Administración de Riesgos Financieros

Christian G. Miranda Ruiz

Facultad de Ciencias

2022-2

Contenido

1. Naturaleza de Administración de riesgos
   - Definición de Riesgo
   - Administración de riesgos
   - Medidas coherentes de riesgo
   - Medidas de riesgo más comúnes
2. Riesgo de Mercado
   - Factores de riesgo de mercado
   - Valoración de instrumentos
     - Valoración de Bonos sin cupón
     - Valoración de Bonos tasa fija con cupón
     - Valoración de Bonos tasa fija con cupón
     - Valoración de Bonos tasa variable con cupón
     - Valoración de swaps
     - Valoración de opciones
     - Valoración de forwards

Definición de Riesgo

Proviene del latín *risicare* que significa atreverse.
Exposición a la posible pérdida, daño, o alguna otra circunstancia desafortunada.

Siglo XVI: **Contingencia**.
Siglo XX: **Riesgo e incertidumbre se trataron de manera indistinta**.
Actualmente:
Incertidumbre: Falta de certidumbre, esto es, la existencia de más de una posibilidad. El *verdadero* resultado/valor/estado no es conocido.
Medición de la incertidumbre: Un conjunto de probabilidades asignado a un conjunto de posibilidades.
Riesgo: Es un estado de la incertidumbre donde algunas posibilidades pueden ser pérdidas, catástrofes, o algún resultado indeseable.
Medición del riesgo: Un conjunto de posibilidades el cual se mapea aun conjunto de probabilidades y a un conjunto de cuantificación de pérdidas.
Para este curso definimos:
El riesgo se define como la variación del valor de la cartera de inversión, de crédito o de seguros con respecto a su valor actual, debido a variaciones en los factores que los componen.
Eso significa que, a diferencia de lo que se considera generalmente, tanto las desviaciones positivas y negativas del valor de la cartera o portafolio se consideran riesgo, lo que se conoce comúnmente como **volatilidad** de los factores.

$\Delta f(x + \Delta x) = f(x + \Delta x) - f(x) < 0$

Tipos de riesgo

Las empresas están sujetas a varios tipos de riesgos que se pueden englobar únicamente:

Los riesgos de negocio son aquellos que la empresa asume para crear una ventaja competitiva para los accionistas, éstos están relacionados con el producto o servicio con el que hace negocio la empresa, incluyendo innovación tecnológica, diseño de producto y marketing.

Los riesgos de no-negocio son aquellos a los que la empresa no tiene control, por ejemplo: todas las empresas tiene exposición a los riesgos macroeconómicos y están sujetas a la política monetaria de cada país, y a la volatilidad de un riesgo estrategico de cada nación, expropiación y nacionalización se incluyen dentro de este tipo de riesgo.

Tipos de riesgo

1. **Riesgo de mercado o de capital**: Es el riesgo de que el portafolio o cartera de inversión disminuya debido a sus factores de riesgo de mercado, los cuales son:
    - Riesgo accionario. Se refiere al riesgo de que el precio de las acciones de mercado y su volatilidad implícita se modifique.
    - Riesgo de tasa de interés. Se refiere al riesgo de que el valor de las tasas de interés de mercado y su volatilidad implícita se modifique.
    - Riesgo cambiario. Se refiere al riesgo de que el valor de los tipos de cambio de mercado y su volatilidad implícita se modifique.
    - Riesgo de commodities. Se refiere al riesgo de que el valor de las commodities (maíz, crudo de petróleo, etc) de mercado y su volatilidad implícita se modifique.
2. **Riesgo de crédito**: Es el riesgo de falta de pago del acreditado o contraparte, este evento se conoce como *default o impago*, por lo que riesgo de crédito implica riego de impago.
3. **El Riesgo de Concentración**. Pérdidas potenciales asociado a una inadecuada diversificación de activos y pasivos, que se deriva de las exposiciones causadas por riesgos de crédito, de mercado, de suscripción, de liquidez, o por la combinación o interacción de varios de ellos, por contraparte, por tipo de activo, área de actividad económica o área geográfica.

Tipos de riesgo

4. **Riesgo de liquidez**: Es el riesgo de falta de liquidez, es decir, que los activos no se puedan intercambiar o convertir lo antes posible para no tener pérdidas.
5. **Riesgo operativo**: Comprende los riesgos que se generan en la propia negociación y operación del negocio del banco. Estos riesgos son de diversas características y abarcan desde la falta de definición de procedimientos y políticas, contratos mal elaborados (riesgo legal), hasta fraudes y violaciones a los ordenamientos regulatorios establecidos por las autoridades encargadas de la supervisión del sistema financiero.

Tipos de riesgo

Ahora bien, si observamos a una compañía de Seguros, los riesgos los podemos clasificar en

1. **Suscripción o Técnicos**: Para las operaciones de Vida, Accidentes y Enfermedades y Daños.
    - El riesgo de suscripción de los seguros de Vida reflejó el derivado de la suscripción atendiendo a los siniestros cubiertos y a los procesos operativos vinculados a su atención. Consideraró cuando menos los subriesgos de mortalidad, longevidad, discapacidad, enfermedad, morbilidad, de gastos de administración, caducidad, conservación, rescate de pólizas y de eventos extremos en los seguros de Vida.
    - El riesgo de suscripción de los seguros de Accidentes y Enfermedades mostrará el que se derive de la suscripción como consecuencia tanto de los siniestros cubiertos, como de los procesos operativos vinculados a su atención. Tomará en cuenta cuando menos los riesgos de primas y de reservas, de mortalidad, longevidad, discapacidad, enfermedad, morbilidad, de gastos de administración y riesgo de epidemia.
    - El riesgo de suscripción de los seguros de Daños reflejará el que se derive de la suscripción como consecuencia tanto de los siniestros cubiertos, como de los procesos operativos vinculados a su atención. Considerará cuando menos los riesgos de primas y de reservas, así como de eventos extremos en los seguros de Daños.
2. **El Riesgo de Mercado**. Este reflejará la pérdida potencial por cambios en los factores de riesgo que influyan en el valor de los activos y pasivos de las Instituciones y Sociedades Mutualistas, tales como tasas de interés, tipos de cambio, índices de precios, entre otros.

Tipos de riesgo

3. **El Riesgo de Descalce entre Activos y Pasivos**. Mostrará la pérdida potencial derivada de la falta de correspondencia estructural entre los activos y los pasivos, por el hecho de que una posición no pueda ser cubierta mediante el establecimiento de una posicián contraria equivalente. En este caso se tomará en cuenta cuando menos, la duración, moneda, tasa de interés, tipos de cambio, índices de precios, entre otros;
4. **El Riesgo de Liquidez**. Reflejará la pérdida potencial por la venta anticipada o forzosa de activos a descuentos inusuales para hacer frente a obligaciones, o bien, por el hecho de que una posición no pueda ser oportunamente enajenada o adquirida.
5. **El Riesgo de Crédito**. Mostrará la pérdida potencial derivada de la falta de pago, o deterioro de la solvencia de las contrapartes y los deudores en las operaciones que efectúen las Instituciones y Sociedades Mutualistas, incluyendo las garantías que les otorguen. Adicionalmente, el Riesgo de Crédito deberá considerar la pérdida potencial que se derive del incumplimiento de los contratos destinados a reducir el riesgo, tales como los contratos de reaseguro, de reafianzamiento, de bursatilización y de operaciones financieras derivadas, así como las cuentas por cobrar de intermediarios y otros riesgos de crédito que no puedan estimarse respecto del nivel de la tasa de interés libre de riesgo.
6. **El Riesgo de Concentración**. Pérdidas potenciales asociado a una inadecuada diversificación de activos y pasivos, que se deriva de las exposiciones causadas por riesgos de crédito, de mercado, de suscripción, de liquidez, o por la combinación o interacción de varios de ellos, por contraparte, por tipo de activo, área de actividad económica o área geográfica.
7. **El Riesgo Operativo**. Reflejará la pérdida potencial por deficiencias o fallas en los procesos operativos, en la tecnología de información, en los recursos humanos o cualquier otro evento externo adverso relacionado con la operación de las Instituciones y Sociedades Mutualistas.

Administración de riesgos

La Administración de Riesgos es la identificación, evaluación, y priorización de riesgos gestionando adecuadamente los recursos económicos para minimizar, monitorear y controlar la probabilidad y/o el impacto de eventos desafortunados o bien, para maximizar la probabilidad de oportunidades.

Las estrategias para administrar el riesgo son: transferir el riesgo, evitarlo, reducir la probabilidad de riesgo, y asumirlo parcial o totalmente.

La **Administración de Riesgos financieros** es es una rama especializada de las finanzas corporativas, que se dedica a el manejo o cobertura de los riesgos financieros.

Etapas de Administración de Riesgos

Las etapas del proceso de Administración de Riesgos son:

1. **Identificación**: Determinar cuáles son las exposiciones más importantes al riesgo en la unidad de análisis.
2. **Evaluación**: Es la cuantificación de los costos asociados a riesgos que ya han sido identificados. Existe una fórmula generalmente aceptada para cuantificación de riesgos y se denota como índice compuesto de riesgo:

$$\text{ICR} = \text{Impacto de riesgo} \times \text{Probablidad de ocurrencia.}$$

   ICR:Índice compuesto de riesgo.
3. **Estrategia a seguir**: Eliminación (no exponerse a un riesgo determinado), reducción (optimización), absorción (absorber el riesgo y cubrir las pérdidas con los propios recursos) y la transferencia (cobertura) del riesgo.
4. **Implementación**: Poner en práctica la decisión tomada.
5. **Reevaluación**: Las decisiones se deben de evaluar y revisar periódicamente.

Costos y beneficios de la Administración de Riesgos

Las Instituciones Financieras son tomadoras de riesgo por naturaleza. En este contexto, aquellas que tienen una cultura de riesgos, crean una ventaja competitiva frente a los demás. Asumen riesgos más conscientemente, se anticipan a los cambios adversos, se protegen o cubren sus posiciones de eventos inesperados y logran experiencia en el manejo de riesgos.

Por el contrario, las instituciones que no tienen cultura de riesgos, posiblemente ganen más dinero en el corto plazo pero en el largo plazo convertirán sus riesgos en pérdidas importantes que pueden significar inclusive, la bancarrota.

Los componentes del costo de riesgo están directamente relacionados con la estrategia a seguir de las etapas del proceso de administración de riesgo, específicamente son: costos de estrategias para financiar pérdidas potenciales, costo de pérdidas no compensadas por seguro, costo de medidas para reducir riesgo, y costo de oportunidades de actividades canceladas debido al riesgo.

Medidas coherentes de riesgo

Existen situaciones a las cuales asociamos un riesgo mayor en comparación con otras situaciones. Nos enfrentamos entonces al problema de encontrar una forma de medir el riesgo o de encontrar una forma de cuantificarlo.
Atendiendo a la definición de riesgo como la desviación de un resultado esperado, podemos dar como ejemplos de medidas de riesgo a la varianza, a la desviación estándar, a la desviación media absoluta, etc.

- La varianza representa la media aritmética del cuadrado de las desviaciones respecto a la media, mientras que la desviación estándar es la raíz cuadrada positiva de la varianza.
- Por su parte, la desviación media absoluta es el promedio aritmético del valor absoluto de las desviaciones respecto a la media. Las tres medidas nos indican cuánto se desvían las observaciones de su media.

Surgen entonces dos preguntas:
¿Cuál medida de riesgo es mejor?
¿Cómo sería una medida de riesgo apropiada?

Medidas coherentes de riesgo

Para introducir los axiomas de coherencia tendremos que dar una definición formal de medidas de riesgos.

- Fijemos el espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ y el horizonte de riesgo T.
- Denotemos por $L^0(\Omega, \mathcal{F}, P)$ a los conjunto de variables aleatorias en $(\Omega, \mathcal{F})$, que son casi seguramente finitos.
- Los riesgos financieros son representados por un conjunto $\mathcal{M} \subset L^0(\Omega, \mathcal{F}, P)$ de variables aleatorias, que interpretaremos como pérdidas de un portafolio sobre un horizonte de tiempo T.
- El horizonte de tiempo lo dejaremos abierto, es decir sin especificar, aunque en la práctica siempre es finito.
- Supondremos que $\mathcal{M}$ es un *cono convexo*, es decir, si $L_1 \in \mathcal{M}$ y $L_2 \in \mathcal{M}$ implica que $L_1 + L_2 \in \mathcal{M}$ y que $\lambda L_1 \in \mathcal{M}$ para cada $\lambda > 0$.
- Las medidas de riesgo son funciones reales $\varrho\colon \ \to$ R definidos en los conos de variables aleatorias que satisfacen ciertas propiedades.
- Interpretaremos $\varrho(L)$ como el monto de capital que se deberá agregar a una posición con pérdida L.

Medidas coherentes de riesgo

Una medida de riesgo ϱ es coherente de acuerdo a Artzner et al. (1999) si satisface cuatro propiedades:

1. *Invarianza ante traslaciones*. Para toda $L \in \mathcal{M}$ y cada $l \in \mathrm{R}$ se cumple que $\varrho(L+l) = \varrho(L) + l$.
   Una medida de riesgo invariante ante traslaciones implica que si tenemos un activo con riesgo y formamos una cartera agregando un activo libre de riesgo, el riesgo de la cartera disminuye en la cantidad del activo libre de riesgo.
2. *Subaditividad*. Para toda $L_1, L_2 \in \mathcal{M}$ tenemos que $\varrho(L_1 + L_2) \leq \varrho(L_1) + \varrho(L_2)$.
   La idea principal de este propiedad es que "una unión no crea riesgo extra", esto refleja la idea de que el riesgo se puede reducir diversificando los activos.
3. *Homogeneidad positiva*. Para toda $L \in \mathcal{M}$ y cada $\lambda > 0$ se cumple que $\varrho(\lambda L) = \lambda \varrho(L)$.
   En este caso, cuando una riqueza bajo riesgo representada por un activo es multiplicada por un factor positivo, el riesgo y la incertidumbre crecen en la misma proporción. La falta de liquidez de los mercados financieros, resta realismo a esta propiedad porque en este caso no se tendría una relación lineal. Esta propiedad es fácilmente justificada si suponemos subaditividad, ya que esta implica que
   $$\varrho(nL) = \varrho(L + \ldots + L) \leq n\varrho(L).$$
   Dado que no hay diversificación entre las pérdidas de este portafolio es natural que la desigualdad anterior se convierta en igualdad, de donde surge entonces la homogeneidad positiva. Notemos que subaditividad y homogeneidad positiva implica que la medida de riesgo ϱ sea convexa en $\mathcal{M}$.
4. *Monotonía*. Para toda $L_1, L_2 \in \mathcal{M}$ tal que $L_1 \leq L_2$ entonces se cumple casi seguramente que $\varrho(L_1) \leq \varrho(L_2)$.

Medidas coherentes de riesgo

¿Las siguientes medidas son coherentes?

1. *Varianza*.
2. *Desviación media absoluta*.
3. *Desviación estándar*.

¿Qué funcional cumple las condiciones de medida coherente?

Pérdida Esperada

Es el nivel de pérdidas promedio en la cartera en un horizonte de tiempo determinado (por ejemplo un año).
La Pérdida Esperada está expresada dada en unidades monetarias. Formalmente, si se conoce la distribución de pérdidas de la cartera, la Pérdida Esperada se define como

$$\mathrm{PE} = E(L)$$

donde L es la variable aleatoria de las pérdidas bajo $F_L(\cdot)$ que es la función de distribución de probabilidad acumulada de las pérdidas de la cartera, también llamada simplemente función de distribución. En términos probabilísticos, la Pérdida Esperada es la esperanza de la distribución de pérdidas y puede ser obtenida haciendo el promedio de los datos como un estimador insesgado.

Valor en Riesgo

Es el nivel de pérdidas en la cartera que será excedido sólo el $(1-\alpha)\,\%$ de las veces en promedio en un horizonte de tiempo (por ejemplo un año) para un nivel de confianza α (por ejemplo para un 95 %). El VaR está dado en unidades monetarias. Formalmente, si se conoce la distribución de pérdidas de la cartera, el VaR se define como

$$VaR_\alpha = \inf\{l \in \mathsf{R} : \mathsf{P}(\mathsf{L} > \mathsf{l}) \leq 1-\alpha\} = \inf\{\mathsf{l} \in \mathsf{R} : \mathsf{F_L}(\mathsf{l}) \geq \alpha\}$$

donde $F_L(\cdot)$ es la función de distribución de probabilidad acumulada de las pérdidas de la cartera, también llamada simplemente función de distribución.
En términos probabilísticos, el VaR es un cuantil de la distribución de pérdidas y puede ser obtenido con la llamada función cuantil según se trate de que se tenga una distribución de probabilidad continua o discreta.
El Var-media se denota como $\mathrm{VaR}_\alpha^{\mathrm{media}} := \mathrm{VaR}_\alpha - \mu$, donde μ es la media de la función de distribución de pérdidas.

Valor en Riesgo: Ejemplo

Ejemplo. (VaR para distribución normal y distribución t). Supongamos que la función de distribución de pérdidas F_L es normal con media μ y varianza σ^2. Fijemos $\alpha \in (0,1)$.
Entonces el

$$\mathrm{VaR}_\alpha = \mu + \sigma \Phi^{-1}(\alpha) \quad \text{y} \quad \mathrm{VaR}_\alpha^{\text{media}} = \sigma \Phi^{-1}(\alpha),$$

donde Φ es la distribución normal estándar y $\Phi^{-1}(\alpha)$ es el α-cuantil de Φ.
Dado que F_L es estrictamente creciente, entonces por el Lema que dice que *un punto* $x_0 \in$ R *es el* α*-cuantil de una función de distribución F si y sólo si se cumple que* $F(x_0) \geq \alpha$*; y* $F(x) < \alpha$ *para todo* $x < x_0$ tenemos que demostrar sólamente que $F_L(\mathrm{VaR}_\alpha) = \alpha$.
Por definición, tenemos que:
$P(L \leq \mathrm{VaR}_\alpha) = \alpha$ entonces $P(\frac{L-\mu}{\sigma} \leq \frac{\mathrm{VaR}_\alpha - \mu}{\sigma}) = \alpha)$, y, dado que

$$P(\frac{L-\mu}{\sigma} \leq \frac{\mathrm{VaR}_\alpha - \mu}{\sigma}) = \Phi(\frac{\mathrm{VaR}_\alpha - \mu}{\sigma})$$

por lo tanto

$$\Phi(\frac{\mathrm{VaR}_\alpha - \mu}{\sigma}) = \alpha$$

despejando el VaR_α tenemos que:

$$\mathrm{VaR}_\alpha = \mu + \sigma \Phi^{-1}(\alpha)$$

Valor en Riesgo: Ejemplo

Supongamos ahora que L es tal que $(L-\mu)/\sigma$ tiene una distribución *t-student* con ν grados de libertad, es decir, que $L \sim t(\nu, \mu, \sigma)$.

Notemos que los momentos están dados por $E(L) = \mu$, y $Var(L) = \nu\sigma^2/(\nu-2)$ donde $\nu > 2$, tomar en cuenta que σ no es la desviación estándar de la distribución.

Entonces

$$\mathrm{VaR}_\alpha = \mu + \sigma t_\nu^{-1}(\alpha),$$

donde t_ν denota la función de distribución de una t estándar.

Pérdida No Esperada

Considerando que se conoce la distribución de pérdidas de la cartera, la pérdida no esperada se puede entender de dos maneras de acuerdo a la literatura especializada:

1. Como la dispersión de las pérdidas alrededor de la pérdida promedio o en términos más comunes, la desviación estándar de las pérdidas de la cartera que denotaremos por L (Servigny et al., 2004):

$$\sigma_L = \sqrt{E\{|L - \mathrm{PE}|^2\}}.$$

2. La pérdida no esperada puede ser vista como un múltiplo $k > 0$ de la desviación estándar de la distribución de pérdidas $k\sigma_L$, con $k = \frac{\mathrm{VaR}_\alpha - \mathrm{PE}}{\sigma_L}$.

En esta clase se hará distinción entre Pérdida No Esperada y Capital Económico. Así, cuando se hable de Pérdida No Esperada se estará hablando en términos desviación estándar.

Capital Económico

El capital económico es uno de los principales indicadores en la administración del riesgo en crédito. Generalmente se calcula en el horizonte de un año. La práctica común de estimar el capital económico es la siguiente:

$$\mathrm{CE}_\alpha = \mathrm{VaR}_\alpha - \mathrm{PE},$$

donde PE es la pérdida esperada, y VaR_α es el valor en riesgo a un nivel de confianza α.

El capital económico es usado principalmente por los bancos y se puede interpretar como la cantidad de capital que se debe tener como reserva para no caer en insolvencia dadas las posibles pérdidas al nivel de confianza α.

Debido a que en el cálculo del capital económico interviene el VaR, éste le hereda sus desventajas como medida de riesgo, principalmente el no ser una medida coherente y ser muy sensible al nivel de confianza α elegido cuando éste es muy alto, es decir:

$$\frac{\partial \mathrm{CE}_\alpha}{\delta\alpha} = \frac{\partial \mathrm{VaR}_\alpha}{\delta\alpha}.$$

Valor en Riesgo Condicional (CVaR)

Es una medida de riesgo también conocida por su notación anglosajona como *Expected Shortfall* (ES)[1], que indica el valor esperado de la pérdida, condicionada a que ésta sea mayor que el VaR. En términos más formales. Para una distribución de pérdidas de L con $E(|L|) < \infty$ y función de distribución F_L el (ES) o CVaR a un nivel de confianza $\alpha \in (0, 1)$ se define como

$$\mathrm{CVaR}_\alpha(L) = E(L|L \geq \mathrm{VaR}_\alpha) = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 \mathrm{VaR}_u(L)du$$

Para su demostración ver la proposición 3.2 de Acerbi y Tasche (2002).

[1] Aunque algunos autores utilizan el término Expected Shortfall en otro sentido, nosotros no haremos distinción entre éste y el CVaR (Acerbi, C. et al., 2002 en el corolario 4.3 muestran que son lo mismo)

Valor en Riesgo Condicional (CVaR)

Ejemplo. (CVaR para distribución normal). Supongamos que $F_L \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\alpha \in (0,1)$ fijo.
Si calculamos el CVaR para $\tilde{L} = (L-\mu)/\sigma$ tenemos que

$$\mathrm{CVaR}_\alpha(\tilde{L}) = \frac{1}{(1-\alpha)\sqrt{2\pi}} \int_{\Phi^{-1}(\alpha)}^{\infty} x e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx = \Big[- \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{(1-\alpha)\sqrt{2\pi}} \Big]_{\Phi^{-1}(\alpha)}^{\infty} = \frac{\phi(\Phi^{-1}(\alpha))}{1-\alpha},$$

donde ϕ es la densidad de una normal estándar. Entonces

$$\mathrm{CVaR}_\alpha(L) = \mu + \sigma E\Big(\frac{L-\mu}{\sigma} \Big| \frac{L-\mu}{\sigma} \geq q_\alpha\Big(\frac{L-\mu}{\sigma}\Big)\Big) = \mu + \sigma \frac{\phi(\Phi^{-1}(\alpha))}{1-\alpha}.$$

Para el caso de la t de student $\tilde{L} = (L-\mu)/\sigma$ se distribuye como una t con los parámetros del ejemplo anterior, por el razonamiento anterior que aplica para cualquier familia en los parámetros de escala-locación, tenemos que $\mathrm{CVaR}_\alpha(L) = \mu + \sigma \mathrm{CVaR}_\alpha(\tilde{L})$, entonces el CVaR se puede calcular por integración directa y es

$$\mathrm{CVaR}_\alpha(L) = \frac{g_\nu(t_\nu^{-1}(\alpha))}{1-\alpha}\Big(\frac{\nu + (t_\nu^{-1}(\alpha))^2}{\nu - 1}\Big),$$

donde t_ν es la función de distribución y g_ν la densidad de una t estándar.

Valor en Riesgo ¿Medida coherente?

¿Es coherente el VaR_α?
Ejemplo:

- Consideremos un portafolio de 100 bonos corporativos (BC) sujetos al incumplimiento.
- El incumplimiento de los Bonos son v.a.i.i.d con probabilidad de incumplimiento de 2 %.
- Precio actual por es de 100, si no existe incumplimiento al tiempo $t+1$ el bono paga 105.

Consideraciones

- $L_i = 100$ en caso de incumplimiento y $L_i = -5$ en otro caso.
- Si Y_i es el indicador binario(1 incumplimiento, 0 e.o.c) de incumplimiento por el bono i.
- $L_i = 100Y_i - 5(1-Y_i)$, esto es: $L_i = 105Y_i - 5$
- Entonces $\mathrm{P}(\mathrm{L_i} = -5) = 98\,\%\quad \mathrm{P}(\mathrm{L_i} = 100) = 2\,\%$,

Valor en Riesgo ¿Medida coherente?

Ejemplo:
¿Qué pasa si comparamos dos portafolios de \$10,000?

A : $100BC_1$ Entonces $L_A = 100L_1$.

B : $\sum_{i=1}^{100} BC_i$ Entonces $L_B = \sum_{i=1}^{100} L_i$,

¿Cuál es el $\mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_A)$ y de $\mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_B)$?
¿Se cumple que $\mathrm{VaR}_{95\,\%}(\sum_{i=1}^{100} L_i) \leq \sum_{i=1}^{100} \mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_i)$?
O mejor planteado:
¿Se cumple que $\mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_B) \leq \mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_A)$?

Valor en Riesgo ¿Medida coherente?

Ejemplo:

¿Qué pasa si comparamos dos portafolios de \$10,000?

A : $100BC_1$ Entonces $L_A = 100L_1$.

B : $\sum_{i=1}^{100} BC_i$ Entonces $L_B = \sum_{i=1}^{100} L_i$,

¿Cuál es el $\mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_A)$ y de $\mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_B)$?

$\mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_A) = 100P(L \leq \mathrm{VaR}_{95\,\%}) = 95\,\% \iff 100P(L \leq -5) = 98\,\% \therefore$
$\mathrm{VaR}_{95\,\%} = -500$

Dado que $L_i = 105Y_i - 5$ entonces $\sum_{i=1}^{100} L_i = 105\sum_{i=1}^{100} Y_i - 500$

$\mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_B) = 105\mathrm{VaR}_{95\,\%}(\sum_{i=1}^{100} Y_i) - 500$, dado que $\mathrm{VaR}_{95\,\%}(\sum_{i=1}^{100} Y_i) = 5$

Entonces $\mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_B) = 25$

¿Se cumple que $\mathrm{VaR}_{95\,\%}(\sum_{i=1}^{100} L_i) \leq \sum_{i=1}^{100} \mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_i)$?

O mejor planteado:

¿Se cumple que $\mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_B) \leq \mathrm{VaR}_{95\,\%}(L_A)$?

Medidas de riesgo más comunes

En resumen tenemos que si L es la v.a. de las pérdidas y ganancias bajo una función de distribución $F_L(\cdot)$, las medidas más comunes de riesgo son:

Pérdida o ganancia esperada

$$\mathrm{PE} = \mathrm{E}(L)$$

Valor en riesgo

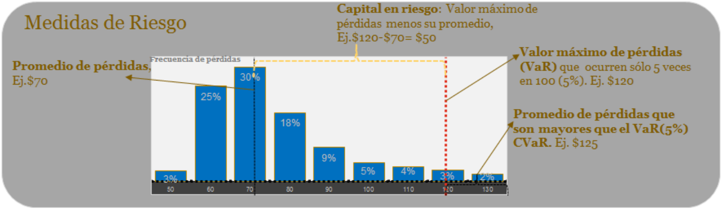
$$\mathrm{VaR}_\alpha = \inf\{l \in \mathsf{R} : \mathsf{F_L}(l) \geq \alpha\}$$

Capital Económico

$$\mathrm{CE}_\alpha = \mathrm{VaR}_\alpha - \mathrm{PE}$$

Valor en riesgo Condicional

$$\mathrm{CVaR}_\alpha = \mathrm{E}(L | L \geq \mathrm{VaR}_\alpha)$$



Factores de riesgo de mercado

El riesgo de mercado es el riesgo de pérdidas debido a movimientos en los mercados financieros, precios de acciones e índices, tipo de cambio, derivados, volatilidad, tasas de interés, sobretasas, etc.

Usualmente en el riesgo de Mercado se incluye el riesgo de liquidez que es el riesgo de pérdidas asociadas a liquidar posiciones para cubrir ciertas obligaciones.

Para la medición de cualquier riesgo, especialmente riesgo de mercado, es muy importante identificar los factores que componen el valor de una inversión, portafolio y/o instrumentos financieros.

Instrumento de inversión

Denotemos a V como el valor de un instrumento de inversión arbitrario y lo definimos como

$$V: \; = K \cdot f(S, r, t, \sigma)$$

K=Monto a Invertir,
S=Precio del subyacente,
r=Tasa de interés,
t=plazo de vencimiento,
σ=volatilidad del subyacente,
f es la función de valoración del instrumento de inversión.

Acciones e Índices

Las **acciones** son las partes iguales en las que se divide el capital social de una sociedad anónima. Estas partes son poseídas por una persona, que recibe el nombre de accionista, y representan la propiedad que la persona tiene de la empresa, es decir, el porcentaje de la empresa que le pertenece al accionista.
Éstos fluctúan con respecto al valor de sus activos, pasivos, capital, concentración de accionistas, temas macroeconómicos, políticos y sociales.
Los **índices bursátiles** es un registro estadístico compuesto que trata de reflejar las variaciones de valor o rentabilidades promedio de las acciones que lo componen.

Función de valoración

Su función de valor en una inversión es:

$$V :=K \cdot S$$

Donde:
K Monto invertido (si $K > 0$ se llama posición larga, si $K < 0$ se llama posición corta).
S es el precio de la acción.

Con respecto a la fórmula general se tiene que $f(S, r, t, \sigma) = S$

Ejemplos: WALMART, GRUPO CARSO, ÍNDICE DE PRECIOS Y COTIZACIONES (IPC).

Tipo de Cambio

El **tipo de cambio** es la relación de equivalencia entre dos monedas de diferentes países que sirve de referencia para las transacciones comerciales.

Función de valoración

Su función de valor en una inversión es:

$$V := K \cdot S$$

Donde:
K Monto invertido (si $K > 0$ se llama posición larga, si $K < 0$ se llama posición corta).
S es el precio de la acción.

Con respecto a la fórmula general se tiene que $f(S, r, t, \sigma) = S$

Ejemplos: USD/MXN, EUR/USD, JPY/USD, GPB/EUR, etc.

Materias Primas (Commodities)

Las **materias primas** son bienes que han sufrido poca elaboración, a los que se le ha añadido poco o nulo valor agregado; se encuentran de manera natural en el planeta o son producidos en enormes cantidades y manifiestan poca diferenciación entre sí, pero no por eso dejan de ser demandados enormemente.

Función de valoración

Su función de valor en una inversión es:

$$V :\, = K \cdot S$$

Donde:
K Monto invertido (si $K > 0$ se llama posición larga, si $K < 0$ se llama posición corta).
S es el precio de la acción.

Con respecto a la fórmula general se tiene que $f(S, r, t, \sigma) = S$

Ejemplos: Soya, el petróleo, el oro, plata, etc.

Tasas de interés

Las tasas de interés son el precio del dinero. Si una persona, empresa o gobierno requiere de dinero para adquirir bienes o financiar sus operaciones, y solicita un préstamo, el interés que se pague sobre el dinero solicitado será el costó que tendrá que pagar por ese servicio.

Función de valoración

En el caso de un bono cupón cero se tiene que:

$$V: = \frac{K \cdot N}{1 + \frac{r \cdot t}{360}}$$

En el caso de un bono con cupones:

$$V: = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{K \cdot N \cdot \tau_c \cdot d_{\tau_c}/360}{1 + r\frac{p_1 + d_{\tau_c}(i-1)}{360}} + \frac{K \cdot N}{1 + r\frac{p_1 + d_{\tau_c}(n-1)}{360}}$$

Donde:
K Monto invertido (si $K > 0$ se llama posición larga, si $K < 0$ se llama posición corta), N valor nominal del instrumento, r es la tasa de interés real nominal, τ_c es la tasa cupón, puede ser fija o variable.
p_1 son los días para pagar el primer cupón, d_{τ_c} son los días de pago de cada cupón, puede ser fija o variable.

Ejemplos: Gubernamentales, bancario, privados, libor, reportos, etc.

Estructura de tasas de Interés (Cupón cero): Curva que relaciona los tipos de interés de contado con sus plazos de vencimiento; indica la rentabilidad que el mercado estaría exigiendo en cada plazo. Es la Representación gráfica donde se muestra la estructura temporal de los rendimientos de los cupones y/o rendimientos de los bonos del tesoro, mercado monetario, swaps, etc, respecto a sus diferentes plazos de vencimiento.

Volatilidad

Por Volatilidad nos referimos a aquellos instrumentos que en su función valoración tienen implícita la volatilidad de algún subyacente, por ejemplo: opciones, swaptions, cap, floor.
La volatilidad implícita proviene de la oferta y demanda de opciones con distintos tipos de vencimiento y distintos *strikes* o precios de ejercicio para un mismo subyacente.

Función de valoración

Para la valoración de este tipo de instrumentos, suelen haber varias fórmulas, entre ellas la de Black&Scholes, todas ellas dependen de los 4 factores de riesgo.

$$V := K \cdot f(S, r, t, \sigma_S)$$

K=Monto a Invertir,
S=Precio del subyacente,
r=Tasa de interés,
t=plazo de vencimiento,
σ_S=volatilidad del subyacente,
f es la función de valoración del instrumento de inversión.

Superficie de volatilidad La superficie de volatilidades es la relación que existe entre la volatilidad implícita de opciones con diferentes strikes y vencimientos.

Definiciones básicas (Resumen)

Riesgo de Mercado

Riesgo de que el valor de un instrumento o cartera de inversión, disminuya por cambios en sus valores (*factores de riesgo de mercado*) : **acciones e índices**, **tasas de interés**, **tipos de cambio**, **materias primas**, y la **volatilidad** implícita en éstos.

Instrumento de Inversión

Denotemos a C como el valor de un instrumento de inversión arbitrario y lo definimos como

$$C := K \cdot f(S, r, t, \sigma_S)$$

Donde K=Monto a Invertir, S=Precio del subyacente, r=Tasa de interés, t=plazo de vencimiento, σ_S=volatilidad del subyacente, y f es la función de valoración del instrumento de inversión.

Curva tasa cupón cero

Representación gráfica donde se muestra la estructura temporal de los rendimientos de los cupones y/o rendimientos de los bonos del tesoro, mercado monetario, swaps, etc, respecto a sus diferentes plazos de vencimiento.

Superficie de volatilidad

La superficie de volatilidades es la relación que existe entre la volatilidad implícita de opciones con diferentes strikes y vencimientos.

Rendimiento

El rendimiento de un activo es la ganancia o pérdida que surge del cambio de valor V_t (por ej. precio S_t, tasa de interés r_t, volatilidad σ_{S_t}) sobre un período de tiempo. Existen dos tipos de rendimientos:

Tipos de rendimiento

Simples

$$R_{t_\tau} = \frac{x_t - x_{t-\tau}}{x_{t-\tau}}$$

Composición continua

$$r_{t_\tau} = \ln\left(\frac{x_t}{x_{t-\tau}}\right) \iff e^{r_{t_\tau}} = \frac{x_t}{x_{t-\tau}}$$

Donde:
R_{t_τ} denota al rendimiento simple en el período t con respecto una variación de τ unidades de tiempo.
r_{t_τ} denota el rendimiento compuesto en el período t con respecto una variación de τ unidades de tiempo.
x_{t_τ} denota el valor del factor de riesgo en el periodo t con respecto una variación de τ unidades de tiempo.
τ denota el rendimiento del número τ de unidades de tiempo a medir.

Rendimiento portafolios

El rendimiento de un portafolio se define como la suma ponderada de los rendimientos individuales de los activos componen el portafolio, por el peso que tienen dichos activos en el portafolio:

Rendimiento de Portafolios

$$R_{p,t_\tau} = \sum_{i=1}^{t} w_i \cdot R_{i,t_\tau}$$

Donde:
R_{p,t_τ} denota al rendimiento del portafolio en el tiempo t con respecto una variación de τ unidades de tiempo.
R_{i,t_τ} denota al rendimiento del activo i en el tiempo t con respecto una variación de τ unidades de tiempo.
x_{t_τ} denota el valor del factor de riesgo en el periodo w_i denota el ponderador del i-ésimo activo tal que $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$.

Medición de rendimientos

Los modelos estadísticos y probabilísticos son útiles para analizar la evolución de los rendimientos de los activos financieros.

- El rendimiento de un activo se puede conceptuar como una variable aleatoria.
- Una variable aleatoria es una variable cuyo valor se puede observar hoy y en el pasado pero cuyo valor futuro no se puede predecir con exactitud. Sin embargo, se puede inferir y pronosticar su comportamiento si se conoce su distribución de probabilidad.
- Así, la idea consiste en suponer que la información histórica (serie de tiempo) es suficiente para utilizar una distribución de probabilidad que nos permita pronosticar el rendimiento y /o calcular diferentes probabilidades.
- Es importante verificar informalmente con un histograma y formalmente con medidas estadísticas que el modelo probabilístico teórico se ajusta a la función de densidad discreta.

Momentos

Una medida de riesgo se puede representar por un la estimación de un momento, específicamente de orden 2 o mayor:

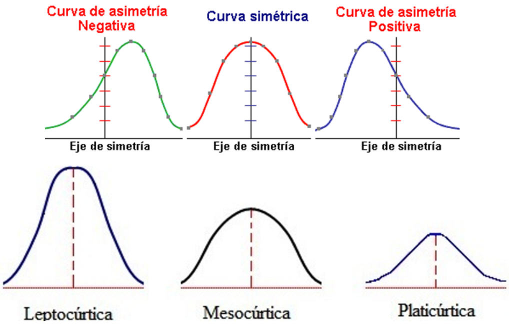
Momento	Discreto	Continuo	Estimador
Media μ	$\mu = E(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} xP(X = x)$	$\mu = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$	$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$
Varianza	$\sigma^2 = V(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 P(X = x)$	$\sigma^2 = V(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx$	$\hat{s}_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\mu)^2}{n-1}$
K-ésimo Momento	$\mu_k = \sum_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^k P(X = x)$	$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^k f(x)dx$	$\bar{x}_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\mu)^k}{n}$
Asimetría	$\tau = \mu_3/\sigma^3$	$\tau = \mu_3/\sigma^3$	$\hat{\tau} = \frac{n}{(n-2)} \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\mu)^3}{\hat{s}_x^3(n-1)}$
Curtosis	$\kappa = \mu_4/\sigma^4$	$\kappa = \mu_4/\sigma^4$	$\left\{\frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum \left(\frac{x_j - \bar{x}}{s}\right)^4\right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$

Descripción de momentos

- La varianza representa la variación o dispersión alrededor de la media. La varianza es el segundo momento alrededor de la media.
- El sesgo mide el grado de asimetría de la distribución. Una distribución es simétrica si el sesgo es nulo. El sesgo es el tercer momento central estandarizado.
- La Curtosis mide el peso relativo de las colas de la distribución. En el caso de la distribución normal, la Curtosis es igual a 3. La Curtosis es el cuarto momento central estandarizado. Una Curtosis mayor a 3 se conoce como leptocúrtica, mientras que una menor a 3 se conoce como platicúrtica. Una Curtosis cercana a 3 se conoce como mesocúrtica.

Gráfico momentos

Ejemplo de sesgo o curtosis:



Cálculo de Sensibilidades

Sensibilidades puntuales

La **sensibilidad puntual** de un instrumento de inversión es el impacto que tiene ante el cambio puntual en alguno de sus factores de riesgo es decir, la pérdida o ganancia que se tendría en el cambio el valor del factor de riesgo "x" en "y" unidades.

Cálculo de Sensibilidades puntuales

Definimos las sensibilidades puntuales de la siguiente manera:

$$\Delta_S = K\Big(f(S \cdot (1+\delta), r, t, \sigma) - f(S, r, t, \sigma)\Big)$$

$$\Delta = K\Big(f(S, r+\delta, t, \sigma) - f(S, r, t, \sigma)\Big)$$

$$\Theta = K\Big(f(S, r, t+\theta, \sigma) - f(S, r, t, \sigma)\Big)$$

$$\upsilon = K\Big(f(S, r, t, \sigma+\delta) - f(S, r, t, \sigma)\Big)$$

Donde δ comúnmente se iguala a 100 puntos base, 100pb=1 %=0.01, para θ, se mide en días lo común es que $\theta = 1$, todas las sensibilidades puntuales se expresan en cantidades monetarias.

Riesgo base

Riesgo que la cobertura utilizada no cubra exactamente los movimientos adversos a la posición.
Es decir, si $\Delta_{c_1} \cdot \Delta_{c_2} < 0 \Longrightarrow \mathrm{RM} = \min\{|\Delta_{c_1}|, |\Delta_{c_2}|\}$ si no $\mathrm{RB} = 0$.
Donde RB es riesgo base, Δ_{c_1} es la sensibilidad asociada a la curva 1 (puede ser la suma de sensibilidades por algunos plazos o de toda la curva).

Valoración de Bonos sin cupón: CETE

Características

- Título: Certificado de Tesorería.
- Forma de colocación: Subasta.
- Valor nominal: 10 pesos mxn.
- Negociación: A tasa de rendimiento.
- Plazo: de 28, 91, 182 y 364 días.
- Operación: A tasa de descuento.
- Intereses: Ganancia de capital.
- Emisor y Garantía:Gobierno Federal (Banxico).
- Liquidación: MD, 24, 48, 72 y 96 hrs.

Valoración a rendimiento

$$P = \frac{VN}{1 + r_t \cdot t/360}$$

P: Precio del CETE (a 7 decimales)
VN: Valor nominal del título (\$10)
r_t: Tasa de rendimiento anual al plazo t
t: Plazo en días del CETE.

Valoración a descuento

$$P = VN \cdot \left(1 - \frac{b \cdot t}{360}\right)$$

P: Precio del CETE (a 7 decimales)
VN: Valor nominal del título (\$10)
b: Tasa de descuento $b = r/(1 + r_t \cdot t/360)$
t: Plazo en días del CETE.

Valoración de Bonos Tasa fija (curva) con cupón

Características

- Valor nominal: Depende emisora, 100 MXN (Bonos M), $1,000$ USD (United Mexican States: UMS).
- Plazo: Depende emisora, 3, 5, 7, 10, 20 y 30 años (Bonos M), y 5, 10, 15, 20, 25 y 30 años (UMS).
- Colocación: Subasta de Banco de México.
- Negociación: Depende emisora, a tasa de rendimiento (Bonos M), a tasa de rendimiento y en USD (UMS)
- Intereses: Depende de emisora, 182 días (Bonos M), 6 meses o anual (la tasa puede ser revisable).

$$V_{cc} = \sum_{i=1}^{n} \frac{N \cdot C \cdot t_c \cdot p_c/360}{(1 + t_{vp_{p_i}} \cdot p_i/360)} + \frac{N \cdot C}{(1 + t_{vp_{p_n}} \cdot p_n/360)}$$

Donde V_{cc}: Valor del Bono bajo tasa de curva cupón cero (Precio Sucio)
N: Valor Nominal del bono.
C: Número de contratos.
p_c: Plazo fijo para cada pago de intereses del cupón.
p_i: Plazo acumulado (en días) al cupón i.
t_c: Tasa cupón fija
$t_{vp_{p_i}}$: Tasa valor presente que depende de la curva de bonos cupón cero según el plazo acumulado al pago del cupón i.
Para el caso de tasa yield sólo se tiene un factor de riesgo.

Valoración de Bonos Tasa fija (yield) con cupón

Características

- Valor nominal: Depende emisora, 100 MXN (Bonos M), $1,000$ USD (United Mexican States: UMS).
- Plazo: Depende emisora, 3, 5, 7, 10, 20 y 30 años (Bonos M), y 5, 10, 15, 20, 25 y 30 años (UMS).
- Colocación: Subasta de Banco de México.
- Negociación: Depende emisora, a tasa de rendimiento (Bonos M), a tasa de rendimiento y en USD (UMS)
- Intereses: Depende de emisora, 182 días (Bonos M), 6 meses o anual (la tasa puede ser revisable).

$$V_{ty} = \sum_{i=1}^{n} \frac{N \cdot C \cdot t_c \cdot p_c/360}{(1 + t_n \cdot p_c/360)^{(p_i/p_c)}} + \frac{N \cdot C}{(1 + t_n \cdot p_c/360)^{(p_n/p_c)}} \quad \text{ó}$$

$$V_{ty} = \left(\frac{N \cdot C \cdot t_c \cdot p_c}{360} \left(\frac{(1 - (1 + \frac{t_n \cdot p_c}{360})^{-(\left[\frac{p_n}{p_c}\right]+1)})}{t_n \cdot p_c/360} \right) + \frac{N \cdot C}{(1 + \frac{t_n \cdot p_c}{360})^{(\left[\frac{p_n}{p_c}\right]+1)}} \right) \left(1 + \frac{t_n \cdot p_c}{360} \right)^{1 - \frac{p_1}{p_c}}$$

Donde V_{ty}: Valor del bono con tasa yield t_n (Precio Sucio)
t_n: tasa de interés al vencimiento.
N: Valor Nominal del bono
C: Número de contratos
p_c: Plazo fijo para cada pago de intereses del cupón
p_i: Plazo acumulado (en días) al cupón i
t_c: Tasa cupón fija.
En este caso se tiene un factor de riesgo subyacente y n factores de riesgo que son los cupones.

Valoración de Bonos Tasa Variable con cupón

Características

- Valor nominal: Generalmente, 100 pesos pero varía por emisora.
- Plazo: de 1 a 360 días, según las necesidades de financiamiento de la empresa emisora.
- Rendimiento: al igual que los bonos, este instrumento se compra a descuento respecto de su valor nominal, pero por lo general pagan una sobretasa referenciada a tasa fija o variable.
- Garantía: este título, por ser un pagaré, no ofrece ninguna garantía, por lo que es importante evaluar bien al emisor.

$$V = \sum_{i=1}^{n} \frac{N \cdot C \cdot t_{c_{p_i}} \cdot p_c/360}{(1 + t_{vp_{p_i}} \cdot p_i/360)} + \frac{N \cdot C}{(1 + t_{vp_{p_n}} \cdot p_n/360)}$$

Donde:
N: Valor Nominal del bono
C: Número de contratos
p_c: Plazo fijo para cada pago de intereses del cupón.
p_i: Plazo acumulado (en días) al cupón i.
$t_{c_{p_i}}$: Tasa cupón variable, se obtiene de la curva subyacente que le corresponda, casi siempre con la tasa forward entre p_{i-1} y p_i.
$t_{vp_{p_i}}$: Tasa valor presente que depende de la curva de bonos según el plazo acumulado al pago del cupón i.

En general tenemos dos factores de riesgo subyacente (la curva de valor presente y la curva de cupones) pero como cada cupón tiene "n" flujos entonces tiene n factores de riesgo para los valores presentes y n factores de riesgo para los cupones, por lo que tienen $2n$ factores de riesgo específicos que provienen de dos factores de riesgo subyacentes. $\sum_i^k 2n_i$

Bonos de protección al ahorro

Características

- Título: Bono de Protección al ahorro bancario (BPA).
- Emisor y Garantía: IPAB.
- Colocación: Subasta, Banco de México.
- Negociación: A sobretasa
- Valor nominal: $100.
- Plazos: BPA182: 7 años.
- Intereses: BPA: Tasa revisable a CETES 28 días, BPAT: Tasa revisable de CETES a 91 días.

$$V = \sum_{i=1}^{n} \frac{N \cdot C \cdot t_{c_{p_i}} \cdot p_c/360}{(1 + (t_{vp_{p_i}} + s_{p_i}) \cdot p_i/360)} + \frac{N \cdot C}{(1 + (t_{vp_{p_n}} + s_{p_n}) \cdot p_n/360)}$$

Donde:
N: Valor Nominal del bono; C: Número de contratos; p_c: Plazo fijo para cada pago de intereses del cupón; p_i: Plazo acumulado (en días) al cupón i.
$t_{c_{p_i}}$: Tasa cupón variable, se obtiene de la curva subyacente que le corresponda, se calcula con la tasa forward entre p_{i-1} y p_i.
$t_{vp_{p_i}}$: Tasa valor presente que depende de la curva de bonos según el plazo acumulado al pago del cupón i.
s_{p_i}: Sobre tasa que depende de la curva de sobretasas

En general tenemos tres factores de riesgo subyacente (la curva de valor presente, la curva de sobretas y la curva de cupones) pero como cada cupón tiene "n" flujos entonces tiene n factores de riesgo para los valores presentes y n factores de riesgo para los cupones, por lo que tienen $3n$ factores de riesgo específicos que provienen de dos factores de riesgo subyacentes.

Bonos de protección al ahorro BPA182

Características

- Título, Emisor, Garantía, Colocación, Negociación y Valor nominal igual que los BPA.
- Plazos: BPA182: 7 años.
- Intereses:BPA182: Cada 182 días a tasa revisable. Se paga la más alta entre la tasa CETES de 182 días y la inflación en UDIs del periodo de cupón.

$$V = \sum_{i=1}^{n} \frac{N \cdot C \cdot \left(ct_{182_i}(1 - I_i) + ud_{182_i} \cdot I_i \right) \cdot \frac{pc_i}{360}}{\left(1 + (t_{vp_{p_i}} + s_{p_i}) \cdot \frac{p_i}{360} \right)} + \frac{N \cdot C}{\left(1 + (t_{vp_{p_n}} + s_{p_n}) \cdot \frac{p_n}{360} \right)}$$

Donde:
N: Valor Nominal del bono; C: Número de contratos; pc_i: Plazo del cupón i para cada pago de intereses del cupón.; p_i: Plazo acumulado (en días) al cupón i.
ct_{182_i}: Tasa de interés de los CETES a 182 días de la subasta primaria al inicio del cupón i, si no se conoce se estima con la tasa forward entre p_{i-1} y p_i.
$ud_{182_i} = (\frac{UDI_{j_{p_i}}}{UDI_{j_{p_{i-1}+1}}} - 1) \cdot 360/p_i$: Con $UDI_{j_{p_{i-1}+1}}$ es el valor de la UDI al inicio del cupón i, si no se conoce se estima con el tipo de cambio forward entre p_{i-1} y p_i, usando curva de CETES y la curva REAL con el Spot UDI al día de valoración .
$I_i = \{1 \text{ si } ud_{182_i} \geq ct_{182_i}; \quad 0 \text{ e.o.c}\}$: Función indicadora.
$t_{vp_{p_i}}$: Tasa valor presente que depende de la curva de bonos según el plazo acumulado al pago del cupón i.
s_{p_i}: Sobre tasa que depende de la curva de sobretasas

En general tenemos cuatro factores de riesgo subyacente (la curva de valor presente, la curva de sobretasa, inflación y la curva de cupones) pero como cada cupón tiene "n" flujos entonces tiene $4n$ factores de riesgo.

Bonos del desarrollo del gobierno federal BONDES D

Características

- Título, Emisor, Garantía, Colocación, Negociación y Valor nominal igual que los BPA.
- Plazos: BONDESD: 1 a 5 años.
- Intereses:Cada 28 días.

$$V = \sum_{i=1}^{n} \frac{N \cdot C \cdot t_{c_{p_i}} \cdot p_c/360}{(1 + (t_{vp_{p_i}} + st_{p_i}) \cdot p_i/360)} + \frac{N \cdot C}{(1 + (t_{vp_{p_n}} + st_{p_n}) \cdot p_n/360)}$$

Donde:
N: Valor Nominal del bono
C: Número de contratos
p_c: Plazo fijo para cada pago de intereses del cupón.
p_i: Plazo acumulado (en días) al cupón i.
$t_{c_{p_i}}$: Tasa cupón variable, $t_{c_{p_1}} = \left(1 + \frac{d \cdot tc_{dev}}{360}\right)\left(1 + \frac{d \cdot r}{360}\right)^{(28-d)}$ con $tc_{dev} = \left(\Pi_{i=1}^{d}\left(1 + \frac{d \cdot r_i}{360}\right) - 1\right)\frac{360}{d}$, r es el valor de la tasa de fondeo a la fecha de valoración, d es el número de días transcurridos del cupón y r_i es el i-ésimo dato histórico detrás de la fecha de valoración. Por otro lado para $i > 1$, $t_{c_{p_i}} = \left(\left(1 + \frac{r \cdot d}{360}\right)^{28} - 1\right)\frac{360}{28}$.
$t_{vp_{p_i}}$: Tasa valor presente que depende de la curva de bonos según el plazo acumulado al pago del cupón i.
st_{p_i}: Sobretasa que depende de la curva de de sobretasa BONDESD según el plazo acumulado al pago del cupón i.

En general tenemos tres factores de riesgo subyacentes (la curva de valor presente, curva de sobretasa y tasa de fondeo) pero como cada cupón tiene "n" flujos entonces tiene n factores de riesgo para los valores presentes, y de sobretasa, por lo que tienen $2n$ factores de riesgo específicos y además un factor de riesgo de la tasa de fondeo, por lo que queda en $2n + 1$.

Valoración de swaps

Conocido como IRS (interest rate swap), donde por un lado se paga tasa fija y por otro se paga tasa variable en los mismos términos monetarios, utilizando dos curvas: una para traer a valor presente los flujos y otra para calcular el cupón de la tasa variable. Primero estableceremos la fórmula de valoración de un contrato swap:

$$\mathrm{IRS} = \mathrm{M} \cdot (-1)^{z} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{(\mathrm{t}_{c_{p_i}} - \mathrm{t}_f) \cdot p_{c_i}/360}{(1 + \mathrm{t}_{vp_{p_i}} \cdot p_i/360)}$$

Donde:

IRS: Es el valor del swap de tasa de interes.

M: Es el valor a pagar del flujo.

z: Valor dummy "0"si paga tasa fija "1"si paga tasa variable.

$\mathrm{t}_{c_{p_i}}$: Tasa cupón variable a al plazo p_i.

t_f: Tasa fija.

p_{c_i}: Plazo del i-ésimo cupón (para este curso $p_{c_i} = p_{c_j}$ para todo $i, j = 1, \ldots, n$.)

$\mathrm{t}_{vp_{p_i}}$: Tasa valor presente al plazo p_i.

p_i: Plazo en dias del i-ésimo cupón.

n: Número de cupones a pagar.

Valoración de swaps

Si conocemos el número de días en el que el swap termina podemos calcular los p_i's para todos los i's. Denotemos por v la variable donde se establece el número de días en el que el vencerá el swap, entonces $p_1 = v - p_{c_i} \cdot (n-1)$, y para $p_i = p_{i-1} + p_{c_i}$ para toda $i \geq 2$, por lo tanto $p_n = v$.
En este curso utilizamos la interpolación de tasas llamada "alambrada", que es la siguiente:

$$r_d = \left[(1 + r_c t_c/360)\left(\frac{1 + r_l t_l/360}{1 + r_c t_c/360}\right)^{\frac{t_d - t_c}{t_l - t_c}} - 1\right] \cdot \frac{360}{t_d}$$

donde r_d es la tasa al plazo d, r_c y t_c es la tasa y plazo corto, r_l y t_l es la tasa y plazo largo, t_d es el número de dias del plazo a interpolar d.
También se utilizara la tasa forward para obtener el valor de la tasa variable que pagará cupón, siempre y cuando el $p_i > p_{c_i}$, y se expresa como:

$$r_f = \left[\frac{1 + r_l t_l/360}{1 + r_c t_c/360} - 1\right] \cdot \frac{360}{t_f}$$

donde r_f es la tasa forward y t_f es el plazo al cual se quiere interpolar.

Valoración de Cross Currency Swaps

Conocido como CCS (Cross Currency Swap), donde por un lado se puede pagar tasa fija o variable en una moneda extranjera y por otro se recibe tasa fija o variable en otros términos monetarios (por lo general locales), utilizando dos curvas para cada flujo: una para traer a valor presente los flujos y otra para calcular el cupón de la tasa variable cada una en los términos de la moneda en que se paga o recibe.
La fórmula de valoración de un contrato CCS (Ejemplo tasa variable vs tasa variable):

$$\mathrm{CCS} = (-1)^z \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\mathrm{M}_l \cdot \mathrm{t}_{cl_{p_i}} \cdot p_{c_i}/360}{(1 + \mathrm{t}_{vpl_{p_i}} \cdot p_i/360)} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathrm{M}_e \cdot S \cdot \mathrm{t}_{ce_{p_i}} \cdot p_{c_i}/360}{(1 + \mathrm{t}_{vpe_{p_i}} \cdot p_i/360)} \right)$$

Donde:

CCS: Es el valor del CCS de tasa de interes.

M_e: Es el valor a pagar del flujo en moneda extranjera; y M_l: Es el valor a pagar del flujo en moneda local.

z: Valor dummy "0"si paga flujo local "1"si paga flujo en moneda extranjera.

$\mathrm{t}_{ce_{p_i}}$: Tasa cupón variable de moneda extranjera a al plazo p_i; $\mathrm{t}_{cl_{p_i}}$: Tasa cupón variable de moneda local a al plazo p_i.

p_{c_i}: Plazo del i-ésimo cupón (para este curso $p_{c_i} = p_{c_j}$ para todo $i, j = 1, \ldots, n$.)

$\mathrm{t}_{vpl_{p_i}}$: Tasa valor presente al plazo p_i de moneda local; $\mathrm{t}_{vpe_{p_i}}$: Tasa valor presente al plazo p_i de moneda extranjera; .

p_i: Plazo en dias del i-ésimo cupón.; n: Número de cupones a pagar.

S: Es el tipo de cambio spot de la moneda extranjera con respecto a la local a la fecha de valoración.

Las tasas cupones se calculan con tasa forward, cualquiera de estas puede ser tasa fija. Se tienen hasta 5 factores de riesgo subyacentes con $4n + 1$ factores de riesgo totales.

Valoración de opciones: tipo de cambio

Valoración de una opción de tipo de cambio, donde se tienen 4 factores de riesgo: el tipo de cambio spot, la volatilidad implícita del tipo de cambio, la tasa doméstica y la tasa extranjera.

$$V = \mathrm{M} \cdot (-1)^{\mathrm{cp}} \left[F \cdot N(d_1 \cdot (-1)^{cp}) \cdot vp(t_e) - K \cdot N(d_2 \cdot (-1)^{cp}) vp(t_d)\right]$$

Donde:

$d_1 = \left[\ln(\frac{S}{K}) + (t_d - t_e + \sigma^2/2)\frac{(T-t)}{360}\right]/[\sigma \cdot \sqrt{(T-t)/360}]$,

$d_2 = \left[\ln(\frac{S}{K}) + (t_d - t_e - \sigma^2/2)\frac{(T-t)}{360}\right]/[\sigma \cdot \sqrt{(T-t)/360}]$,

t_e**:** Tasa de Descuento a T-t doméstica; t_e**:** Tasa de Descuento a T-t extranjera.
S**:** Tipo de cambio Spot al día de valoración; K**:** Tipo de cambio acordado (Srike).
F**:** $S \cdot (1 + t_d \cdot (T-t)/360)/(1 + t_e \cdot (T-t)/360)$ tipo de cambio forward.
σ : Desviación estándar de la tasa de subyacente (Volatilidad).
$N(x)$**:** Función de distribución acumulativa normal estándar de x.
$T - t$**:** plazo vencimiento de la operación.
M**:** Monto nominal; cp: variable dummy 0 si la opción es call o 1 si es put.
vp: Si se usa tasa simple $vp(x) = (1 + x(T-t)/360)^{-1}$, si es continua $vp(x) = e^{-x(T-t)/365}$ y en d_1 y d_2 se cambia 360 por 365.
Nota: El tipo de cambio forward va siempre con tasa simple

Valoración de opciones: tasa de interés (cap-floor 1 flujo)

Valoración de una opción de tasa de interés: Caplet y/o Flooret de un flujo, donde se tienen 3 factores de riesgo: la tasa que establecerá como spot, la volatilidad implícita de esta tasa, y la tasa con la que se traerá a descuento la tasa strike establecida. Primero estableceremos la fórmula de valoración de una opción de tasa de interés:

$$V = \frac{\mathrm{M} \cdot \tau/\mathrm{d}_{base}}{(1 + F \cdot \tau/\mathrm{d}_{base})} \cdot (-1)^{\mathrm{cp}} \left[F \cdot N(d_1 \cdot (-1)^{cp}) - K \cdot N(d_2 \cdot (-1)^{cp})\right] vp(t_{vp})$$

Donde:

$d_1 = \left[\ln(\frac{S}{K}) + \frac{\sigma^2(T-t)}{2 \cdot 360} \right] / [\sigma \cdot \sqrt{(T-t)/360}]$, $d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{(T-t)/360}$,
M**:** Monto nominal; t_{vp}**:** Tasa de descuento a $T-t$; τ : Plazo de referencia.
F**:** Tasa de referencian estimada (tasa forward); K**:** Tasa acordada (Strike);
d_{base} días conversión tasa; σ : Desviación estándar de la tasa de subyacente.
$N(x)$**:** Función de distribución acumulativa normal estándar de x.
$T-t$**:** plazo vencimiento; cp: 0 si la opción es call o 1 si es put.
vp: Si se usa tasa simple $vp(x) = (1 + x(T-t)/360)^{-1}$, si es continua $vp(x) = e^{-x(T-t)/365}$ y en d_1 y d_2 se cambia 360 por 365.
Nota: La tasa spot F se calcula con la tasa forward, plazo corto: $T-t$, plazo largo: $T-t+\tau$, y base τ.

Valoración de opciones

En este curso utilizaremos la interpolacion de tasas llamada "alambrada", que es la siguiente:

$$r_d = \left[(1 + r_c t_c/360)\left(\frac{1 + r_l t_l/360}{1 + r_c t_c/360}\right)^{\frac{t_d - t_c}{t_l - t_c}} - 1\right] \cdot \frac{360}{t_d}$$

donde r_d es la tasa al plazo d, r_c y t_c es la tasa yl plazo corto, r_l y t_l es la tasa y plazo largo, r_l y t_d es el número de dias del plazo a interpolar d.
También se utilizara la tasa forward para obtener el valor de la tasa spot:

$$r_f = \left[\frac{1 + r_l t_l/360}{1 + r_c t_c/360} - 1\right] \cdot \frac{360}{t_f}$$

donde r_f es la tasa forward y t_f es el plazo al cual se quiere interpolar.
Para este ejercicio se utilizan dos curvas distintas una que es la tiie para la tasa spot y otra es la gubernamental para traer a valor presente, además se utiliza la superficie de volatilidad implícita de la curva.

Valoración de forwards de tipo de cambio

La fórmula de valoración de un forward y/o futuro de tipo de cambio es la siguiente:

$$F = M \cdot \frac{S\left(\frac{1+tl_{pv}\cdot pv/360}{1+te_{pv}\cdot pv/360}\right) - K}{1 + tl_{pv} \cdot pv/360}$$

Donde:

F**:** Valor del forward o futuro,
M**:** Monto de la divisa,
K**:** Tipo de cambio acordado (Strike),
S**:** Tipo de cambio spot de la divisa,
tl_{pv}**:** Tasa libre de riesgo en moneda local a pv días,
te_{pv}**:** Tasa libre de riesgo en moneda extranjera a pv días,
pv**:** plazo vencimiento de la Operación.

Valoración de forwards o futuros de índices

La fórmula de valoración de un forward y/o futuro de índices es:

$$F = M \cdot N \cdot \frac{S\big(1 + (tl_{pv} - td_{pv}) \cdot pv/360\big) - K}{1 + tl_{pv} \cdot pv/360}$$

Donde:

F**:** Valor del forward o futuro,
M**:** Número de contratos,
N**:** Valor del nominal,
K**:** Valor del índice acordado (Strike),
S**:** Valor a la fecha de valoración del índice,
tl_{pv}**:** Tasa libre de riesgo en moneda local a pv días,
td_{pv}**:** Tasa de dividendos a pv días,
pv**:** plazo vencimiento de la Operación.