1.Round

N 特别小时状压 DP 即可。

为每个点赋一个权值 Val[i]，其值为所有与其关联的边的权值和（重边需重复计算，自环则贡献两倍权值）。并记先手占有的点的 Val 和为 First，后手占有的点的 Val 和为 Second。

考察 First - Second，若一条边的两端为不同的人占据，则这条边的权值恰好在相减时抵消，否则这条边的权值会在 First 或 Second 中计算两次。也就是说，我们的原问题完全等价于最大化(First - Second) / 2。

把所有点的 Val 按降序排序，显然无论先后手，每步决策时都会选择 Val 最大的点——这样既可以最大可能增加自己、也可以尽可能削弱对方。那么我们就只需要每次修改后维护 Val，对其降序排序后，奇数项加到 First 中、偶数项加到 Second 中，相减除以 2 得答案。直接模拟本过程可得到 45 分。时间复杂度 $O(N^2)$。

注意到在这个有序序列中，我们每步修改都只相当于把 Val 发生更改的点删除，把修改后的点插入。这显然可以用数据结构来实现，并支持维护奇数项减偶数项就可以迅速出解。

对于离线情况，我们事先计算好一个点所有可能的 Val（对于所有点而言，不同的情况种数和是 O(N + Q)的），按降序用一棵线段树组织起来，每次支持停用旧点和启用新点，并维护区间中当前存在的点数及奇数项减偶数项的结果；对于在线情况，则换用 Treap 与 Splay 等等来直接实现插入与删除。注意在结点的 update 时需分左孩子 Size

奇偶情况讨论。事实上 0、1 两种操作并没有本质差别。

时间复杂度：O(QlogN)。

2.Canal

不难发现，第二维坐标最小的红点一定对应第二维坐标最小的蓝点，次小的、第三小的……均一一对应，否则线路必然会有交叉或者根本无法修建。

利用这个条件简便计数，n、m 足够小时搜索解决；n * C(m + 1, p)不大时，状压 DP。

若每一个蓝点第二维坐标均比所对应的下一个红点第二维坐标小，此时线路能否交叉将不影响答案，只需要分别计算对应红蓝点间线路条数并相乘。

下面我们讨论在给定一对红蓝点之间有多少条线路。

(1)不存在障碍点，显然条数为 $C(\Delta x + \Delta y, \Delta x)$，$\Delta x$、$\Delta y$ 分别为第一、二维坐标差值；

(2)存在障碍点，由于整张图是有向无环图，我们可以把红点、蓝点及它们构成的矩形框中存在的紫点拓扑排序。记 F[i]表示从红点到第 i 个关键点（可能是紫点或蓝点），中间不经过紫点的方案数，这可以应用容斥 $O(q^2)$的解决。

对每对红蓝点间均应用上述过程，即得一个 $O(pq^2)$的算法解决不考虑交叉的问题。

回到原问题，这里我们需要利用 Lindström－Gessel－Viennot 引

理：

https://en.wikipedia.org/wiki/Lindstr%C3%B6m%E2%80%93Gessel%E2%80%93Viennot_lemma

记第 i 个红点到第 j 个蓝点间的路径条数为 Ways[i][j]，已知 i、j 只有一种配对情况可能没有交叉。i 按升序取 1 到 p，对应顺序写下 j 序列，只要 j 序列的逆序对为偶数，通过该引理直接给出：将 Ways[i][j] 所对应的 p * p 矩阵改写为行列式，其行列式的值恰等于我们要求的答案。

事实上，这一引理的结论在 p 很小时的特殊情况很容易用打表发现。$O(pq^2)$的预处理出 Ways 数组，$O(p!)$的按定义求行列式可以得到 70 分，$O(p^3)$高斯消元则能拿到满分。

时间复杂度：$O(pq^2 + p^3)$。

3.Aerolite

所求即圆的并和凸包求交后的面积，凸包已经求好但顺序不定，故先按极角对凸包排序。

利用几何概型，随机撒点可拿到前 10 分。

求平面图形面积，容易想到积分。由于该积分横向分段、纵向分节，函数图形或线段或圆弧，十分难求，我们尝试使用 Simpson 自适应积分来解决。那么问题的关键就是如何计算 x = x0 的直线截所求区域的长度（即被积函数 F(x)）。

法一：对于每一个 x，我们遍历一遍所有的凸包线段和每一个圆，

贪心求出圆在该点的线段并，再与凸包所给出的上下界求交。期望得分：30 分。

法二：不难看出，法一中存在大量的冗余计算。能与 x = x0 有交的线段或圆的数量十分有限，而题中所给出的坐标及半径均为整数。我们可以开出二维数组，分别记录有哪些圆能影响到[i, i + 1)（i 为整数）的坐标范围；同理记录坐标在[i, i + 1)范围的凸包上下线段。那么对于某一个 x，我们对其向下取整后（注意负数情况）直接查表就能避免多余的计算了。期望得分：50 分。

辛普森积分复杂度过于玄学，当 N、M 很大时速度较慢。换个角度思考，首先根据容斥原理，所求面积 = 凸包面积 + 圆的并面积 - 凸包与所有圆的并的面积。凸包面积是计算几何初级问题，后两者我们分别计算，其中每一个面积都可以改写成二重积分的形式：

$S=\iint_D dxdy$，D 为我们求面积的区域。

用格林公式（https://en.wikipedia.org/wiki/Green%27s_theorem），将问题从上述二重积分再变为下列第二型曲线积分：

$\frac{1}{2}\oint_L (xdy-ydx)$，L 为我们求面积的区域的边界线。这正是我们平时求凸包面积所使用的叉乘法对于曲线的推广。无论图形如何，只要我们遍历边界时，始终保持所求区域在前进方向的左手边，上述积分所求结果就是所求区域的正向面积。当边界线不连续时，应对每一段边界都进行这样的积分并求和。

现在我们的目标即得到所求区域的边界。

(1)对于凸包的每条线段，设其起点的位置向量为 **S**，终点减起点

的向量为 **V**。它最后在边界线上的区域一定可以写成若干个有序对(L_i, R_i)，表示 **S** + L_i**V** 到 **S** + R_i**V** 对应的有向线段在边界线上。这样的有序对所贡献的积分可以直接转化成 **S** + L_i**V** 与(R_i - L_i)**V** 构成的带符号面积。

(2)对于每一个圆，设其圆心坐标(x_0, y_0)，半径 r，它最后在边界线上的区域也一定可以写成若干个有序对(L_i, R_i)，表示极角在(L_i, R_i)的圆弧最后在边界线上出现。这里就必须使用积分计算了：

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\int_{L_i}^{R_i}(xdy - ydx) \\ x = x_0 + r\cos\theta \\ y = y_0 + r\sin\theta \end{cases}$$

，得到的原函数为 $rx_0\sin\theta - ry_0\cos\theta + r^2\theta$，代入上下界得贡献。

圆对圆、圆对线段都是遮盖作用，求其并即可得影响；特殊的地方是线段对圆，只有在逆时针遍历凸包时右手边的圆的部分，才有可能在边界线里出现。以上几种情况分别需要解圆与圆求交点以及圆与线段求交点的问题，无需解方程，利用向量可以方便的算出。

时间复杂度上界：O(M(N + M)log(N + M))。