上三角压缩矩阵下标转换

2017211123 褚逸豪

2018年4月3日

1 整数元组坐标到单个整数的映射

设A为n阶方阵, $b[k]=a_{i,j}$,由等差数列相关知识,易得(i,j)到k的映射关系:

$$\begin{split} k &= f(i,j) = \frac{[n+(n-i+2)](i-1)}{2} + j - i + 1; \\ &= \frac{(2n-i+2)(i-1)}{2} + j - i + 1; \\ &= \frac{2ni - i^2 + 2i - 2n + i - 2}{2} + j - i + 1; \\ &= \frac{-i^2 + (2n+3)i - 2n - 2}{2} - i + j + 1; \\ &= \frac{-i^2 + (2n+1)i}{2} + j - n. \end{split}$$

令 $k = f_1(i) + f_2(j) + c$,则有:

$$f_1(i) = \frac{-i^2 + (2n+1)i}{2}$$
$$f_2(j) = j$$
$$c = -n$$