

树相关问题

2017211123 褚逸豪

2018 年 4 月 16 日

1 满 k 叉树相关问题

一棵满 k 叉树按层次顺序从1开始对全部结点编号，若所求结点存在，则有以下问题

1.1 各层结点的数目为多少

第 i 层有 k^{i-1} 个结点

1.2 编号为 n 的结点的父结点的编号是多少

设编号为 n 的结点的父结点的编号为 $f(n)$ ，则有

$$f(n) = \left\lfloor \frac{n-1}{k} \right\rfloor + 1$$

1.3 结点 n 的第 i 个儿子的编号是多少

设编号为 n 的结点的第 i 个儿子的编号为 $g(n, i)$ ，则有

$$g(n, i) = (n-1)k + i + 1$$

1.4 结点 n 有右兄弟的条件是什么

显然需要满足以下条件

$$n \not\equiv 1 \pmod{k}$$

2 度为 m 的树的相关问题

已知一棵度为 m 的树中有 n_i 个度为 i 的结点，则有以下问题

2.1 该树有多少个叶子节点

显然答案为 n_0 ，考虑如何通过其他的 n_i 求得 n_0 ，有如下推理过程
设该树有 B 条边，有 n 个结点

$$n = n_0 + \sum_{k=1}^m n_k;$$

$$B = \sum_{k=1}^m kn_k.$$

由树的性质，可知 $n = B + 1$ ，即 $n_0 + \sum_{k=1}^m n_k = \sum_{k=1}^m kn_k + 1$ ，则有

$$n_0 = \sum_{k=1}^m (k-1)n_k + 1$$