

泳池水质安全控制问题

为了确保游泳者的身体健康，游泳馆除了设施完整、配备齐全之外，泳池的水质安全格外重要，务必对池水定期检测和消毒。当前常用的依然是氯消毒方法，使用一种以三氯异氰尿酸（化学式 $C_3N_3O_3Cl_3$ ，俗称强氯精，简称 TCCA）为主要成分的消毒剂，专用加氯设备在需要时通过多个加药泵同时注入泳池，由于药水浓度较大但体积小，故不需要将泳池的水排出即可完成“加氯”消毒工作。

根据相关标准规定，游泳池的余氯标准一般为 0.3-0.6mg/L。这个范围是经过科学研究和实践经验总结得出的，既能够保证游泳池水的清洁卫生，又不会对人体健康造成危害。余氯低于 0.3mg/L 时，可能导致水质不清洁，容易滋生细菌和藻类，对游泳者的健康造成威胁；而余氯超过 0.6mg/L 时，可能对皮肤和黏膜产生刺激，引起不适感。因此，泳池水质安全控制问题成为管理者关注焦点。

杭州电子科技大学游泳馆投入使用近两年，为了在开学季能更好地服务师生，泳池通过适时加氯使水质长期保持在安全范围内尤为重要。请你们团队完成以下几个问题：

问题 1 杭电游泳馆常温（池水温度为 25℃）闭馆维护时，统计检测发现池水的余氯浓度从 0.6mg/L 降到 0.3mg/L 平均用时为 1 个小时 30 分钟。为了保证池中水质不变坏，至少要让余氯浓度不得低于 0.05mg/L（即跟自来水的余氯标准相当），不然就需要通过适当加氯来保障水质。通常游泳馆在晚上做泳池深度维护，晚上 10 点快速加氯使得池水初始余氯浓度为 0.6mg/L，水温基本保持在常温状态，请通过合理建模来确定池水需要再次加氯的时刻。

问题 2 在泳池有游泳者情况下，池水因游泳活动加上皮肤代谢产物、汗液等势必加速池中余氯衰减。附件 1 统计了水温是常温情况下游泳人数和 0.5 小时对应的池中余氯值数据。为确保水质适合安全游泳，当余氯浓度小于 0.3mg/L 时须立即开启加药泵，使得余氯量快速增至 0.6mg/L 时关闭（加氯耗时忽略不计），当浓度再次降到 0.3mg/L 时又开始加氯，如此反复操作确保池水余氯浓度保持在 0.3mg/L-0.6mg/L 之间。请根据附件 1 数据进行建模分析人数对余氯浓度的影响，进一步确定泳池常温下 255 人游泳（初始余氯 0.6mg/L）的第一次加氯时间。

问题 3 已知杭电游泳馆营业时间为一天四场：上午 9:00-11:00，下午 12:00-14:00 和 15:00-17:00，晚上 18:00-21:00。附件 2 中给出了游泳馆统计的平均在池游泳人数。假定当天上午 9 点池中余氯浓度为 0.6mg/L，请在问题 2 分析的基础上，构建合适模型给出 9 点到 21 点这段时间内的加氯次数（忽略每次加氯耗时），并求出该时段泳池中余氯浓度值变化曲线。

问题 4 考虑到馆内气温影响到池水温度，并对池中余氯值有着直接影响，统计获得一个指数倍的经验关系，即余氯变化率跟余氯浓度的 $10^{\frac{T_{\text{水}}-25}{5}}$ 倍成正比例关系（ $T_{\text{水}}$ 表示池水温度）。通过对杭电开学季的气温预测，分析杭电游泳馆池水余氯值受当天水温变化的影响，从而给出加氯时间节点以保障水质安全。假设杭电游泳馆在开学季内不开空调调温，且馆内气温比室外气温平均低了 3℃。

第一个任务，请你们根据收集的气温数据，预测出我校开学报到的前三天（即 2024 年 9 月 8 日-10 日）杭电校园气温和馆内气温，进一步给出游泳馆的池水温度变化规律，并绘出 72 小时的杭电游泳馆池水温度的变化曲线。请将预测得到的每天池水最高温度和最低温度，以及 10 点，12 点，14 点，16 点和 20 点的池水温度值填入下表（表 1）。

表 1 杭电游泳馆三天相应的池水温度预测值

	2024 年 9 月 8 日	2024 年 9 月 9 日	2024 年 9 月 10 日
最高温度			
最低温度			
上午 10:00			
中午 12:00			
下午 14:00			
下午 16:00			
晚上 20:00			

第二个任务，不考虑泳池人数影响的情况下，充分考虑水温变化对池水余氯影响，为保障游泳水质安全，请建模求解给出 2024 年 9 月 9 日上午 9 点到晚上 21 点的加氯次数（忽略每次加氯耗时），总假定早上 9 点池中余氯浓度 0.6mg/L，并求出该时段泳池中余氯浓度值变化曲线。

问题 5 综合考虑馆内池水温度变化以及泳池人数变动对余氯值的影响，为保证泳池水质始终安全（一直控制在 0.3-0.6mg/L 范围内），请结合前面的分析并通过合适建模方法，给出 2024 年 9 月 9 日四个开放时段内的入场人数的控制优化方案，让更多杭电人能进场体验杭电游泳馆的舒适和清凉。

附注：

1. 池中水温在夏秋季节一般比馆内气温低 1.5~2.5℃，在馆内气温很高时（35℃及以上）池水温度会低 3.5~4℃。
2. 根据规定游泳池要保证人均 3.5 平方米，故杭电游泳馆的池面饱和人数约 520 人。