Analyse mathématique d'un point d'adhésion soumis à une force extérieure à variation bornée.

S.Allouch, V.Milišić

Université de Sorbonne Paris Nord, Université de Sorbonne paris Nord.

Email: allouch@math.univ-paris13.fr

Mots Clés: Mathématiques Appliquées à la biologie.

Biographie – Actuellement doctorante en deuxième année dans le domaine des mathématique appliquées à la biologie. Mon sujet de thèse porte sur l'analyse mathématique des mécanismes d'adhésion dans le cadre de la modélisation de la motilité cellulaire [4, 5]. La compréhension de ce modèle est importante dans le contexte biomédical par exemple : la migration des cellules cancéreuses, la croissance cellulaire, etc. Ce travail de la recherche est financé par Cofund MathInParis fellows (FSMP) et l'école doctorale Galillé (USPN).

Resumé :

Dans notre étude, nous nous intéressons à l'analyse mathématique d'un modèle qui décrit le mouvement d'un seul point d'adhésion soumis à une force extérieure f à variation bornée dans un intervalle ouvert (0,T). Comme dans [2,3], ce mouvement est décrit par la position z_{ϵ} qui satisfait une équation intégrale de Volterra

$$\begin{cases} \frac{1}{\epsilon} \int_0^\infty \left(z_{\epsilon}(t) - z_{\epsilon}(t - \epsilon a) \right) \rho_{\epsilon}(a, t) da = f(t), & t \ge 0 \\ z_{\epsilon}(t) = z_p(t), & t < 0 \end{cases}$$
 (1)

couplé avec la densité des liens ρ_{ϵ} qui est la solution du modèle structuré par âge

$$\begin{cases}
\epsilon \partial_t \rho_{\epsilon} + \partial_a \rho_{\epsilon} + \zeta_{\epsilon} \rho_{\epsilon} = 0, & t > 0, \ a > 0, \\
\rho_{\epsilon}(a = 0, t) = \beta_{\epsilon}(t) \left(1 - \int_0^\infty \rho_{\epsilon}(t, \tilde{a}) \ d\tilde{a} \right), & t > 0, \\
\rho_{\epsilon}(a, t = 0) = \rho_{I, \epsilon}(a), & a \ge 0,
\end{cases} \tag{2}$$

où $\beta_{\epsilon} \in \mathbb{R}_{+}$ (resp. $\zeta_{\epsilon} \in \mathbb{R}_{+}$) est le taux de croissance (resp. le taux de mortalité). Nous présentons d'abord, en utilisant des techniques semblables à celles de [1], l'existence et l'unicité d'une solution du système (1) ainsi qu'on montre la convergence dans un cadre plus faible, vers une solution d'une loi de frottement macroscopique. De plus, en suivant les idées de [2], nous présentons un principe de comparaison associé au système (1) mais dans le cas où la densité des liaisons est constante en temps.

Références

- [1] V. Milišić and D. Oelz. On a structured model for the load dependent reaction kinetics of transient elastic linkages. SIAM J. Math. Anal., 47(3):2104–2121, 2015.
- [2] Vuk Milišić and Dietmar Oelz. On the asymptotic regime of a model for friction mediated by transient elastic linkages. J. Math. Pures Appl. (9), 96(5):484–501, 2011.
- [3] Vuk Milišić and Dietmar Oelz. On a structured model for load-dependent reaction kinetics of transient elastic linkages mediating nonlinear friction. SIAM J. Math. Anal., 47(3):2104–2121, 2015.
- [4] D. Oelz, C. Schmeiser, and V. Small. Modelling of the actin-cytoskeleton in symmetric lamellipodial fragments. *Cell Adhesion and Migration*, 2:117–126, 2008.
- [5] Nikolaos Sfakianakis, Diane Peurichard, Aaron Brunk, and Christian Schmeiser. Modelling cell-cell collision and adhesion with the filament based lamellipodium model. *Biomath*, 7(2):78–91, 2018.