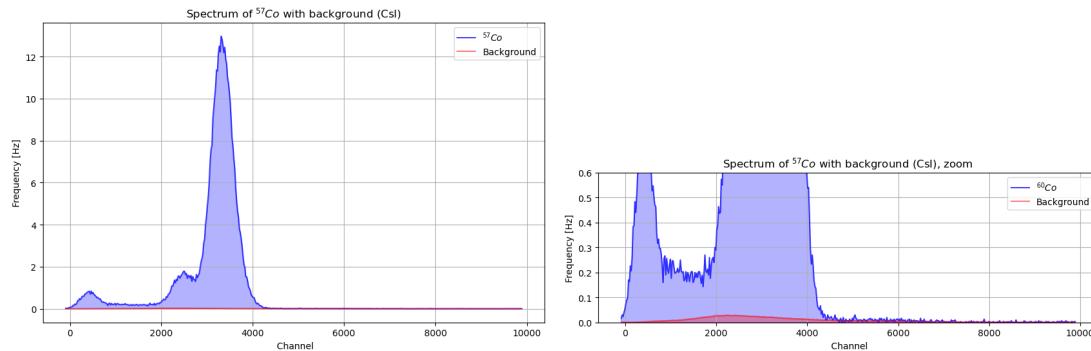
**CsI** Di seguito i confronti tra spettro di fondo e spettri delle sorgenti per il cristallo CsI:

- **Sodio  $^{22}\text{Na}$**



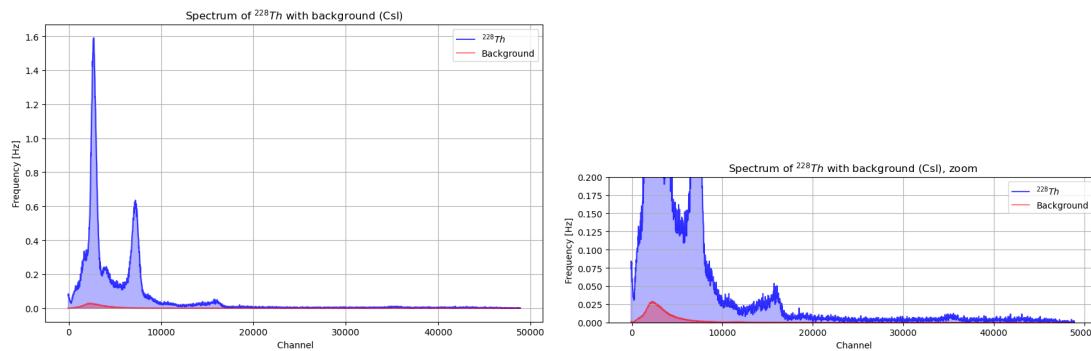
**Figura 20:** Spettro Sodio CsI

- **Cobalto  $^{57}\text{Co}$**



**Figura 21:** Spettro Cobalto CsI

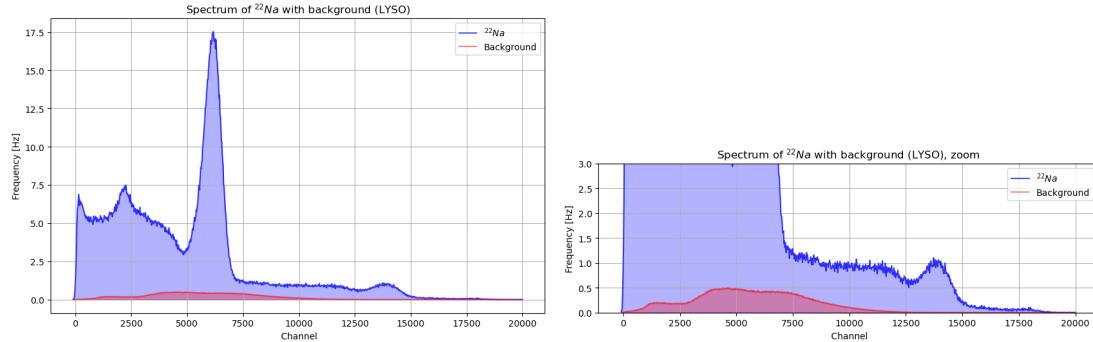
- **Torio  $^{228}\text{Th}$**



**Figura 22:** Spettro Torio CsI

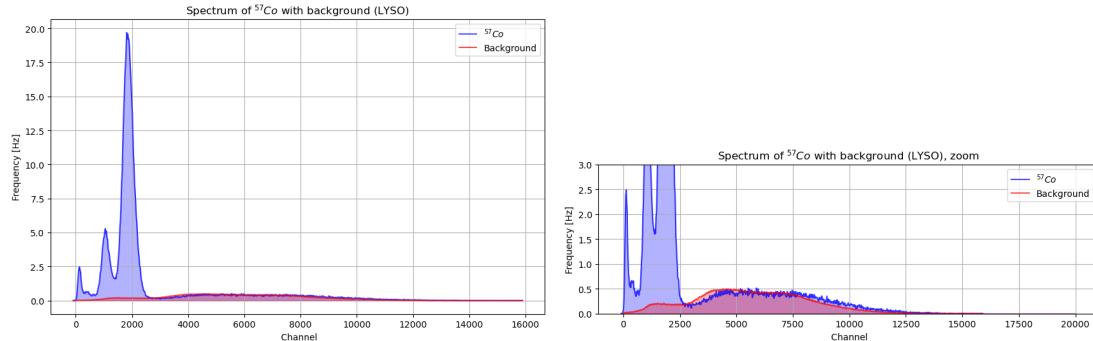
**LYSO** Di seguito i confronti tra spettro di fondo e spettri delle sorgenti per il cristallo LYSO:

- **Sodio  $^{22}\text{Na}$**



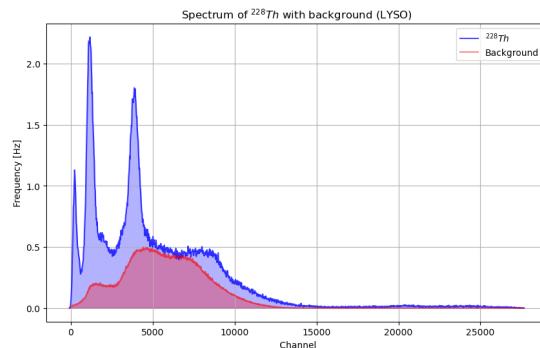
**Figura 23:** Spettro Sodio LYSO

- **Cobalto  $^{57}\text{Co}$**



**Figura 24:** Spettro Cobalto LYSO

- **Torio  $^{228}\text{Th}$**



**Figura 25:** Spettro Torio LYSO

**Osservazioni** Si osserva qualitativamente che il rate di conteggi per il LYSO è molto più alto rispetto agli altri due cristalli. Come si nota in figura 24, talvolta può accadere che condizioni esterne come la temperatura alterino il gain dell'apparato tra due diverse misure, cambiando la corrispondenza tra energia e ADC channel. Per questi motivi la rimozione del fondo per spettri acquisiti con il LYSO risulta poco affidabile. Per gli altri due cristalli tale problematica non si è presentata per via del loro ristretto numero di eventi di fondo.

Per quantificare l'incidenza del background sugli spettri delle varie sorgenti è stato misurato il rapporto tra il rate totale di eventi dovuti alla sola sorgente  $R_S^{tot}$  e il rate degli eventi di fondo  $R_B^{tot}$ . Questi rate

totali sono la somma di tutti i rate  $\sum_i R_i$  dei singoli bin. Di seguito la tabella con i rapporti  $R_S^{tot}/R_B^{tot}$  per i vari cristalli e sorgenti.

	<b>BGO</b>	<b>CsI</b>	<b>LYSO</b>
<b>Sodio <math>^{22}\text{Na}</math></b>	484.56	336.11	16.48
<b>Cobalto <math>^{57}\text{Co}</math></b>	101.93	105.02	3.79
<b>Torio <math>^{228}\text{Th}</math></b>	38.65	33.22	1.30

**Tabella 6:** Rapporti tra rate sorgente e rate fondo

È possibile osservare che i valori per i rapporti di BGO e CsI sono circa 20-30 volte più alti di quelli del LYSO. Il problema della rimozione del fondo risulta quindi meno influente sui primi due cristalli, a differenza del LYSO; per tale motivo esso è stato scartato in successive analisi di spettroscopia.

**Rimozione fondo** In tutte le analisi successive è stato rimosso il fondo dagli spettri. In prima osservazione, si ha che il rate totale dato dalla somma di sorgente e background per il bin  $i$ -esimo è

$$R_{S+B} = \frac{N_{S+B}}{T_{S+B}^{tot}} \quad (5)$$

dove  $N_{S+B}$  è il numero di eventi totale e  $T_{tot}$  è il tempo di presa dati. Il rate di eventi dovuti al background risulta invece essere

$$R_B = \frac{N_B}{T_B^{tot}} \quad (6)$$

Infine è stato stimato il rate di eventi dovuti prettamente alla sorgente (per ogni bin) come

$$R_S = R_{S+B} - R_B \quad (7)$$

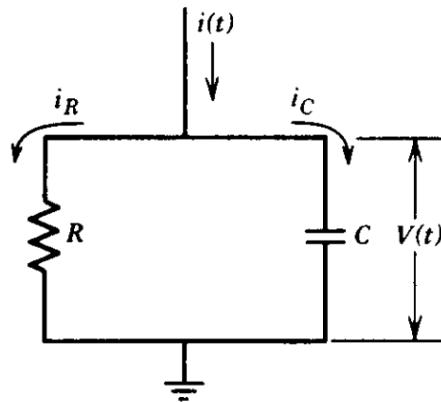
Assumendo che i conteggi  $N_i$  di ogni bin seguano una distribuzione poissoniana, è possibile associare al valore di  $N_i$  un'incertezza  $\sigma_{N_i} = \sqrt{N_i}$ , che si propaga quindi nelle incertezze di  $R_{S+B}$  e  $R_B$ . Per tutte le analisi di spettroscopia successive, in cui era necessario eseguire un fit, si sono utilizzati gli  $R_S$  come valori di ascissa di una funzione. A questi punti è stata associata un'incertezza  $\sigma_{R_S} = \sqrt{\sigma_{R_{S+B}}^2 + \sigma_{R_B}^2}$ .

### 3.5 Tempi di scintillazione

Tutti i cristalli sono caratterizzati da un tempo di scintillazione, ossia il tempo impiegato per convertire l'energia delle particelle incidenti in fotoni di scintillazione. Come descritto nel paragrafo 3.1, la produzione di fotoni nel cristallo scintillatore è dovuta alla ricombinazione radiativa delle coppie  $e^- h^+$  prodotte dal passaggio di radiazione ionizzante. Il processo di diseccitazione degli elettroni nel cristallo e la conseguente emissione di luce sono adeguatamente descrivibili da un processo di decadimento esponenziale. Ne consegue che un modello della corrente all'anodo del SiPM è descritto dalla formula

$$i(t) = \frac{Q}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8)$$

dove  $\tau$  è la costante di decadimento dello scintillatore e  $Q$  è la carica totale integrata su tutto l'impulso. Il rivelatore può essere schematizzato come un generatore di corrente impulsata connesso ad un circuito RC, dove resistenza  $R$  e capacità  $C$  descrivono l'intero dispositivo [13].

**Figura 26:** Schema del circuito

Risolvendo l'equazione differenziale legata al circuito si ottiene come soluzione per il potenziale la forma funzionale

$$V(t) = \frac{Q}{C} \frac{RC}{RC - \tau} (e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (9)$$

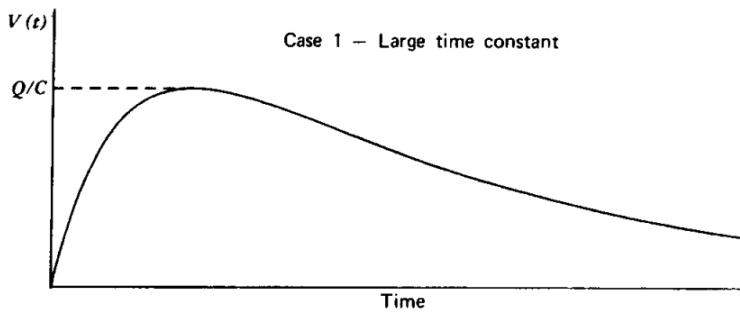
dove  $RC$  è la costante di tempo del circuito. Per semplificare la forma dell'equazione generale si possono fare delle assunzioni sui rapporti delle due costanti di tempo  $\tau$  e  $RC$ , rendendo distinguibili due casi:

- **Caso 1**  $RC \gg \tau$ : se la costante di tempo del circuito è grande in confronto al tempo di decadimento dello scintillatore allora si può approssimare la relazione generale (9) con

$$V(t) = \frac{Q}{C} (e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (10)$$

Di conseguenza è possibile affermare che:

1. se si considera un tempo  $t \ll RC$ , la curva si comporta come un esponenziale del tipo  $1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$  e il tempo di salita è dettato dalla costante  $\tau$  di decadimento dello scintillatore;
2. se invece si considera un tempo  $t \gg \tau$  la coda dell'impulso si comporta come un esponenziale decrescente  $e^{-\frac{t}{RC}}$  ed è quindi completamente descrivibile dalla costante del circuito  $RC$ .

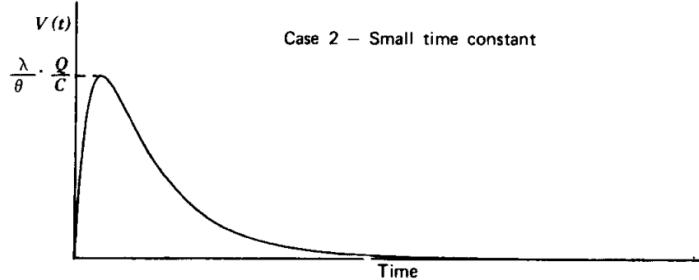
**Figura 27:** Forma dell'impulso con  $RC \gg \tau$  [13]

- **Caso 2**  $RC \ll \tau$ : se la costante del circuito è piccola in rapporto al tempo di scintillazione si può approssimare la forma dell'impulso con

$$V(t) = \frac{RC}{\tau} \frac{Q}{C} (e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (11)$$

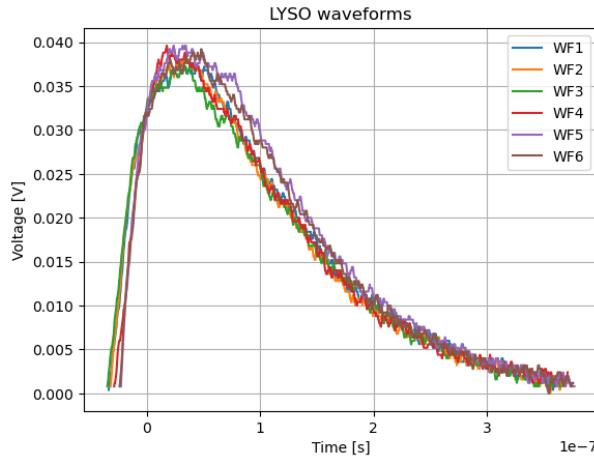
che permette di definire due regimi:

1. considerando un tempo  $t \ll \tau$ , la curva si comporta come un esponenziale del tipo  $1 - e^{-\frac{t}{RC}}$  ed il tempo di salita dell'impulso è quindi determinato dalla costante  $RC$  dell'anodo.
2. se invece si considera un tempo  $t \gg RC$  la coda dell'impulso si comporta come un esponenziale decrescente  $e^{-\frac{t}{\tau}}$  ed è quindi descritto dalla costante di decadimento  $\tau$ .

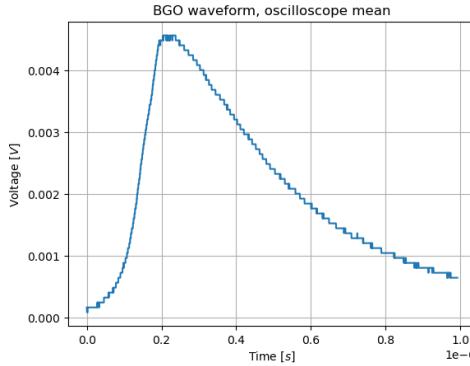


**Figura 28:** Forma dell'impulso con  $RC \ll \tau$  [13]

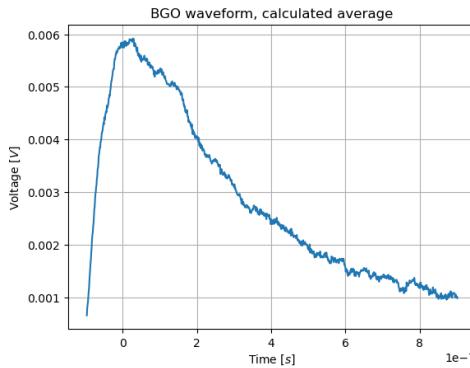
**Misure** Per misurare i tempi di decadimento  $\tau$  dei cristalli è stato utilizzato un oscilloscopio per ricavare le forme d'onda del segnale in tensione prodotto dal SiPM in seguito alla scintillazione da parte di ognuno dei tre cristalli. Il  $^{57}\text{Co}$  è stato scelto come sorgente radioattiva poiché il suo spettro di emissione non presenta picchi ad energie maggiori di quello a 122.1 keV. Questo, unito alla scelta di un livello di trigger sull'oscilloscopio tale da scartare tutte le forme d'onda associate ad emissioni meno energetiche, ha permesso di valutare il segnale generato unicamente dal picco sopra considerato. Per ogni cristallo sono state acquisite una decina di forme d'onda, calcolandone la media punto per punto. Come errore associato ad ogni punto si sono sommate in quadratura la deviazione standard della media e un sistematico pari all'ampiezza delle oscillazioni dovute a rumore elettronico, misurata tramite la funzione cursore dell'oscilloscopio. Si è ritenuto infatti che l'errore statistico non bastasse a compensare le fluttuazioni dovute al rumore, per via del numero ristretto di forme d'onda utilizzate per calcolare la media.



A causa dello sfasamento temporale nell'origine delle curve dovuto ad un livello di trigger alto, è stato necessario allineare manualmente le forme e computarne in seguito la media. Tale metodo è risultato migliore per ricostruire la forma dell'impulso da analizzare: utilizzando infatti la funzione di media dell'oscilloscopio (128 points per mean) si può notare come la salita esponenziale sia mitigata da questo disallineamento. Ciò non accade invece con la media calcolata manualmente.



**Figura 29:** Forma d'onda ricavata dalla funzione *mean* dell'oscilloscopio



**Figura 30:** Forma d'onda ricavata calcolando manualmente la media

**Analisi e risultati** Una volta ottenute le forme d'onda per ogni cristallo è stato possibile analizzarle per estrapolare i valori dei tempi di decadimento. Come prima analisi è stato effettuato un fit della forma d'onda nella sua interezza con la funzione generale 9, senza applicare alcuna restrizione ad un regime temporale. Tale operazione ha permesso di ricavare dei valori indicativi di  $RC$  e di confrontarli con i tempi di scintillazione dei cristalli riportati in 4, giungendo quindi alle seguenti conclusioni:

- Il cristallo LYSO ha un tempo di decadimento  $\tau < RC$  ed è quindi possibile approssimare la forma d'onda con la funzione 10. Inoltre, restringendosi a tempi piccoli, si potrà ottenere il tempo di scintillazione valutando il tempo di salita dell'impulso.
- I cristalli BGO e CsI hanno tempi di decadimento  $\tau > RC$  e si può quindi approssimare la forma d'onda con la funzione 11. Inoltre, restringendosi a tempi grandi, si potranno ottenere i tempi di scintillazione dai tempi di discesa degli impulsi.

Per ognuno dei tre cristalli sono stati utilizzati due metodi per estrarre il valore di  $\tau$ :

- **Fit totali:** un fit di tutto l'impulso utilizzando le funzioni 10 o 11 a seconda del cristallo. Come si può notare dal grafico 30, è stato necessario ricorrere a tecniche di *smoothing* per rendere la forma più facile da analizzare, scegliendo dunque di considerare solo alcuni punti, selezionandoli ad intervalli regolari. Per tenere conto di un errore sistematico associato alla dimensione  $n$  dell'intervalllo, è stato ripetuto il fit al variare di  $n$ . L'errore sistematico è stato stimato essere

$$\frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2}$$

con  $\tau_{max}$  e  $\tau_{min}$  rispettivamente il valore massimo e il valore minimo ottenuti dai diversi fit. Come stimatore del valore di  $\tau$  è stata calcolata la media pesata sugli errori dei  $\tau$  associati a diversi  $n$ . L'incertezza totale  $\sigma_\tau$  associata a  $\tau$  è stata ottenuta sommando in quadratura l'errore sistematico con quello statistico derivante dalla media

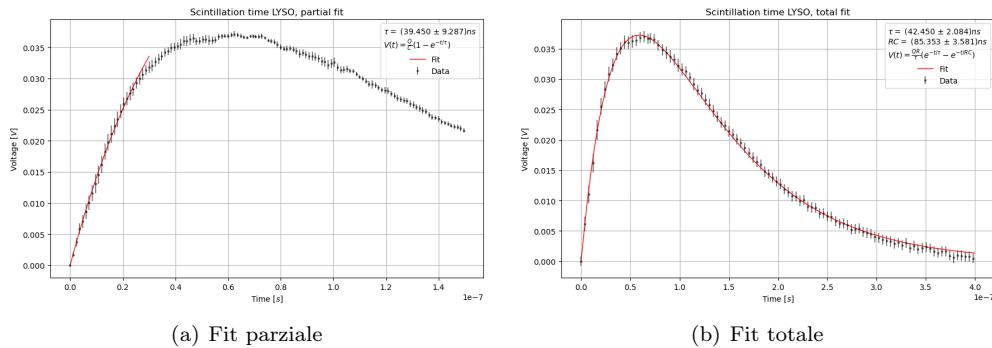
$$\sigma_\tau = \sqrt{\sigma_{sist}^2 + \sigma_{stat}^2}$$

- **Fit parziali:** un fit della sola discesa o salita dell'impulso a seconda del cristallo. Per eseguire questi fit è stato necessario utilizzare delle maschere per restringere l'analisi solo al regime di tempo utile. Per tenere conto dell'errore sistematico legato alla scelta di tali maschere è stato utilizzato un algoritmo di multi-fit, il quale itera l'interpolazione diverse volte cambiando la posizione e dimensione delle maschere ad ogni ripetizione, selezionando i fit aventi p-value maggiori del 5%. Uno stimatore di  $\tau$  viene calcolato eseguendo una media pesata dei  $\tau$  estrapolati dai fit precedenti, associando una incertezza data dalla somma in quadratura di un errore statistico, derivante dalla media pesata, ed un errore sistematico analogo a quello precedente. Per i fit parziali è stato notato che la scelta del numero di punti era ininfluente sul valore di  $\tau$  ricavato, permettendoci quindi di ignorare il sistematico legato a  $n$ .

Per concludere l'analisi, per ogni cristallo è stato confrontato il valore  $\tau_{tot}$ , ottenuto con il fit totale, con il valore  $\tau_{part}$  ottenuto dai fit parziali. Infine si sono confrontati tutti i valori di  $\tau$  ottenuti con i valori attesi tabulati. Tutti i confronti sono eseguiti con un t-test, approssimando la distribuzione di Student con una distribuzione Normale, per via del numero elevato di gradi di libertà. Come soglia di rigetto abbiamo scelto  $p - value < 0.05$ .

**LYSO** Come accennato precedentemente, il cristallo LYSO è caratterizzato da un tempo di decadimento basso, che è stato verificato essere minore della costante di tempo del circuito di acquisizione. Di conseguenza le funzioni che si possono utilizzare per i fit della forma d'onda sono le seguenti:

- Fit parziale ( $t \ll RC$ ):  $V(t) = \frac{Q}{C}(1 - e^{-t/\tau})$
- Fit totale  $V(t) = \frac{Q}{C}(e^{-t/RC} - e^{-t/\tau})$



**Figura 31:** Esempi di interpolazione delle forme d'onda generate dal LYSO

Verificando la compatibilità dei due valori  $\tau_{tot}$  e  $\tau_{part}$  con un t-test otteniamo:

	$\tau_{tot}$ [ns]	$\tau_{part}$ [ns]	$\sigma$	p-value
<b>LYSO</b>	$42.443 \pm 1.897$	$38.148 \pm 3.874$	0.996	0.319

**Tabella 7:** Compatibilità delle due misure

È quindi possibile concludere affermando la compatibilità dei due risultati.

Si vuole ora confrontare i valori ottenuti con quelli attesi. Per il valore teorico  $\tau_{th}$  è stato fatto riferimento ai valori di [4] riportati in tabella 4. Di seguito i risultati:

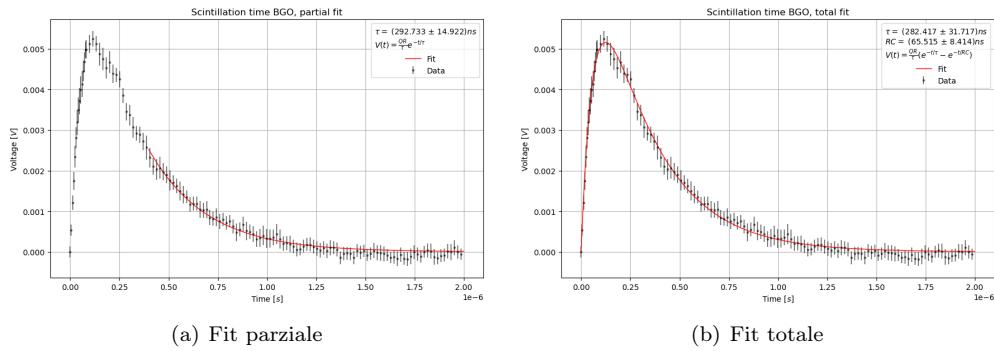
	$\tau_{misurato}$ [ns]	$\tau_{th}$ [ns]	$\sigma$	p-value
<b>Fit Parziale</b>	$38.148 \pm 3.874$	40	0.478	0.633
<b>Fit Totale</b>	$42.443 \pm 1.897$	40	1.288	0.198

**Tabella 8:** Compatibilità delle due misure con il valore atteso

Si può quindi giungere alla conclusione che entrambe le misure sono compatibili con il valore atteso entro la soglia del 5%.

**BGO** Questo cristallo, al contrario del LYSO, è caratterizzato da un tempo di scintillazione maggiore della costante di tempo del circuito di acquisizione. Di conseguenza le funzioni che si possono utilizzare per i fit della forma d'onda sono le seguenti:

- Fit parziale ( $t \gg RC$ ):  $V(t) = \frac{RC}{\tau} Q e^{-t/\tau}$
- Fit totale  $V(t) = \frac{RC}{\tau} Q (e^{-t/\tau} - e^{-t/RC})$



**Figura 32:** Esempi di interpolazione delle forme d'onda generate dal BGO

Verificando la compatibilità dei due valori  $\tau_{tot}$  e  $\tau_{part}$  con un t-test si ottiene:

	$\tau_{tot}$ [ns]	$\tau_{part}$ [ns]	$\sigma$	p-value
<b>BGO</b>	$281.98 \pm 18.79$	$285.05 \pm 21.58$	0.107	0.915

**Tabella 9:** Compatibilità delle due misure

Si può quindi concludere che i due risultati sono compatibili tra loro.

È ora possibile confrontare i valori ottenuti con quelli attesi riportati in tabella 4. Di seguito i risultati:

	$\tau_{misurato}$ [ns]	$\tau_{th}$ [ns]	$\sigma$	p-value
<b>Fit Parziale</b>	$285.05 \pm 21.58$	300	0.693	0.488
<b>Fit Totale</b>	$281.98 \pm 18.79$	300	0.959	0.338

**Tabella 10:** Compatibilità delle due misure con il valore atteso

È quindi possibile giungere alla conclusione che entrambe le misure siano compatibili con il valore atteso entro la soglia del 5%.

**CsI** Anche questo cristallo, come il BGO, è caratterizzato da un tempo di scintillazione maggiore della costante di tempo  $RC$ . Nella forma d'onda catturata con il CsI si può notare un andamento caratterizzato da due tempi di scintillazione diversi, causato dalla presenza di due meccanismi di diseccitazione degli elettroni:

- Il primo caratterizzato da elettroni che si disecchano tornando alla banda di valenza direttamente con un tempo di decadimento breve  $\tau_1$ .
- Il secondo da elettroni che tornano alla banda di valenza rimanendo temporaneamente intrappolati nei livelli energetici intermedi, presenti per via del drogaggio del cristallo; processo che fa avvenire l'emissione di luce con un tempo di decadimento più lungo  $\tau_2$ .

Di conseguenza le funzioni da utilizzare per analizzare la forma d'onda sono le seguenti:

- Fit parziale ( $t \gg RC$ ):

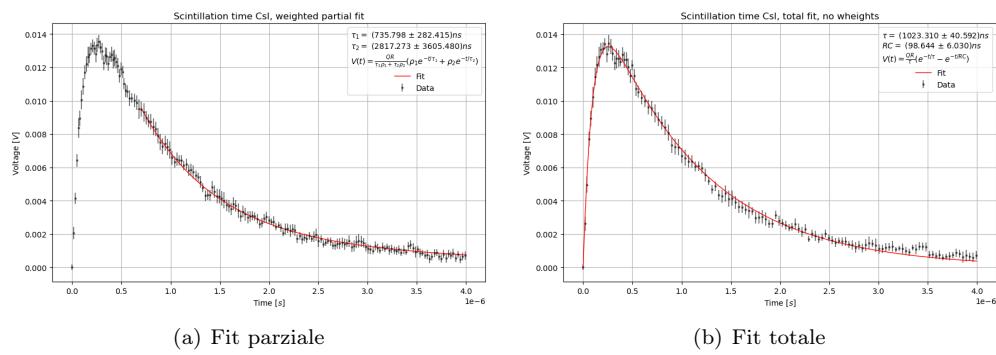
$$V(t) = \frac{RC}{\rho_1\tau_1 + \rho_2\tau_2} \frac{Q}{C} (\rho_1 e^{-t/\tau_1} + \rho_2 e^{-t/\tau_2}) \quad (12)$$

dove  $\rho_1 = 0.64$  e  $\rho_2 = 0.36$  sono i rispettivi pesi dei due diversi decadimenti, come tabulato in [14].

- Fit totale:

$$V(t) = \frac{RC}{\rho_1\tau_1 + \rho_2\tau_2} \frac{Q}{C} (\rho_1 e^{-t/\tau_1} + \rho_2 e^{-t/\tau_2} - e^{-t/RC}) \quad (13)$$

Tuttavia, per la buona riuscita del fit, è stato necessario trascurare il doppio decadimento ed approssimare la funzione a  $V(t) = \frac{RC}{\tau} \frac{Q}{C} (e^{-t/\tau} - e^{-t/RC})$



**Figura 33:** Esempi di interpolazione delle forme d'onda generate dal CsI

Si possono quindi confrontare i due valori di  $\tau_1$  e  $\tau_2$  ottenuti dal fit parziale con quelli teorici [14]:

	Misura	Valore tabulato	$\sigma$	p-value
$\tau_1$ [ns]	$720.4 \pm 26.6$	680	1.52	0.129
$\tau_2$ [ns]	$3044 \pm 248$	3340	1.19	0.233

**Tabella 11:** Compatibilità della misura con il valore atteso

Si può quindi concludere osservando che entrambe le misure sono compatibili con i valori tabulati entro la soglia del 5%.

Dal fit totale è stato ricavato un tempo di scintillazione complessivo del cristallo ed è stato confrontato con il valore tabulato da CAEN, riportato nella tabella 4. Di seguito i risultati del confronto.

	$\tau_{tot}$ [ns]	$\tau_{part}$ [ns]	$\sigma$	p-value
<b>Fit totale</b>	$1028.5 \pm 17.9$	1000	1.592	0.111

**Tabella 12:** Compatibilità della misura con il valore atteso

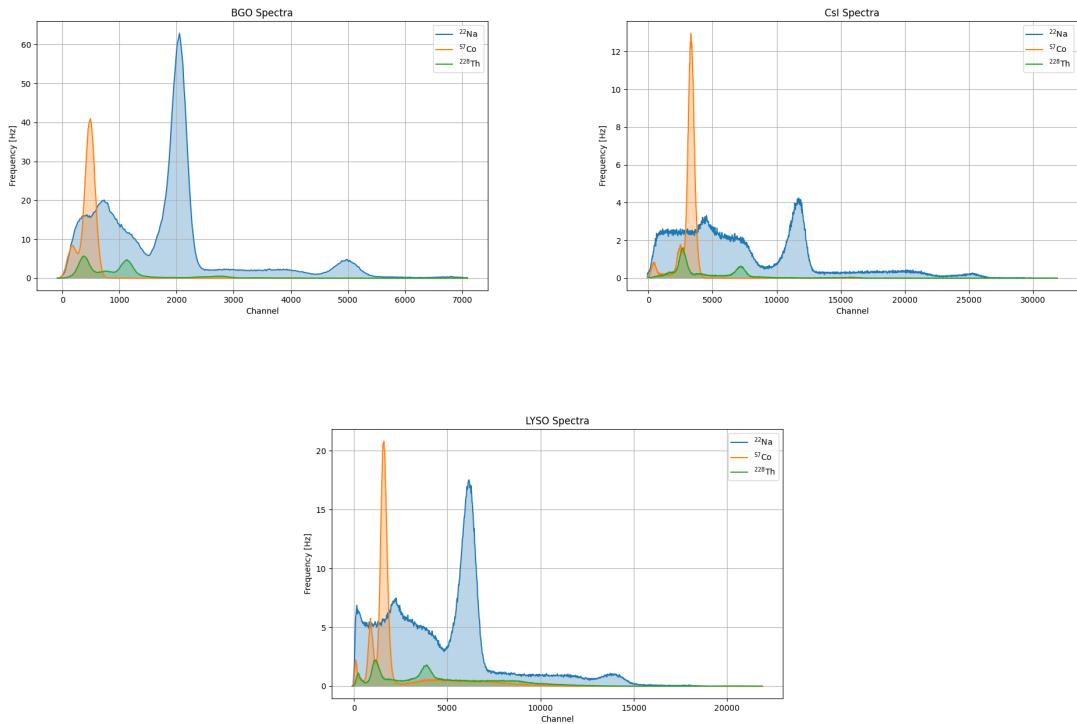
Si può concludere che la misura ottenuta è compatibile entro il limite di  $p-value > 5\%$  con le previsioni teoriche.

**Conclusioni** Le misure dei tempi di scintillazione risultano ampiamente compatibili con i valori attesi. Dai fit totali si sono inoltre ricavati dei valori della costante  $RC$  del circuito all'anodo; facendone media e deviazione standard si ottiene  $RC = (82.493 \pm 13.212)$  ns, in linea con le assunzioni fatte in precedenza

$$\tau_{LYSO} < RC \quad \tau_{BGO} > RC \quad \tau_{CsI} > RC$$

### 3.6 Calibrazione

In questa sezione si vuole valutare la calibrazione ADC-energia dell'intero apparato di misura grazie allo studio della posizione dei picchi degli spettri del sodio  $^{22}\text{Na}$ , del cobalto  $^{57}\text{Co}$  e del torio  $^{228}\text{Th}$ . Sono state raccolte misure di spettri gamma di ogni sorgente per ciascun cristallo scintillatore, riassunte nelle figure seguenti.



**Figura 34:** Spettri delle sorgenti  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{57}\text{Co}$ ,  $^{228}\text{Th}$  per ogni cristallo utilizzato (BGO, CsI, LYSO).

Si è scelto di misurare lo spettro del torio in quanto, a differenza di sodio e cobalto, presenta dei picchi ad energie maggiori ai 2keV che consentono di studiare il comportamento del SiPM in un regime non lineare. Infatti l'intensità dei fotoni incidenti e l'ampiezza del segnale elettronico presentano un comportamento lineare quando il numero di microcellule accese<sup>6</sup> è inferiore a circa il 70% del numero di celle totali. Tuttavia, quando il flusso di fotoni incidenti è troppo alto rispetto al numero di microcellule, l'ampiezza del segnale misurato dal SiPM è pressoché costante all'aumentare del numero di fotoni e, visto che tutte le microcellule del SiPM sono attive, il rivelatore va in saturazione. La relazione che lega il numero di microcellule accese  $N_{\text{fired}}$  con il numero di fotoni incidenti  $N_\gamma$  è

$$N_{\text{fired}} = N_{\text{celle}} \left( 1 - e^{-\frac{PDE(\Delta V, \lambda)}{N_{\text{celle}}} \cdot N_\gamma} \right) \quad (14)$$

dove  $N_{\text{celle}}$  è il numero di microcellule totali del SiPM,  $PDE$  la photon detection efficiency e  $\lambda$  la lunghezza d'onda dei fotoni incidenti. Osserviamo che per  $N_\gamma \ll N_{\text{celle}}$  il SiPM ha un numero di microcellule accese lineare nel numero di fotoni incidenti e quindi un'ampiezza di segnale lineare in  $N_\gamma$ , mentre se  $N_\gamma \gg N_{\text{celle}}$  il numero di microcellule attive tende al numero di microcellule totali e dunque l'ampiezza del segnale è costante all'aumentare di  $N_\gamma$ .

Questo ha ricadute nella calibrazione del rivelatore, in quanto l'integrale del segnale è il valore del canale ADC del rispettivo fotone incidente. Ci si aspetta dunque che all'aumentare dell'energia incidente il valore dei canali ADC sia asintotico ad una costante  $k$ , che evidenzi la saturazione del SiPM. In particolare, vista la relazione 14, un modello<sup>7</sup> adatto che leggi i canali ADC con l'energia  $E$  può essere

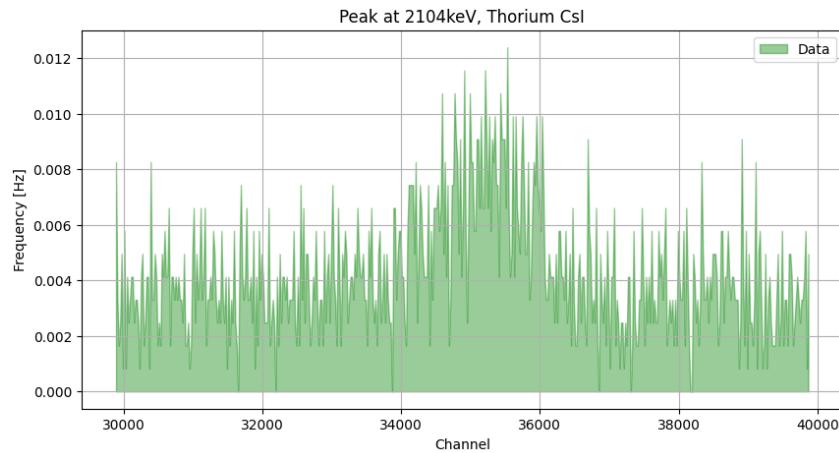
$$ADC(E) = k(1 - e^{-\eta E}) \quad (15)$$

<sup>6</sup>per "accese" e "attive" si intendono le microcellule colpite da un fotone che riescono a generare una valanga elettronica.

<sup>7</sup>Sono state provate anche una funzione lineare e una di secondo grado, ma presentano un  $\chi^2/n_{dof}$  maggiore rispetto al modello 15.

I parametri  $k$  e  $\eta$  non sono propri solamente del SiPM e dell'overvoltage in uso, ma dipendono fortemente dal cristallo scintillatore scelto. In particolare dipendono dal suo light yield, ossia dalla capacità del cristallo di convertire l'energia depositata dalla radiazione in fotoni. Infatti, se il light yield è basso ( $\sim 10000\text{ph./keV}$ ), il cristallo emette pochi fotoni anche se eccitato da radiazioni molto energetiche e il SiPM difficilmente entra in saturazione, aspettandosi un comportamento lineare del rivelatore. Al contrario, se il cristallo ha un light yield elevato ( $\sim 30000\text{ph./keV}$ ), si ha saturazione anche per energie relativamente basse.

L'analisi dello spettro del torio pertanto ci consente di poter studiare il comportamento asintotico dell'apparato di misura per energie elevate. Dalle figure degli spettri si nota che il torio utilizzato è una sorgente poco attiva, ma cambiando la scala del grafico si possono comunque notare i picchi di 2104keV e 2615keV, come mostrato in figura 35.



**Figura 35:** Picco del  $^{228}\text{Th}$  a 2104keV.

Per trovare la posizione dei picchi si è rimosso il fondo del cristallo e si è ricorso a dei fit con una funzione gaussiana, dove il valor medio di quest'ultima è la stima della posizione del picco. In particolare, affinchè le stime non fossero affette da bias dovuti alla scelta dei punti da interpolare (cioè delle maschere) nell'intorno del picco, si è ricorso a più fit al variare dei punti interpolati (multi-fit). Sono stati considerati solo i fit il cui algoritmo di minimizzazione converge e che presentano un p-value maggiore al 5%. Si è assunto quindi come stimatore della posizione del picco la media pesata di quest'ultimi. La scelta della media pesata rispetto alla media è dovuta al fatto che essa dà meno rilevanza alle misure con maggiore incertezza, le quali spesso presentano una scarsa accuratezza rispetto alla posizione del picco visibile dallo spettro. Infine è stata assunta come incertezza per ciascun picco la somma in quadratura dell'errore statistico derivante dalla media pesata con un errore sistematico dato dall'algoritmo utilizzato, pari a

$$\sigma_\mu = \frac{\mu_{max} - \mu_{min}}{2}$$

dove  $\mu_{max}$  e  $\mu_{min}$  sono rispettivamente il valore più alto e più basso trovato dall'algoritmo.

Per ciascun cristallo si è scelto di interpolare i picchi maggiormente visibili di cui si sapeva riconoscere l'energia e in seguito, note le posizioni dei picchi, è stato effettuato un fit con il modello 15.

**CsI** I picchi maggiormente visibili sono i 14.4keV e 122.1keV del cobalto-57, i 511keV e 1274.5keV del sodio-22 e i 300.1keV e 2104keV del torio-228. L'esito del fit è riportato nella figura 36.

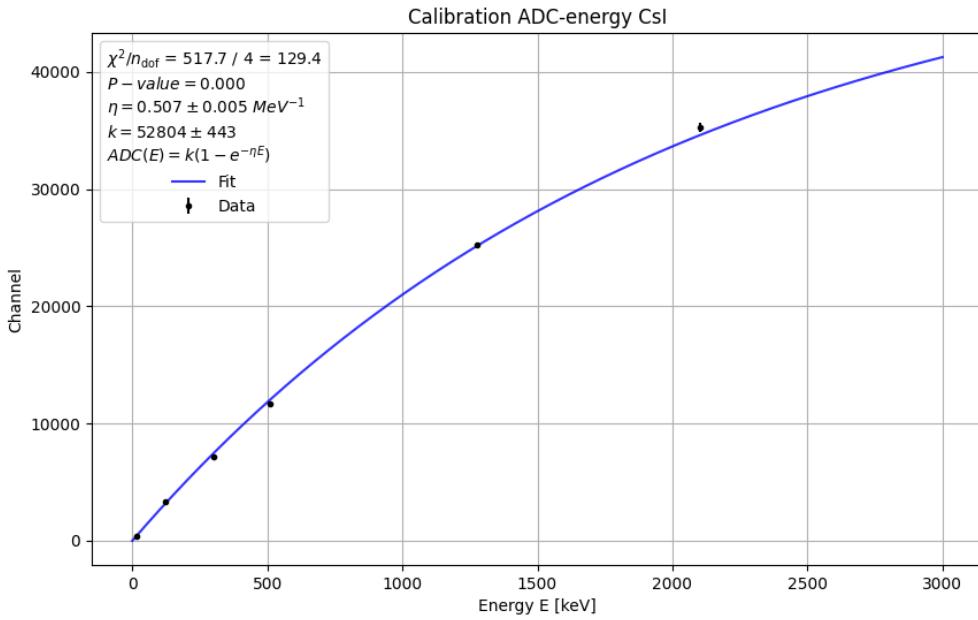


Figura 36: Calibrazione del CsI.

**BGO** I picchi osservati sono il 122.1keV del cobalto-57, i 511keV e 1274.5keV del sodio-22 e i 300.1keV e 2615keV del torio-228. Il fit è riportato nella figura 37.

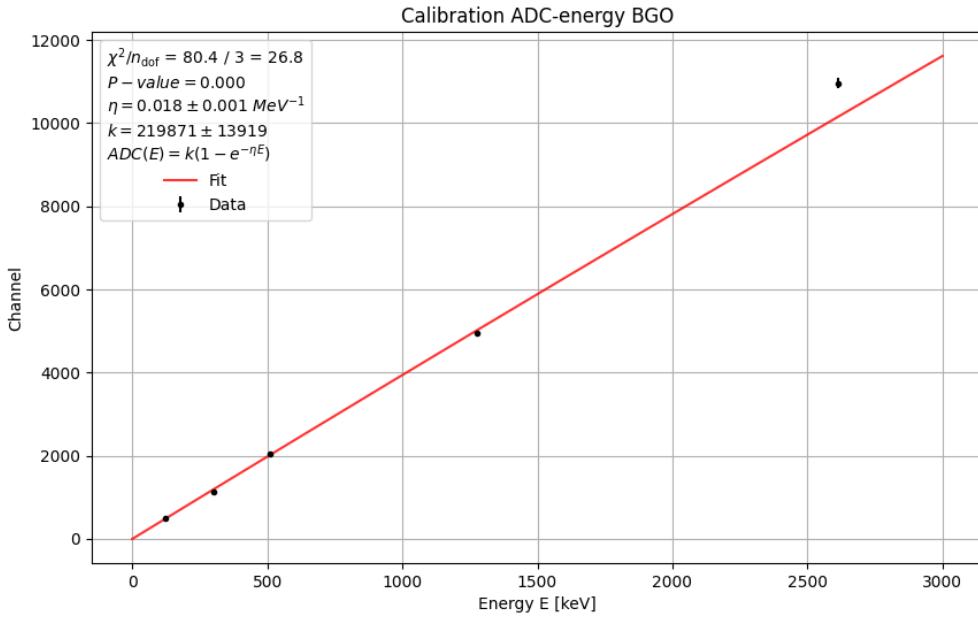
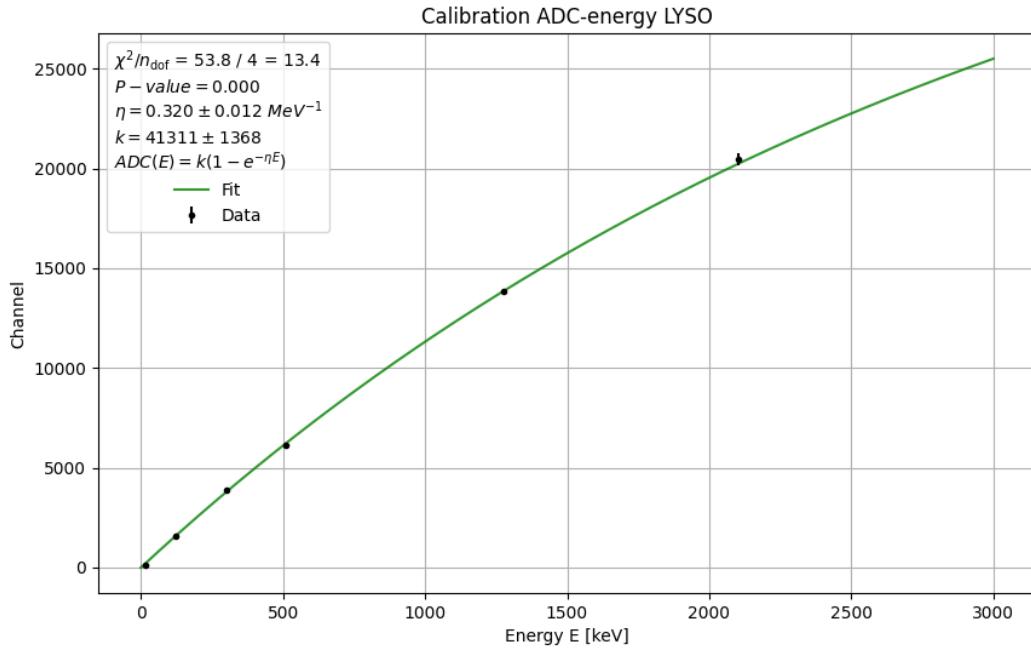


Figura 37: Calibrazione del BGO.

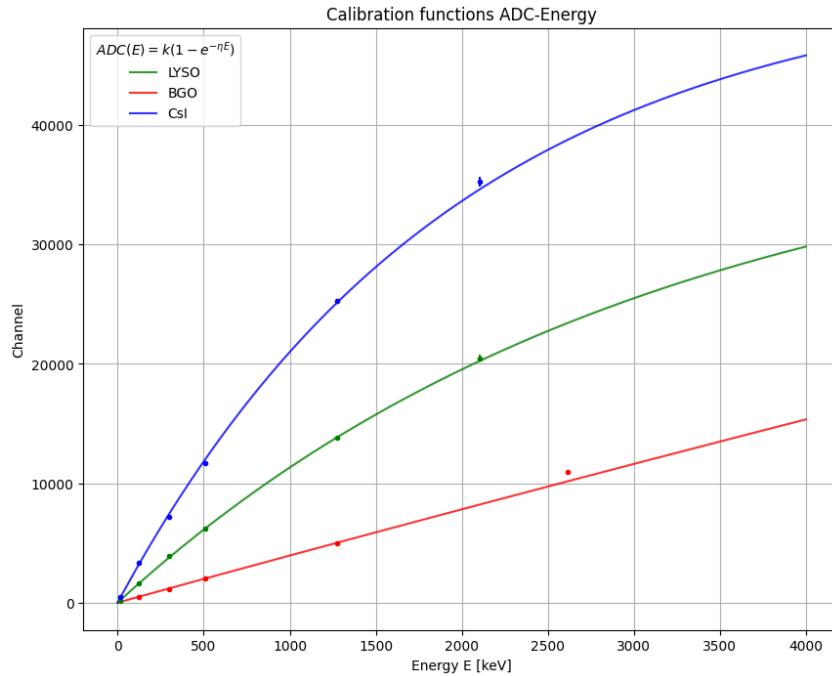
**LYSO** I picchi osservati sono i 14.4keV e 122.1keV del cobalto-57, i 511keV e 1274.5keV del sodio-22 e i 300.1keV e 2104keV del torio-228. L'esito dell'interpolazione è riportato nella figura 38.



**Figura 38:** Calibrazione del LYSO.

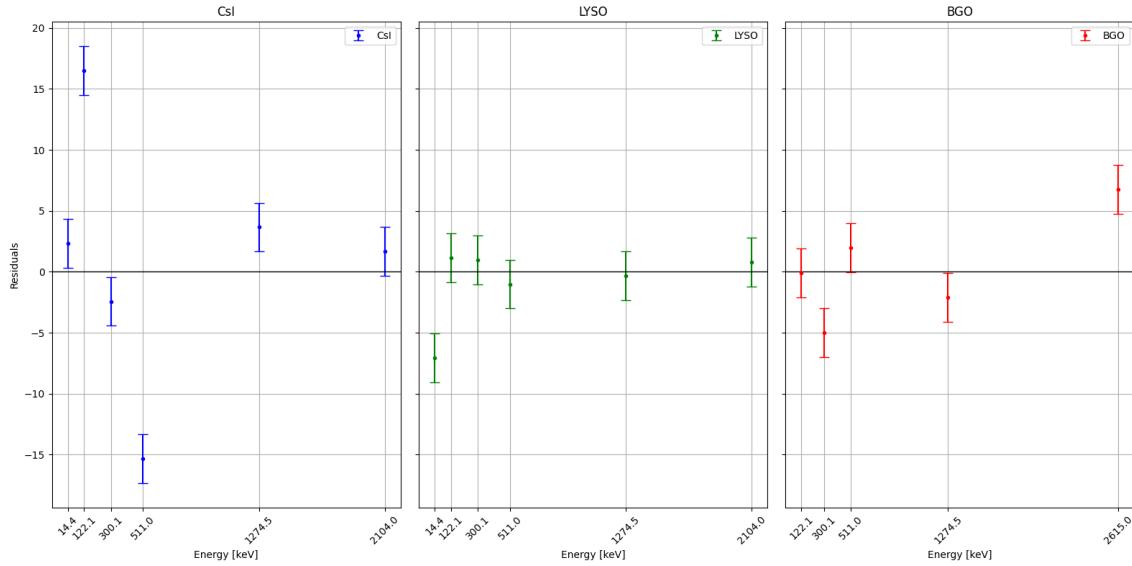
**Osservazioni** Visti i risultati, è possibile trarre alcune conclusioni:

- LYSO e CsI presentano un andamento lineare fino a circa 1000keV, mentre il BGO è lineare anche a energie superiori (nel limite dei dati a disposizione). Questo si può spiegare osservando il valore del light yield dei cristalli: dai valori tabulati, il light yield del BGO (8200ph./MeV) è circa un terzo del light yield del LYSO (27000ph./MeV) e circa un sesto del CsI (52000ph./MeV). Questo implica l'emissione di meno fotoni anche ad alte energie da parte del BGO, non mandando in saturazione il SiPM al contrario degli altri due cristalli per energie superiori a circa 1keV.



**Figura 39:** Calibrazione dei cristalli scintillatori.

- I p-value dei fit sono tutti inferiori al 5%. Riteniamo che questo sia dovuto in larga parte dalla semplicità del modello 15 valutato unicamente sul parametro di light yield. Un modello più approfondito sarebbe richiesto per spiegare al meglio i dati e ridurre il valore dei residui. Ciononostante, riteniamo il modello una descrizione abbastanza corretta dell'andamento dei dati sperimentali.



**Figura 40:** Grafico dei residui tra misura e curva trovata per la calibrazione dei cristalli scintillatori.

- Un'ulteriore causa dei valori bassi dei p-value è dovuta ad una sottostima degli errori per alcuni picchi, in quanto l'errore sistematico non copre totalmente l'ampiezza in ADC in cui può cadere il valore esatto del picco.
- Infine è logico individuare nelle variazioni delle condizioni ambientali, tra cui la temperatura, ulteriore fonte di incertezza impossibile da valutare quantitativamente. In particolare lo spettro del torio è stato misurato un mese dopo gli altri, con una differenza di temperatura del laboratorio di circa 2°C.

Effettuata la calibrazione, è ora possibile estrapolare i valori delle energie dei massimi degli spettri di fondo dei tre cristalli scintillatori e verificare in particolare i decadimenti del  $^{176}\text{Lu}$  presenti nel LYSO, come riportato nel paragrafo 3.4. In primo luogo, è stata invertita la relazione 15:

$$E(ADC) = -\frac{1}{\eta} \ln \left( 1 - \frac{ADC}{k} \right)$$

Sono stati interpolati i picchi per tutti i cristalli con delle polinomiali di secondo grado<sup>8</sup> in modo da trovare il valore in ADC dei massimi. Con tali valori, si è stimata l'energia massima di BGO e CsI e dei picchi per il LYSO, con relativi errori propagando le incertezze della posizione del massimo, di  $\eta$  e di  $k$ .

	BGO	CsI
Energie massimo	$(64.15 \pm 5.81)\text{keV}$	$(87.40 \pm 1.29)\text{keV}$

**Tabella 13:** Energie dei massimi del fondo di BGO e CsI

Le energie dei picchi del LYSO sono date da somme di energie dei singoli decadimenti, riportate nel paragrafo 3.1. Vista la compatibilità delle energie estrapolate con i valori attesi, è possibile confermare la presenza del  $^{176}\text{Lu}$  nel LYSO.

<sup>8</sup>Sono state preferite rispetto a funzioni gaussiane perché consentono di trovare più facilmente punti di massimo.

	LYSO	$\sigma$
Picco 88keV	(106.84 ± 9.24)keV	2.03
Picco 395keV	(379.17 ± 19.77)keV	0.80
Picco 597keV	(557.96 ± 36.69)keV	1.06

Tabella 14: Energie dei picchi del fondo del LYSO

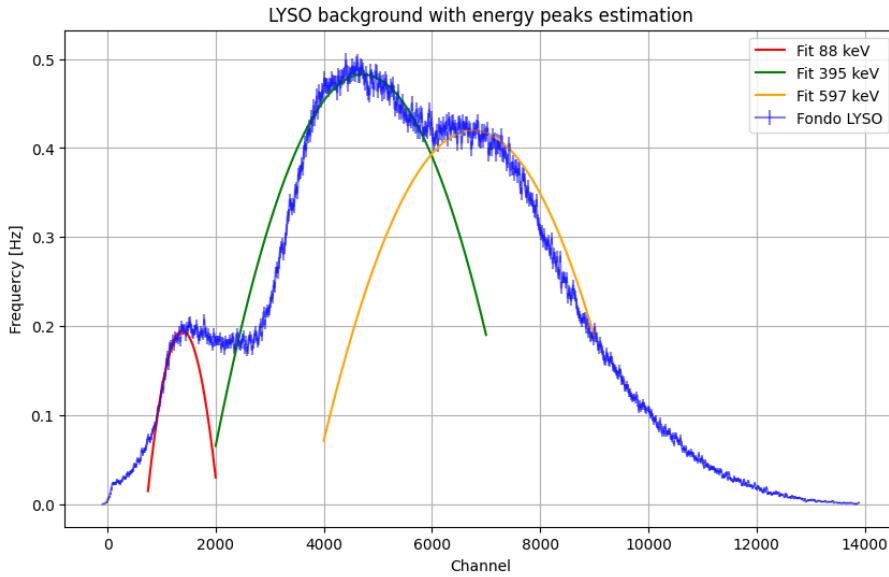


Figura 41: Fit dei picchi del fondo del LYSO con parabole. Si osservi la difficoltà nel discriminare i picchi molto sovrapposti tra loro.

### 3.7 Risoluzione

Con gli spettri trovati in precedenza si vuole ora studiare la risoluzione energetica del SiPM con i tre diversi cristalli scintillatori<sup>9</sup>. La risoluzione energetica  $R$  di un picco ad una fissata energia è definita come

$$R = \frac{FWHM}{H_0} \quad (16)$$

dove  $FWHM$  è il *Full Width Half Maximum* del picco e  $H_0$  la posizione centrale di quest'ultimo nello spettro. La risoluzione di un cristallo scintillatore accoppiato ad un SiPM è scarsa rispetto ai rivelatori a semiconduttore ed è dovuta ai diversi fattori in gioco nella catena di rivelazione. La larghezza del picco, infatti, dipende principalmente da fluttuazioni statistiche del numero di elettroni generati in una valanga a parità di energia della radiazione incidente, da variazioni del numero di fotoni generati dal cristallo e incidenti al rivelatore, dal rumore elettronico e infine da drift dei parametri operativi durante le misure, ad esempio la temperatura. Questi fattori concorrono alla larghezza totale del picco, data dalla somma in quadratura dei singoli contributi:

$$(FWHM)_{tot}^2 = (FWHM)_{stat}^2 + (FWHM)_{noise}^2 + (FWHM)_{drift}^2 + \dots$$

Nel caso di cristalli scintillatori molti di questi termini sono trascurabili. Il contributo dato dal rumore elettronico è pressoché nullo (si veda [15]) e i drift di temperatura sono stati limitati attivando la compensazione della temperatura, mentre le variazioni del numero di fotoni prodotti e raccolti possono essere inizialmente trascurate. Grazie a queste assunzioni preliminari, la larghezza del picco è data solamente da fluttuazioni statistiche del numero di elettroni generati dal SiPM. In particolare, dato un numero di fotoni scintillanti costante per una fissata energia della radiazione incidente, si può assumere che gli elettroni generati dal SiPM seguano una statistica poissoniana. Dunque la deviazione standard del numero di elettroni prodotti è pari alla radice della media del numero di elettroni prodotti. Poichè il numero

<sup>9</sup>L'intera discussione si fonda su [15]

di elettroni è proporzionale al numero di fotoni e quindi all'energia della radiazione incidente, il segnale registrato dal SiPM segue una statistica poissoniana e la larghezza del picco vale

$$FWHM = k\sqrt{E}$$

dove  $k$  è una costante di proporzionalità da cui, sostituendo in 16, si trova una relazione tra risoluzione e energia pari a<sup>10</sup>

$$R = \frac{k}{\sqrt{E}} \quad (17)$$

Sperimentalmente si trova che un modello più adatto che tenga conto anche delle influenze non statistiche nella larghezza del picco (si veda [15]) è

$$R = \frac{(a + bE)^{1/2}}{E} \quad (18)$$

con  $a$  e  $b$  parametri propri dell'accoppiamento SiPM - scintillatore. Questo modello tiene conto, ad esempio, delle variazioni del numero di fotoni generati dallo scintillatore e raccolti dal SiPM.

È ora possibile trovare la risoluzione in funzione dell'energia dei tre cristalli accoppiati al SiPM con il modello 18. Per trovare una stima di  $R$  dagli spettri per una data energia, si è assunto con buona approssimazione che la forma del picco fosse gaussiana, caso limite della statistica poissoniana dei fotoelettroni. Quindi la  $FWHM$  è pari a 2.35 il valore della deviazione standard della gaussiana  $\sigma$ , da cui si trova, dalla relazione 16, che la risoluzione è pari a

$$R = 2.35 \frac{\sigma}{\mu} \quad (19)$$

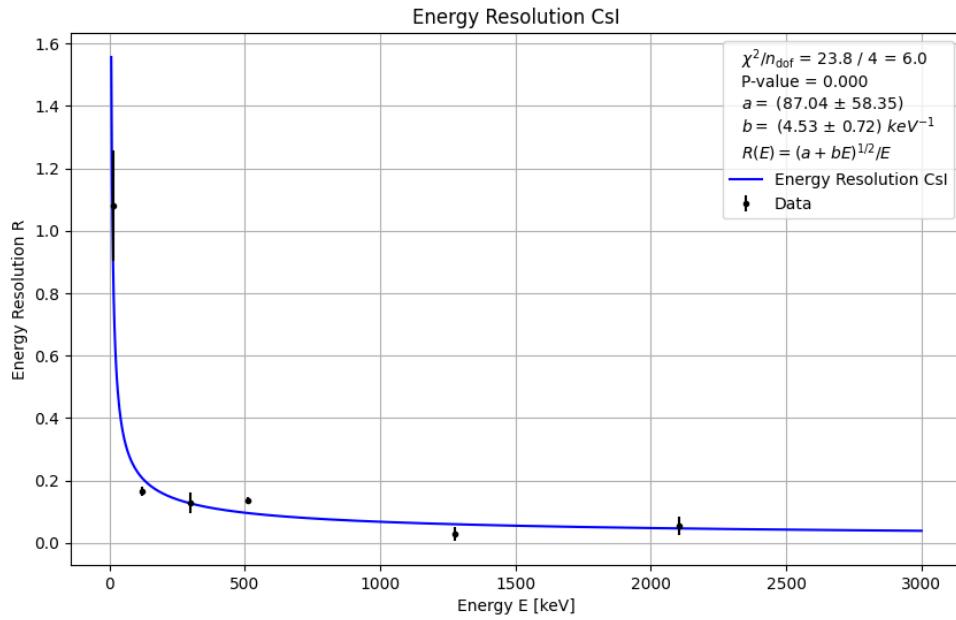
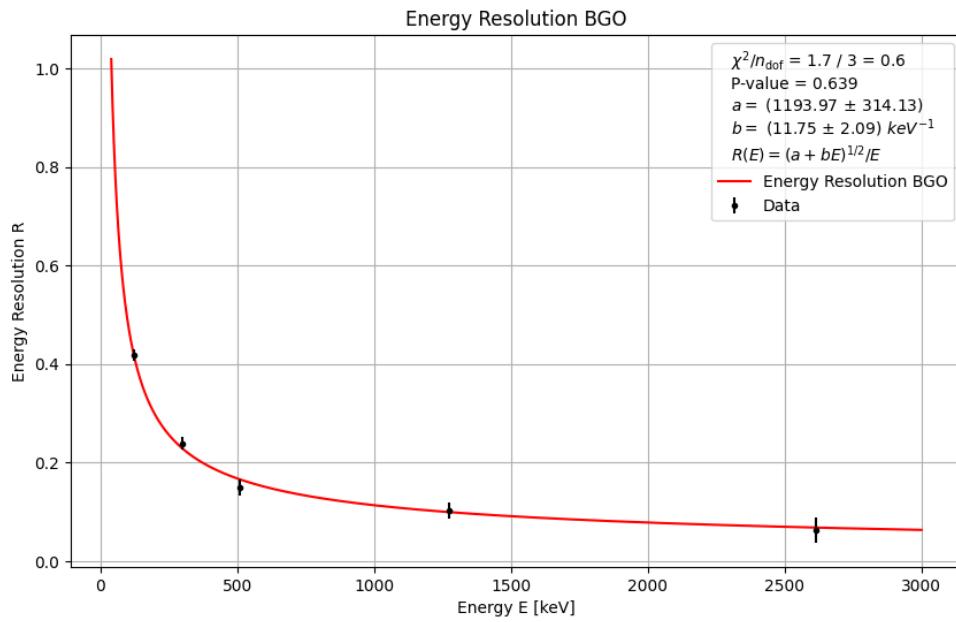
dove  $\mu$  è la media della gaussiana. È stato applicato un algoritmo di multi-fit per  $\mu$  e  $\sigma$  analogo a quello utilizzato nel paragrafo 3.6. Come stimatori di  $\mu$  e  $\sigma$  sono state considerate le medie pesate dei parametri ricavati dai fit validi. Le incertezze associate a queste stime provengono dalla somma in quadratura degli errori statistici derivanti dalla media pesata con errori sistematici dovuti all'utilizzo dell'algoritmo pari a

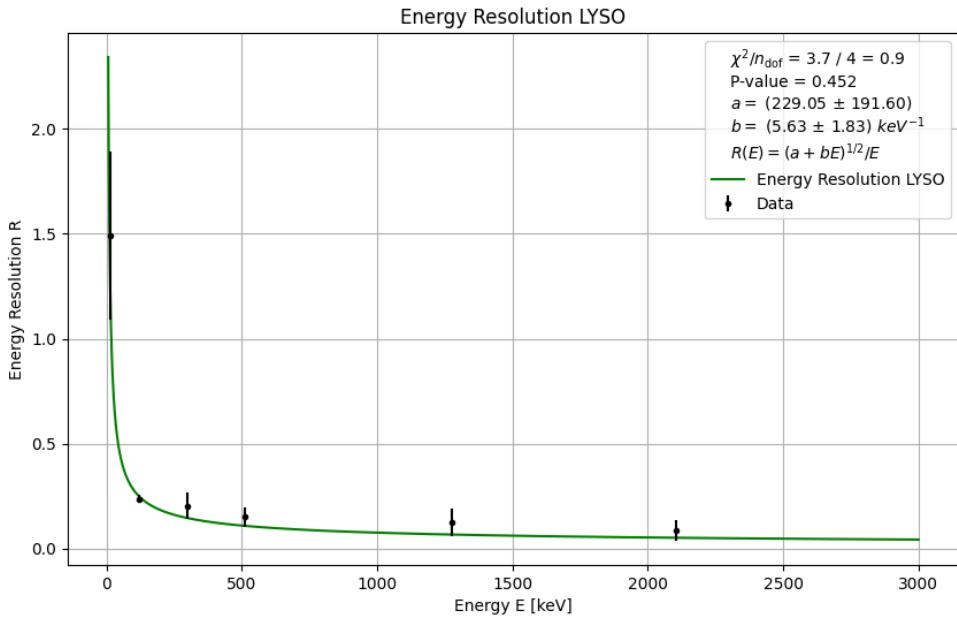
$$\sigma_\mu = \frac{\mu_{max} - \mu_{min}}{2} \quad \sigma_\sigma = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

Infine si trova una stima di  $R$  dalla formula 19 utilizzando le medie pesate di  $\mu$  e  $\sigma$  e propagando l'errore. Sono stati dunque ottenuti i valori di  $R$  per gli stessi picchi utilizzati per la calibrazione ADC-energia e, assumendo un'energia senza errore, si è effettuato un fit con il modello 18. In seguito sono riportati gli esiti dei fit.

---

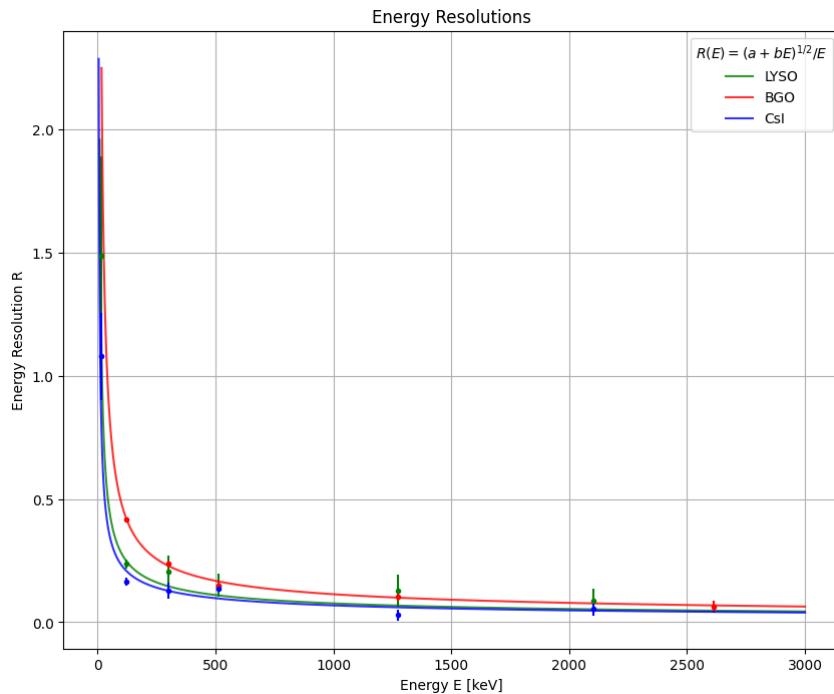
<sup>10</sup>Il fattore di Fano  $F$  per i cristalli scintillatori è approssimabile a 1 in quanto la statistica degli elettroni è poissoniana e non richiede ulteriori fattori correttivi, che in caso sarebbero comunque assorbiti dal coefficiente  $k$ .

**Figura 42:** Risoluzione energetica del CsI**Figura 43:** Risoluzione energetica del BGO



**Figura 44:** Risoluzione energetica del LYSO

Osserviamo che il modello 18 si adatta bene ai dati del LYSO e BGO con un p-value maggiore del 5%, mentre per il CsI il p-value è inferiore al 5%. Riteniamo che questo sia dovuto ad una sottostima degli errori dettati dall'algoritmo utilizzato per i picchi a 122.1keV e 511keV. Infine sottolineiamo che tra i tre cristalli il CsI presenta una risoluzione migliore, in quanto i suoi picchi hanno *FWHM* minore rispetto agli altri cristalli su tutto il range di energie considerato. Infatti, a parità di catena di acquisizione, la risoluzione migliora all'aumentare del light yield dei cristalli: il CsI presenta un light yield più elevato, seguito da LYSO e BGO. Questo andamento è osservabile dal grafico 45.



**Figura 45:** Risoluzione dei cristalli scintillatori.

### 3.8 Light Yield

Di cruciale importanza è la capacità di uno scintillatore di convertire l'energia depositata dalla radiazione ionizzante in segnale ottico. Tale proprietà è detta *light yield*, letteralmente *resa di luce*, ed è definita come il numero di fotoni prodotti per MeV di energia depositata

$$LY = \frac{n_{photons}}{E_{dep}} \quad (20)$$

Il light yield è un parametro molto sensibile dei cristalli scintillatori ed è legato a molti fattori di costruzione del cristallo stesso (dimensioni, forma, quantità di drogaggio) nonché a fattori ambientali (temperatura, umidità). Osservando in letteratura i valori di light yield legati ai cristalli in esame, si osservano valori diversi tra loro. Sono stati pertanto utilizzati come valori di riferimento quelli forniti dal costruttore nel manuale [4] e riportati in tabella 4.

Lo studio del light yield è stato effettuato in due modalità differenti: prima valutandone i rapporti tra i vari cristalli, poi cercando di ottenere una misurazione del loro valore assoluto.

**Rapporti** Come mostrato nell'equazione 20, a parità di energia depositata, la resa di luce è direttamente proporzionale al numero di fotoni generati dallo scintillatore. Pertanto, a parità di gain della PSAU tale valore è legato in maniera diretta alla posizione in canali ADC del picco. Il rapporto tra i light yield di due cristalli è pertanto uguale al rapporto tra la posizione dei picchi di stessa energia. La posizione dei picchi è stata valutata, dopo aver rimosso il fondo del cristallo, fittando la curva con una gaussiana. Per ottenere valori il meno possibile affetti da bias, è stato applicato un algoritmo di multi-fit analogo a quello descritto nel paragrafo 3.6. Sono state inoltre effettuate nuove prese dati dello spettro gamma del sodio per i tre cristalli a breve distanza temporale, in modo tale che i fattori ambientali (primo tra i quali la temperatura, che causa spostamenti della posizione dei picchi a causa di fluttuazioni nel gain) fossero uguali. Il picco scelto è stato quello di 511 keV del  $^{22}\text{Na}$  per la sua statistica elevata all'interno dello spettro di emissione del sodio e per la sua distanza da altri picchi notevoli di emissione. I risultati ottenuti sono riportati in tabella 15 e risultano ampiamente compatibili con le previsioni teoriche.

	BGO	LYSO(Ce)	CsI(Tl)
Posizione [ADC channel]	$2388.55 \pm 114.10$	$7367.29 \pm 69.51$	$14095.27 \pm 130.74$
	CsI(Tl)/BGO	CsI(Tl)/LYSO(Ce)	BGO/LYSO(Ce)
Rapporti	$5.90 \pm 0.29$	$1.91 \pm 0.03$	$0.32 \pm 0.02$
Distanza in $\sigma$ dal valore atteso	-1.52	-0.67	-1.00

Tabella 15: Valori di posizione del picco 511 keV e relativi rapporti nei vari scintillatori

**Valori assoluti** Secondo il lavoro di Sariyal et al. [26] è possibile ricostruire il valore assoluto di light yield a partire dalle caratteristiche del SiPM e dall'altezza del segnale elettronico generato dalla radiazione gamma, secondo la formula

$$LY = \frac{CV_0}{e} \frac{k}{G} \frac{1}{PDE} \frac{1}{FF} N \quad (21)$$

con  $C = 1404 \cdot 10^{-12}$  F capacità totale del sistema (SiPM, cavi e oscilloscopio),  $V_0$  [V] altezza del segnale elettronico generato dal SiPM,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C carica elementare,  $G = 1.7 \cdot 10^6$  gain interno del SiPM,  $k = 1$  fattore geometrico di accoppiamento tra superficie del cristallo e del SiPM (sia SiPM che cristallo hanno superficie 6mm x 6mm),  $PDE$  photon detection efficiency del SiPM,  $FF = 0.74$  fill factor del SiPM (percentuale di superficie del SiPM effettivamente sensibile nella rivelazione) e  $N = 8.19 = 1000\text{keV}/122\text{keV}$  termine di normalizzazione per ottenere il light yield espresso in termini di  $n_{photons}/\text{MeV}$  considerando il picco a 122keV del sodio (vedi sotto).

I parametri qui riportati sono stati estratti dai manuali dei componenti (per il SiPM *Hamamatsu S13360-6050PE* si veda [8]) e sono stati assunti senza errori.

Il valore  $V_0$  è stato ottenuto collegando il SiPM ad un oscilloscopio ed osservando il segnale in uscita. Si è deciso di utilizzare, per lo studio, il picco a 122keV del  $^{57}\text{Co}$  in quanto più facilmente discriminabile tra le varie forme d'onda. Oltre ad essere il picco principale dello spettro di emissione del cobalto, infatti, ha il vantaggio di non avere picchi significativi ad energie più alte: lavorando con la soglia di trigger dell'oscilloscopio è possibile isolare tali segnali. Un'operazione di questo tipo risulta molto difficoltosa

con il picco a 511keV del sodio, che presenta uno spettro molto più ampio in termini di energie. Al valore  $V_0$  è stato associato un errore legato alle oscillazioni del massimo osservato sull'oscilloscopio, individuando un range di fluttuazioni di tale valore.

Per quanto riguarda i valori di photon detection efficiency, possono essere ottenuti a partire dal valore di picco di emissione luminosa dello scintillatore riportato in tabella 4 (espresso in lunghezza d'onda) e valutando il possibile valore di PDE per tale lunghezza d'onda sul manuale del SiPM [8]. È stata associata una incertezza a tali valori di  $\pm 0.05$  legata al fatto che, oltre ad essere l'emissione del cristallo non assolutamente monocromatica, il grafico di PDE riportato sul manuale non presenta un livello di definizione tale da poter ottenere con precisione elevata il valore di una misura.

Tutti i valori di  $V_0$ , PDE e i relativi risultati ottenuti sono riportati in tabella 16.

	<b>BGO</b>	<b>LYSO(Ce)</b>	<b>CsI(Tl)</b>
$V_0$ [mV] a 122 keV	$30.4 \pm 5.0$	$120 \pm 10$	$170 \pm 10$
Picco di emissione [nm]	480	420	560
<i>PDE</i>	$0.39 \pm 0.05$	$0.37 \pm 0.05$	$0.33 \pm 0.05$
<i>LY</i> [ph./MeV]	$4440 \pm 927$	$18500 \pm 2940$	$29400 \pm 4770$
Distanza in $\sigma$ dal valore tabulato	-4.06	-2.89	-4.74

**Tabella 16:** Parametri utilizzati e risultati ottenuti nel calcolo del light yield assoluto

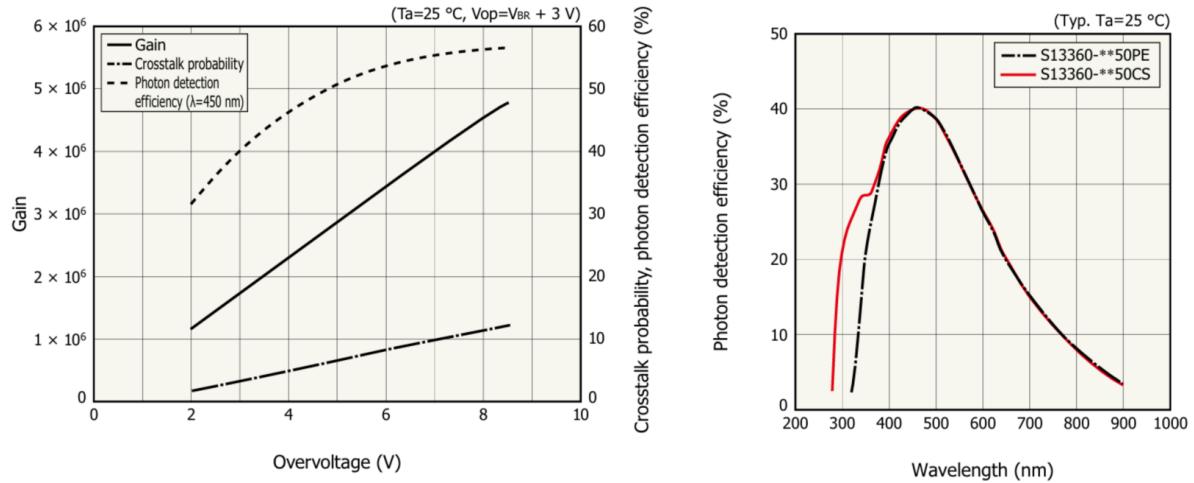
**Correzione** Si può osservare come tutte le stime ottenute siano inferiori ai valori di riferimento riportati in tabella 4 e distanti da esso più di due deviazioni standard. Due fattori influenzano maggiormente il bias legato a questa misura.

Il primo è un intrinseco peggioramento delle proprietà di resa luminosa del cristallo, legato all'invecchiamento degli stessi e all'esposizione a radiazione gamma che ne danneggia le proprietà ottiche (come mostrato, ad esempio, in [32]). Tali problematiche comportano, in questo caso, una minore intensità del segnale  $V_0$  generato dal SiPM e diretta conseguenza ne è un valore di light yield ridotto.

Un altro fattore è legato alla PDE del SiPM. La curva riportata sul manuale è infatti per tensioni operative di +3 V sulla tensione di breakdown. Poichè non è stato effettuato uno studio completo su tale SiPM, diverso da quello utilizzato nel capitolo 2, è stato assunto il valore riportato sul manuale e pari a  $V_{break} = 53$  V; pertanto il SiPM era operativo in regime di overvoltage pari a  $\Delta V \sim 1.5$  V. Questo comporta una riduzione del valore di PDE come riportato nel manuale del SiPM. Dal grafico  $\Delta V$  su PDE è stato possibile ricostruire una diminuzione del  $\sim 42\%$  per  $\lambda = 450$  nm; supponendo che tale diminuzione sia uguale, in percentuale, per tutte le lunghezze d'onda, sono stati ottenuti nuovi valori di PDE e pertanto nuove stime di LY, come riportato in tabella 17. I grafici dell'andamento della PDE sono riportati in figura 46.

	<b>BGO</b>	<b>LYSO(Ce)</b>	<b>CsI(Tl)</b>
<i>PDE</i>	$0.23 \pm 0.05$	$0.22 \pm 0.05$	$0.19 \pm 0.05$
<i>LY</i> [ph./MeV]	$7530 \pm 2050$	$31100 \pm 7530$	$51000 \pm 13804$
Distanza in $\sigma$ dal valore tabulato	-0.33	+0.54	-0.07

**Tabella 17:** Correzione alla *PDE* nel calcolo del light yield assoluto

Figura 46: PDE in funzione di  $\Delta V$  e  $\lambda$ 

Si può osservare la migliore compatibilità dei nuovi valori ottenuti. È ulteriore conferma della bontà dei dati il fatto che, valutandone i rapporti come effettuato a partire dalla posizione dei picchi, si ottengono tutti valori compatibili con quelli teorici entro  $\sim 1\sigma$  come riportato in tabella 18. Si ha inoltre compatibilità con i rapporti ottenuti dalla misurazione della posizione di massimo nello spettro, effettuati su un picco energetico differente. Un riepilogo dei risultati è riportato in tabella 19.

	CsI(Tl)/BGO	CsI(Tl)/LYSO(Ce)	BGO/LYSO(Ce)
<b>Dati tabulati</b>	6.34	1.93	0.30
<b>Posizione picchi</b>	$5.90 \pm 0.29$	$1.91 \pm 0.03$	$0.32 \pm 0.02$
<b>Valore assoluto</b>	$6.61 \pm 1.75$	$1.59 \pm 0.36$	$0.24 \pm 0.06$
<b>Valore assoluto con correzione</b>	$6.77 \pm 2.60$	$1.64 \pm 0.59$	$0.24 \pm 0.09$

Tabella 18: Rapporto tra i light yield dei vari cristalli

	BGO	LYSO(Ce)	CsI(Tl)
<b>Dati tabulati</b>	8200	27000	52000
<b>Valore assoluto</b>	$4440 \pm 927$	$18500 \pm 2940$	$29400 \pm 4770$
<b>Valore assoluto con correzione</b>	$7530 \pm 2050$	$31100 \pm 7530$	$51000 \pm 13804$

Tabella 19: Valori assoluti di light yield [ $n_{ph.}/\text{MeV}$ ]

### 3.9 Probabilità fotoelettrica

Nonostante siano molti i meccanismi conosciuti di interazione tra la radiazione gamma e la materia (si veda capitolo 4), solamente tre rivestono un ruolo di principale importanza: l'assorbimento fotoelettrico, lo scattering Compton e la produzione di coppia. In particolare, ci si è concentrati in questo paragrafo sulla probabilità di assorbimento fotoelettrico da parte dei cristalli.

Nel processo di assorbimento fotoelettrico, un fotone interagisce con un atomo venendo completamente assorbito. Tutta l'energia del fotone è trasferita ad un elettrone legato all'atomo; se tale energia è sufficiente da contrastare la forza di legame, l'elettrone è espulso dagli orbitali atomici diventando un fotoelettrone. Tale fotoelettrone ha energia pari a  $E_{pe} = h\nu - E_b$  con  $\nu$  frequenza della radiazione gamma incidente e  $E_b$  energia di legame del fotoelettrone al suo orbitale di origine. Inoltre, l'atomo ionizzato a causa della perdita del fotoelettrone può catturare elettroni liberi o riordinare i propri per occupare tale mancanza: questo processo può generare emissione caratteristica di fotoni nella banda dei raggi X.

Il processo di assorbimento fotoelettrico è predominante per raggi gamma di energie relativamente basse ed ha una dipendenza caratteristica dal numero atomico  $Z$  del materiale con cui interagisce. Non esiste una singola forma analitica per esprimere la probabilità di assorbimento fotoelettrico di un atomo su

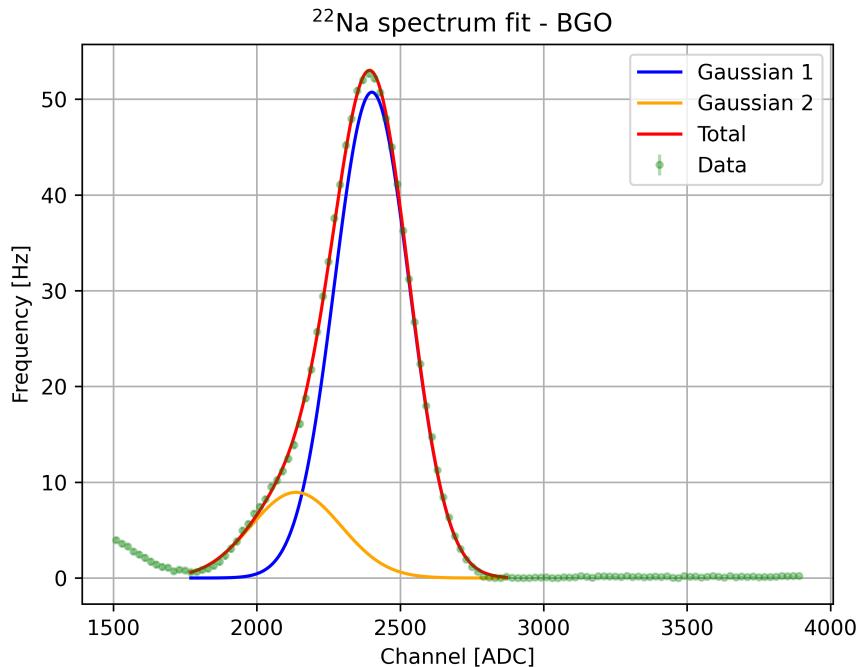
tutto il range di energie e numeri atomici, ma una sua approssimazione è

$$\tau_{pe} \propto \frac{Z^n}{E_\gamma^{3.5}} \quad (22)$$

con il valore di  $n$  che varia nel range  $4 \rightarrow 5$  [16].

Nell'analisi condotta in questo esperimento è stato deciso di utilizzare il picco a 511 keV del  $^{22}\text{Na}$  per la sua alta statistica nello spettro gamma del sodio e per il suo valore di energia intermedio.

Poichè il numero di conteggi relativi ad un picco è direttamente proporzionale alla probabilità fotoelettrica, sono state valutate le aree corrispondenti negli spettri gamma. Per fare questo è stato innanzitutto applicato l'algoritmo SNIP (paragrafo 4.3, appendice A) agli spettri per rimuovere conteggi considerati di fondo; i picchi sono stati poi valutati con un fit utilizzando una funzione composta dalla somma di due gaussiane, per meglio adattarsi alla forma dello spettro e valutare con migliore approssimazione l'area. Il vantaggio di utilizzare gaussiane è che l'area sottesa è pari al valore del parametro di ampiezza delle stesse: è pertanto possibile ottenere una misurazione dell'area sommando le due ampiezze ed associandovi un errore pari alla somma in quadratura degli errori statistici relativi ai parametri e del sistematico associato alla rimozione del fondo.



**Figura 47:** Esempio di fit con doppia gaussiana con picco 511 keV e BGO

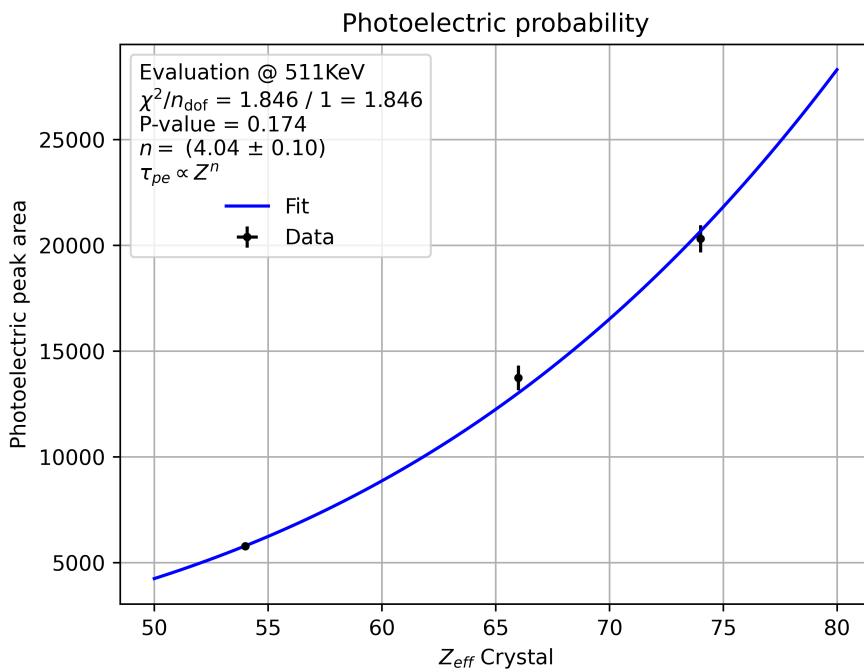
Poichè è stato utilizzato lo stesso picco per tutti gli scintillatori è stato possibile semplificare ulteriormente la forma funzionale dell'andamento di probabilità fotoelettrica come

$$\tau_{pe} \propto Z^n \quad (23)$$

I valori di  $Z$  utilizzati sono stati presi senza errore in quanto, a seguito di una ricerca in letteratura e sui cataloghi dei produttori di scintillatori, non sono state osservate sostanziali differenze in tali valori [6]. In tabella 20 sono riportati i valori di  $Z$  e di area utilizzati nel fit con l'equazione 23. Il risultato è riportato in figura 48.

	BGO	LYSO(Ce)	CsI(Tl)
$Z$	74	66	54
Area del picco 511 keV	$20314.60 \pm 647.25$	$13743.66 \pm 582.62$	$5779.94 \pm 93.86$

**Tabella 20:** Valori associati agli scintillatori per lo studio della probabilità fotoelettrica



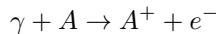
**Figura 48:** Fit dell'equazione 23

È possibile concludere osservando un ottimo adattamento dei dati alla funzione, confermato da un  $P - value = 0.174 \gg 0.050$ . Conferma ulteriore della bontà del modello è il valore del parametro  $n = 4.04 \pm 0.10$ , compreso nel range di valori previsto.

## 4 Assorbimento Gamma

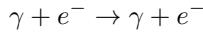
L'interazione dei fotoni con la materia è governata da numerose leggi fisiche. Per quanto concerne le misure di radiazione, i principali processi che possono avvenire, in ordine di energie, sono tre: Assorbimento Fotoelettrico, Scattering Compton e Produzione di Coppie. In generale i primi due sono fenomeni di scattering tra un fotone e un elettrone del materiale, il quale assorbe parzialmente o totalmente l'energia cinetica del fotone. Il raggio gamma dunque viene diffuso ad un determinato angolo oppure viene completamente assorbito. La produzione di coppia invece è un fenomeno di interazione del  $\gamma$  con il campo del nucleo.

L'effetto fotoelettrico consiste nell'assorbimento di un fotone da parte di un elettrone  $e^-$ , appartenente ad un materiale  $A$ . Se l'energia cinetica del primo è maggiore o uguale all'energia di legame di  $e^-$ , l'elettrone viene espulso dal suo orbitale. Il processo è schematizzato come



Se il numero atomico del materiale  $Z$  è elevato, si ha un'alta efficienza fotoelettrica poichè, a causa dell'aumentare del numero di elettroni, quelli delle shell più esterne sono debolmente legati. Un'analisi più approfondita è stata condotta nel paragrafo 3.9.

L'effetto Compton è un urto elastico tra un fotone e un elettrone, diffusi ad angoli diversi



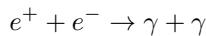
Il fotone cede parte della sua energia cinetica all'elettrone, aumentando quindi di lunghezza d'onda. La distribuzione delle energie dei fotoni  $E'_\gamma$  diffusi ad un angolo  $\theta$  è continua ed è pari a

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (24)$$

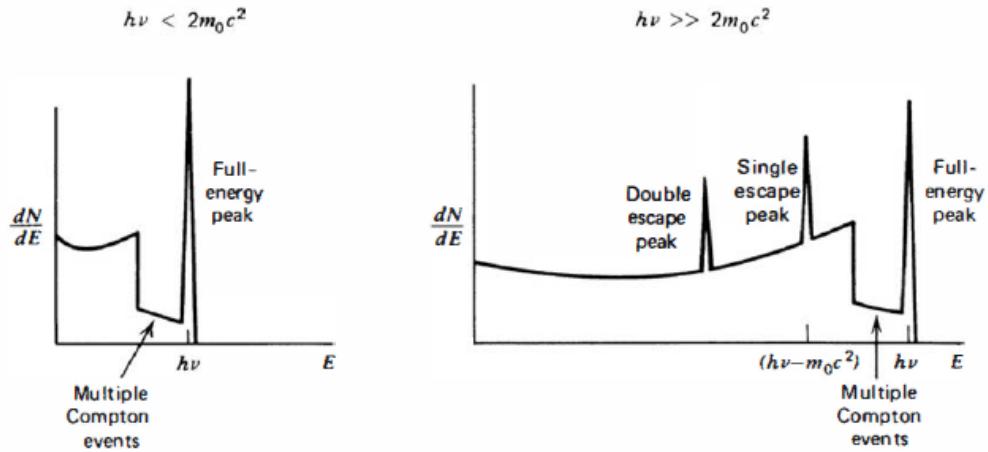
dove  $E_\gamma$  è l'energia iniziale del fotone e  $m_e c^2$  l'energia a riposo dell'elettrone. L'energia acquisita dall'elettrone è

$$E_{e^-} = E_\gamma - E'_\gamma$$

Infine la produzione di coppie è un processo che avviene quando l'energia di un fotone viene convertita in una coppia elettrone-positrone grazie alla mediazione di un nucleo atomico  $N$ . Affinché il processo possa avvenire, l'energia del fotone deve essere maggiore o uguale a due volte l'energia a riposo dell'elettrone (1.02MeV). Il positrone in seguito annichila con un altro elettrone producendo due raggi gamma aventi un'energia pari a 511keV, ossia pari alla massa a riposo dell'elettrone.



I fotoni prodotti hanno una probabilità differente di interagire con il rivelatore (cristallo e SiPM) a seconda delle sue dimensioni: se entrambi i fotoni vengono assorbiti, allora si ha un *Full Energy Peak*, in cui l'energia misurata è pari a quella del fotone di partenza  $E_\gamma$ . Altrimenti, se un fotone di annichilazione non interagisce con il rivelatore, si ha un *Single Escape Peak* con energia pari a  $E'_\gamma = E_\gamma - 511\text{keV}$ . Se entrambi i fotoni non interagiscono, si ha un *Double Escape Peak*, con energia  $E'_\gamma = E_\gamma - 1022\text{keV}$ . Ad esempio, lo spettro del torio  $^{228}\text{Th}$  presenta nel nostro rivelatore un *Full Energy Peak* a 2615keV e un *Single Escape Peak* a 2104keV. Tali picchi sono stati impiegati nella calibrazione dell'apparato (paragrafo 3.6).

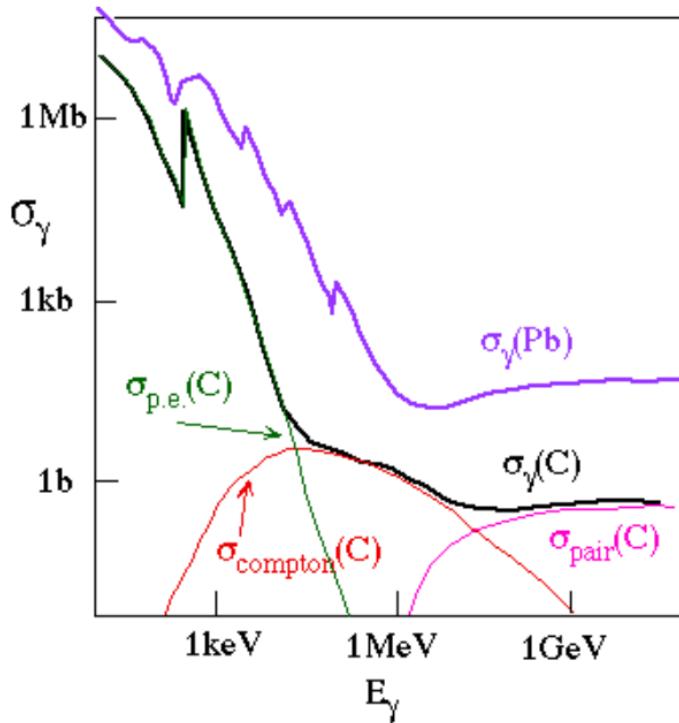


**Figura 49:** Esempi generici di spettri per un rivelatore di dimensioni intermedie: nella prima immagine si hanno energie inferiori a 1.02MeV e non si ha produzione di coppia, mentre per energie superiori compaiono i picchi di fuga.

Per descrivere la probabilità di interazione di un fotone con la materia si introduce la sezione d'urto  $\sigma_\gamma$ . Essa rappresenta un'area efficace della particella bersaglio vista dalla particella proiettile: infatti  $\sigma_\gamma$  ha le dimensioni di un'area e viene misurata in *Barn* ( $1b = 10^{-24} \text{cm}^2$ ). Nel caso di assorbimento gamma, la sezione d'urto è data dalla somma delle singole sezioni d'urto di assorbimento fotoelettrico, effetto Compton e produzione di coppie

$$\sigma_\gamma(E_\gamma) = \sigma_{p.e.} + \sigma_{compton} + \sigma_{pair}$$

Ciascuna sezione d'urto dipende dall'energia del fotone incidente.



**Figura 50:** Dipendenza della sezione d'urto dall'energia del fotone incidente per Piombo e Carbonio.

È possibile definire una legge di assorbimento per i fotoni a partire dalla loro sezione d'urto totale.

Sia  $\mu$  il coefficiente di attenuazione lineare. Esso è legato alla sezione d'urto dalla relazione

$$\mu = \sigma_\gamma \cdot n_e \quad (25)$$

dove  $n_e$  è la densità di elettroni per unità di volume del materiale considerato. L'intensità del fascio di fotoni in funzione dello spessore  $x$  del materiale è dettata dalla legge di assorbimento o di Beer-Lambert

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (26)$$

con  $I_0 = I(0)$  intensità iniziale del fascio. Dalla relazione 25 si osserva la dipendenza di  $\mu$  dalla densità del materiale. Si definisce coefficiente di attenuazione di massa  $\eta$  il rapporto

$$\eta = \frac{\mu}{\rho}$$

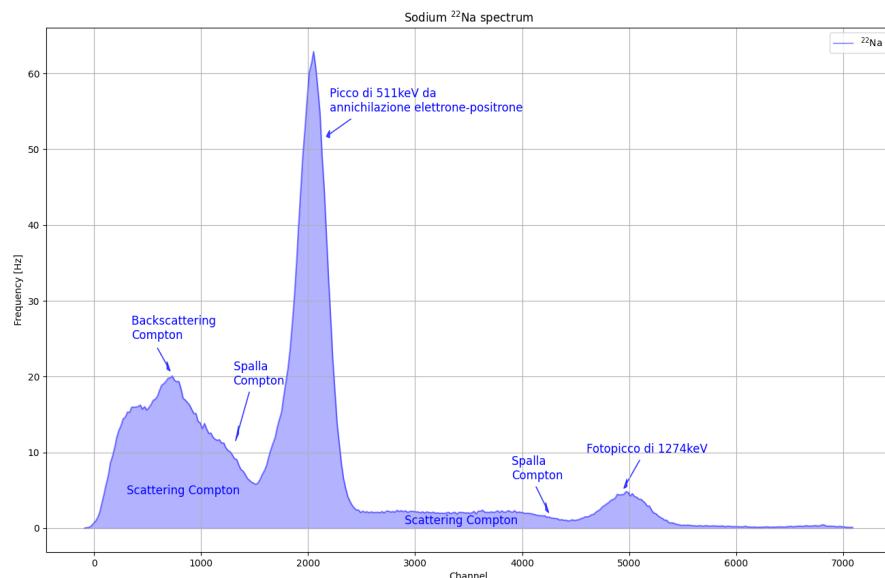
con  $\rho$  densità del materiale ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ). Grazie alla misura delle densità dei materiali disponibili in laboratorio e ai valori di  $\eta$  tabulati in [22], è possibile risalire ad un valore noto di  $\mu$ , dipendente dall'energia della radiazione incidente in quanto funzione della sezione d'urto.

In questa sezione si vuole verificare la legge di assorbimento e valutare il coefficiente di attenuazione per tre diversi materiali: aria, alluminio e plastica.

## 4.1 Analisi degli spettri

Noti i processi di interazione  $\gamma$ -materia, è possibile motivare la forma degli spettri del  $^{22}\text{Na}$  e del  $^{57}\text{Co}$  raccolti con il BGO a partire dalle loro energie di decadimento. Una discussione analoga può essere fatta per gli spettri ottenuti con CsI e LYSO.

**Sodio  $^{22}\text{Na}$**  Si definisce fotopicco il picco nello spettro che si forma quando tutta l'energia del fotone è assorbita dal rivelatore in seguito a processi di assorbimento fotoelettrico, scattering Compton e produzione di coppie. Nello spettro del sodio si hanno due principali fotopicchi a 511keV e a 1274keV. Il primo proviene da un'annichilazione della coppia  $e^-e^+$ , dove il positrone è generato da un decadimento  $\beta^+$  del sodio e l'elettrone è del cristallo. Il secondo fotopicco invece proviene da un fotone generato da un diseccitamento nucleare al ground state del  $^{22}\text{Ne}$ , nucleo figlio del  $^{22}\text{Na}$ .



**Figura 51:** Analisi dello spettro del  $^{22}\text{Na}$  misurato con BGO.

Lo spettro presenta un segnale di fondo persistente dovuto a scattering Compton. Tale fondo presenta dei valori massimi di energia, detti *Spalla Compton*, in cui il fotone viene diffuso a 180° e trasferisce il valore massimo di energia all'elettrone, che viene poi misurata dal rivelatore. È interessante dunque calcolare i valori limite di energia in funzione dell'angolo di scattering che si ottengono dalla teoria (formula 24) e valutarne la loro compatibilità con quanto ottenuto dalle misure e dalla calibrazione dell'apparato.

### **Effetto Compton per fotoni con energia iniziale $E_\gamma = 511\text{keV}$**

- Energia della spalla Compton:

$$E_{s.c.} = 511\text{keV} - \frac{511\text{keV}}{1 + \frac{511\text{keV}}{m_e c^2} (1 - \cos \pi)} = 511\text{keV} - 170\text{keV} = 341\text{keV}$$

Si è utilizzato come stimatore della posizione della spalla Compton il minimo che precede il picco a 511keV. Interpolando con una funzione parabolica si trova la sua posizione e, grazie alla calibrazione e alla propagazione degli errori, si risale ad una stima dell'energia, che è pari a

$$\hat{E}_{s.c.} = (375.31 \pm 33.80)\text{keV}$$

Tale stima è compatibile con il valore aspettato a  $1.01\sigma$ .

- Backscattering Compton: è l'unico picco presente a energie più basse dei 511keV. Consultando la letteratura [17], risulta che questo picco potrebbe essere causato da fotoni che, dopo aver urtato contro il cristallo per effetto Compton, vengono diffusi nell'ambiente e in seguito, per successivi urti, riescono a rientrare nel cristallo per poi essere assorbiti dal rivelatore. Supponiamo che gli urti esterni al cristallo possano avvenire nel supporto di plastica che rinchiude il SiPM e il cristallo stesso.

Un'altra ipotesi, successivamente scartata, è che tale picco possa essere un *Double Escape Peak* del 1274keV e quindi avente energia

$$E_{d.e.} = 1274\text{keV} - 1022\text{keV} = 252\text{keV}$$

Tuttavia, interpolando il picco con una funzione parabolica e stimando l'energia con la funzione di calibrazione, l'energia del picco vale

$$\hat{E} = (327.96 \pm 30.29)\text{keV}$$

incompatibile con  $E_{d.e.}$  a  $4.56\sigma$ , valore che consente di rigettare l'ipotesi.

### **Effetto Compton per fotoni con energia iniziale $E_\gamma = 1274\text{keV}$**

- Energia della Spalla Compton:

$$E_{s.c.} = 1274\text{keV} - \frac{1274\text{keV}}{1 + \frac{1274\text{keV}}{m_e c^2} (1 - \cos(180^\circ))} = 1274\text{keV} - 213\text{keV} = 1061\text{keV}$$

Si è utilizzato come stimatore della posizione della spalla Compton il minimo che precede il picco a 1274keV e, analogamente a quanto fatto prima, si trova una stima dell'energia pari a

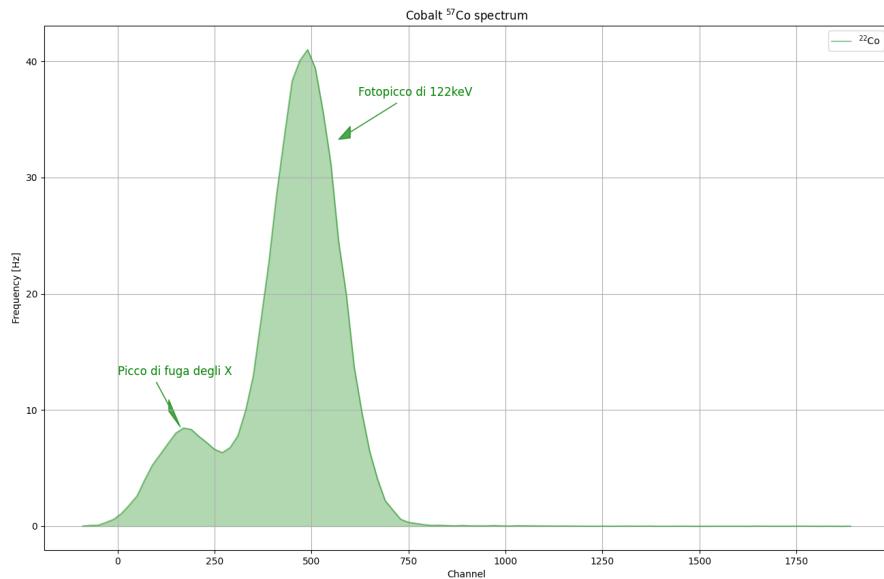
$$\hat{E}_{s.c.} = (1124.75 \pm 101.63)\text{keV}$$

Tale stima<sup>11</sup> è compatibile con il valore atteso a  $0.63\sigma$ .

<sup>11</sup>Osserviamo che gli errori nelle stime sono piuttosto elevati: questo è fortemente legato all'incertezza dei parametri della calibrazione. Una calibrazione più accurata (quindi con più energie e picchi da interpolare) sarebbe richiesta per ottenere delle stime più precise. È inoltre possibile osservare che i valori trovati di spalla Compton sono sempre leggermente maggiori del valore atteso: questo è dovuto alla scelta di utilizzare come stimatore il minimo in quanto più facilmente identificabile rispetto ad una posizione di massimo. L'errore, quantificabile in una sistematica asimmetrica, non è stato aggiunto in quanto si ritiene che l'errore statistico è sufficientemente elevato da includere tale errore.

Lo spettro del  $^{22}\text{Na}$  in generale presenta anche dei picchi legati ad emissioni negli X, con energie tra gli 1keV e i 50keV. Tali emissioni sono principalmente causate da processi di natura elettronica. Ad esempio, la cattura elettronica del  $^{22}\text{Na}$  lascia una vacanza in un orbitale interno e la riorganizzazione degli elettroni genera degli X caratteristici (Fluorescenza X). Questi picchi tuttavia non sono visibili negli spettri misurati in quanto essi si sovrappongono al rumore elettronico di DCR e CrossTalk e sono quindi scartati dalla soglia impostata nel digitalizzatore. Inoltre nello spettro del sodio è presente un terzo fotopicco a 1785keV, dato dalla somma dell'energia di decadimento e dell'annichilazione, ma presenta una frequenza estremamente bassa ed è quindi trascurabile.

**Cobalto  $^{57}\text{Co}$**  Il cobalto  $^{57}\text{Co}$  presenta generalmente due fotopicchi a 14.4keV e a 122keV, derivanti da fotoni generati per diseccitazione nucleare. Non si ha fotopicco a 136.4keV in quanto il decadimento è meno probabile e la risoluzione dell'apparato non è sufficiente a discriminarlo dal picco a 122keV.



**Figura 52:** Analisi dello spettro del  $^{57}\text{Co}$  misurato con BGO.

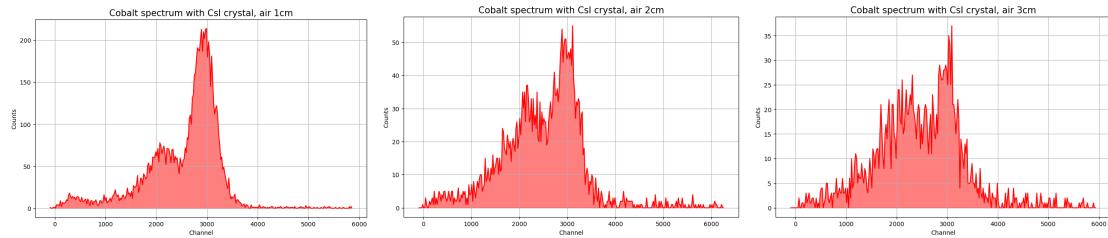
Nel caso del BGO, il picco a 14.4keV non è stato misurato in quanto sovrapposto al rumore elettronico. Tuttavia si ha un ulteriore picco a energie inferiori del fotopicco a 122keV. Questo picco è un insieme di picchi di fuga dovuti agli urti con il cristallo: infatti, quando i fotoni interagiscono con il reticolo cristallino, eccitano gli elettroni che nel diseccitamento rilasciano dei raggi X caratteristici, oppure per effetto fotoelettrico scalzano l'elettrone dall'orbitale e la riconfigurazione elettronica genera degli X. Se questi raggi non vengono riassorbiti dal cristallo, allora si hanno dei picchi di fuga. Nel nostro caso, ricorrendo ad un fit parabolico e alla funzione di calibrazione, l'energia del picco è stimata valere

$$\hat{E}_\gamma = (45.10 \pm 4.08)\text{keV}$$

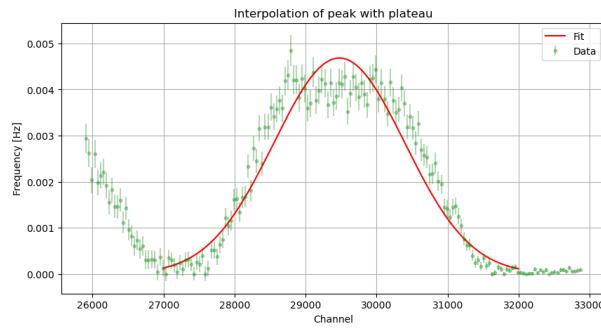
in accordo con il valore di [21] di 46keV a  $0.22\sigma$ .

## 4.2 Considerazioni preliminari

**Scelta della sorgente** Tutte le misure di questa sezione sono state eseguite utilizzando il sodio  $^{22}\text{Na}$  come sorgente radioattiva. Essendo quest'ultimo caratterizzato da un rate complessivo di eventi più alto rispetto alla sorgente cobalto  $^{57}\text{Co}$ , si è potuto eseguire le misure in tempi più ristretti.

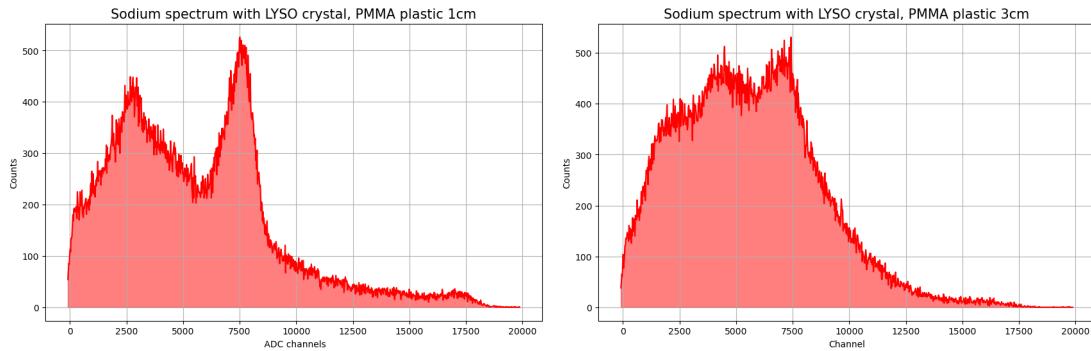
**Figura 53:** Spettri del cobalto, con assorbimento in aria

Come si nota in figura 53, i picchi energetici del cobalto non sono ben distinguibili con qualche minuto di presa dati con l'aria, che è il materiale che assorbe meno di tutti. Sarebbero necessari dunque tempi di raccolta più lunghi. Tuttavia è stato notato che misure di spettri per tempi troppo lunghi rendono l'analisi dei picchi poco affidabile: infatti si ha che condizioni esterne, come la temperatura, alterano i parametri operativi dell'apparato (tra cui il gain), generando nello spettro dei plateau.

**Figura 54:** Picco del sodio con fluttuazione dei parametri.

Si è dunque deciso di optare per la sorgente  $^{22}\text{Na}$ , in quanto caratterizzata da un rate di eventi elevato che permette di operare su tempi più brevi.

**Scelta dei cristalli** Tutte le misure di questa sezione sono state eseguite con i cristalli BGO o CsI. Si è deciso infatti di scartare il cristallo LYSO per via del suo elevato rate di eventi di background. Specialmente per spessori di materiale più elevati, i rate di eventi dovuti alla sorgente tendono ad essere molto bassi in confronto al rate di eventi di fondo.

**Figura 55:** Spettro del sodio, LYSO

Come si nota in figura 55, lo spettro del sodio viene sovrastato dallo spettro di fondo del cristallo. Per un'analisi dei picchi consistente si dovrebbe essere in grado di rimuovere lo spettro di fondo con buona precisione. A tal fine, sarebbero necessari tempi di acquisizione elevati, i quali comporterebbero problematiche analoghe a quelle descritte precedentemente. Si è quindi ritenuto ragionevole non utilizzare questo cristallo per le misure di assorbimento.

### 4.3 Rimozione del fondo e valutazione degli errori

Visti i numerosi fenomeni di interazione tra i fotoni e la materia, diventa di fondamentale importanza discriminare il fondo dal segnale in esame. In particolare, nello studio dell'assorbimento dei materiali, si vuole determinare il numero di conteggi di un fotopicco al variare dello spessore del materiale evitando conteggi spuri, prevalentemente causati dall'effetto Compton. La rimozione del fondo è strettamente correlata alla valutazione degli errori sistematici, dovuti al fatto che la forma funzionale del fondo di un fotopicco non è nota a priori. Per questo motivo, si è scelto di adottare un algoritmo iterativo di rimozione del fondo, chiamato *SNIP* (i dettagli sono riportati in appendice A). Questo algoritmo consente di stimare il fondo di uno spettro imponendo come unico parametro il numero di iterazioni. Un numero maggiore di iterazioni riduce l'intensità del fondo, e viceversa. L'algoritmo converge, ossia fornisce una buona stima del fondo, quando esso è monotono nella regione del picco e presenta una forma coerente con le aspettative. Tuttavia la convergenza non è netta: infatti, se uno SNIP con  $N$  iterazioni viene ritenuto convergente, anche SNIP con  $N \pm 1$  iterazioni restituiscono un fondo simile che soddisfa gli stessi criteri. L'algoritmo SNIP permette dunque di non essere vincolati a una forma funzionale predefinita, ma l'ambiguità nei criteri di convergenza e nella scelta del numero di iterazioni introduce un errore sistematico, che, pur essendo correlato alla struttura dell'algoritmo stesso, è anche fortemente legato all'impossibilità di conoscere esattamente la forma funzionale del fondo.

La procedura scelta per il calcolo delle intensità e i suoi errori è la seguente:

#### 1. Errore statistico di conteggio:

Si suppone che per ogni canale valga una statistica di conteggio poissoniana, la cui incertezza è data dalla radice del numero di conteggi. Poiché nel fondo dello spettro è presente anche il fondo del cristallo, il rate di eventi di segnale  $R_S$  per canale e il relativo errore è stato calcolato come in sezione 3.4

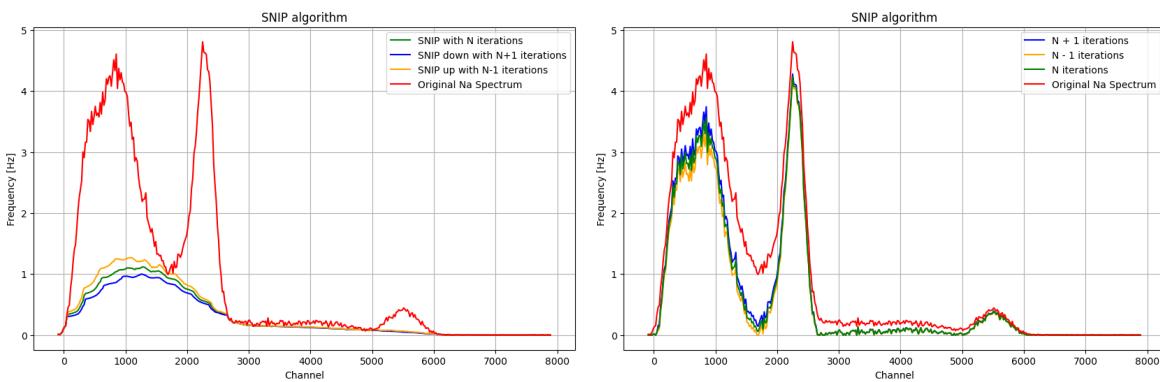
$$R_{S+B} = \frac{N_{S+B}}{T_{S+B}} \quad R_B = \frac{N_B}{T_B} \quad \sigma_i = \frac{\sqrt{N_i}}{T_i}$$

$$R_S = R_{S+B} - R_B \quad \sigma_{R_S} = \sqrt{\sigma_{R_{S+B}}^2 + \sigma_{R_B}^2}$$

dove  $T_{S+B}$  e  $T_B$  sono i tempi di raccolta dati rispettivamente dello spettro in esame e del fondo del cristallo.

#### 2. Rimozione del fondo con SNIP:

Viene rimosso il fondo continuo dello spettro sottostante i picchi con l'algoritmo SNIP impostando  $N$  iterazioni che soddisfino i criteri di convergenza stabiliti (in particolare la monotonia del fondo). Tale fondo viene in seguito rimosso al rate di eventi  $R_S$ .



**Figura 56:** Esempio di rimozione del fondo con SNIP con uno spettro di assorbimento dell'alluminio (1cm di spessore, sorgente di  $^{22}\text{Na}$ , cristallo BGO). Nella prima immagine il fondo trovato dall'algoritmo SNIP, mentre nella seconda gli spettri con il fondo rimosso. Con le diverse iterazioni si stima un errore sistematico dato dall'impossibilità di conoscere la forma funzionale del fondo.

#### 3. Interpolazione del picco con funzioni gaussiane e calcolo dell'area sottesa:

Si procede al fit del picco in esame con una somma di funzioni gaussiane in quanto una singola gaussiana non riproduce adeguatamente l'andamento del picco. I fit sono considerati validi solo se hanno p-value maggiore del 5%. Visto l'utilizzo della sola sorgente di  $^{22}\text{Na}$ , i picchi sono due:

- Picco a 511keV: viene interpolato con una funzione somma di tre gaussiane, di cui due seguono l'andamento del picco mentre la terza rimuove un eventuale fondo di spalla Compton residuo. In particolare la funzione di fit è

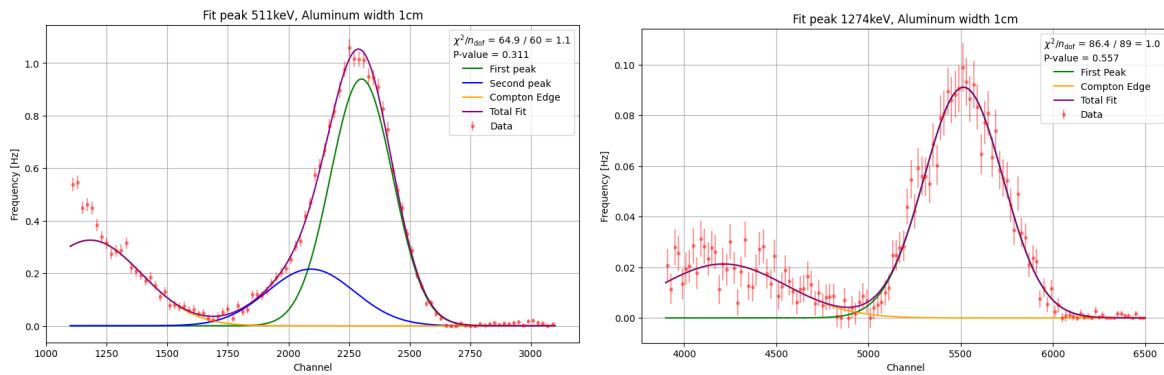
$$R_S(x) = A_1 \cdot G(x, \mu_1, \sigma_1) + A_2 \cdot G(x, \mu_2, \sigma_2) + A_3 \cdot G(x, \mu_3, \sigma_3)$$

dove  $G$  è la distribuzione normale. Dato che le  $G$  sono normalizzate a 1, si ha che l'area sottesa da ciascuna gaussiana è il parametro  $A_i$  e il relativo errore è quello dato dal fit. Per questo picco l'area sottesa e il suo errore sono

$$A_{511\text{keV}} = A_1 + A_2 \quad \sigma_{A_{511\text{keV}}} = \sqrt{\sigma_{A_1}^2 + \sigma_{A_2}^2}$$

- Picco a 1274keV: viene interpolato con due funzioni gaussiane, di cui la seconda rimuove l'eventuale fondo rimasto di spalla Compton. L'area sottesa dal picco ed il suo errore sono quindi dati dal parametro  $A_1$  della prima gaussiana

$$A_{1274\text{keV}} = A_1 \quad \sigma_{A_{1274\text{keV}}} = \sigma_{A_1}$$



**Figura 57:** Esempio di fit dei picchi del  $^{22}\text{Na}$  dopo la rimozione del fondo con SNIP (1cm di spessore, cristallo BGO).

#### 4. Valutazione degli errori sistematici:

L'errore sistematico, come detto in precedenza, è dovuto principalmente al fatto che non si conosce l'esatta forma funzionale del fondo. Inoltre, visto l'utilizzo dell'algoritmo SNIP, l'introduzione di tale errore è anche giustificata dai criteri di convergenza dell'algoritmo. Per questi motivi, si è deciso di ripetere i passaggi 2-3 con lo stesso spettro ma con iterazioni  $N+1$  e  $N-1$  dello SNIP, in modo da ottenere dei valori di area del picco  $A_{N+1}$  e  $A_{N-1}$  che quantifichino un errore sistematico, pari alla semidifferenza delle due aree

$$\sigma_s = \frac{A_{N+1} - A_{N-1}}{2}$$

#### 5. Errore Totale:

L'errore totale dell'area di un picco  $i$ -esimo è dato dalla somma in quadratura dell'errore statistico del fit e dell'errore sistematico valutato in precedenza:

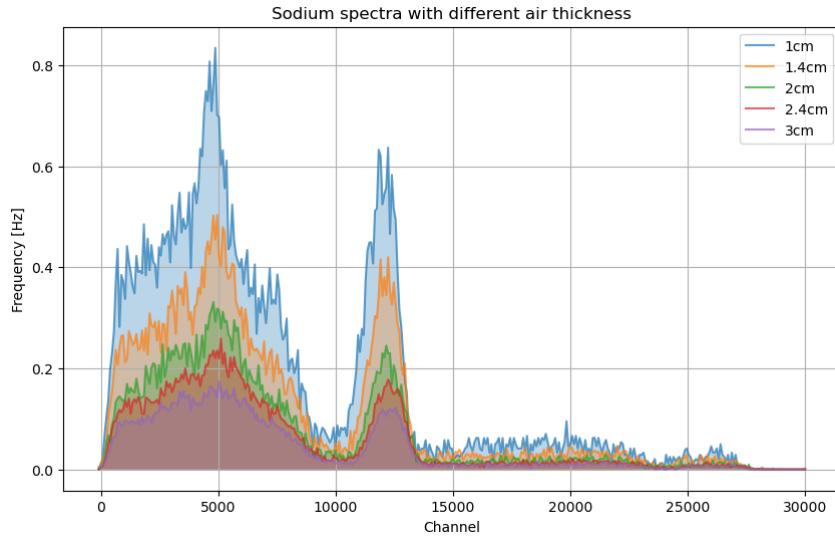
$$\sigma_{S_i} = \sqrt{\sigma_{A_i}^2 + \sigma_{s_i}^2}$$

Lo stimatore dell'intensità è invece l'area  $A_i$  data dal fit con  $N$  iterazioni.

Questa procedura è stata applicata per ogni picco di tutti gli spettri misurati.

## 4.4 Aria

Per la misura del coefficiente di assorbimento dell'aria si è posizionata la sorgente a diverse distanze dal cristallo ed è stato misurato il valore dell'area del picco del sodio, seguendo il procedimento di rimozione del fondo descritto in precedenza.



**Figura 58:** Spettri del Sodio, catturati con la sorgente a diverse distanze dal cristallo

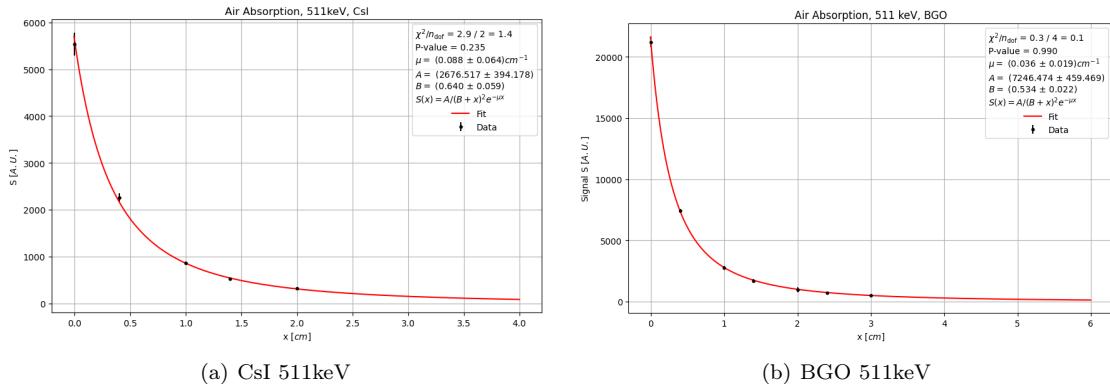
Tuttavia la funzione di interpolazione per l'assorbimento dell'aria non è unicamente dettata dall'equazione 26. Poiché si è modificata la distanza tra la sorgente e il rivelatore, diventa fondamentale tenere conto della variazione dell'angolo solido. Dato che l'angolo solido varia inversamente al quadrato della distanza, è necessario includere un termine proporzionale a  $1/r^2$ , con  $r$  corrispondente alla distanza tra la sorgente e il punto in cui i fotoni vengono assorbiti. Considerando che l'assorbimento non avviene sulla superficie del cristallo, la distanza  $r$  presa in considerazione è calcolata come

$$r = x + B$$

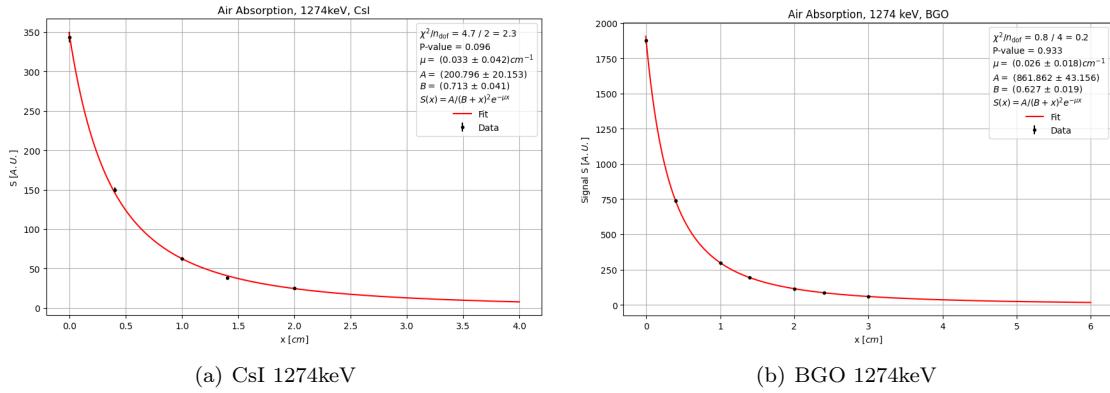
dove  $x$  è la distanza tra la sorgente radioattiva e la superficie del cristallo, mentre  $B$  è la distanza tra la superficie e il baricentro del cristallo, punto in cui approssimativamente avviene l'assorbimento. Di conseguenza la relazione tra l'intensità misurata e la distanza  $x$  diventa

$$I(x) = \frac{A}{(x + B)^2} e^{-\mu x} \quad (27)$$

Le misure sono state eseguite con i cristalli CsI e BGO. Di seguito sono riportati i grafici dell'interpolazione.



**Figura 59:** Fit per il coefficiente di assorbimento dell'aria, picco a 511 keV



**Figura 60:** Fit per il coefficiente di assorbimento dell'aria, picco a 1274 keV

Da tutti i fit si può concludere che il coefficiente di assorbimento dell'aria è compatibile, entro due sigma, con il valore zero. Queste misure consentono, per i procedimenti successivi, di approssimare come nullo l'assorbimento da parte dell'aria. A conferma della bontà del fit si osserva, facendo una media pesata dei valori trovati di  $B$ , che il baricentro del cristallo si trova a  $(0.595 \pm 0.012)$  cm dalla superficie, compatibile in maniera ragionevole con il centro del cristallo 1.4cm.

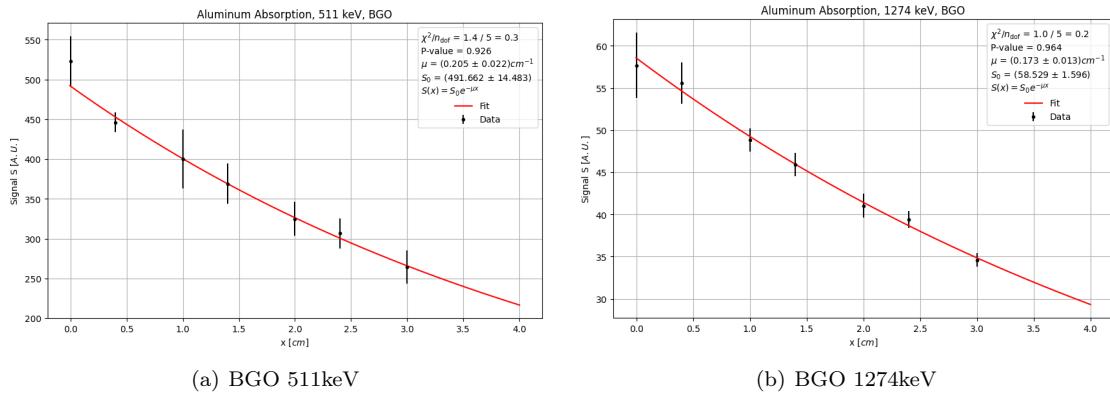
## 4.5 Alluminio

Per le misure dei coefficienti di assorbimento di alluminio e plastica è stata utilizzata una procedura differente. Si è infatti fissata la sorgente a 3cm di distanza dal cristallo: in questo modo l'angolo solido individuato da sorgente e cristallo è costante. La funzione di assorbimento quindi presenta, a differenza dell'aria, due parametri liberi in meno:

$$S(x) = S_0 e^{-\mu x} \quad (28)$$

Il termine di angolo solido costante è incluso nel parametro  $S_0$ .

Gli spettri sono stati misurati con BGO<sup>12</sup> per tempi dai 300s fino ad un massimo di 9000s per lo spessore di 3cm e successivamente analizzati con la procedura mostrata nel paragrafo 4.3. I risultati dei fit ottenuti sono riportati in seguito.



**Figura 61:** Fit per il coefficiente di assorbimento dell'alluminio.

I coefficienti di attenuazione aspettati per l'alluminio, visti i valori di  $\eta$  per le energie di 511keV e 1274keV dai valori tabulati del NIST [23] e la densità media (assunta senza errori)  $\rho_{Al} = 2.7\text{g/cm}^3$ , sono riportati nella tabella seguente con i rispettivi valori ottenuti dai fit e t-test per verificarne la compatibilità.

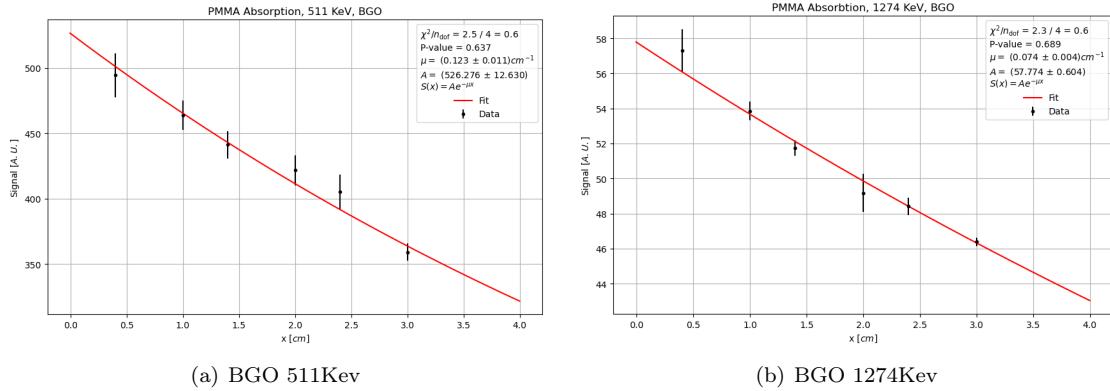
<sup>12</sup>Sono state effettuate delle prime misurazioni anche con il CsI, ma sono state scartate perché effettuate su tempi troppo lunghi e senza tenere fisso l'angolo solido. Esse sono state analizzate con la procedura illustrata precedentemente ma non hanno fornito risultati compatibili con quanto aspettato e quindi sono state successivamente scartate. Riteniamo infatti che l'andamento esponenziale dal quale si ricava il coefficiente di assorbimento sia "coperto" dalla dipendenza dall'angolo solido.

	$\hat{\mu} [\text{cm}^{-1}]$	$\mu_{\text{exp}} [\text{cm}^{-1}]$	$\sigma$	p-value
$\mu_{511\text{keV}}$	$0.205 \pm 0.022$	0.228	1.05	0.29
$\mu_{1274\text{keV}}$	$0.173 \pm 0.013$	0.148	1.94	0.05

I valori trovati sperimentalmente sono dunque compatibili con quanto aspettato.

## 4.6 Plastica

Per estrapolare il coefficiente di assorbimento della plastica (*PMMA*) sono stati adottati gli stessi metodi e lo stesso procedimento utilizzati per l'alluminio. In figura 62 sono riportati i risultati delle interpolazioni.



**Figura 62:** Fit coefficiente di assorbimento Plastica

Confrontando i valori ottenuti con quelli attesi (calcolati da  $\eta$  e  $\rho_{PMMA} = 1.18 \text{ g/cm}^3$  tabulati in [24]) si ottiene

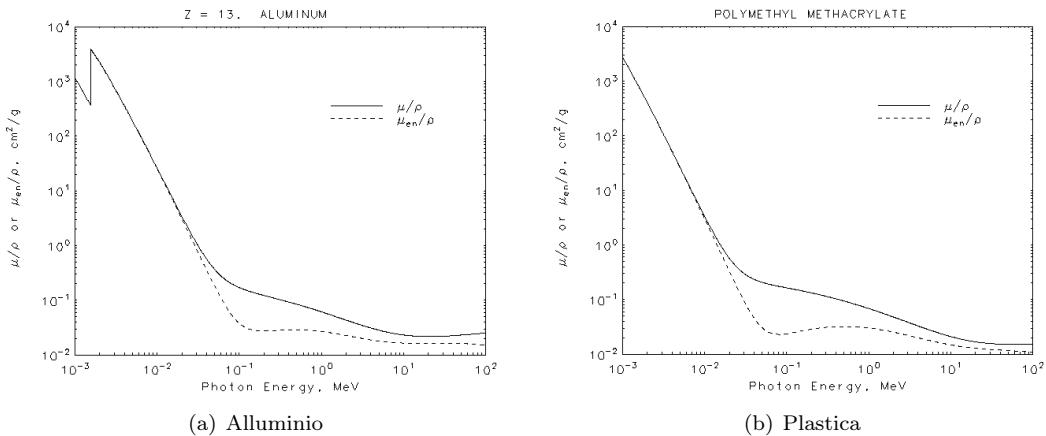
	$\hat{\mu} [\text{cm}^{-1}]$	$\mu_{\text{exp}} [\text{cm}^{-1}]$	$\sigma$	p-value
$\mu_{511\text{keV}}$	$0.123 \pm 0.011$	0.111	1.09	0.28
$\mu_{1274\text{keV}}$	$0.074 \pm 0.004$	0.072	0.50	0.62

osservando la compatibilità tra i valori misurati e quelli teorici.

Infine, alla luce delle misure compiute su aria, alluminio e plastica, si può osservare come il coefficiente di attenuazione

- aumenti al crescere della densità del materiale
- diminuisca all'aumentare dell'energia della radiazione

come atteso per le regioni considerate.



**Figura 63:** Coefficienti di attenuazione di alluminio e plastica in funzione dell'energia dei fotoni incidenti.

## 5 Muoni

I raggi cosmici sono particelle ad alta energia che provengono dallo spazio e hanno origine da fonti astrofisiche come supernovae, pulsar e nuclei galattici attivi. Queste particelle interagiscono con l'atmosfera terrestre, dando vita a cascate di particelle secondarie. Tra queste, i muoni costituiscono una componente significativa e possono essere facilmente rilevati al suolo, grazie alla loro lunga vita media (circa 2,2 μs) e alla loro capacità di attraversare materiali densi senza subire un notevole assorbimento.

Il valore del flusso di muoni ha una forte dipendenza dalla latitudine e dall'angolo zenitale  $\theta$  considerato. Poiché lo spessore dell'atmosfera penetrata dai muoni aumenta all'aumentare di  $\theta$ , infatti, la dipendenza del flusso muonico è fortemente influenzata da tale angolo e segue una distribuzione che può essere approssimata a  $\cos^2 \theta$ . Al contrario, la dipendenza dall'angolo azimutale  $\varphi$  è trascurabile perché gli effetti di campo geomagnetico e modulazione solare sono molto piccoli [30]. Il flusso si ottiene quindi come

$$\Phi = \int_{\theta} \int_{\varphi} I_0 \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\varphi \quad (29)$$

con  $I_0$  [ $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$ ] flusso verticale massimo.

Il valore del parametro  $I_0$  dipende dalla latitudine, come si può osservare in [3]. Effettuando quindi una ricerca in letteratura per valori di  $I_0$  a latitudini ed altezze più simili possibili a quelle del laboratorio di Milano [1] si è ottenuto il valore

$$I_0 = 84 \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$$

La misurazione è stata effettuata con uno scintillatore plastico di dimensioni 4.7cm x 4.7cm x 1.0cm accoppiato ad un *SiPM Hamamatsu S13360-6050PE*, posto con le sue facce maggiori parallele al terreno. Il setup ha permesso quindi la rivelazione del flusso muonico della semisfera superiore, fissando i valori  $\theta = [0, \pi/2]$  e  $\varphi = [0, 2\pi]$  che inseriti nell'equazione 29 restituiscono un valore pari a

$$\Phi = \frac{2\pi}{3} I_0 = 175.93 \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1} = 1.06 \text{ cm}^{-2}\text{min}^{-1}$$

Considerando la dimensione superficiale dello scintillatore di 22.09 cm<sup>2</sup>, si ottiene un valore di frequenza teorico per l'apparato di misura utilizzato pari a 0.39 Hz.

**Valutazione Threshold** Prima di procedere con la misura di frequenza, è stato necessario valutare il valore ottimale di threshold per poter ridurre al minimo i conteggi causati da rumore elettronico rispetto a quelli della radiazione incidente sullo scintillatore. Si è valutato pertanto il numero di eventi registrati in funzione del valore di soglia con e senza scintillatore, come riportato in figura 64.

Il valore di threshold è stato quindi fissato a -50mV <sup>13</sup>.

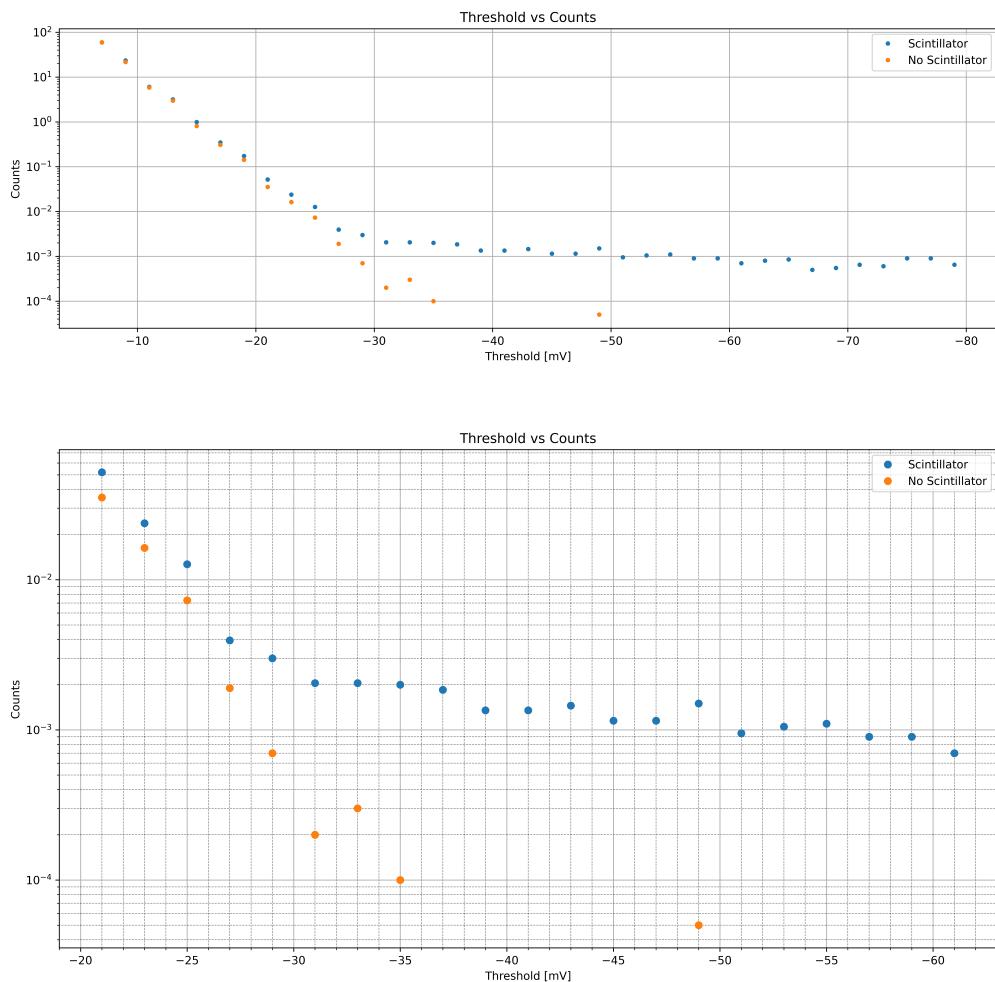
**Misurazione** Fissato tale valore di soglia, è stata avviata la presa dati per  $T_{tot} = 68384$  s, ottenendo lo spettro riportato in figura 65. L'analisi di questo grafico ha portato ai risultati riportati in tabella 21. Gli errori sono stati valutati considerando lo spettro poissoniano (detto  $N$  numero totale di eventi dello spettro, l'errore sulla frequenza è pari a  $\sqrt{N}/T_{tot}$ ).

<b>Tempo</b>	68384 s
<b>Numero eventi</b>	69427
<b>Frequenza</b>	$1.015 \pm 0.004$ Hz
<b>Flusso</b>	$2.76 \pm 0.01$ cm <sup>-2</sup> min <sup>-1</sup>

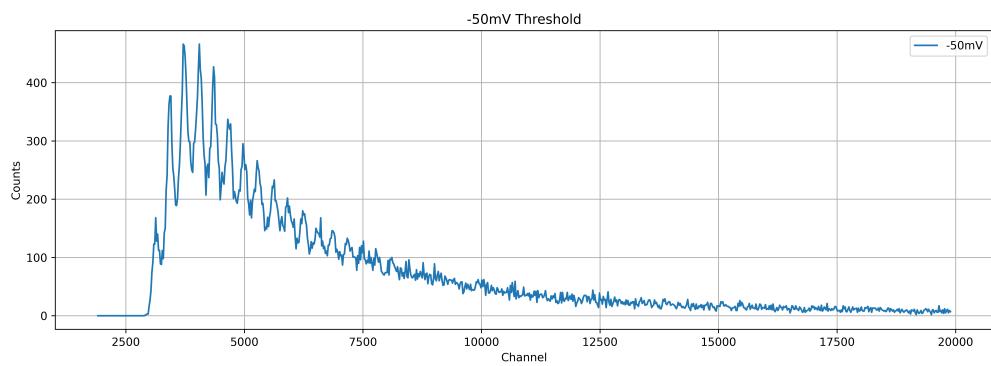
**Tabella 21:** Valori di frequenza e flusso muonico ricavati dallo spettro in figura 65

Una ulteriore misurazione della frequenza è stata ottenuta utilizzando una funzione del software di CAEN *Hera*, la quale effettua misurazioni di frequenza su scale temporali molto più piccole rispetto a quelle considerate nello spettro precedente e successivamente ne ricava la media. È stato ottenuto un valore di frequenza pari a  $0.923 \pm 0.063$  Hz.

<sup>13</sup>La scelta del valore di soglia è stata particolarmente conservativa; con valori così alti si è consapevoli di perdere una piccola parte di conteggi. Nonostante questo i valori risultano comunque sovrastimati come mostrato successivamente

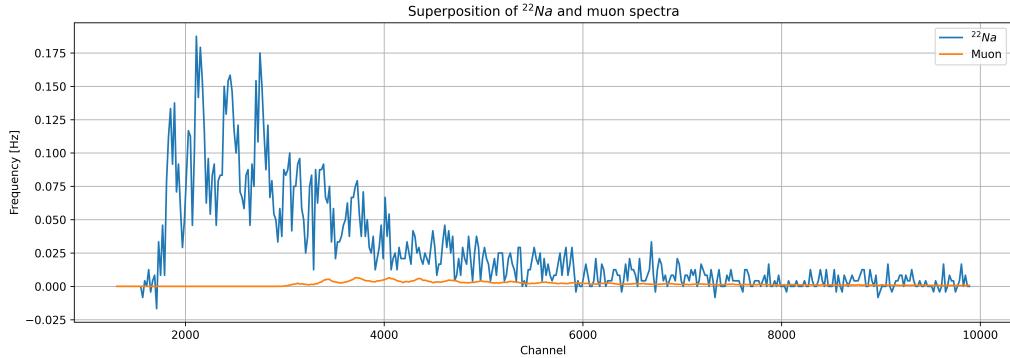


**Figura 64:** Valutazione del valore di soglia in funzione dei conteggi



**Figura 65:** Spettro registrato con scintillatore plastico e soglia -50 mV

**Radiazione ambientale** Si osserva immediatamente come i valori misurati sia per il flusso che per la frequenza siano circa tre volte maggiori di quelli teorici, ed ampiamente incompatibili con essi osservando le incertezze. L'ipotesi più probabile è che la misurazione sia stata alterata dalla radiazione presente in laboratorio, restituendo un valore più alto. Per corroborare tale ipotesi, è stata posizionata una sorgente radioattiva di  $^{22}\text{Na}$  sopra lo scintillatore ed è stato registrato uno spettro, poi sovrapposto a quello dei muoni in figura 66.



**Figura 66:** Spettro con e senza la sorgente radioattiva  $^{22}\text{Na}$

Si osserva una netta sovrapposizione<sup>14</sup> tra i due spettri, confermando l'ipotesi precedentemente formulata. Per discernere esclusivamente i muoni dal resto della radiazione sarebbe necessario un rivelatore dotato di almeno due apparati come quello utilizzato, in modo tale da poter assicurare il conteggio delle sole particelle che attraversano entrambi i piani in coincidenza all'interno di un intervallo temporale coerente con la velocità relativistica dei muoni.

<sup>14</sup>La regione energetica in cui si registrano i muoni è completamente sovrapposta con quella gamma; non si riesce a distinguere la caratteristica forma dello spettro del sodio perché si sta utilizzando uno scintillatore organico che ha pessime capacità spettroscopiche.

## 6 Conclusioni

**Caratterizzazione del SiPM** Il SiPM è stato caratterizzato con lo studio dei parametri di DCR, CrossTalk, conversione ADC-energia e Gain. Si è inoltre osservato qualitativamente il fenomeno di Afterpulses.

**Caratterizzazione dei Cristalli Scintillatori** Sono stati studiati i cristalli BGO, CsI e LYSO ricavandone i tempi di scintillazione, light yield e probabilità di effetto photoelettrico, ottenendo valori compatibili con quelli attesi. È stata inoltre valutata la calibrazione e la risoluzione dell'intero apparato di misura composto dalla coppia cristallo-SiPM.

**Assorbimento Gamma** Sono state ricavate stime dei coefficienti di assorbimento di aria, alluminio e plastica compatibili con i valori teorici.

**Muoni** È stato osservato qualitativamente lo spettro dei muoni cosmici, ma misure quantitative sono risultate non compatibili con i valori attesi a causa delle condizioni ambientali e dell'inadeguatezza dell'apparato per tale scopo.

## A Rimozione del fondo: SNIP

L'algoritmo *SNIP* (*Sensitive Nonlinear Iterative Peak*, [19]) è un algoritmo flessibile e largamente utilizzato in spettroscopia  $\gamma$  per la rimozione del background. Il vantaggio nel suo utilizzo risiede nella capacità di adattarsi ad una larga varietà di forme di spettri e di fondo. Infatti, al contrario di altri metodi, lo SNIP non richiede la conoscenza della funzione analitica di fondo ed è semplice e immediato da applicare. Tuttavia la sua debolezza consiste nella mancanza di un criterio di convergenza integrato. Per questo motivo la convergenza dell'algoritmo è basata su criteri qualitativi, come la monotonia della funzione nella regione del picco e la coerenza della forma del fondo stimato con quanto aspettato. Dato che  $N$  iterazioni generano un fondo simile a  $N \pm n$  iterazioni (generalmente con  $n \leq 2$ ), è preferibile introdurre un errore sistematico legato all'ambiguità della convergenza dell'algoritmo, come è stato fatto nella valutazione delle aree dei fotopicchi in 4.3. Si osservi inoltre che questo errore sistematico è fortemente legato all'impossibilità di conoscere la vera forma funzionale del fondo.

La procedura seguita dallo SNIP è la seguente:

1. I conteggi di ogni canale  $i$ -esimo sono trasformati secondo la funzione

$$R(i) \longrightarrow S(i) = \log(\log(\sqrt{R(i)} + 1) + 1) + 1 \quad (30)$$

La radice quadrata aumenta i picchi più piccoli mentre il doppio logaritmo consente di trattare spettri con conteggi aventi differenti ordini di grandezza.

2. Il fondo è valutato iterativamente: alla  $m$ -esima iterazione,  $S_m(i)$  è confrontato con i valori  $S_m(i \pm m)$ . Il valore del canale  $S_m(i)$  è rimpiazzato con

$$S_{m+1}(i) = \min \left\{ S_m(i), \frac{S_m(i+m) + S_m(i-m)}{2} \right\} \quad (31)$$

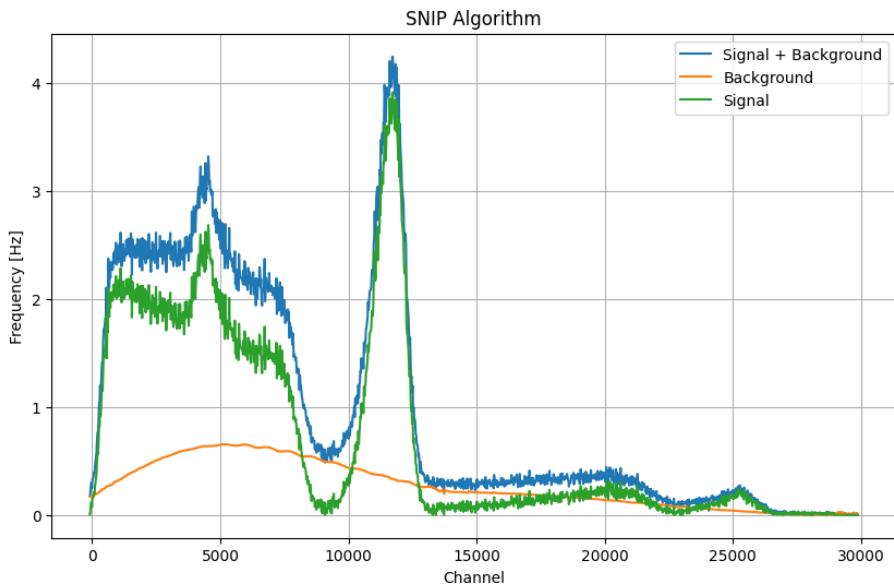
Quando  $i - m < 0$  o  $i + m > I$  (con  $I$  ultimo canale dello spettro), i valori  $S_m(i+m)$  o  $S_m(i-m)$  non esistono, come ad esempio accade per i valori al bordo dello spettro  $S(0)$  e  $S(I)$ . Per questi casi patologici si è scelto di porre  $S_m(i-m) = S(0)$  e  $S_m(i+m) = S(I)$ .

3. In seguito all'iterazione finale  $N$ -esima, ogni canale  $i$ -esimo  $S_N(i)$  è trasformato a  $R_N(i)$  con l'inversa dell'equazione 30

$$S_N(i) \longrightarrow R_N(i) = (\exp(\exp(S_N(i)) - 1) - 1)^2 - 1 \quad (32)$$

$R_N(i)$  rappresenta il fondo del canale  $i$ -esimo stimato dall'algoritmo SNIP.

Il codice *Python* dell'algoritmo SNIP utilizzato in questa esperienza è disponibile al seguente link:  
[https://github.com/civigio/SiPM-opendata/blob/main/SNIP\\_example.ipynb](https://github.com/civigio/SiPM-opendata/blob/main/SNIP_example.ipynb)



**Figura 67:** Esempio di SNIP su uno spettro di  $^{22}\text{Na}$  misurato con cristallo CsI.

## Riferimenti bibliografici

- [1] A. Dragić, D. Joković, R. Banjanac, V. Udovičić, B. Panić, J. Puzović, I. Aničin. Measurement of cosmic ray muon flux in the Belgrade ground level and underground laboratories. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 591(3):470–475, 2008.
- [2] Bader Almutairi, Syed Alam, Tayfun Akyurek, Cameron S. Goodwin, and Shoaib Usman. Experimental evaluation of the deadtime phenomenon for GM detector: deadtime dependence on operating voltages . *Scientific Reports*, 10(1), November 2020.
- [3] C. Borja, C. Ávila, G. Roque, M. Sánchez. Atmospheric Muon Flux Measurement near Earth's Equatorial Line. *Instruments*, 6(4), 2022.
- [4] CAEN. A Comparison of Different Scintillating Crystals: Light Yield, Decay Time and Resolution - CAEN Educational. <https://edu.caen.it/experiments/nuclear-physics/a-comparison-of-different-scintillating-crystals-light-yield-decay-time-and-resolution/>.
- [5] Caen. SP5601 - LED Driver - CAEN - Tools for Discovery. <https://www.caen.it/products/sp5601/>.
- [6] G. Cividini, D. Ghezzi, and A. Acquaroli. Effective Z scintillators. <https://github.com/cavigio/SiPM-opendata/blob/main/2.Cristalli/Fotoelettrico/Effective%20Z%20scintillators.txt>, 2025.
- [7] L Gallego, J Rosado, F Blanco, and F Arqueros. Modeling crosstalk in silicon photomultipliers. *Journal of Instrumentation*, 8(05), 2013.
- [8] Hamamatsu. *MPPC (multi-pixel photon counter) S13360 series*.
- [9] P. Holl, L. Hauertmann, B. Majorovits, O. Schulz, M. Schuster, and A. J. Zsigmond. Deep learning based pulse shape discrimination for germanium detectors. *The European Physics Journal C*, 2019.
- [10] G. F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*, 4th edition, pages 242–244. Wiley, 2010.
- [11] G. F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*, 4th edition, page 249. Wiley, 2010.
- [12] G. F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*, 4th edition, pages 241–242. Wiley, 2010.
- [13] G. F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*, 4th edition, pages 293–295. Wiley, 2010.
- [14] G. F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*, 4th edition, page 235. Wiley, 2010.
- [15] G. F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*, 4th edition, pages 344–346. Wiley, 2010.
- [16] G. F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*, 4th edition, pages 47–49. Wiley, 2010.
- [17] G. F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*, 4th edition, pages 815–816. Wiley, 2010.
- [18] Lucchini, Marco Toliman. *Evolution of the CMS ECAL Performance and R&D; Studies for Calorimetry Options at High Luminosity LHC*. PhD thesis, Università degli studi di Milano-Bicocca, 2014. Pages 19-21.
- [19] M. Caccia, A. Ebbolese, M. Maspero, R. Santoro, M. Locatelli, M. Pieracci, C. Tintori. Background removal procedure based on the SNIP algorithm for gamma-ray spectroscopy with the CAEN Educational Kit. [https://www.caen.it/wp-content/uploads/2017/10/ED3163\\_gamma\\_spectroscopy\\_CAEN\\_edu\\_kit.pdf](https://www.caen.it/wp-content/uploads/2017/10/ED3163_gamma_spectroscopy_CAEN_edu_kit.pdf).
- [20] M. Caccia, R. Santoro, G. A. Stanizzi. A simple and robust method to study after-pulses in Silicon Photomultipliers. [https://www.caen.it/wp-content/uploads/2017/10/ED3235\\_Afterpulses\\_SiPM.pdf](https://www.caen.it/wp-content/uploads/2017/10/ED3235_Afterpulses_SiPM.pdf).
- [21] Marek Moszynski, Marcin Balcerzyk, W. Czarnacki, Maciej Kapusta, W. Klamra, A. Syntfeld, and Marek Szawłowski. Intrinsic energy resolution and light yield nonproportionality of BGO. *Nuclear Science, IEEE Transactions on*, 51:1074 – 1079, 07 2004.

- [22] NIST. X-Ray Mass Attenuation Coefficients. <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/tabc3.html>.
- [23] NIST. X-Ray Mass Attenuation Coefficients - Aluminum. <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ElemTab/z13.html>.
- [24] NIST. X-Ray Mass Attenuation Coefficients - PMMA. <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ComTab/pmma.html>.
- [25] Hamamatsu Photonics. How does temperature affect the performance of an SiPM? <https://hub.hamamatsu.com/us/en/technical-notes/mppc-sipms/how-does-temperature-affect-the-performance-of-an-SiPM.html>.
- [26] R. Sariyal, I. Mazumdar, S.M. Patel. Measurement of absolute light yield and quantum efficiency of LaBr<sub>3</sub>:Ce scintillator detector using SiPM. *Journal of Instrumentation*, 16:P12024, 12 2021.
- [27] Rothfuss, Harold and Panin, Vladimir and Moor, Andrew and Young, John and Hong, Inki and Michel, Christian and Hamill, Jordyn and Casey, Michael. LSO background radiation as a transmission source using time of flight. *Physics in Medicine and Biology*, 59:5483, 08 2014.
- [28] S. Sahoo, S. Verma, M. Mirzakhani, N. Mishra, A. Thompson, S. Maludze, R. Mahapatra, and M. Platt. Reactor-based Search for Axion-Like Particles using CsI(Tl) Detector. [https://www.researchgate.net/publication/382459388\\_Reactor-based\\_Search\\_for\\_Axon-Like\\_Particles\\_using\\_CsITl\\_Detector](https://www.researchgate.net/publication/382459388_Reactor-based_Search_for_Axon-Like_Particles_using_CsITl_Detector), 07 2024.
- [29] Christian Schröder, Goestar Klingelhoefer, Richard Morris, Brie Bernhardt, M. Blumers, Iris Fleischer, Daniel Rodionov, J. Gironés, and Paulo De Souza. Field-portable Mössbauer spectroscopy on Earth, the Moon, Mars, and beyond. *Geochemistry Exploration Environment Analysis*, 11:129–143, 05 2011.
- [30] Ning Su, Yuanyuan Liu, Li Wang, Bin Wu, and Jianping Cheng. A Comparison of Muon Flux Models at Sea Level for Muon Imaging and Low Background Experiments. *Frontiers in Energy Research*, 9, 2021.
- [31] A. Vacheret, G.J. Barker, M. Dziewiecki, P. Guzowski, M.D. Haigh, B. Hartfiel, A. Izmaylov, W. Johnston, M. Khabibullin, A. Khotjantsev, Yu. Kudenko, R. Kurjata, T. Kutter, T. Lindner, P. Masliah, J. Marzec, O. Mineev, Yu. Musienko, S. Oser, F. Retière, R.O. Salih, A. Shaikhiev, L.F. Thompson, M.A. Ward, R.J. Wilson, N. Yershov, K. Zaremba, and M. Ziembicki. Characterization and simulation of the response of Multi-Pixel Photon Counters to low light levels. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, page 73, 2011.
- [32] Ren-Yuan Zhu. Radiation Damage In Scintillating Crystals. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 413:297–311, 08 1998.