模拟题题解

谷晟

1 K 小数查询

这题因为有区间加操作,直接用数据结构难以维护区间 K 小值。但是可以用分块解决此题。最简单的方法是每个块维护原块和排序后的块,询问时二分答案,复杂度 $O(N\log N\sqrt{N\log N})$ 。也可用分块套线段树,复杂度 $O(N\log N\sqrt{N})$,但常数较大。本题数据范围对于分块题来说较大,时间较长,是为了区分分块和暴力。

2 不是回文串

这题需要对字符串的所有本质不同的子串及其出现次数进行统计,一种比较简单的方法是使用后缀自动机。后缀自动机的每个节点代表"右端点出现位置的集合"(即定义中的 Right 集)相同的一类子串,并且可以很方便地统计每类子串的出现次数,借助这些信息即可解决本题。

3 线性代数与逻辑

本题¹题面较为复杂,应先通读题面,尝试简化条件。限制 $A \to X = \neg O$,等价于如果 Ai,j=1,则要求 Xi,j=1,即 $y_i \neq y_j$ 。相当于把 N 个元素分成两类,其中某几对元素不能放在一起(类似于 NOIP 题目《关押罪犯》),可以使用 friend-enemy 并查集来维护可行性。

再考虑要求最优化的条件: $X \to A$ 中 0 尽量多,即要求向量 y 中 0 的个数和 1 的个数(两类元素个数)的乘积最大。通过并查集一般不能将 N 个元素恰好分为两类,而是分成了若干对互斥的集合。此时可以考虑 DP,设 $F_{i,C0,C1}$ 表示考虑到第 i 对互斥集合,0 的个数为 C0,1 的个数为 C1 是否可行。由于对于所有有效状态,i,C0,C1 中一旦确定两者则剩下一者唯一,所以复杂度是 $O(N^2)$ 的。

¹本题由 Codechef ANICOMP 改编。