线性代数解题的几种思维定势

1. 低阶行列式的计算:

根据行或列元素的特点,用化三角形法或者降阶法求解.

例1 计算

1. 题设条件同有关,则立即联想到用来处理.

例2 设A为3阶阵,

1. 涉及矩阵方程,要注意矩阵乘法一般不适合交换律,消去律(可逆时适合消去律)

例3 

1. 涉及到具体向量组的向量关系时,应马上想到矩阵的行初变不改变矩阵的列向量组的关系.

例4 问向量组是否线性相关,求向量组的一个极大无关组,并将其余向量用极大无关组表出.

1. 若要证明一组向量组的向量关系时(特别是无关),应马上想到用定义再说.

例5 

1. 涉及带参数的方程组的解的问题,一般用方程组来处理.

例6取何值时,方程组有唯一解,无解,无穷多解.

1. 涉及方程组的基础解系,实质上就是方程组的解向量组的极大无关组

例7设的一组基系,证明  也是的一组基系

1. 涉及矩阵A的可逆问题,应马上想到用AB=E来处理.

例8 设A,B均为方阵,E为单位阵,证明:若A+B=AB,则A-E可逆.

1. 涉及非齐次方程组的通解,就是求的一个特解及导出组的一组基系.

例9 设非齐次方程组的三个解向量为且

又设R(A)=3, 求的通解.

1. 若已知矩阵A的特征向量,应马上想到用定义来处理.若已知矩阵A的特征值,一般用特征多项式来处理.

例10 设实对称阵A的三个特征值为,且的特征向量为,求的特征向量及实对称阵A.

1. 涉及到计算方阵A 的方幂.应马上想到用A同对角阵相似来处理.

例11 设求.

1. 涉及到矩阵的相似问题,应马上想到用相似矩阵有相同的特征值,相同的行列式及相同的迹.

例12 设同 相似,求和的值,并求P使.

1. 若已知矩阵A,且AB=0,则将B的每一列看成AX=0 的解向量来处理.

例13设,B为三阶非零矩阵,且AB=0,求.

1. 涉及用正交变换将二次型化为标准形,实质上就是求二次型的矩阵的相似对角形,其主对角线元素就是全体特征值,正交阵的列向量就是正交化的特征向量.

例14 将二次型f=用正交变换化为标准形.