基于贪心算法结合时空 A* 算法的多智能体规划问题

摘要

在本文中，针对不同地图尺度和机器人数量，建立了机器人路径规划模型，并在多任务场景下进行规划，以最小时间和最优路径为目标，具有物流、无人机规划等领域的应用价值。

对于问题一, 机器人同时发车且只有一个任务目标并且在完成任务后消失的条件之下，本文以最小时间为规划目标，考虑**顶点约束**、**边约束**、**边界约束**、**障碍物约束**、**时间约束**，建立基于 0-1 整数规划的**多智能体规划模型**。考虑相同时间步长之下机器人不能碰撞，利用三维**时空 A* 算法**去进行模型的求解。可求得 8*8 地图最小的时间步长为 **9**，16*16 地图当中最小的时间步长为 **21**，64*64 地图时间步长为 **119**。对于算法复杂度而言，本文通过分析算法当中具体的如何搜索状态空间得出时间复杂度为 $O(m*n^4)$

对于问题二, 机器人的所有状态都与问题一当中类似，只添加了机器人在完成任务过后并不会消失而是会成为一个障碍物。因此本文在问题一的约束基础之上加入障碍物更新约束，要求所有机器人到达终点后，该点将始终判断该机器人停留在原地直至遍历结束。基于此本文重构了基于 0-1 整数规划的**多智能体规划模型**。在求解过程当中，本文重新考虑了时空 A* 算法对于障碍的判断，更加注重全局的车辆变成障碍物的约束，构建起**全局时空 A* 算法**，求解得到 8*8 地图最小的时间步长为 **9**，16*16 地图当中最小的时间步长为 **21**，64*64 地图时间步长为 **119**。对于算法复杂度而言依旧是全局时空 A* 算法的时间复杂度 $O(m*n^4)$

对于问题三, 由于机器人数目与任务总数不相同，在问题一的基础之上考虑加入任务迭代约束、任务完成情况约束、任务完成时间约束、障碍物更新约束，重构基于 0-1 整数规划的多智能体规划模型。在模型求解层面来说，考虑到机器人完成的任务数量和时间呈单调关系，我们通过利用二**分枚举时间的贪心算法**去考虑多机器人的任务分配问题，贪心策略即每个机器人去完成通过时空 A* 算法搜索所有任务里开始位置距离当前机器人位置最近且未被访问过的任务。可求得 8*8 地图最小的时间步长为 **68**，16*16 地图当中最小的时间步长为 **237**，64*64 地图时间步长为 **596**。对于算法复杂度而言因为加入了二分枚举时间，因此时间复杂度为时空 A* 算法和二分枚举时间得到的时间复杂度 $O(m*n^4log_2M)$

对于问题四, 在问题三的基础之上加入了每个机器人一定要去完成的任务，模型依旧是问题三当中加入任务迭代约束、任务完成情况约束、任务完成时间约束、障碍物更新约束，重构了的 0-1 整数规划的多智能体规划模型。本文在进行贪心考虑多机器人的任务分配问题时要考虑任务的合法性，即任务被分配给指定机器人。基于此本文利用贪心求解得到 8*8 地图最小的时间步长为 **42**，16*16 地图当中最小的时间步长为 **120**，64*64 地图时间步长为 **616**。时间复杂度依旧为二分枚举时间的复杂度 $O(m*n^4log_2M)$

关键字：0-1 整数规划　多智能体规划模型　时空 A* 算法　二分枚举时间贪心算法

一、 问题重述

1.1 问题背景

随着业务模式的多样化与市场的发展，传统的仓储系统已难以满足快速物流的需求，因此需要更高效的物流解决方案，寻求一种高响应速度，快速货物寻找运输的自动化仓储系统。

考虑有如下的场景：在一个工厂中，我们将这个工厂按照二维网格划分。针对每一个网格，其可分为障碍物（不可通行）和可通行两种属性。在这些可通行的部分网格中，存在着部分的机器人，对于每个机器人，其具有两个位置属性，分别为其起点位置与终点位置。我们的任务是在这个场景下以最小化运输总时间完成给定的运输任务。

对于运输时机器人的规则设定，有关于时间的设定，在一个时间步内，每个机器人都可以在其当前顶点等待，或者选择从一个时间步到下一个时间步移动到相邻网格。我们设定相邻的网格仅为前后左右四个网格，对角线上的相邻网格不计入本题中的相邻网格；以及关于碰撞设定，为了避免机器人发生碰撞，我们要求为每个机器人找到一条安全的路径。首先，要求在任何时间步中不能有两个或多个机器人位于同一顶点。其次，要求在任何时间步之间的移动中两个或多个机器人不能经过同一条边。

1.2 问题要求

问题 1 假设每个机器人只有一个任务目标并在完成任务后消失。如果每个单位时间内机器人只能在停在原地和移动中选择一项，在不发生冲突的前提下建立机器人运输总时间最小化的数学模型并求解，结果记入附件。

问题 2 假设每个机器人只有一个任务目标并在完成任务后停留在目的地，其余规则与问题一保持一致，在不发生冲突的前提下建立机器人运输总时间最小化的数学模型并求解，结果记入附件。

问题 3 假设机器人数目与任务总数不对等，其余规则与问题二保持一致，在不发生冲突的前提下建立机器人运输总时间最小化的数学模型并求解，结果记入附件。

问题 4 假设部分任务已经被指定的机器人来完成，任务完成的先后顺序不做固定，其余规则与问题三保持一致，在不发生冲突的前提下建立机器人运输总时间最小化的数学模型并求解，结果记入附件。

二、 问题分析

2.1 问题一分析

对于问题一，在此场景中，所有机器人同时从初始位置出发，并且每个机器人只有一个任务目标。任务完成后，机器人将从场景中消失，不再参与后续的路径规划。问题的核心是在约束条件下，找到所有机器人从起点到任务目标的最短路径，并确保各机器人之间在相同的时间步长内不会发生碰撞。

2.2 问题二分析

对于问题二，与问题一类似，但在此场景中，机器人完成任务后不会消失，其位置将被视为一个新的障碍物，持续影响后续的路径规划，模型在原有的 0-1 整数规划基础上，增加了障碍物更新的动态处理，并采用全局时空 A* 算法来处理新的全局障碍物影响，确保在全局环境中找到最优路径。

2.3 问题三分析

对于问题三，在此场景中，机器人数量与任务总数不相等，要求对任务进行合理分配，使得所有任务在最短时间内被完成。在问题一的基础上，利用二分枚举时间的贪心算法进行任务分配。算法通过时空 A* 搜索所有可能任务中最接近当前机器人的任务位置，确保在最短时间内完成所有任务。

2.4 问题四分析

对于问题四，要求每个机器人必须完成特定的任务，而不仅仅是完成任意任务。因此，在任务分配中加入了任务指定性，即某些任务只能由特定的机器人来完成。在保留问题三中的约束和算法基础上，增加任务分配的合法性检查。依旧采用二分枚举时间的贪心算法进行求解，确保指定任务的强制完成并最小化整体时间步长。

三、 模型假设

为简化问题，本文做出以下假设：

- 假设 1 机器人的停止、启动、转向等均无时间步的消耗。
- 假设 2 机器人的能耗和运行时的机械磨损不计。

四、 符号说明

符号	说明
T_i	第 i 个机器人完成任务所需的时间
T_{ik}	第 i 个机器人完成任务 k 所需的时间
τ_{ik}	第 i 个机器人前往任务 k 所需的时间
C_{xyti}	第 i 个机器人在 t 时刻是否出现在位置 (x,y) 上
Z_{ik}	第 i 个机器人是否完成任务 k
d_{xyti}	第 i 个机器人在时间 t 在位置 (x,y) 的方向状态
G_{xy}	在位置 (x,y) 上是否有障碍物
(x_i, y_i)	第 i 个机器人完成任务的位置 (x,y)
(Sx_{P_i}, Sy_{P_i})	第 i 个机器人完成的任务 k 的初始位置 (x,y)
(Ex_{P_i}, Ey_{P_i})	第 i 个机器人完成的任务 k 的终止位置 (x,y)
...	...

五、 问题一的模型的建立和求解

5.1 模型建立

首先我们能够知道该模型的优化目标为最小化所有机器人完成任务的时间步长。由于所有机器人为同时发车，所以其中最小的时间步长便是最晚完成任务的机器人的时间步长。因此我们能够构建出来目标函数为：

$$min(maxT_i)$$

对应的对于题目中给出的约束条件，我们可以构造出以下的约束：

-顶点约束：

由于在问题当中一个顶点在任意时间步长之下必定不可能有两个机器人在同一个位置之上，因此我们可以构建出以下的约束：

$$C_{xyti} \neq C_{xytj}$$

其中 C_{xyti} 表示一个二元变量，只有在 t 时刻 (x, y) 这个坐标上面的有机器人 i 的存在该二元变量才为 1，否则则为 0。该约束对于同一时刻同一坐标进行了约束，使得在该坐标之上只有一个机器人的存在，不可能有两个机器人。

-边约束：

该约束旨在约束两个机器人在相邻的时候不能碰撞，即在相邻的时候将其理解成无向图当中的相邻的两个节点，在这个边上面不能够同时通过两个机器人。

首先我们需要定义机器人的移动方向状态变量 d_{xyti}，表示的是第 i 辆在第 t 时刻在 (x,y) 的方向状态。我们利用 $d_{xyti}(1,0)$、$d_{xyti}(-1,0)$、$d_{xyti}(0,1)$、$d_{xyti}(0,-1)$、$d_{xyti}(0,0)$ 表示机器人的五种动作状态，分别将上下左右移动状态赋值为 2、-2、1、-1。因此该约束可以写成：

$$\begin{cases} d_{xyti} - d_{(x+1)yti} = 4 \\ d_{xyti} - d_{x(y+1)ti} = 2 \\ d_{xyti} - d_{(x-1)yti} = -4 \\ d_{xyti} - d_{x(y-1)ti} = -2 \end{cases}$$

-边界约束

该约束旨在要求机器人在移动的过程当中不可以超出地图边界，我们假设地图边界长度为 E。该约束可以写成如下的形式：

$$1 < x < E, 1 < y < E$$

-障碍物约束

该约束要求所有机器人在移动的过程当中不能够与障碍物产生碰撞。设二元变量 G_{xy}，在（x，y）坐标上面有障碍物为 1，没有障碍物为 0，因此该约束可以写成：

$$C_{xyT_i i} \neq G_{xy}$$

-时间约束

在机器人移动的过程当中我们的目标函数为找到最晚完成任务的那个机器人作为最短的时间，因此我们迭代的所有机器人时间 t 必定比目标函数中的 T_i 要来的小，并且要保证最晚的机器人到达目的地。设对于第 i 辆车，其任务的终点位置可以表示为 $\square x_i, y_i \square$，因此该约束可以写成：

$$C_{x_i y_i T_i i} - C_{x_i y_i (T_i - 1) i} = 1, 0 \leq t < T_i < M$$

假设其中机器人的数目为 n，综上所述我们可以将模型写成：

$$min(maxT_i)$$

$$\begin{cases} C_{xyti} \neq C_{xytj}, 0 < i < n \\ \begin{cases} d_{xyti} - d_{(x+1)yti} = 4, 0 < i < n \\ d_{xyti} - d_{x(y+1)ti} = 2, 0 < i < n \\ d_{xyti} - d_{(x-1)yti} = -4, 0 < i < n \\ d_{xyti} - d_{x(y-1)ti} = -2, 0 < i < n \end{cases} \\ 1 < x < E, 1 < y < E \\ C_{xyT_i i} \neq G_{xy}, 0 < i < n \\ C_{x_i y_i T_i i} - C_{x_i y_i (T_i - 1) i} = 1, 0 \leq t < T_i < M \end{cases}$$

5.2 模型求解

在模型求解方面我们利用带时空维度的 $A*$ 算法去进行问题求解，在基础 $A*$ 算法的基础之上加入时间维度去防止机器人的碰撞。并且加入机器人可以停止等待的情况，使得机器人的移动方式更多元化从而有可能更快、更优的找到最优解。在时空 A* 算法当中每一个机器人的状态由一个三元组 (x, y, t) 组成，其中 x 和 y 是空间坐标，t 是时间步。每个状态不仅描述了位置，还描述了路径在该位置所处的时间。

我们在时空 $A*$ 算法中定义 $g(x, y, t)$，其表示累积路径成本，包括移动到该位置所花费的时间和空间的代价。起点的初始值为 $g(x_start, y_start, 0) = 0$。定义 $h\square x\square y\square t\square$，作为启发式估计函数，估计时空状态 (x, y, t) 转移到目标状态 (x_goal, y_goal, t') 的估计成本。同时定义一个评估函数：

$$f(x, y, t) = g(x, y, t) + h\square x, y, t)$$

其中得分用于评估路径的优先级，用于引导算法优先搜索可能达到目标的路径。同时在得到规划路径过后我们进行全局的搜索，判断是否有冲突的产生。下面我们给出时空 A* 算法的伪代码

Algorithm 1 时空 A* 算法

输入: $grid, start, goal, other\_paths$
初始化: $neighbors, close\_set, came\_from, gscore, fscore, open\_set$
while $open\_set \neq \emptyset$ **do**
  $current \leftarrow$ 取出f 值最小的点
  if $current = goal$ **then**
    return 重建路径和时间
  end if
  将 $current$ 加入 $close\_set$
  for 邻居 (i, j) **do**
    $neighbor \leftarrow (current_x + i, current_y + j, t + 1)$
    if $neighbor$ 合法且无冲突 **then**
      计算并更新 $gscore, fscore$
      将 $neighbor$ 加入 $open\_set$
    end if
  end for
end while
return (False, ∞)

通过时空 A* 算法我们能够得到考虑构建起来的顶点约束、边约束、边界约束、障

碍物约束、时间约束的时候，在当中不同地图尺度下不同机器人数目的最优路径，保存在附件文件当中

5.3 求解结果

通过时空 A* 算法我们得到 8*8 地图当中最小的时间步长为 9，16*16 地图当中最小的时间步长为 21，64*64 地图时间步长为 119。

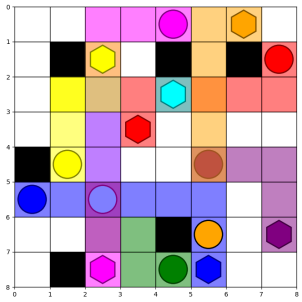
对于时空 A* 算法的时间复杂度，我们通过分析算法当中具体的如何搜索状态空间得出。首先我们能够知道地图的大小为 n，那么每个机器人去搜索可能走的路径的复杂度为 n^2，同时机器人需要去判断所走的路径是否为可能的障碍物的复杂度为 n^2。由于有 m 辆车子，那么我们能够得到其时间复杂度应该为 $O(m * n^4)$。

下面我们给出部分具体的规划路径表格：

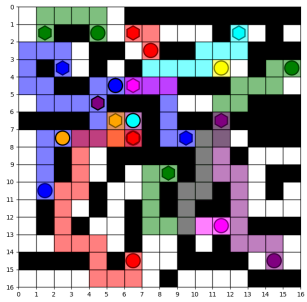
表 1　8*8 地图不同机器人路径与时间消耗

机器人编号	路径	时间消耗（步）
机器人 1	[(1, 7), (2, 7), (2, 6), (2, 5), (2, 4), (2, 3), (3, 3)]	6
机器人 2	[(5, 0), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (6, 5), (7, 5)]	7
机器人 3	[(7, 4), (7, 3), (6, 3), (6, 2), (5, 2)]	4
机器人 4	[(4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 7), (6, 7)]	4
机器人 5	[(6, 5), (5, 5), (4, 5), (3, 5), (2, 5), (1, 5), (0, 5), (0, 6)]	7
机器人 6	[(5, 2), (4, 2), (3, 2), (2, 2), (2, 3), (2, 4)]	5
机器人 7	[(0, 4), (0, 3), (0, 2), (1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)]	9
机器人 8	[(4, 1), (3, 1), (2, 1), (2, 1), (2, 1), (2, 2), (1, 2)]	6

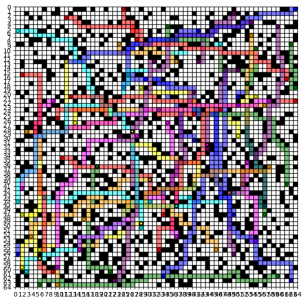
其余的 16*16 地图和 64*64 地图的具体路径在附件中给出。下面我们给出不同地图下面的机器人路径可视化



(a) 8*8 地图机器人路径图片



(b) 16*16 地图机器人路径图片



(c) 64*64 地图机器人路径图片

图 1　总体的说明

六、 问题二的模型的建立和求解

6.1 模型建立

在问题一的基础上，现在每个机器人完成任务后都停留在目的地不消失，即需要根据机器人完成任务的时间更新障碍物，因此我们可以更新构造出约束：

-障碍物更新约束：

该约束要求当所有机器人到达终点后，该点将始终判断该机器人停留在原地直至遍历结束，因此该约束可以写成：

$$C_{x_i y i t i} = C_{x_i y_i (t+1) i}, t \geq T_i$$

由此可以将问题一的模型更新为：

- 针对情况一

$$
\begin{aligned}
s.t. = \quad & Z = \sum_{t,i,k} \left(\text{Price}_{ik} \cdot Z_{tik} - \sum_{j} \text{Cost}_{ijk} \cdot X_{tijk} \right) \\
& \sum_{k} X_{tijk} \leq S_j \quad \forall t, i, j \\
& Z_{tik} \leq \sum_{j} \text{Produce}_{ijk} \cdot X_{tijk} \quad \forall t, i, k \\
& Z_{tik} \leq \text{Request}_{ik} \quad \forall t, i, k \\
& X_{t,0,j,k} + X_{t+1,0,j,k} \leq S_j \quad \forall t, j, k \in \{1, 2, \ldots, 15\} \\
& Y_{t0jk} \cdot Y_{t1jk} = 0 \quad \forall t, k \in \{17, 18, \ldots, 37\}, T_j = 6 \\
& Y_{t0jk} \cdot Y_{(t-1)1jk} = 0 \quad \forall t, k \in \{17, 18, \ldots, 37\}, T_j = 6 \\
& Y_{t1jk} \cdot Y_{(t+1)jk} = 0 \quad \forall t, k \in \{17, 18, \ldots, 37\}, T_j = 6
\end{aligned}
$$

$$\sum_{t=t_0}^{t_0+2}\sum_{i}\sum_{k} I_k \cdot X_{tijk} \geq S_j \quad \forall j$$

$$Y_{tijk} = 1 \quad \forall t,i,k \in \{1,2,\ldots,15\}, T_j \in \{1,2,3\}$$

$$Y_{tijk} = 1 \quad \forall t,i,k = 16, T_j = 4$$

$$Y_{t016k} \cdot Y_{t0jk} = 0 \quad \forall t,k \in \{17,\ldots,37\}, T_j = 4$$

$$Y_{t0jk} = 0 \quad \forall t,k \notin \{1,2,\ldots,15\}, T_j \in \{1,2,3\}$$

$$Y_{t0jk} = 0 \quad \forall t,i \neq 16, T_j = 4$$

$$Y_{t0jk} = 0 \quad \forall t,i \notin \{17,18,\ldots,34\}, T_j = 4$$

$$Y_{t1jk} = 0 \quad \forall t,i \notin \{35,36,37\}, T_j = 4$$

$$Y_{t0jk} = 0 \quad \forall t,k \notin \{17,18,\ldots,34\}, T_j = 5$$

$$Y_{t1jk} = 0 \quad \forall t,k \notin \{38,39,\ldots,41\}, T_j = 5$$

$$Y_{tijk} = 0 \quad \forall t,i,k \notin \{17,18,\ldots,34\}, T_j = 6$$

$$\sum_{k} Y_{tijk} \leq p \quad \forall t,i,j$$

$$\sum_{j} Y_{tijk} \leq q \quad \forall t,i,k$$

6.2 模型求解

对于问题二当中要求的机器人到达终点过后的成为障碍物，并且其余机器人不能够碰撞到该机器人约束，我们使用全局时空 A* 算法去进行求解。在全局时空 A* 算法当中我们更加注重到对于机器人在到达终点的时间步长之前是否有碰到其余已经成为障碍物的机器人，对于全局进行统筹考虑。下面我们给出全局 A* 算法的伪代码：

6.3 求解结果

通过全局 A* 算法统筹考虑机器人到达终点变成障碍物约束，我们能够正确的求解得到问题二的模型。

由于在问题二当中并没有重构整个时间 A* 算法模型所以每个机器人去搜索可能走的路径的复杂度依旧为 n^2，同时机器人需要去判断所走的路径是否为可能的障碍物的复杂度为 n^2。由于我们假设有 m 辆车，那么我们能够得到其时间复杂度应该为 $O(m*n^4)$。

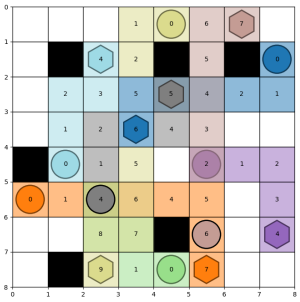
下面给出部分具体的规划路径表格

Algorithm 2 全局时空 A* 算法

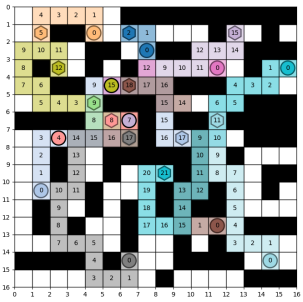
输入: $grid, start, goal, other\_paths$
初始化: $neighbors, close\_set, came\_from, gscore, fscore, open\_set$
while $open\_set \neq \emptyset$ **do**
  $current \leftarrow$ 取出最小f 值的节点
  if $current = goal$ **then**
    return 重建路径和时间
  end if
  将 $current$ 加入 $close\_set$
  for 邻居 (i, j) **do**
    $neighbor \leftarrow (current_x + i, current_y + j, current_t + 1)$
    if $neighbor$ 合法且无冲突 **then**
      更新 $gscore, fscore$ 并将 $neighbor$ 加入 $open\_set$
    end if
  end for
end while

表 2　不同机器人路径与时间消耗

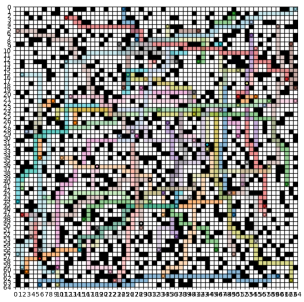
机器人编号	路径	时间消耗（步）
机器人 1	[(1, 7), (2, 7), (2, 6), (2, 5), (2, 4), (2, 3), (3, 3)]	6
机器人 2	[(5, 0), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (6, 5), (7, 5)]	7
机器人 3	[(7, 4), (7, 3), (6, 3), (6, 2), (5, 2)]	4
机器人 4	[(4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 7), (6, 7)]	4
机器人 5	[(6, 5), (5, 5), (4, 5), (3, 5), (2, 5), (1, 5), (0, 5), (0, 6)]	7
机器人 6	[(5, 2), (4, 2), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (2, 4)]	5
机器人 7	[(0, 4), (0, 3), (1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)]	6



(a) 8*8 地图机器人路径图片



(b) 16*16 地图机器人路径图片



(c) 64*64 地图机器人路径图片

图 2　总体的说明

七、 问题三的模型的建立和求解

7.1 模型建立

问题三考虑任务数多于机器人数，因此我们需要引入一个新的“01”变量来判断任务集的完成情况，首先给出构建出来的目标函数：

$$min(maxZ_{ik}(T_{ik}+\tau_{ik}))$$

其中 Z_{ik} 表示第 i 个机器人对任务 k 的完成情况，$Z_{ik}=1$ 表示完成，$Z_{ik}=0$ 表示未完成。T_{ik} 为机器人 i 完成第 k 个任务所需的时间，τ_{ik} 为机器人 i 前往第 k 个任务所需的路程消耗的时间。

方便起见，针对任务集 Q，我们给出两个角度进行诠释，对于所有任务，$Q=\{1,...,k,...m\}$；对于每一个机器人完成的任务，我们设第 i 个机器人完成 P_i 个任务，$P_i=\{1,2,...m_i\}$，其中 m_i 为第 i 个机器人完成的最后一个任务。

-任务迭代约束

由此我们对模型进行修改，保留顶点约束、边约束、边界约束和障碍物约束不变，我们考虑任务迭代约束，因此我们可以设第 i 个机器人完成的 P_i 任务的起始位置的横纵坐标分别为 Sx_{P_i} 和 Sy_{P_i}，终止位置的横纵坐标分别为 Ex_{P_i} 和 Ey_{P_i}。由于我们在模型求解所需的任务距离为曼哈顿距离，因此我们可以给出任务迭代的约束为：

$$\begin{cases}(Sx_{P_i}-Ex_{P_i})^2+(Sy_{P_i}-Ey_{P_i})^2=distance\\(Sx_{P_i+1}-Ex_{P_i})^2-(Sy_{P_i+1}-Ey_{P_i})^2\geq 0\end{cases}$$

-任务完成情况约束

然后，我们对任务完成情况进行约束，即每个任务必须由且仅由一个机器人完成，该约束可以写成：

$$\begin{cases} Z_{ik} = Z_{jk}, Z_{ik} = 0 \\ Z_{ik} \neq Z_{jk}, Z_{ik} = 1 \end{cases}$$

-任务完成时间约束

对于任务完成的时间，同样地，在机器人移动的过程当中我们的目标函数为找到最晚完成任务的那个机器人作为最短的时间，因此我们迭代的所有机器人时间 t 必定比目标函数中的 T_i 要来的小，由此我们可以记录第 i 个机器人完成任务 k 的时间 T_{ik} 和第 i 个机器人前往任务 k 的时间 τ_{ik}。因此我们可以给出约束：

$$\begin{cases} C_{Ex_{P_i}T_{ik}i} - C_{Ex_{P_i}(T_{ik}-1)i} = 1 \\ C_{Sx_{P_i}\tau_{ik}i} - C_{Sx_{P_i}(\tau_{ik}-1)i} = 1 \end{cases}$$

-障碍物更新约束

最后，考虑每个机器人完成任务后将留在原地，需要更新障碍物。因此我们可以给出约束：

$$C_{Ex_{m_i}Ey_{m_i}ti} = C_{Ex_{m_i}Ey_{m_i}(t+1)i}, t \leq T_{ik}$$

因此，假设所有的机器人的数目为 n，所有任务的数目为 m，综上所述我们可以将模型写成：

$$min(maxZ_{ik}(T_{ik} + \tau_{ik}))$$

$$\begin{cases} C_{xyti} \neq C_{xytj}, 0 < i < n \\ \begin{cases} d_{xyti} - d_{(x+1)yti} = 4, 0 < i < n \\ d_{xyti} - d_{x(y+1)ti} = 2, 0 < i < n \\ d_{xyti} - d_{(x-1)yti} = -4, 0 < i < n \\ d_{xyti} - d_{x(y-1)ti} = -2, 0 < i < n \end{cases} \\ 1 < x < E, 1 < y < E \\ C_{xyT_ii} \neq G_{xy}, 0 < i < n \\ C_{x_iy_iT_ii} - C_{x_iy_i(T_i-1)i} = 1, 0 \leq t < T_i < M \\ \begin{cases} (Sx_{P_i} - Ex_{P_i})^2 + (Sy_{P_i} - Ey_{P_i})^2 = distance \\ (Sx_{P_i+1} - Ex_{P_i})^2 - (Sy_{P_i+1} - Ey_{P_i})^2 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} Z_{ik} = Z_{jk}, Z_{ik} = 0 \\ Z_{ik} \neq Z_{jk}, Z_{ik} = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} C_{Ex_{P_i}T_{ik}i} - C_{Ex_{P_i}(T_{ik}-1)i} = 1 \\ C_{Sx_{P_i}\tau_{ik}i} - C_{Sx_{P_i}(\tau_{ik}-1)i} = 1 \end{cases} \\ C_{Ex_{m_i}Ey_{m_i}ti} = C_{Ex_{m_i}Ey_{m_i}(t+1)i}, t \leq T_{ik} \end{cases}$$

7.2 模型求解

在模型求解方面，我们依旧想利用带时空维度的 A* 算法进行求解，同时为使少于任务数的机器人能尽快找到相对较优的完成任务的路径，我们引入贪心算法：

考虑贪心解，贪心策略即每个机器人去完成通过时空 A* 搜索所有任务里开始位置距离当前机器人位置最近且未被访问过的任务，同时第三问中要考虑任务的合法性，即任务被分配给指定机器人，考虑到机器人完成的任务数量和时间呈单调关系，我们通过二分时间来求解贪心解，在二分枚举的每一个时间里，为每个机器人按贪心策略分配任务直至完成任务的总时间将要大于二分枚举的时间，这样即可求得贪心解。

同时观察到时空 A* 的运行在不同机器人之间是串行的，即让后枚举的机器人的路径不与已经枚举的机器人的路径碰撞，因此最终的贪心解必然与枚举机器人的顺序有关，考虑到机器人的数量较少我们通过暴力枚举获得所有机器人的枚举顺序并以上述方法求解以得到最终时间最小的贪心解。

基于此我们给出贪心算法的伪代码：

Algorithm 3 贪心算法伪代码

```
    Check$x$ 初始化 paths, paths2, vis, cnt 为 0 for ii 从 0 到 len(a)-1 do
    i1 ← a[ii], agent ← agents[i1]
    初始化 start1, sumt, other_paths，minw ← 大值
    for i2, task in tasks do
      if task 未访问且不在其他代理的必须任务中 then
        使用 A* 计算 start1 到 task 的路径 path, t
        if t 小于 minw then
          更新任务并记录路径
        end if
      end if
    end for
    if 找到有效任务 then
      更新 paths, vis，cnt++
      while cnt 小于 len(tasks) 且 sumt ≤ x do
        重复任务分配过程
      end while
    end if
  end for
  cnt == len(tasks), paths, paths2
  Solve
  l, r ← 0, 10000
  while l < r do
    mid ← (l + r) // 2
    if Checkmid then
      r ← mid
    else
      l ← mid + 1
    end if
  end while
  输出 Checkl
```

7.3 求解结果

通过基于贪心思想的全局 A* 算法统筹考虑机器人到达终点变成障碍物约束，我们能够正确的求解得到问题三的模型。8*8 地图当中最小的时间步长为 68，16*16 地图当

中最小的时间步长为 237，64*64 地图最小时间步长为 596。

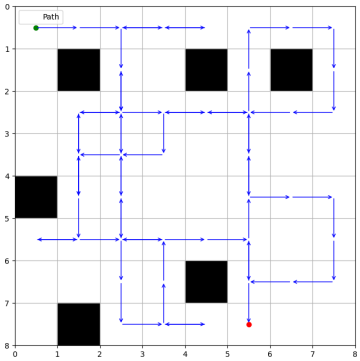
在问题三当中我们加入了二分枚举时间的贪心算法去完成通过时空 A* 算法搜索所有任务里开始位置距离当前机器人位置最近且未被访问过的任务，因此我们的时间复杂度上面我们需要加入贪心算法的时间复杂度 $O(log_2 M)$，因此整个问题三的时间复杂度可以写成 $O(m * n^4 log_2 M)$

下面给出 8*8 网格图的部分规划路径表格：

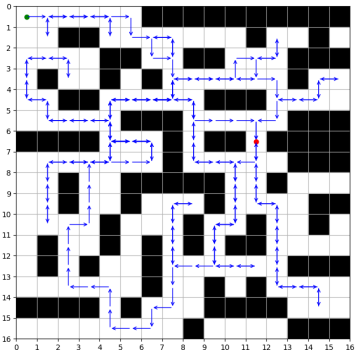
表 3　不同机器人路径与时间消耗

机器人编号	任务完成顺序（仅给出任务开始位置）	时间消耗（步）
机器人 1	[(0,4),(7,4),(5,2),(4,5),(6,5),(1,7),(4,1),(5,0)]	68

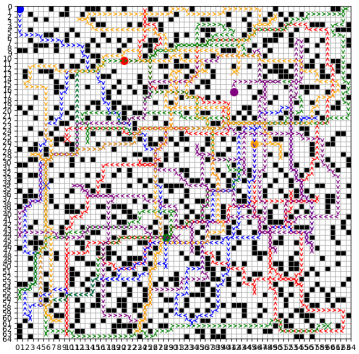
其余的 16*16 地图和 64*64 地图的具体路径在附件中给出。下面我们给出不同地图下面的机器人路径可视化



(a) 8*8 地图机器人路径图片



(b) 16*16 地图机器人路径图片



(c) 64*64 地图机器人路径图片

图 3　总体的说明

八、 问题四的模型的建立和求解

8.1 模型建立

问题四考虑到部分任务已经被指定的机器人来完成，因此我们只需要修改对于第 i 个机器人完成任务的集合为 $P_i = \{1, 2, ...m_i, M_i\}$，其中，$M_i$ 表示分配给第 i 个机器人的任务。

因此，我们可以将模型修改为：

$$min(maxZ_{ik}(T_{ik} + \tau_{ik}))$$

$$
\begin{cases}
C_{xyti} \neq C_{xytj}, 0 < i < n \\
\begin{cases}
d_{xyti} - d_{(x+1)yti} = 4, 0 < i < n \\
d_{xyti} - d_{x(y+1)ti} = 2, 0 < i < n \\
d_{xyti} - d_{(x-1)yti} = -4, 0 < i < n \\
d_{xyti} - d_{x(y-1)ti} = -2, 0 < i < n
\end{cases} \\
1 < x < E, 1 < y < E \\
C_{xyT_i i} \neq G_{xy}, 0 < i < n \\
C_{x_i y_i T_i i} - C_{x_i y_i (T_i - 1) i} = 1, 0 \leq t < T_i < M \\
\begin{cases}
(Sx_{P_i} - Ex_{P_i})^2 + (Sy_{P_i} - Ey_{P_i})^2 = distance \\
(Sx_{P_i+1} - Ex_{P_i})^2 - (Sy_{P_i+1} - Ey_{P_i})^2 \geq 0
\end{cases} \\
\begin{cases}
Z_{ik} = Z_{jk}, Z_{ik} = 0 \\
Z_{ik} \neq Z_{jk}, Z_{ik} = 1
\end{cases} \\
\begin{cases}
C_{Ex_{P_i} T_{ik} i} - C_{Ex_{P_i} (T_{ik} - 1) i} = 1 \\
C_{Sx_{P_i} \tau_{ik} i} - C_{Sx_{P_i} (\tau_{ik} - 1) i} = 1
\end{cases} \\
C_{Ex_{m_i} Ey_{m_i} ti} = C_{Ex_{m_i} Ey_{m_i} (t+1) i}, t \leq T_{ik}
\end{cases}
$$

8.2 模型求解

对于问题四我们同样利用二分枚举时间的贪心算法去分配不同机器人之间的任务调度，其中单个机器人的循迹以及利用时空 A* 算法去进行计算。对于问题四当中给出的要求每个机器人有固定的任务序列来说，我们去进行贪心搜索最短距离且没有访问过的过程当中还要考虑到问题的任务的合法性，即任务被分配给指定机器人。即我们需要去进行任务的判断，该任务是否有分配给其他的机器人。通过考虑问题合法性的二分枚举时间贪心算法我们能够求解问题四的模型并得出最短时间和路径。

8.3 求解结果

8*8 地图当中最小的时间步长为 42，16*16 地图当中最小的时间步长为 120，64*64 地图最小时间步长为 616。

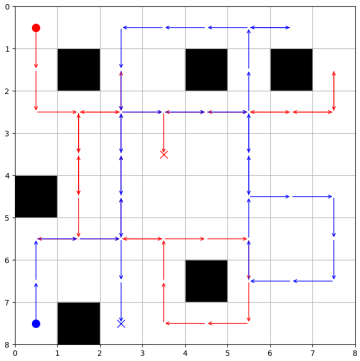
在问题四当中的时间复杂度与问题三当中的时间复杂度是相同的都可以写成 $O(m * n^4 log_2 M)$

下面给出 8*8 网格图的部分规划路径表格：

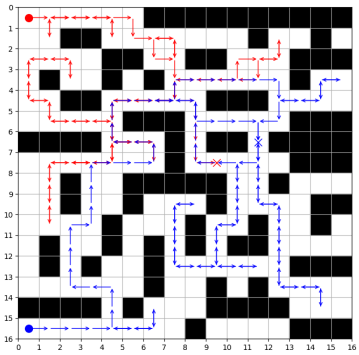
表 4　不同机器人路径与时间消耗

机器人编号	任务完成顺序	时间消耗（步）
机器人 1	[(0,0),(4,1),(1,2),(5,0),(7,5),(7,4),(5,2),(1,7)]	42
机器人 2	[(7,0),(5,2),(2,4),(4,5),(6,7),(6,5),(0,6),(0,4)]	36

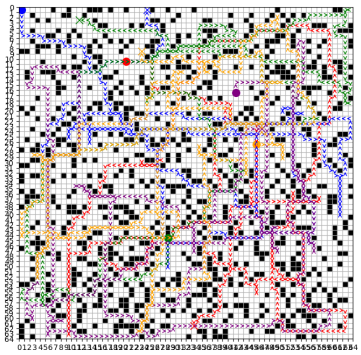
其余的 16*16 地图和 64*64 地图的具体路径在附件中给出。下面我们给出不同地图下面的机器人路径可视化



(a) 8*8 地图机器人路径图片



(b) 16*16 地图机器人路径图片



(c) 64*64 地图机器人路径图片

图 4　总体的说明

九、 模型的评价

9.1 模型的优点

- 优点 1 模型采用时空 A* 算法进行求解，在传统 A* 算法的基础上可以较好地进行碰撞检测，同时具有较低的时间和空间复杂度。
- 优点 2 模型求解时采用了二分时间优化，进一步降低了算法的时间复杂度。
- 优点 3 算法求解时优化了时空 A* 无法枚举顺序的缺点。

9.2 模型的缺点

- 缺点 1 由于时空 A* 算法涉及多种参数的调整，这些参数的设置对算法的效果有较大影响。
- 缺点 2 模型求解结果为贪心解，容易陷入局部最优情况。

参考文献

[1] 司守奎, 孙玺菁. 数学建模算法与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011.

[2] 卓金武. MATLAB 在数学建模中的应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011.

附录 A　文件列表

文件名	功能描述
Problem1.py	问题一程序代码
Problem2.py	问题二程序代码
Problem3.py	问题三程序代码
Problem4.py	问题四程序代码

附录 B　代码

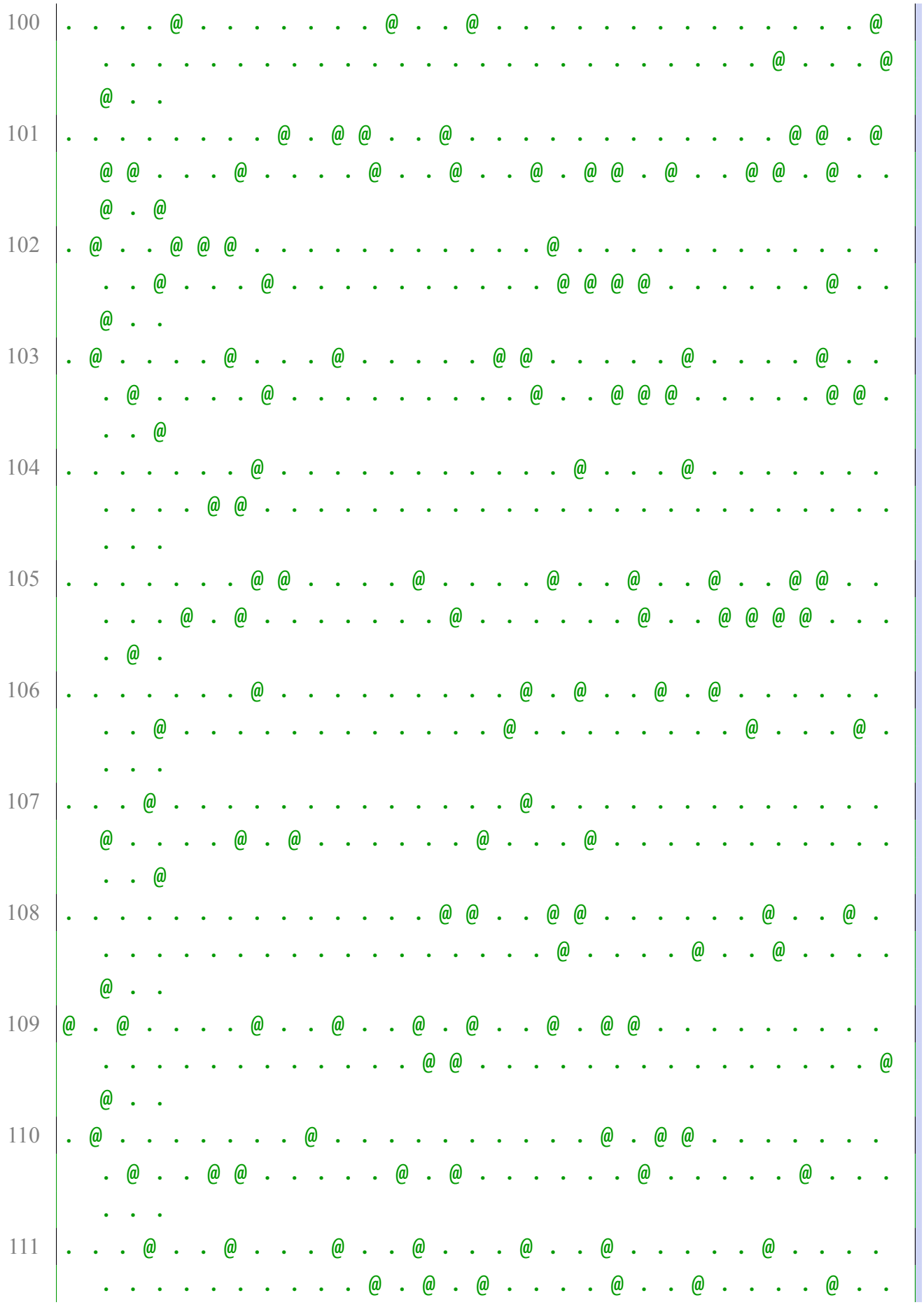
Problem1.py

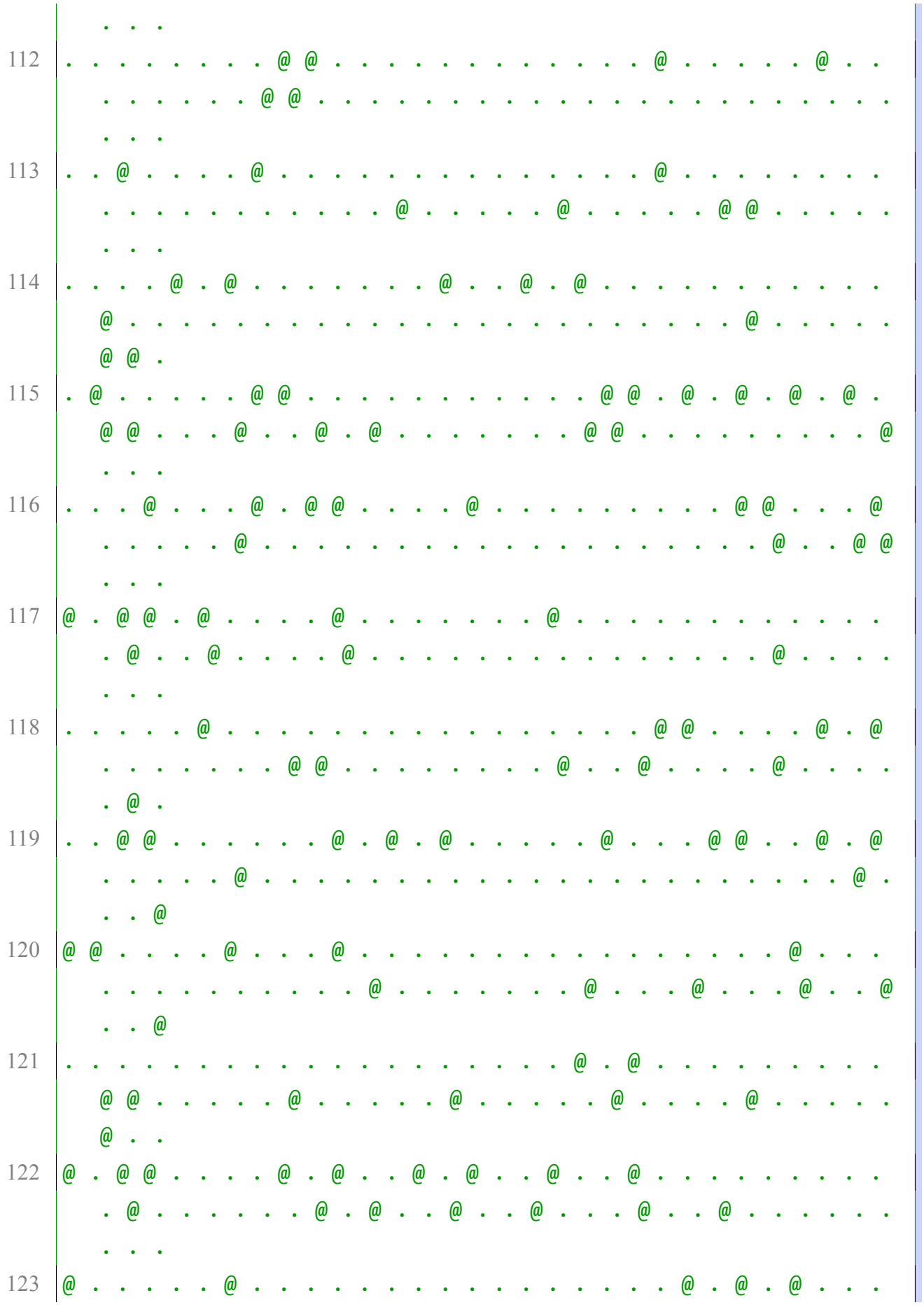
```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from queue import PriorityQueue
from matplotlib.patches import Circle, RegularPolygon
import pandas as pd
import os

# 解析地图
def parse_map(map_data):
    lines = map_data.strip().split("\n")
    grid = []
    for line in lines:
        grid.append(line.split())
    return np.array(grid)


# 解析任务
def parse_tasks(tasks_data):
    lines = tasks_data.strip().split("\n")[1:]  # 忽略任务数量行
    tasks = []
    for line in lines:
        start_x, start_y, end_x, end_y = map(int, line.split())
    )
```

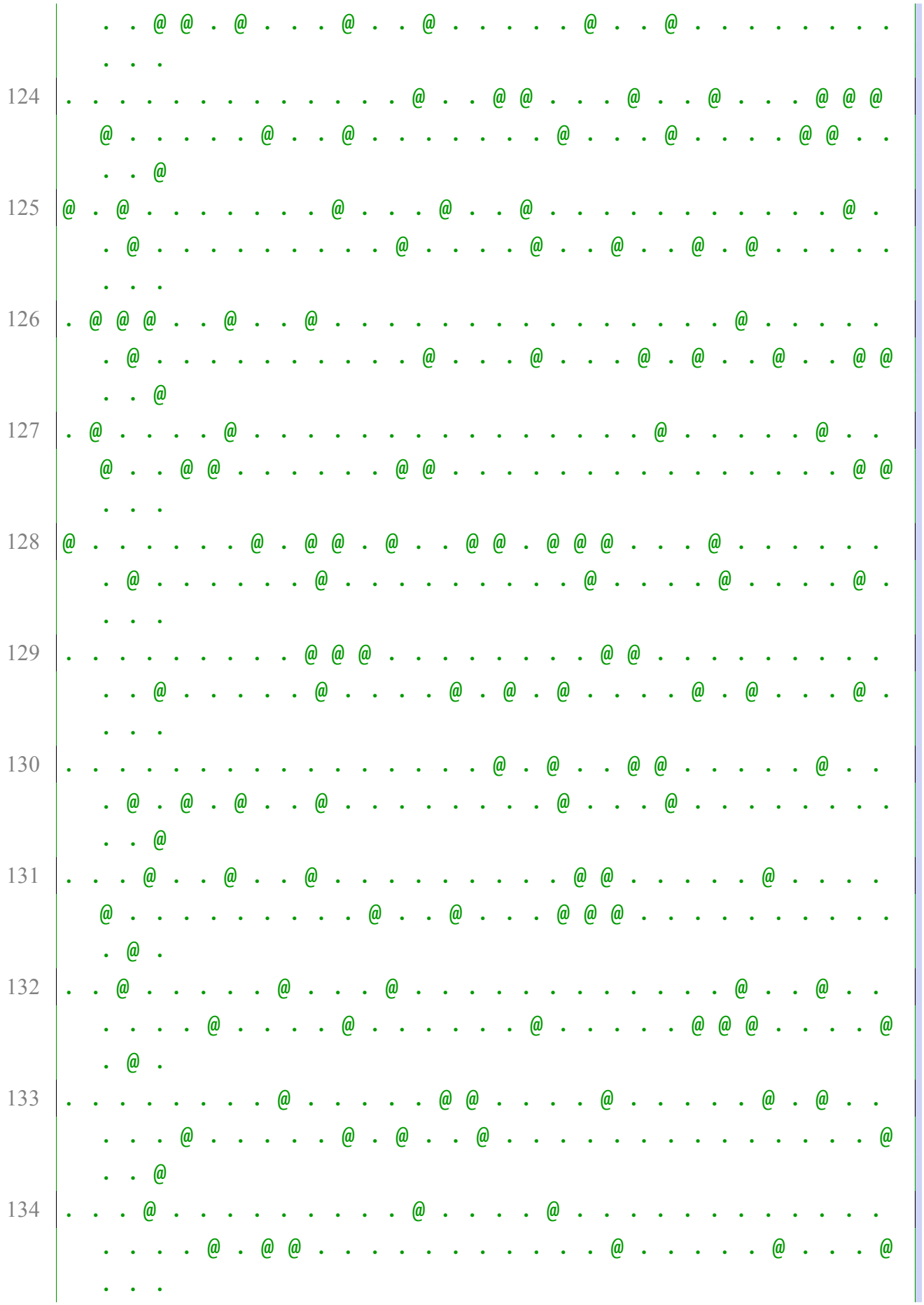
```
        tasks.append(((start_x, start_y), (end_x, end_y)))
    return tasks


# 启发式函数（曼哈顿距离）
def heuristic(a, b):
    return abs(a[0] - b[0]) + abs(a[1] - b[1])


# 扩展A*算法以处理时间维度
def time_a_star_search(grid, start, goal, other_paths):
    neighbors = [(0, 1), (1, 0), (0, -1), (-1, 0),(0, 0)]
    close_set = set()
    came_from = {}
    gscore = {(start[0], start[1], 0): 0}
    fscore = {(start[0], start[1], 0): heuristic(start, goal)}
    open_set = PriorityQueue()
    open_set.put((fscore[(start[0], start[1], 0)], (start[0],
   start[1], 0)))

    while not open_set.empty():
        _, current = open_set.get()
        x, y, t = current

        if (x, y) == goal:
            path = []
            while current in came_from:
                path.append((current[0], current[1]))
                current = came_from[current]
            path.append((start[0], start[1]))
            return path[::-1], t  # 返回路径和时间消耗

        close_set.add(current)
        for i, j in neighbors:  # 添加等待的可能性
            neighbor = x + i, y + j, t + 1
```

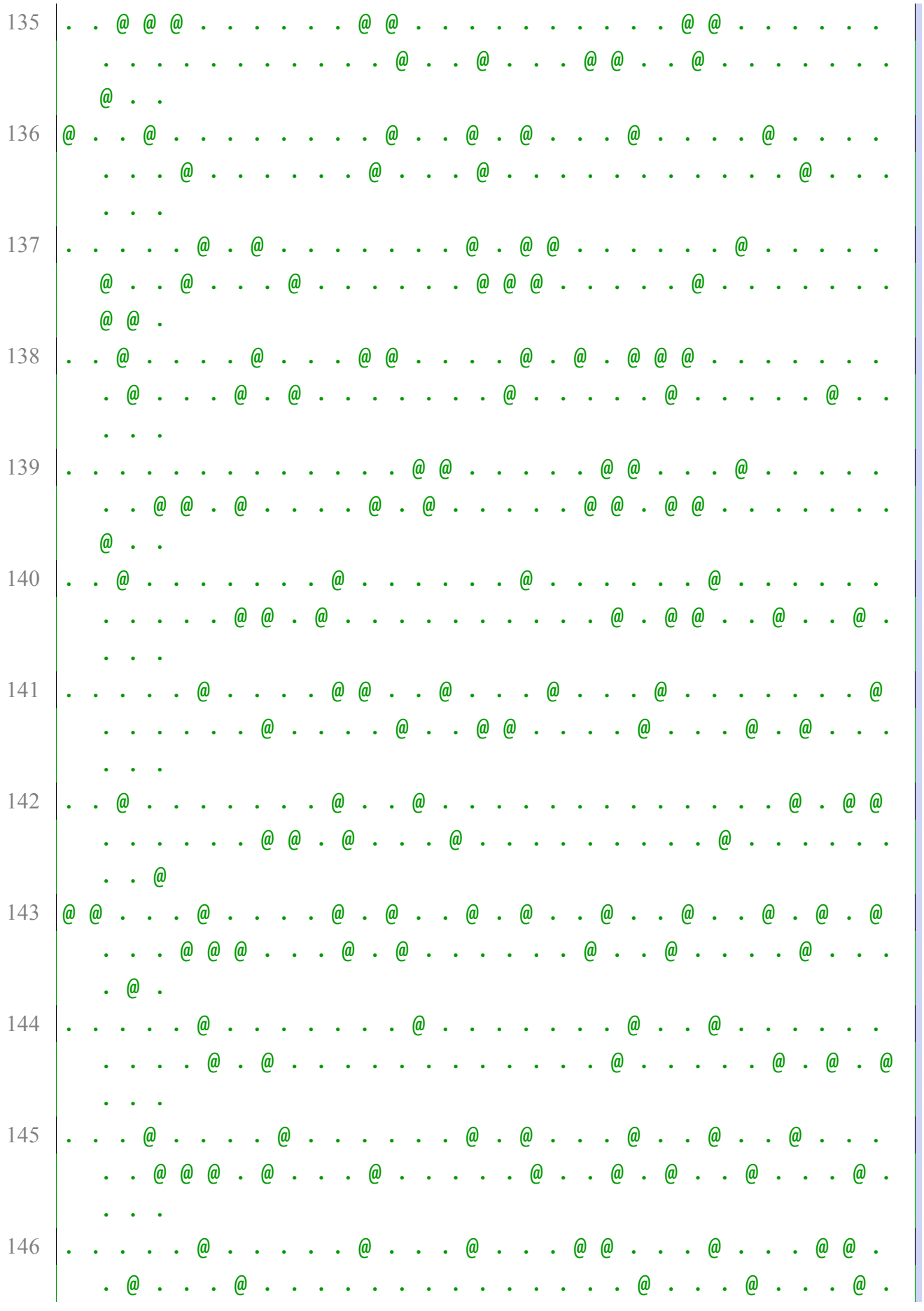
```
            if 0 <= neighbor[0] < grid.shape[0] and 0 <= neighbor[1] < grid.shape[1]:
                if grid[neighbor[0]][neighbor[1]] == '@':
                    continue

                # 检查是否与其他机器人路径冲突（点冲突）
                conflict = False
                for path in other_paths:
                    if len(path) > t + 1 and path[t + 1] == (neighbor[0], neighbor[1]):
                        conflict = True
                        break
                    # 检查边冲突
                    if len(path) > t and len(path) > t + 1 and path[t] == (neighbor[0], neighbor[1]) and path[t + 1] == (x, y):
                        conflict = True
                        break
                if conflict:
                    continue

                tentative_g_score = gscore[current] + 1

                if neighbor in close_set and tentative_g_score >= gscore.get(neighbor, 0):
                    continue

                if tentative_g_score < gscore.get(neighbor, 0) or neighbor not in [i[1] for i in open_set.queue]:
                    came_from[neighbor] = current
                    gscore[neighbor] = tentative_g_score
                    fscore[neighbor] = tentative_g_score + heuristic((neighbor[0], neighbor[1]), goal)
                    open_set.put((fscore[neighbor], neighbor))

```

```
    return False, float('inf')


# 处理数据
map_data = """
. . . . . . @ . . @ . . . @ @ @ . @ . . @ . . . . @ . . @ . . . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . . . @ . . . . . . . . . . @ @ . .
. . @ . . . . . @ @ . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . @ . . . . . @ . . . @ . . . @ . @ . @ . @ . . . . . . . . . . . . .
. . . @ . @ . . . . . @ . . . . . . . . . . . . @ @ . . @ . . . . @ @ . . . . . @ . . . @ . . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . . .
. . . . . . . . . . . . . . . . . . @ @ . . . . @ . @ . . . @ . . . . . . . . . . . @ . . . @ . . . . . @ . . . . . @ @ @ . . . . . @
. . @ . . . . @ . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . @ . . . . . @ @ @ . . . . . @ . . . . . . . . . @ . . . . . . . @ @ @
. . . . . @ @ . . @ . @ . . . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . @ . @ . . . @ . . . . . . @ . . . . . @ @ . @ . . . . . . . . . . . .
. . @ . . . . . @ . . . . @ . . @ . @ . @ . . . @ @ . . . @ . . . . . @ . . . . @ . . . . . @ @ @ . . @ . . @ . . @ . . . . . @
@ @ . @ . . . @ . . . . . @ . . . . . @ . . . . . @ . . . . . . . . . @ @ @ . . @ . . . @ . . . . . @ . . . . . . . . . . . . . . .
. . . . . . . . . . @ . . . @ @ . . . . . . . . . @ . . . @ . . . @ . . . . @ . . . . @ . . . . . @ . . . . . @ . . . . . . . . . .
```








135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146

```
   @ @ .
. . . . . @ . . . . @ . @ @ . . . @ @ . @ @ . . . . . .
   . @ . . . . @ . @ . @ @ @ . . @ . . . . @ . . . . @ @ . . @
   . . .
. . . . . @ . . . . @ @ . . . . @ @ . @ . @ . . . . @ . @ .
   @ . . @ . @ . . . . . @ . . . @ . . . . . @ @ . . . . . .
   . . .
. . . . . @ @ . . @ . . . . . @ . . . . @ . . .
   . . @ . . . . . @ . . @ . . @ . . . @ . @ . @ @ @ . . . .
   . . @
. @ . . . . . @ . . . . @ . . @ . . . . . @ . . . . .
   . . . . @ @ . . @ . . . . . @ . . . . . @ . . . @ . . @ . .
   . . .
@ . @ . . . @ . . . @ . . . @ . . . @ @ @ @ @ . @ . . @ @ . .
   . . . . . @ . @ @ . . . @ . . . .
   @ . .
@ . . . . . @ @ . . . . . @ . . @ . . . @ . . . . . .
   . . . @ @ . @ . @ . . . . @ . . @ @ . . . . . .
   . . .
@ . @ . . . . @ . . . . . @ . . . . . .
   . @ . . @ . @ @ @ . . . . . @ @ . @ . . . .
   . . .
"""

tasks_data = """
50
7 27 0 24
14 47 47 49
63 5 61 59
3 53 29 23
28 2 22 56
42 49 60 2
21 8 34 5
26 13 20 54
47 33 34 10
```

```
22 50 61 33
23 32 40 61
1 49 12 41
55 45 48 15
43 6 44 30
41 1 21 57
57 5 47 1
16 61 2 11
20 50 45 56
9 54 47 56
12 31 62 22
40 51 6 53
40 40 42 33
52 36 26 34
42 48 28 26
55 32 23 46
5 41 18 24
8 62 18 63
56 49 4 59
39 30 52 3
5 0 50 28
29 27 59 9
29 50 18 28
21 63 20 12
16 29 30 40
36 18 60 21
50 18 19 40
12 36 8 23
45 36 43 39
35 52 53 54
49 28 55 5
24 40 25 9
15 25 62 62
17 52 4 34
32 43 14 50
```

```
63 9 36 57
8 46 44 0
31 43 55 14
59 1 12 11
15 1 60 8
56 0 0 63
"""

# 计算每个机器人的路径
grid = parse_map(map_data)
tasks = parse_tasks(tasks_data)

paths = []
total_time = 0
total_steps = 0  # 用于计算复杂度
branching_factor = 5  # 在每个节点处，最大可扩展5个方向（上、下、左、右、等待）

for i, task in enumerate(tasks):
    start, goal = task
    other_paths = [p[0] for p in paths]  # 其他机器人路径
    path, time = time_a_star_search(grid, start, goal, other_paths)
    paths.append((path, time))
    total_time = max(total_time, time)
    total_steps += len(path)

# 计算算法复杂度
grid_size = grid.shape[0] * grid.shape[1]
estimated_complexity = branching_factor ** (total_steps / len(tasks))

# 绘图
fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 8))
colors = plt.cm.get_cmap('tab20', len(tasks)).colors  # 使用更
```

```
    多颜色
step_map = np.full((grid.shape[0], grid.shape[1]), -1)
color_map_idx = np.full((grid.shape[0], grid.shape[1]), -1)

# 绘制障碍物
for i in range(grid.shape[0]):
    for j in range(grid.shape[1]):
        if grid[i, j] == '@':
            ax.add_patch(plt.Rectangle((j, i), 1, 1, color='
    gray'))

# 绘制路径
for idx, (path, _) in enumerate(paths):
    color = colors[idx % len(colors)]
    if path:
        # 起点
        start_x, start_y = path[0]
        ax.add_patch(Circle((start_y + 0.5, start_x + 0.5),
    0.4, edgecolor='black', facecolor=color, lw=2))

        # 终点
        end_x, end_y = path[-1]
        ax.add_patch(
            RegularPolygon((end_y + 0.5, end_x + 0.5),
    numVertices=6, radius=0.4, edgecolor='black', facecolor=
    color,
                           lw=2))

        # 路径及时间标记
        for t, (x, y) in enumerate(path):
            if step_map[x, y] < t + 1:
                step_map[x, y] = t + 1
                color_map_idx[x, y] = idx
                ax.add_patch(plt.Rectangle((y, x), 1, 1, color
    =color, alpha=0.5))
```

```
263
264 # 在方块上标记时间
265 for i in range(step_map.shape[0]):
266     for j in range(step_map.shape[1]):
267         if step_map[i, j] > 0:
268             ax.text(j + 0.5, i + 0.5, str(step_map[i, j]-1),
    ha='center', va='center', color='black')
269
270 ax.set_xticks(np.arange(0, grid.shape[1] + 1, 1))
271 ax.set_yticks(np.arange(0, grid.shape[0] + 1, 1))
272 ax.grid(which='both', color='black', linestyle='-', linewidth
    =1)
273 plt.xlim(0, grid.shape[1])
274 plt.ylim(0, grid.shape[0])
275 plt.gca().invert_yaxis()  # 上下翻转y轴以匹配要求
276 plt.show()
277
278 # 输出结果
279 print(f"总运输时间: {total_time}")
280 print(f"估计的算法复杂度: O({estimated_complexity:.2e})")
281 for i, (path, time) in enumerate(paths, 1):
282     print(f"机器人{i}: 路径 {path}, 时间消耗 {time}步")
283
284 if os.path.exists("results_第一问 64.xlsx"):
285     # 清空文件内容
286     with open("results_第一问 64.xlsx", 'w') as file:
287         pass  # 使用 pass 清空文件内容
288
289 data = {
290     "机器人编号": [],
291     "位置列表": [],
292     "时间开销": []
293 }
294
295 for i, (path, time) in enumerate(paths, 1):
```

```
    data["机器人编号"].append(i)
    data["位置列表"].append(path)
    data["时间开销"].append(time)

df = pd.DataFrame(data)

# 导出到Excel文件
df.to_excel('results_第一问 64.xlsx', index=False)
```

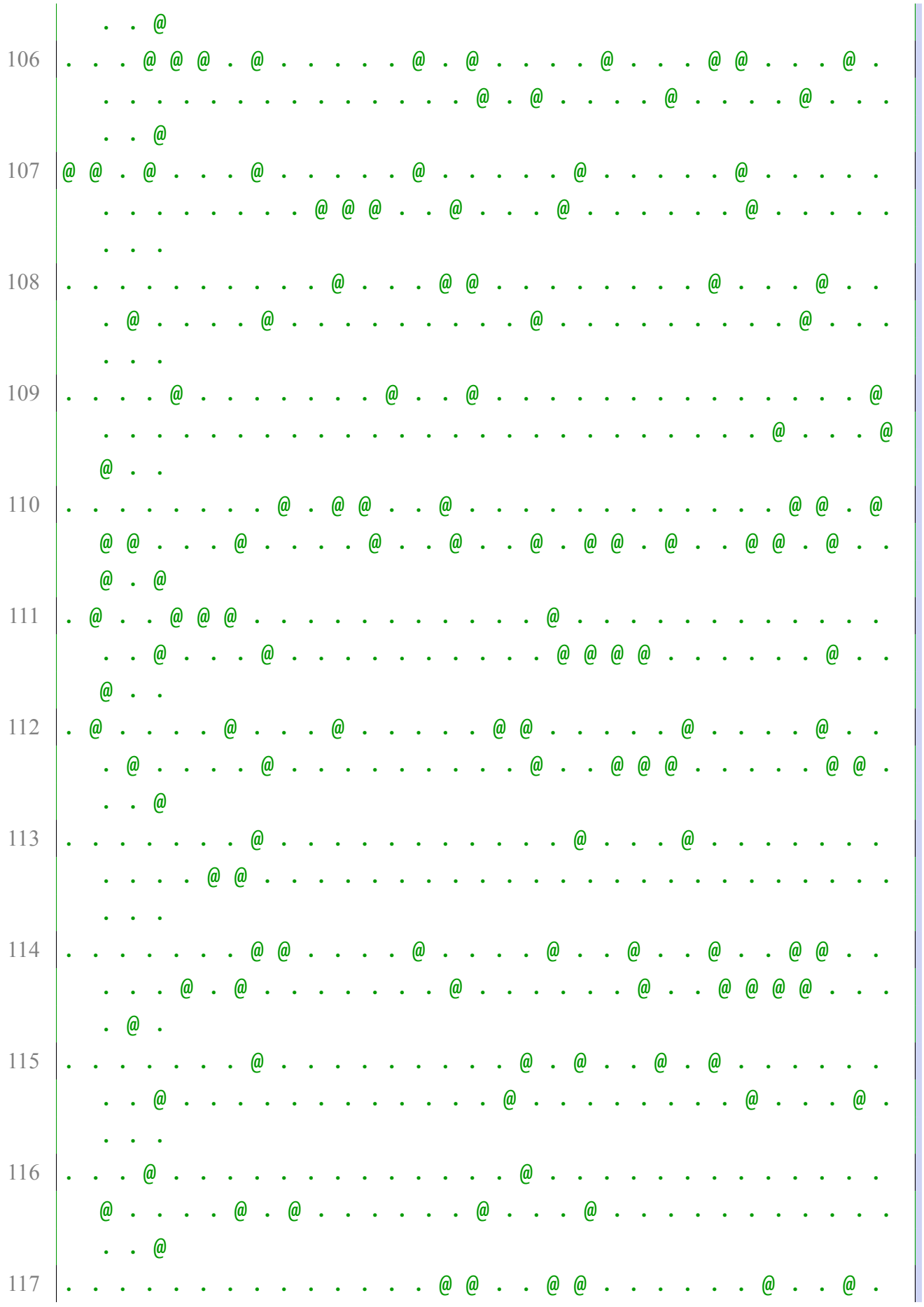
Problem2.py

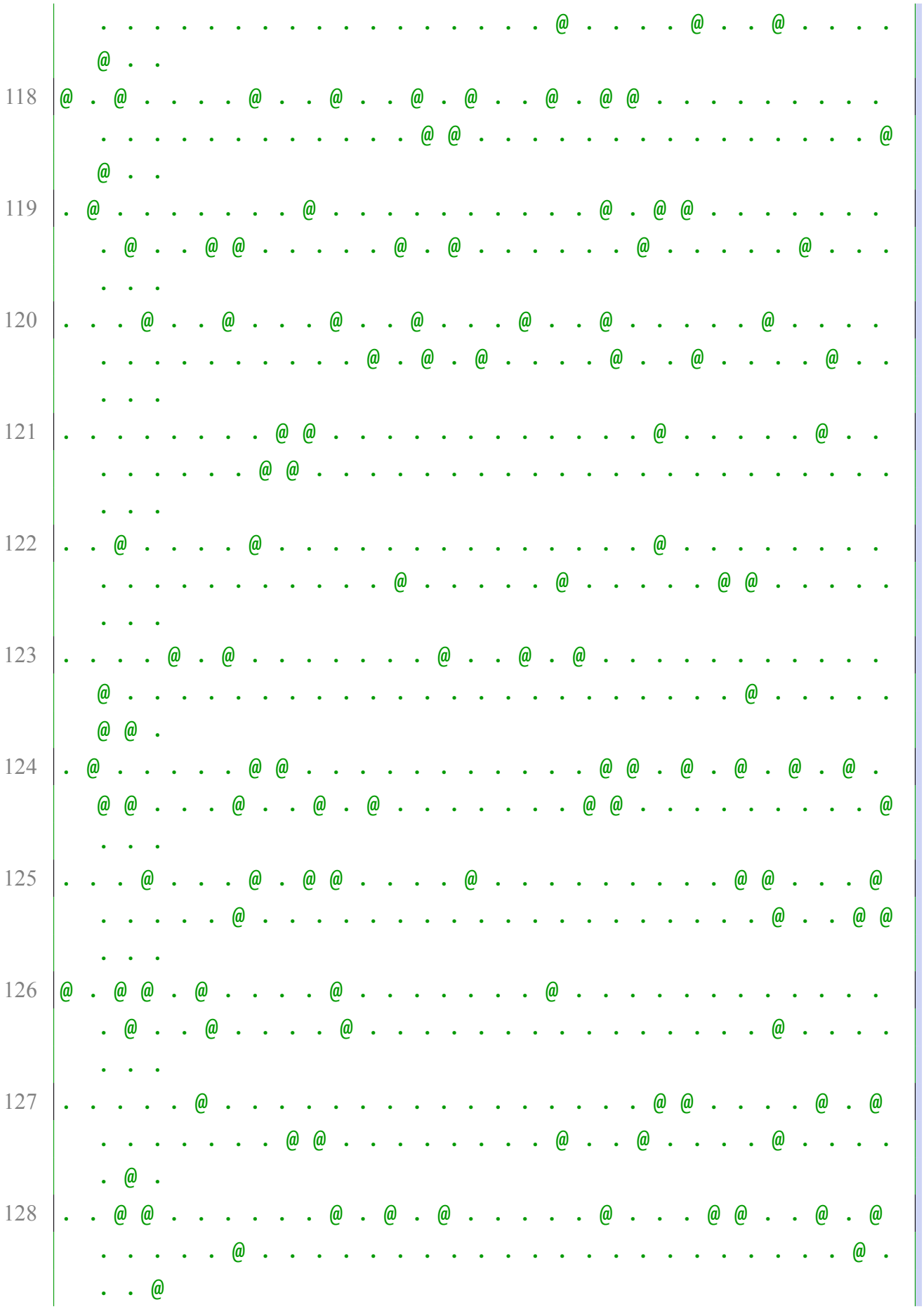
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from queue import PriorityQueue
from matplotlib.patches import Circle, RegularPolygon
import pandas as pd
import os

# 解析地图
def parse_map(map_data):
    lines = map_data.strip().split("\n")
    grid = []
    for line in lines:
        grid.append(line.split())
    return np.array(grid)

# 解析任务
def parse_tasks(tasks_data):
    lines = tasks_data.strip().split("\n")[1:]  # 忽略任务数量行
    tasks = []
    for line in lines:
        start_x, start_y, end_x, end_y = map(int, line.split())
        tasks.append(((start_x, start_y), (end_x, end_y)))
    return tasks
```

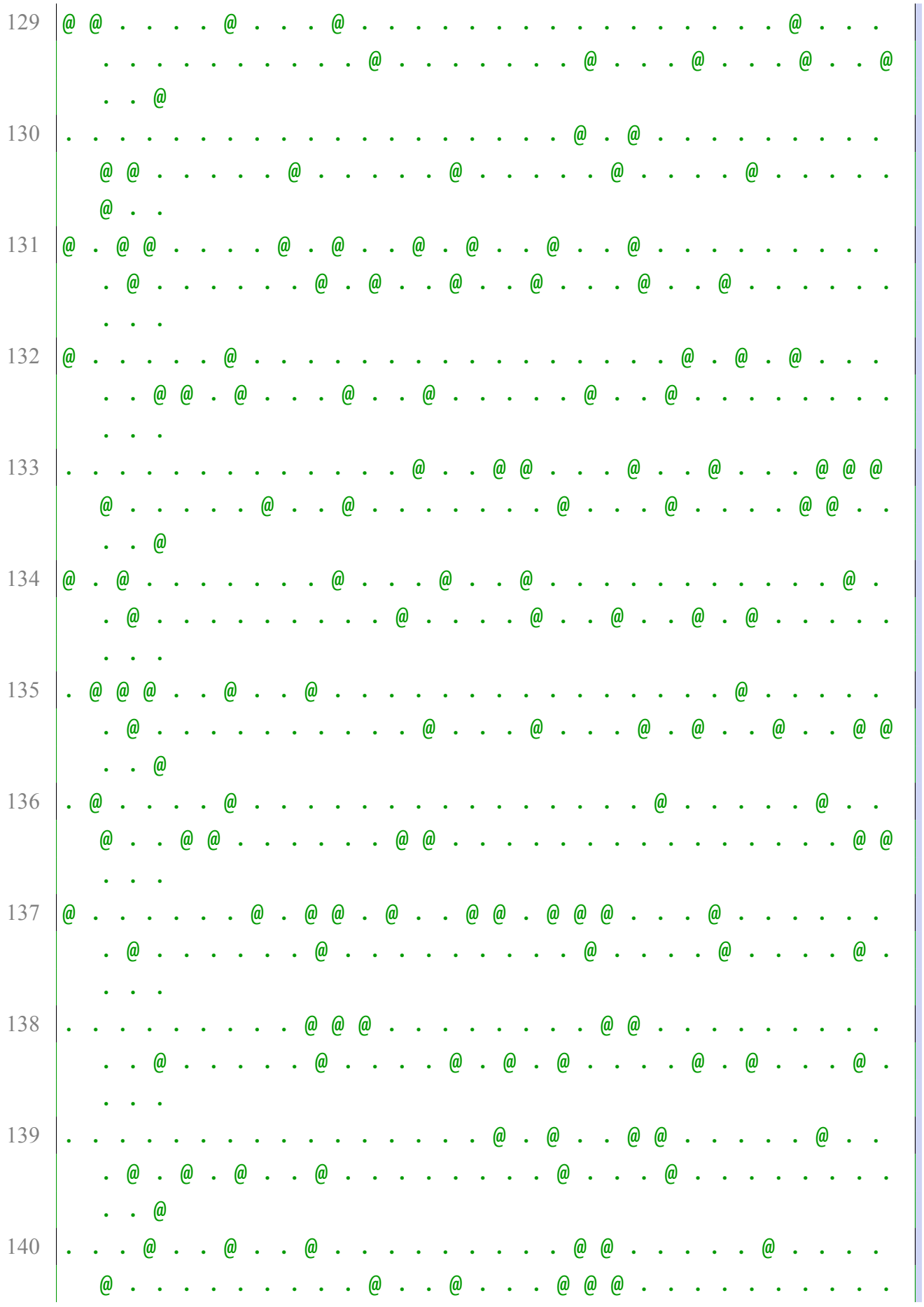
```
24
25
26  # 启发式函数（曼哈顿距离）
27  def heuristic(a, b):
28      return abs(a[0] - b[0]) + abs(a[1] - b[1])
29
30  vis = [[0 for _ in range(100)] for _ in range(100)]
31
32  def time_a_star_search(grid, start, goal, other_paths):
33      neighbors = [(0, 1), (1, 0), (0, -1), (-1, 0),(0,0)]
34      close_set = set()
35      came_from = {}
36      gscore = {(start[0], start[1], 0): 0}
37      fscore = {(start[0], start[1], 0): heuristic(start, goal)}
38      open_set = PriorityQueue()
39      open_set.put((fscore[(start[0], start[1], 0)], (start[0],
    start[1], 0)))
40
41      while not open_set.empty():
42          _, current = open_set.get()
43          x, y, t = current
44
45          if (x, y) == goal:
46              path = []
47              while current in came_from:
48                  path.append((current[0], current[1]))
49                  current = came_from[current]
50              path.append((start[0], start[1]))
51              return path[::-1], t  # 返回路径和时间消耗
52
53          close_set.add(current)
54          for i, j in neighbors:  # 添加等待的可能性
55              neighbor = x + i, y + j, t + 1
56              if 0 <= neighbor[0] < grid.shape[0] and 0 <=
    neighbor[1] < grid.shape[1]:
```

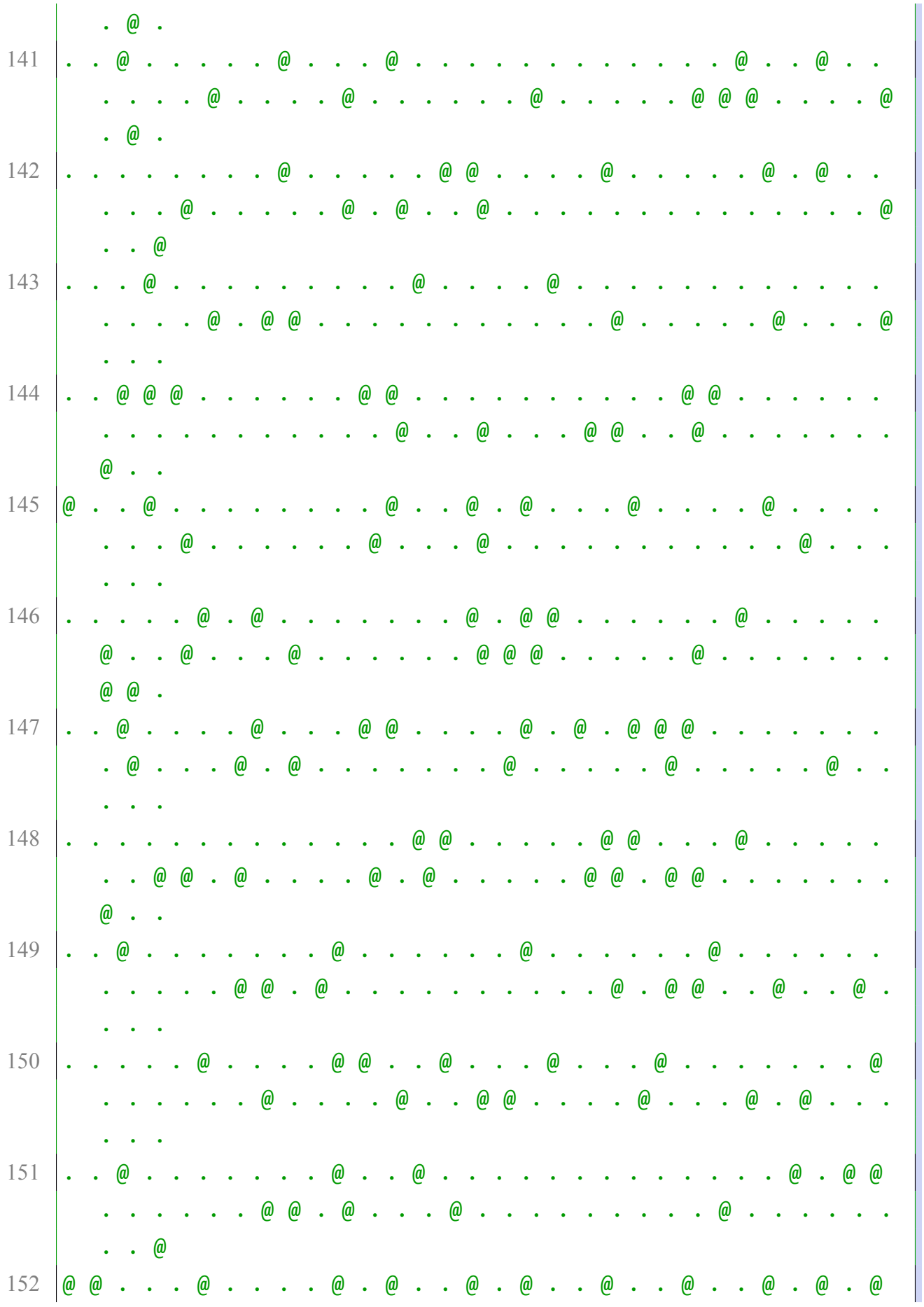
```
                if grid[neighbor[0]][neighbor[1]] == '@':
                    continue

                # 检查是否与其他机器人路径冲突（点冲突）
                conflict = False
                for path in other_paths:
                    if (neighbor[0], neighbor[1]) == goal:
                        for i in range(0, len(path)):
                            if(path[i] == goal and i >= t + 1)
:
                                conflict = True
                                break
                    if conflict:
                        break
                    if len(path) > t + 1 and path[t + 1] == (
neighbor[0], neighbor[1]):
                        conflict = True
                        break
                    if len(path) <= t + 1 and path[-1] == (
neighbor[0], neighbor[1]):
                        conflict = True
                        break
                    # 检查边冲突
                    if len(path) > t and len(path) > t + 1 and
 path[t] == (neighbor[0], neighbor[1]) and path[t + 1] == (x
, y):
                        conflict = True
                        break
                if conflict:
                    continue

                tentative_g_score = gscore[current] + 1

                if neighbor in close_set and tentative_g_score
 >= gscore.get(neighbor, 0):
```

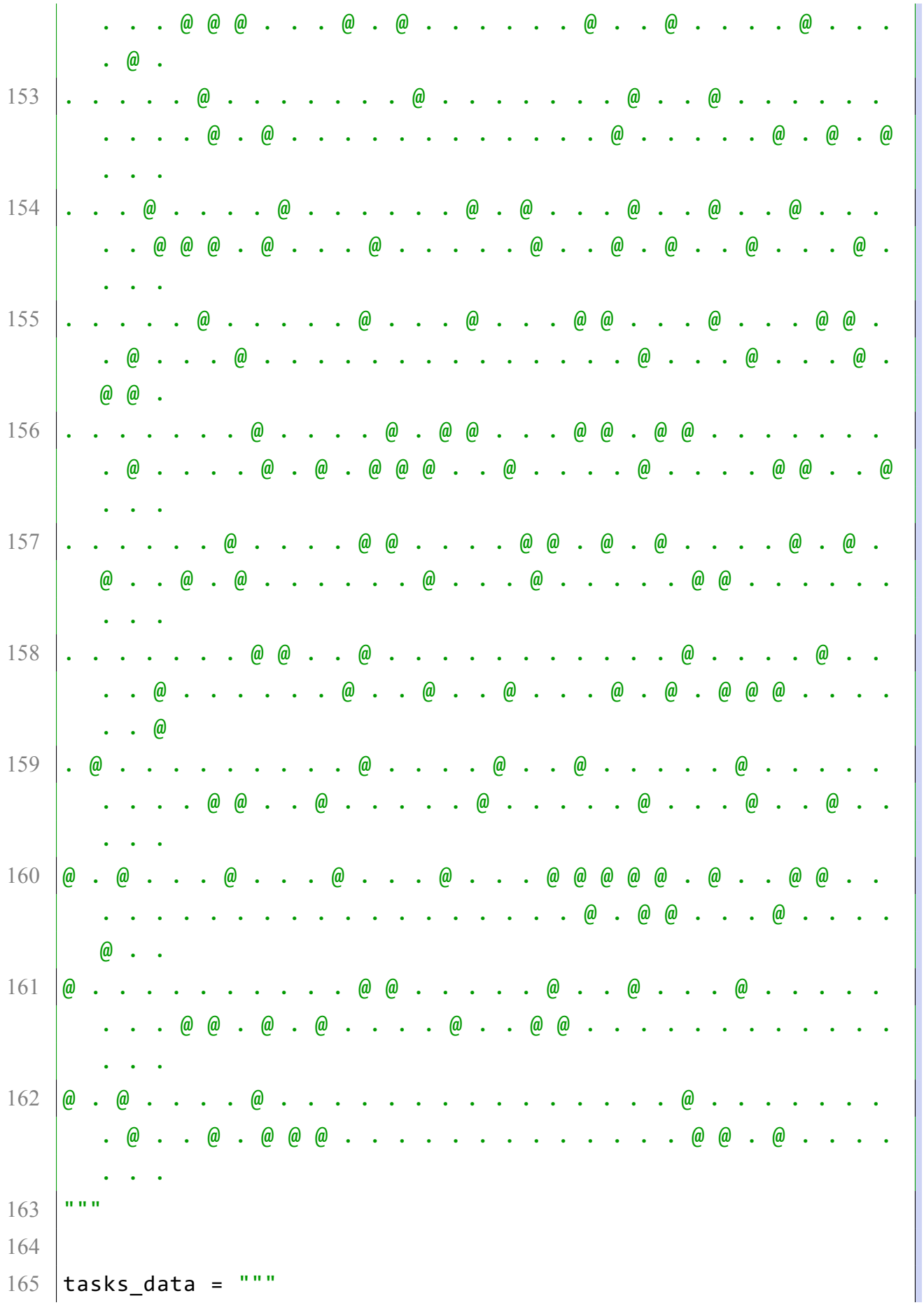
```
                    continue

                if tentative_g_score < gscore.get(neighbor, 0) or neighbor not in [i[1] for i in open_set.queue]:
                    came_from[neighbor] = current
                    gscore[neighbor] = tentative_g_score
                    fscore[neighbor] = tentative_g_score + heuristic((neighbor[0], neighbor[1]), goal)
                    open_set.put((fscore[neighbor], neighbor))

    return False, float('inf')


# 处理数据
map_data = """
. . . . . . @ . . @ . . . @ @ @ . @ . . @ . . . . @ . . @ . . . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . . @ . . . . . . . . . . @ @ . .
. . @ . . . . . @ @ . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . . . @ . . . @ . . . @ . @ . @ . @ . . . . . . . . . . . . @ . . . . . . . .
. . . @ . @ . . . . . . . . @ . . . . . . . . . . . @ @ . . @ . . . . @ @ . . . . . . @ . . . @ . . . @ . . . . . . . . . . . . . .
. . . . . . . . . . . . . . . . . @ @ . . . . @ . @ . . . @ . . . . . . . . . . . . @ . . . @ . . . . . @ . . . . . @ @ @ . . . . @
. . @ . . . . @ . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . @ . . . . . . . . . . @ @ @ . . . . . . @ . . . . . . . @ . . . . . . . @ @ @
. . . . . @ @ . . @ . @ . . . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . @ . @ . . . @ . . . . . @ . . . . . @ @ . @ . . . . . . . . . . . .
. . @ . . . . . @ . . . . @ . . @ . @ . @ . . . @ @ . . . @ . . . . . @ . . . . @ . . . . . . . . . . . . . @ @ @ . . @ . . @ . . @ . .
```






129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140




. . . @ @ @ . . . @ . @ . . . . . @ . . @ . . . . @ . . . . @ .
153 . . . . . @ . . . . . @ . . . . . @ . . @ . . . . . @ . @ . . . . . @ . . . . . @ . @ . @ . . .
154 . . . @ . . . . @ . . . . . @ . @ . . . @ . . @ . . @ . . . . . @ @ @ . @ . . . @ . . . . . @ . . @ . @ . . @ . . . .
155 . . . . . @ . . . . . @ . . . @ . . . @ @ . . . @ . . . @ @ . . @ . . . @ . . . @ . . . . . @ . . . @ . . . @ . @ @ .
156 . . . . . @ . . . . @ . @ @ . . . @ @ . @ @ . . . . @ . . . . @ . @ . @ @ @ . . @ . . . . @ . . . . @ @ . . @ . . .
157 . . . . . @ . . . . @ @ . . . . @ @ . @ . @ . . . . @ . @ . @ . . @ . @ . . . . . @ . . . @ . . . . . @ @ . . . .
158 . . . . . @ @ . . @ . . . . . @ . . . . @ . . . @ . . . . . @ . . @ . . . . . @ . . @ . . @ . . . @ . @ . @ @ @ . . . . . @
159 . @ . . . . . @ . . . . @ . . @ . . . . . @ . . . . . @ . . . . @ @ . . @ . . . . . @ . . . . . @ . . . @ . . @ . . . . .
160 @ . @ . . . @ . . . @ . . . @ . . . @ @ @ @ @ . @ . . @ @ . . . . . @ . @ @ . . . @ . . . . @ . .
161 @ . . . . . @ @ . . . . . @ . . @ . . . @ . . . . . @ @ . @ . @ . . . . @ . . @ @ . . . . . .
162 @ . @ . . . . @ . . . . . @ . . @ . @ @ @ . . . . . @ @ . @ . . . .
163 """
164
165 tasks_data = """

```
50
7 27 0 24
14 47 47 49
63 5 61 59
3 53 29 23
28 2 22 56
42 49 60 2
21 8 34 5
26 13 20 54
47 33 34 10
22 50 61 33
23 32 40 61
1 49 12 41
55 45 48 15
43 6 44 30
41 1 21 57
57 5 47 1
16 61 2 11
20 50 45 56
9 54 47 56
12 31 62 22
40 51 6 53
40 40 42 33
52 36 26 34
42 48 28 26
55 32 23 46
5 41 18 24
8 62 18 63
56 49 4 59
39 30 52 3
5 0 50 28
29 27 59 9
29 50 18 28
21 63 20 12
16 29 30 40
```

```
36 18 60 21
50 18 19 40
12 36 8 23
45 36 43 39
35 52 53 54
49 28 55 5
24 40 25 9
15 25 62 62
17 52 4 34
32 43 14 50
63 9 36 57
8 46 44 0
31 43 55 14
59 1 12 11
15 1 60 8
56 0 0 63
"""

# 计算每个机器人的路径
grid = parse_map(map_data)
tasks = parse_tasks(tasks_data)

paths = []
total_time = 0
total_steps = 0  # 用于计算复杂度
branching_factor = 5  # 在每个节点处，最大可扩展5个方向（上、下、左、右、等待）

for i, task in enumerate(tasks):
    start, goal = task
    other_paths = [p[0] for p in paths]  # 其他机器人路径
    path, time = time_a_star_search(grid, start, goal, other_paths)
    paths.append((path, time))
    total_time = max(total_time, time)
```

```
234     total_steps += len(path)
235
236 # 计算算法复杂度
237 grid_size = grid.shape[0] * grid.shape[1]
238 estimated_complexity = branching_factor ** (total_steps / len(
    tasks))
239
240 # 绘图
241 fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 8))
242 colors = plt.cm.get_cmap('tab20', len(tasks)).colors  # 使用更
    多颜色
243 step_map = np.full((grid.shape[0], grid.shape[1]), -1)
244 color_map_idx = np.full((grid.shape[0], grid.shape[1]), -1)
245
246 # 绘制障碍物
247 for i in range(grid.shape[0]):
248     for j in range(grid.shape[1]):
249         if grid[i, j] == '@':
250             ax.add_patch(plt.Rectangle((j, i), 1, 1, color='
    gray'))
251
252 # 绘制路径
253 for idx, (path, _) in enumerate(paths):
254     color = colors[idx % len(colors)]
255     if path:
256         # 起点
257         start_x, start_y = path[0]
258         ax.add_patch(Circle((start_y + 0.5, start_x + 0.5),
    0.4, edgecolor='black', facecolor=color, lw=2))
259
260         # 终点
261         end_x, end_y = path[-1]
262         ax.add_patch(
263             RegularPolygon((end_y + 0.5, end_x + 0.5),
    numVertices=6, radius=0.4, edgecolor='black', facecolor=
```

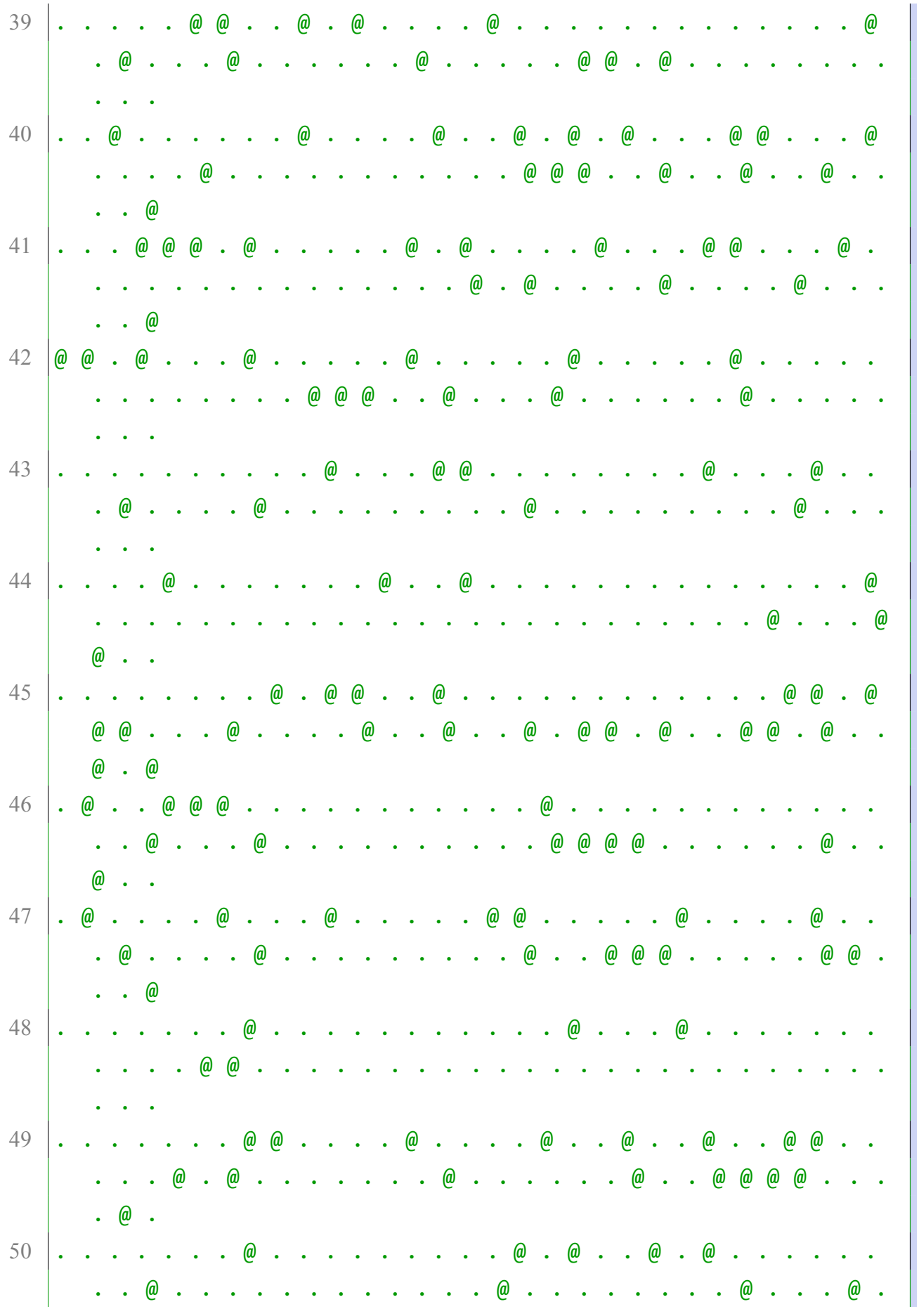
```
    color,
                              lw=2))

        # 路径及时间标记
        for t, (x, y) in enumerate(path):
            if step_map[x, y] < t + 1:
                step_map[x, y] = t + 1
                color_map_idx[x, y] = idx
                ax.add_patch(plt.Rectangle((y, x), 1, 1, color
    =color, alpha=0.5))

# 在方块上标记时间
for i in range(step_map.shape[0]):
    for j in range(step_map.shape[1]):
        if step_map[i, j] > 0:
            ax.text(j + 0.5, i + 0.5, str(step_map[i, j]-1),
    ha='center', va='center', color='black')

ax.set_xticks(np.arange(0, grid.shape[1] + 1, 1))
ax.set_yticks(np.arange(0, grid.shape[0] + 1, 1))
ax.grid(which='both', color='black', linestyle='-', linewidth
    =1)
plt.xlim(0, grid.shape[1])
plt.ylim(0, grid.shape[0])
plt.gca().invert_yaxis()  # 上下翻转y轴以匹配要求
plt.show()

# 输出结果
print(f"总运输时间: {total_time}")
print(f"估计的算法复杂度: O({estimated_complexity:.2e})")
for i, (path, time) in enumerate(paths, 1):
    print(f"机器人{i}: 路径 {path}, 时间消耗 {time}步")

file_path="results_第二问 64.xlsx"
if os.path.exists(file_path):
```

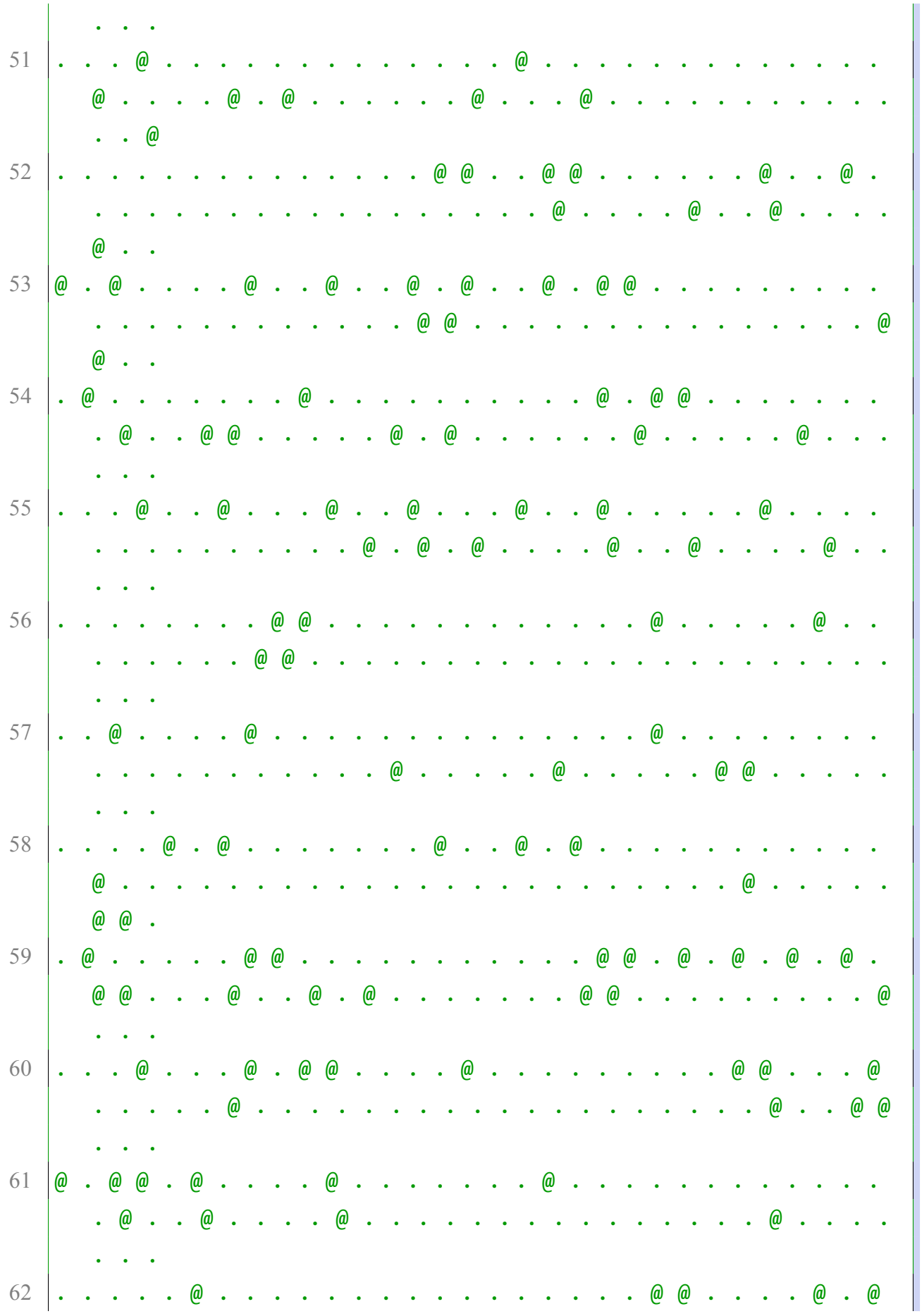
```
    # 清空文件内容
    with open(file_path, 'w') as file:
        pass  # 使用 pass 清空文件内容

data = {
    "机器人编号": [],
    "位置列表": [],
    "时间开销": []
}

for i, (path, time) in enumerate(paths, 1):
    data["机器人编号"].append(i)
    data["位置列表"].append(path)
    data["时间开销"].append(time)

df = pd.DataFrame(data)

# 导出到Excel文件
df.to_excel(file_path, index=False)
```

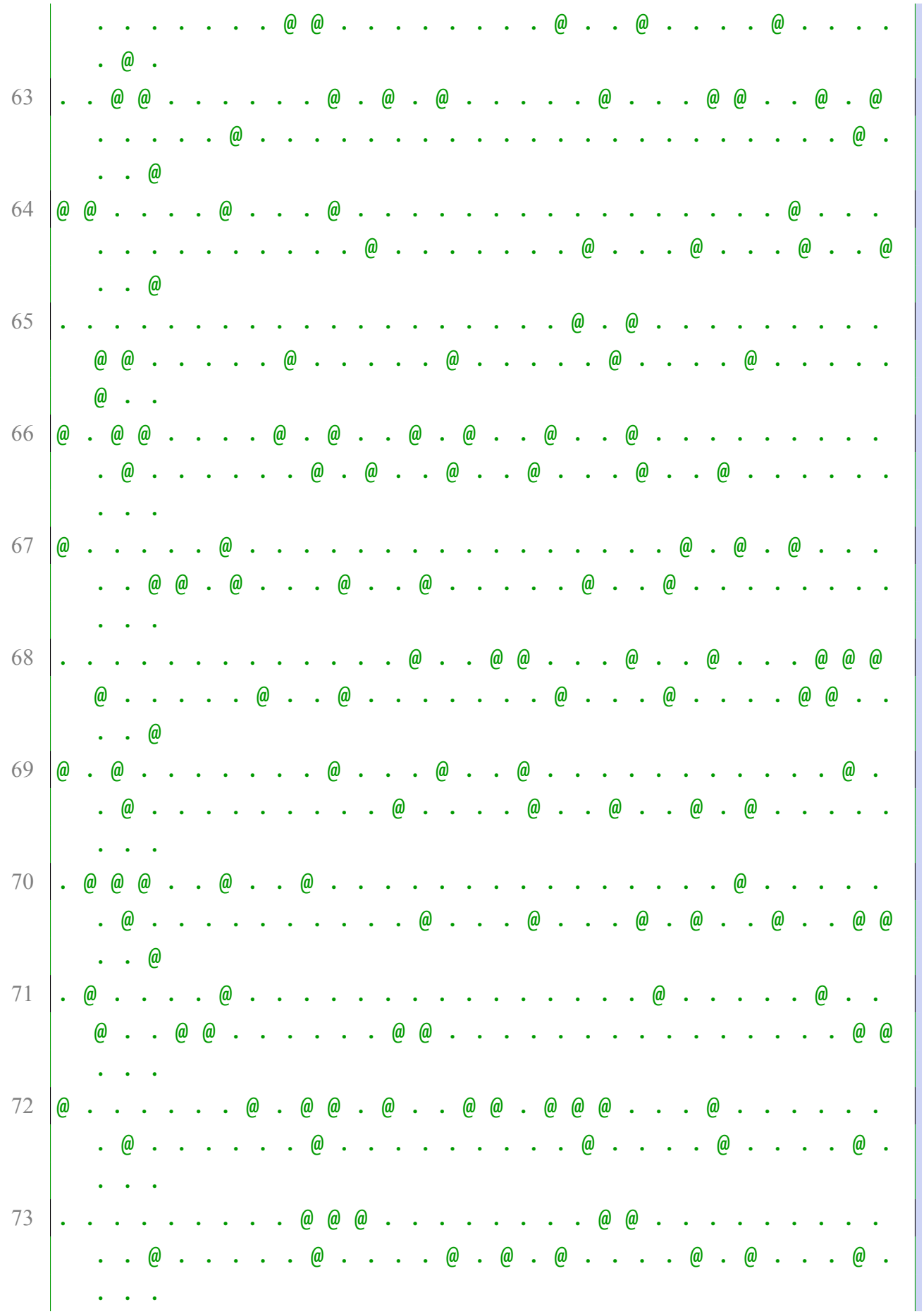
Problem3.py

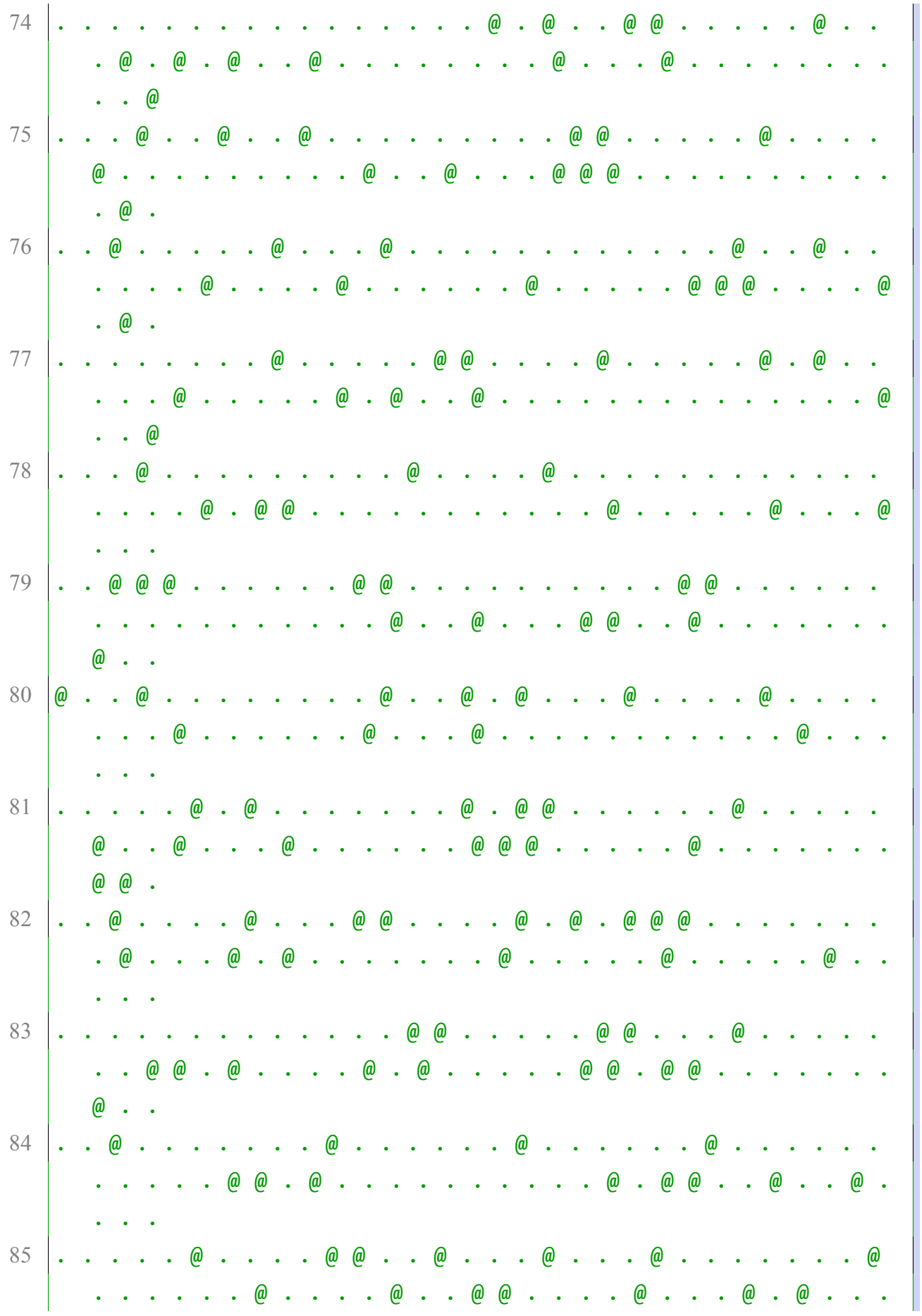
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from queue import PriorityQueue
from matplotlib.patches import Circle, RegularPolygon
import itertools
import os
import pandas as pd
def parse_map(map_data):
    lines = map_data.strip().split("\n")
    grid = []
    for line in lines:
        grid.append(line.split())
    return np.array(grid)
def parse_tasks(tasks_data):
```

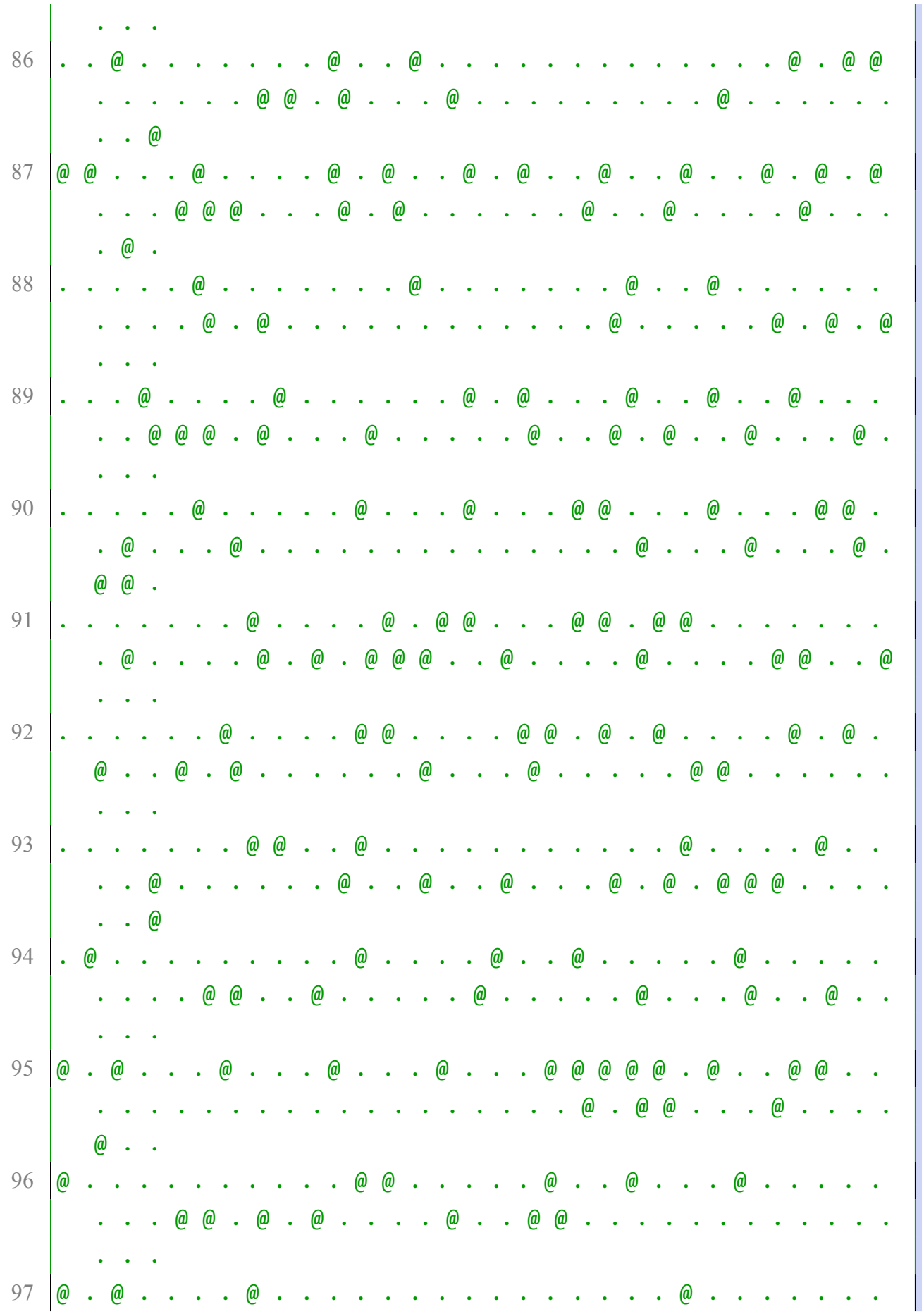
```
    lines = tasks_data.strip().split("\n")
    tasks = []
    tot = 0
    for line in lines:
        start_x, start_y, end_x, end_y = map(int, line.split()
)
        tot = tot + 1
        tasks.append(((start_x, start_y), (end_x, end_y)))
    return tasks
def parse_agents(agents_data):
    lines = agents_data.strip().split("\n")
    agent = []
    tot = 0
    for line in lines:
        x, y = map(int, line.split())
        tot = tot + 1
        agent.append((x, y))
    return agent

map_data = """
. . . . . . @ . . @ . . . @ @ @ . @ . . @ . . . . @ . . @ . .
   . . @ . . . . . . . . . . . . . . . @ . . . . . . . . . . @
   @ . .
. . @ . . . . . @ @ . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . . @
   . . . . . . . . . . @ . . . @ . . . @ . @ . @ . @ . . . . . .
   . . .
. . . @ . @ . . . . . . . . . @ . . . . . . . . . . . . @ @ . . @ .
   . . . . @ @ . . . . . . @ . . . @ . . . @ . . . . . . . . . .
   . . .
. . . . . . . . . . . . . . . . @ @ . . . . @ . @ . . . @ . . .
   . . . . . . . . . . @ . . . @ . . . . . @ . . . . . @ @ @ . .
   . . @
. . @ . . . . @ . . @ . . . . . . . . . . . . . . . . . . @ . . .
   . . . . @ @ @ . . . . . . @ . . . . . . . . . @ . . . . . . .
   @ @ @
```











```
    . @ . . @ . @ @ @ . . . . . . . . . . . . . . @ @ . @ . . . .
    . . .
"""
tasks_data = """
7 27 0 24
14 47 47 49
63 5 61 59
3 53 29 23
28 2 22 56
42 49 60 2
21 8 34 5
26 13 20 54
47 33 34 10
22 50 61 33
23 32 40 61
1 49 12 41
55 45 48 15
43 6 44 30
41 1 21 57
57 5 47 1
16 61 2 11
20 50 45 56
9 54 47 56
12 31 62 22
40 51 6 53
40 40 42 33
52 36 26 34
42 48 28 26
55 32 23 46
5 41 18 24
8 62 18 63
56 49 4 59
39 30 52 3
5 0 50 28
29 27 59 9
```

```
29 50 18 28
21 63 20 12
16 29 30 40
36 18 60 21
50 18 19 40
12 36 8 23
45 36 43 39
35 52 53 54
49 28 55 5
24 40 25 9
15 25 62 62
17 52 4 34
32 43 14 50
63 9 36 57
8 46 44 0
31 43 55 14
59 1 12 11
15 1 60 8
56 0 0 63
"""
agents_data = """
10 20
0 0
44 28
16 41
26 45
"""

grid = parse_map(map_data)
tasks = parse_tasks(tasks_data)
agents = parse_agents(agents_data)
#a = [0]
#a = [0]
a = [1, 0, 2, 3, 4]

```

```
166
167 def heuristic(a, b):
168     return abs(a[0] - b[0]) + abs(a[1] - b[1])
169 def time_a_star_search(grid, start, goal, other_paths, tt = 0)
    :
170     neighbors = [(0, 1), (1, 0), (0, -1), (-1, 0), (0, 0)]
171     close_set = set()
172     came_from = {}
173     gscore = {(start[0], start[1], tt): 0}
174     fscore = {(start[0], start[1], tt): heuristic(start, goal)
    }
175     open_set = PriorityQueue()
176     open_set.put((fscore[(start[0], start[1], tt)], (start[0],
     start[1], tt)))
177     while not open_set.empty():
178         _, current = open_set.get()
179         x, y, t = current
180
181         if (x, y) == goal:
182             path = []
183             while current in came_from:
184                 path.append((current[0], current[1]))
185                 current = came_from[current]
186             path.append((start[0], start[1]))
187             return path[::-1], t  # 返回路径和时间消耗
188
189         close_set.add(current)
190         for i, j in neighbors:
191             neighbor = x + i, y + j, t + 1
192             if 0 <= neighbor[0] < grid.shape[0] and 0 <=
    neighbor[1] < grid.shape[1]:
193                 if grid[neighbor[0]][neighbor[1]] == '@':
194                     continue
195
196                 conflict = False
```

```
197                 for path in other_paths:
198                     """
199                     if(len(path) == 0):break
200                     if (neighbor[0], neighbor[1]) == goal:
201                         for i in range(0, len(path)):
202                             if(path[i] == goal and i >= t + 1)
    :
203                                 conflict = True
204                                 break
205                     if conflict:
206                         break
207                     """
208                     if len(path) > t + 1 and path[t + 1] == (
    neighbor[0], neighbor[1]):
209                         conflict = True
210                         break
211                     """
212                     if len(path) <= t + 1 and path[-1] == (
    neighbor[0], neighbor[1]):
213                         conflict = True
214                         break
215                     """
216                     if len(path) > t and len(path) > t + 1 and
     path[t] == (neighbor[0], neighbor[1]) and path[t + 1] == (x
    , y):
217                         conflict = True
218                         break
219                 if conflict:
220                     continue
221 
222                 tentative_g_score = gscore[current] + 1
223 
224                 if neighbor in close_set and tentative_g_score
     >= gscore.get(neighbor, 0):
225                     continue
```

```
226
227                 if tentative_g_score < gscore.get(neighbor, 0)
    or neighbor not in [i[1] for i in open_set.queue]:
228                     came_from[neighbor] = current
229                     gscore[neighbor] = tentative_g_score
230                     fscore[neighbor] = tentative_g_score +
   heuristic((neighbor[0], neighbor[1]), goal)
231                     open_set.put((fscore[neighbor], neighbor))
232
233     return False, float('inf')
234
235 def check(x):
236
237     paths = [[] for _ in range(len(agents))]
238     paths2 = [[] for _ in range(len(agents))]
239     vis = [0 for _ in range(len(tasks))]
240     cnt = 0
241     for ii in range(0, len(a)):
242         i1 = a[ii]
243         agent = agents[i1]
244         if (cnt == len(tasks)): break
245         start1 = agent
246         start2 = -1
247         goal2 = -1
248         id = -1
249         minw = 100000
250         sumt = 0
251         other_paths = []
252         if(ii != 0):
253             for i in range(0, ii - 1):
254                 other_paths.append(paths[a[i]])
255
256         for i2, task in enumerate(tasks):
257             start, goal = task
258             if (vis[i2]): continue
```

```
259             path, t = time_a_star_search(grid, start1, start,
    other_paths, sumt)
260             if (minw > t):
261                 id = i2
262                 start2 = start
263                 goal2 = goal
264                 minw = t
265 
266         path1, t1 = time_a_star_search(grid, start1, start2,
    other_paths, sumt)
267         path2, t2 = time_a_star_search(grid, start2, goal2,
    other_paths, t1)
268         if (t2 > x): continue
269 
270         for p in path1:
271             paths[i1].append((p))
272         for p in path2[1:]:
273             paths[i1].append((p))
274         paths2[i1].append(path1)
275         paths2[i1].append(path2)
276         vis[id] = 1
277         cnt = cnt + 1
278         sumt = t2
279         start1 = goal2
280         while (cnt != len(tasks) and sumt <= x):
281             start2 = -1
282             goal2 = -1
283             id = -1
284             minw = 100000
285             other_paths = []
286             if(ii != 0):
287                 for i in range(0, ii - 1):
288                     other_paths.append(paths[a[i]])
289 
290             for i2, task in enumerate(tasks):
```

```
                start, goal = task
                if (vis[i2]): continue
                path, t = time_a_star_search(grid, start1,
    start, other_paths, sumt)
                if (minw > t):
                    id = i2
                    start2 = start
                    goal2 = goal
                    minw = t

            path1, t1 = time_a_star_search(grid, start1,
    start2, other_paths, sumt)
            path2, t2 = time_a_star_search(grid, start2, goal2
    , other_paths, t1)
            if (t2 > x): break
            for p in path1[1:]:
                paths[i1].append((p))
            for p in path2[1:]:
                paths[i1].append((p))
            paths2[i1].append(path1)
            paths2[i1].append(path2)
            vis[id] = 1
            cnt = cnt + 1
            sumt = t2
            start1 = goal2
    flag = False
    if cnt == len(tasks):
        flag = True

    return flag, paths, paths2
def solve():
    l = 0
    r = 10000
    while(l < r):
        mid = int((l + r) / 2)
```

```
        print(mid)
        flag, paths, paths2 = check(mid)
        if(flag):
            r = mid
        else:
            l = mid + 1
    flag, paths, paths2 = check(l)
    total_time = l
    total_steps = 0
    for p in paths:
        total_steps += len(p)

    print(l)
    for i, p in enumerate(paths):
        print(len(p) - 1, i + 1, p)
    for p in paths2:
        print(len(p))
        for pp in p:
            print(pp)

    file_path = "results_第三问 64.xlsx"
    if os.path.exists(file_path):
        with open(file_path, 'w') as file:
            pass

    data = {
        "机器人编号": [],
        "位置列表": [],
        "任务列表": [],
        "时间开销": []
    }

    for i, p in enumerate(paths, 1):
        data["机器人编号"].append(i)
        data["位置列表"].append(p)
```

```
        data["时间开销"].append(len(p)-1)
    for p in paths2:
        data["任务列表"].append(p)

    df = pd.DataFrame(data)
    df.to_excel(file_path, index=False)

solve()
```

Problem4.py

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from queue import PriorityQueue
from matplotlib.patches import Circle, RegularPolygon
import itertools
import pandas as pd
import os
def parse_map(map_data):
    lines = map_data.strip().split("\n")
    grid = []
    for line in lines:
        grid.append(line.split())
    return np.array(grid)
def parse_tasks(tasks_data):
    lines = tasks_data.strip().split("\n")
    tasks = []
    tot = 0
    for line in lines:
        start_x, start_y, end_x, end_y = map(int, line.split()
    )
        tot = tot + 1
        tasks.append(((start_x, start_y), (end_x, end_y)))
    return tasks
def parse_agents(agents_data):
    lines = agents_data.strip().split("\n")
```

```
    agent = []
    tot = 0
    for line in lines:
        x, y = map(int, line.split())
        tot = tot + 1
        agent.append((x, y))
    return agent

map_data = """
. . . . . . . . .
. @ . . @ . @ .
. . . . . . . . .
. . . . . . . . .
@ . . . . . . . .
. . . . . . . . .
. . . . @ . . .
. @ . . . . . .
"""
tasks_data = """
1 7 3 3
5 0 7 5
7 4 5 2
4 5 6 7
6 5 0 6
5 2 2 4
0 4 7 2
4 1 1 2
"""
agents_data = """
0 0
7 0
"""
grid = parse_map(map_data)
tasks = parse_tasks(tasks_data)
agents = parse_agents(agents_data)
```

```
60
61  must =[[0,1,2],[]]
62  #must =[[0,1,5],[]]
63  #must =[[],[0,6,7,10,17,23,32,40],[],[1,5,8,20],[]]
64
65  a = [1, 0]
66  #a = [0, 1]
67  #a = [0, 3, 2, 4, 1]
68
69  def heuristic(a, b):
70      return abs(a[0] - b[0]) + abs(a[1] - b[1])
71  def time_a_star_search(grid, start, goal, other_paths, tt = 0)
    :
72      neighbors = [(0, 1), (1, 0), (0, -1), (-1, 0), (0, 0)]
73      close_set = set()
74      came_from = {}
75      gscore = {(start[0], start[1], tt): 0}
76      fscore = {(start[0], start[1], tt): heuristic(start, goal)
    }
77      open_set = PriorityQueue()
78      open_set.put((fscore[(start[0], start[1], tt)], (start[0],
     start[1], tt)))
79      while not open_set.empty():
80          _, current = open_set.get()
81          x, y, t = current
82
83          if (x, y) == goal:
84              path = []
85              while current in came_from:
86                  path.append((current[0], current[1]))
87                  current = came_from[current]
88              path.append((start[0], start[1]))
89              return path[::-1], t  # 返回路径和时间消耗
90
91          close_set.add(current)
```

```
92          for i, j in neighbors:
93              neighbor = x + i, y + j, t + 1
94              if 0 <= neighbor[0] < grid.shape[0] and 0 <=
    neighbor[1] < grid.shape[1]:
95                  if grid[neighbor[0]][neighbor[1]] == '@':
    continue
96
97                  conflict = False
98                  for path in other_paths:
99                      """
100                     if(len(path) == 0):break
101                     if (neighbor[0], neighbor[1]) == goal:
102                         for i in range(0, len(path)):
103                             if(path[i] == goal and i >= t + 1)
    :
104                                 conflict = True
105                                 break
106                     if conflict:
107                         break
108                     """
109                     if len(path) > t + 1 and path[t + 1] == (
    neighbor[0], neighbor[1]):
110                         conflict = True
111                         break
112                     """
113                     if len(path) <= t + 1 and path[-1] == (
    neighbor[0], neighbor[1]):
114                         conflict = True
115                         break
116                     """
117                     if len(path) > t and len(path) > t + 1 and
     path[t] == (neighbor[0], neighbor[1]) and path[t + 1] == (x
    , y):
118                         conflict = True
119                         break
```

```
                if conflict: continue

                tentative_g_score = gscore[current] + 1

                if neighbor in close_set and tentative_g_score >= gscore.get(neighbor, 0): continue

                if tentative_g_score < gscore.get(neighbor, 0) or neighbor not in [i[1] for i in open_set.queue]:
                    came_from[neighbor] = current
                    gscore[neighbor] = tentative_g_score
                    fscore[neighbor] = tentative_g_score + heuristic((neighbor[0], neighbor[1]), goal)
                    open_set.put((fscore[neighbor], neighbor))

    return False, float('inf')

def check(x):
    paths = [[] for _ in range(len(agents))]
    paths2 = [[] for _ in range(len(agents))]
    vis = [0 for _ in range(len(tasks))]
    cnt = 0
    for ii in range(0, len(a)):
        i1 = a[ii]
        agent = agents[i1]
        if cnt == len(tasks): break
        start1 = agent
        start2 = -1
        goal2 = -1
        id = -1
        minw = 100000
        sumt = 0
        other_paths = []
        if ii != 0:
            for i in range(0, ii - 1):
```

```
                other_paths.append(paths[a[i]])

        for i2, task in enumerate(tasks):
            start, goal = task
            if vis[i2]: continue

            flag = False
            for i3 in range(0, len(a)):
                if flag: break
                if i3 == i1: continue
                for i4 in must[i3]:
                    if i4 == i2:
                        flag = True
                        break
            if flag: continue
            path, t = time_a_star_search(grid, start1, start,
other_paths, sumt)
            if minw > t:
                id = i2
                start2 = start
                goal2 = goal
                minw = t
        if goal2 == -1: continue

        path1, t1 = time_a_star_search(grid, start1, start2,
other_paths, sumt)
        path2, t2 = time_a_star_search(grid, start2, goal2,
other_paths, t1)

        if t2 > x: continue

        for p in path1: paths[i1].append((p))
        for p in path2[1:]: paths[i1].append((p))
        paths2[i1].append(path1)
        paths2[i1].append(path2)
```

```
184         vis[id] = 1
185         cnt = cnt + 1
186         sumt = t2
187         start1 = goal2
188         while cnt != len(tasks) and sumt <= x:
189             start2 = -1
190             goal2 = -1
191             id = -1
192             minw = 100000
193 
194             for i2, task in enumerate(tasks):
195                 start, goal = task
196                 if (vis[i2]): continue
197 
198                 flag = False
199                 for i3 in range(0, len(a)):
200                     if flag: break
201                     if i3 == i1: continue
202                     for i4 in must[i3]:
203                         if i4 == i2:
204                             flag = True
205                             break
206                 if flag: continue
207                 path, t = time_a_star_search(grid, start1,
    start, other_paths, sumt)
208                 if minw > t:
209                     id = i2
210                     start2 = start
211                     goal2 = goal
212                     minw = t
213             if goal2 == -1: break
214 
215             path1, t1 = time_a_star_search(grid, start1,
    start2, other_paths, sumt)
216             path2, t2 = time_a_star_search(grid, start2, goal2
```

```
   , other_paths, t1)
            if t2 > x: break
            for p in path1[1:]: paths[i1].append((p))
            for p in path2[1:]: paths[i1].append((p))
            paths2[i1].append(path1)
            paths2[i1].append(path2)
            vis[id] = 1
            cnt = cnt + 1
            sumt = t2
            start1 = goal2

    flag = False
    if cnt == len(tasks): flag = True

    return flag, paths, paths2
def solve():
    l = 0
    r = 1250
    while(l < r):
        mid = (l + r) // 2
        print(mid)
        flag, paths, paths2 = check(mid)
        if flag: r = mid
        else: l = mid + 1
    flag, paths, paths2 = check(l)

    print(l)
    for i, p in enumerate(paths): print(len(p) - 1, i + 1, p)
    for p in paths2:
        print(len(p))
        for pp in p: print(pp)

    file_path = "results_第四问 8.xlsx"
    if os.path.exists(file_path):
        with open(file_path, 'w') as file:
```

```
            pass

    data = {
        "机器人编号": [],
        "位置列表": [],
        "任务列表": [],
        "时间开销": []
    }

    for i, p in enumerate(paths, 1):
        data["机器人编号"].append(i)
        data["位置列表"].append(p)
        data["时间开销"].append(len(p)-1)
    for p in paths2:
        data["任务列表"].append(p)

    df = pd.DataFrame(data)
    df.to_excel(file_path, index=False)

solve()
```