

Corso di Laurea in Fisica

Prova di esame - Laboratorio di Calcolo e Statistica

4 settembre 2023

Indicazioni generali

Si risolva il seguente esercizio, scrivendo un programma in C++. Ai fini della valutazione, il primo criterio che deve essere soddisfatto è che il codice compili senza errori ed esegua realizzando le funzionalità richieste dal testo. Per la valutazione sarà inoltre tenuto in considerazione il fatto che i codici siano scritti con ordine, utilizzando opportunamente l'**indentazione** e i **commenti**. Si richiede infine di iniziare i codici con una riga di commento contenente il comando necessario per creare l'eseguibile.

Incertezze statistiche e sistematiche in un fit

La tecnica di stima dei parametri basate sui minimi quadrati assume che le incertezze che affliggono le misure siano di carattere statistico, cioè che il loro valore per ogni punto di una legge $y = \varphi(x)$ sia indipendente dagli altri.

1. Si scriva un programma `main.cpp` che generi 6 coppie (x_i, y_i) di punti pseudo-casuali lungo l'andamento della funzione

$$f(x) = 2 \cdot \sin(0.5 \cdot x + 0.78) + 0.8$$

con x_i fissati ai seguenti valori:

$$\{x_i\}_{i=1\dots N} = \{0.5, 2.5, 4.5, 6.5, 8.5, 10.5\}$$

e ciascun y_i distribuito attorno ad $f(x_i)$ secondo una densità di probabilità Gaussiana di sigma 0.3 inserita dall'utente a riga di comando al momento della chiamata del programma. I punti siano generati con una funzione che produca i numeri pseudo-casuali Gaussiani sfruttando il teorema centrale del limite, prendendo come parametri in ingresso la media e la sigma della Gaussiana.

2. Si rappresenti il campione di punti così generato con un `TGraphErrors` e lo si disegni su un file di tipo `gif`.
3. Dopo aver definito una funzione di ROOT di tipo TF1 a partire dall'espressione di $f(x)$, avente 4 parametri liberi p_i corrispondenti ai coefficienti presenti nella definizione di $f(x)$:

$$f_{fit}(x) = p_0 \cdot \sin(p_1 \cdot x + p_2) + p_3$$

si esegua il fit del `TGraphErrors` con la TF1 costruita, controllando se il fit abbia avuto successo e stampando a schermo il valore del Q^2 e del p -value corrispondenti. Perché il fit abbia successo potrebbe essere necessario inizializzarne qualche parametro: per fare questo si utilizzino algoritmi basati sui punti pseudo-casuali come informazione in ingresso.

4. Si esegua una nuova generazione di punti (x_i, y_i) , che aggiunga al valore di y_i , oltre all'incertezza casuale ε_i generata nel punto 1 del compito, una nuova incertezza δ_i , completamente correlata fra tutti i punti. Si ipotizzi che la stima dell'incertezza dei singoli punti derivi dalla somma in quadratura dei termini ε e δ e si disegni in un'immagine di tipo `gif` il `TGraphErrors` corrispondente a questo nuovo insieme di punti.
5. Si esegua il fit del nuovo `TGraphErrors` e, dal valore di Q^2 minimo ottenuto, si deduca una stima della incertezza statistica associata alle misure; si utilizzi il metodo dei *toy experiment* per verificare il funzionamento di questa tecnica.

6. Che effetto ci si aspetta sul risultato del fit, dopo l'aggiunta del termine δ_i ?

Gli studenti affetti da disturbi specifici dell'apprendimento (DSA) potranno tralasciare i punti 5 e 6. Questi ultimi dovranno anche consegnare, oltre allo svolgimento del tema, una copia del proprio Progetto Universitario Individualizzato (P.Uo.I).