

1234 的可能合法出栈序列

2017211123 褚逸豪

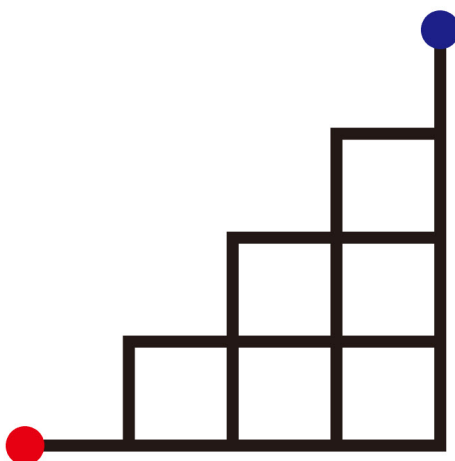
2018 年 3 月 26 日

1 多少种解?

显然，通过组合数学相关知识，我们知道答案是 C_4 ，即

$$\frac{1}{5} \binom{8}{4} = 14$$

我们亦可通过递推的方式进行解算：



将向右移动看作入栈，向上移动看作出栈，则答案应为从红点到蓝点的有效路径条数
易得递推式：

$$f_{x,y} = f_{x-1,y}[x > y] + f_{x,y-1}[y \geq 1]$$

初始条件

$$f_{1,1} = 1$$

2 解都有哪些?

我们可以根据以上的那张图求出全部的合法出栈序列，例如路径 $(1,1) \rightarrow (1,2) \rightarrow (1,3) \rightarrow (1,4) \rightarrow (2,4) \rightarrow (3,4) \rightarrow (4,4)$ 对应的出栈序列是 “4 3 2 1”
所有出栈序列如下

4 3 2 1
3 4 2 1
3 2 4 1
3 2 1 4
2 4 3 1
2 3 4 1
2 3 1 4

2 1 4 3
2 1 3 4
1 4 3 2
1 3 4 2
1 3 2 4
1 2 4 3
1 2 3 4