

# NOI2016模拟赛

by Stilwell & SkyDec

2016 年 6 月

题目名称	哈夫曼树	线段树	接水问题
目录	huffman	segment	water
可执行文件名	huffman	segment	water
输入文件名	huffman.in	segment.in	water.in
输出文件名	huffman.out	segment.out	water.out
每个测试点时限	1秒	1秒	2秒
内存限制	512MB	512MB	1024MB
测试点数量	10	20	20
每个测试点分值	10	5	5
是否有部分分	否	否	否
题目类型	传统型	传统型	传统型

提交源程序须加后缀

对于 C++ 语言	huffman.cpp	segment.cpp	water.cpp
对于 C 语言	huffman.c	segment.c	water.c
对于 Pascal 语言	huffman.pas	segment.pas	water.pas

## 哈夫曼树

### 【问题描述】

有这样一个经典问题：

- 给出一个长度为 $n$ 的非负整数数组 $a$ 。
- 每次可以选择数组中两个不同位置的数 $a_i, a_j (i \neq j)$ ，将它们删除，然后再向数组中加入一个新的元素，值为 $a_i + a_j$ 。
- 这样一次操作产生的代价是这个新元素的值，即 $a_i + a_j$ 。
- 例如当前数组中的数为 $a = \{1, 1, 3, 1\}$ ，选择 $a_1 = 1, a_4 = 1$ 进行操作后，数组变为 $\{1, 3, 2\}$ ，代价为2。
- 一共会进行 $n - 1$ 次操作，要求最小化代价之和。

这道题可以用经典的哈夫曼树算法解决，然而小 $D$ 正在NOI考场上，根本不会哈夫曼树，他决定凭信仰出奇迹。

小 $D$ 每次选数都是随机选两个数，随机规则为：

- 假如有三个数 $x, y, z$ ，可能有相等的数，但是不影响选取。
- 小 $D$ 会等概率选取 $(x, y)(x, z)(y, z)$ 中的一对。

现在小 $D$ 想知道他的程序的期望输出。

设期望输出为 $ans$ ，为了避免精度误差，你只需要输出下述式子在模 $10^9 + 7$ 域下的值。

$$ans \times \prod_{i=2}^n \frac{i(i-1)}{2}$$

**【输入格式】**

从文件 `huffman.in` 中读入数据。

第一行一个正整数  $n$ 。

第二行  $n$  个非负整数  $a_i$ 。

**【输出格式】**

输出到文件 `huffman.out` 中。

输出一个数表示答案。

**【样例输入】**

5

1 2 2 3 3

**【样例输出】**

5082

**【数据规模】**

对于20%的数据， $n \leq 5$ 。

对于另10%的数据，数组  $a$  中最多只有5个正整数。

对于另10%的数据，数组  $a$  中的数全部相同。

对于另30%的数据， $n \leq 10^3$ 。

对于100%的数据， $2 \leq n \leq 10^5$ ， $0 \leq a_i \leq 1000$ 。

## 线段树

### 【问题描述】

小 $D$ 写完了随机哈夫曼树，凭信仰开始补觉，想起了在ZJOI见过的一个模型：

- 给出一个长度为 $n$ 的数组 $a$ ， $1 \sim n$ 标号。
- $m$ 个操作，每个操作有两个参数 $l_i, r_i$ ，表示将区间 $[l_i, r_i]$ 中的所有数修改为这个区间的最大值。

这个问题可以简单地用线段树来完成，现在小 $D$ 将这个问题扩展了一下。

给出一个长度为 $n$ 的初始数组 $a$ ，以及 $m$ 个操作，需要维护：

- 求依次进行编号为 $[L, R]$ 的这一段操作后 $a_k$ 的值。这些询问互相独立，即可以理解为“假如进行这一段操作后， $a_k$ 的值会变成多少”。
- 将 $a_u$ 的值修改为 $v$ ，即修改初始数组，这次修改会影响它之后的所有询问。

可以参考输入格式来帮助理解题意。

### 【输入格式】

从文件 `segment.in` 中读入数据。

第一行，三个正整数 $n, m, q$ ，表示数组长度，操作数和询问数。

第二行， $n$ 个正整数 $a_i$ 。

接下来 $m$ 行，每行两个正整数 $l_i, r_i$ ，描述一个操作。

接下来 $q$ 行，每行描述一次询问或一次初始数组的修改，格式如下：

- $1\ u\ v$ ，将 $a_u$ 的值修改为 $v$ 。
- $2\ L\ R\ k$ ，询问假如进行编号为 $[L, R]$ 的这一段操作后 $a_k$ 的值。

### 【输出格式】

输出到文件 segment.out 中。

对于每次询问输出一行一个正整数，表示“假如进行编号为 $[L, R]$ 的这一段操作后 $a_k$ 的值”。

### 【样例输入】

```
5 3 6
5 3 1 4 2
2 3
3 4
1 5
2 1 2 3
1 4 5
2 1 2 3
1 4 4
1 1 4
2 1 3 1
```

**【样例输出】**

4

5

4

**【数据规模】**

对于10%的数据， $n, m, q \leq 100$ 。

对于30%的数据， $n, m, q \leq 10000$ 。

对于另20%的数据，询问时 $L = 1$ 。

对于80%的数据， $n, m, q \leq 50000$ （包含前一档 $L = 1$ ）。

对于100%的数据， $n, m, q \leq 10^5$ ， $1 \leq a_i, v \leq 10^5$ 。

## 接水问题

### 【问题描述】

小 $D$ 一觉醒来，惊讶地发现试题纸背面还有一题。

- 给出 $N$ 个数 $A_i$ 。
- 求一个 $1 \sim N$ 的排列 $P$ ，最小化 $\sum_{i=1}^N A_i P_i$ 。

这看上去是一道普及组题，但无趣的出题人打算让选手求出前 $k$ 优解。

假如两个排列 $P, P'$ 中，存在至少一个 $i \in [1, N]$ 满足 $P_i \neq P'_i$ ，那么排列 $P, P'$ 被认为是不同的。

现在你需要求出前 $k$ 优解中 $\sum_{i=1}^N A_i P_i$ 的值。

### 【输入格式】

从文件 `water.in` 中读入数据。

第一行，两个正整数 $N, k$ 。

接下来 $N$ 行，每行一个整数 $A_i$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 `water.out` 中。

依次输出 $k$ 行，表示前 $k$ 优解的值。



**【样例输入1】**

3 5

2

3

3

**【样例输出1】**

15

15

16

16

17

**【样例输入2】**

6 9

5

4

3

2

1

233

**【样例输出2】**

283

284

284

284

284

285

285

285

286

**【数据规模】**

对于10%的数据， $k = 1$ 。

对于20%的数据， $k \leq 2$ 。

对于40%的数据， $N, k \leq 100$ 。

对于60%的数据， $k \leq 1000$ 。

对于80%的数据， $N \leq 1000$ ， $k \leq 20000$ 。

对于100%的数据， $N, k \leq 10^5$ ， $k \leq N!$ ， $0 \leq A_i \leq 10^8$ 。

数据有一定梯度。