题解

Scape

杭州第二中学

June 1x, 2016

Subtask1

Subtask1

- 直接枚举选取哪些点

Subtask1

- 直接枚举选取哪些点
- 时间复杂度 $O(k\binom{n}{k})$

Subtask2

Subtask2

- 因为是在单位圆上, 所以它的答案肯定是一系列 sin 函数的和

Subtask2

- 因为是在单位圆上, 所以它的答案肯定是一系列 sin 函数的和
- 首先把所有点排序, 枚举起点。

Subtask2

- 因为是在单位圆上, 所以它的答案肯定是一系列 sin 函数的和
- 首先把所有点排序, 枚举起点。
- 考虑 dp, 令 $f[i,j]$ 表示到 i 为止用了 j 段的最大答案

Subtask2

- 因为是在单位圆上, 所以它的答案肯定是一系列 sin 函数的和
- 首先把所有点排序, 枚举起点。
- 考虑 dp, 令 $f[i,j]$ 表示到 i 为止用了 j 段的最大答案
- $f[i,j] = min\left(f[k][j-1] + sin\left(Ang_{i,k}\right)\right)$,$Ang_{i,k}$ 表示 i,k 之间的夹角

Subtask2

- 因为是在单位圆上, 所以它的答案肯定是一系列 sin 函数的和
- 首先把所有点排序, 枚举起点。
- 考虑 dp, 令 $f[i,j]$ 表示到 i 为止用了 j 段的最大答案
- $f[i,j] = min\left(f[k]\left[j-1\right] + sin\left(Ang_{i,k}\right)\right)$,$Ang_{i,k}$ 表示 i,k 之间的夹角
- 时间复杂度 $O(n^4)$

Subtask2

Subtask2

- 考虑这个 dp 的一些性质

Subtask2

- 考虑这个 dp 的一些性质
- 我们来证明这个 dp 具有决策单调性

Subtask2

- 考虑这个 dp 的一些性质
- 我们来证明这个 dp 具有决策单调性
- 设 $f[i][p]$ 的决策点是 j, 那么可得

Subtask2

- 考虑这个 dp 的一些性质
- 我们来证明这个 dp 具有决策单调性
- 设 $f[i][p]$ 的决策点是 j, 那么可得
- $\forall k < j$

Subtask2

- 考虑这个 dp 的一些性质
- 我们来证明这个 dp 具有决策单调性
- 设 $f[i][p]$ 的决策点是 j, 那么可得
- $\forall k < j$
- $f[j][p-1] + sin(Ang_{j,i}) > f[k][p-1] + sin(Ang_{k,j} + Ang_{j,i})$

Subtask2

Subtask2

- 设 $c_1 = Ang_{i,i+1}, c_2 = Ang_{j,i}, c_3 = Ang_{k,j}$

Subtask2

- 设 $c_1 = Ang_{i,i+1}, c_2 = Ang_{j,i}, c_3 = Ang_{k,j}$
- 那原式即为 $sin(c_2) - sin(c_1 + c_2) > f(k, p-1) - f(j, p-1)$

Subtask2

- 设 $c_1 = Ang_{i,i+1}, c_2 = Ang_{j,i}, c_3 = Ang_{k,j}$
- 那原式即为 $sin(c_2) - sin(c_1 + c_2) > f(k, p-1) - f(j, p-1)$
- 我们来证明 $sin(c_1 + c_2) - sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) - sin(c_2 + c_3)$

Subtask2

- 设 $c_1 = Ang_{i,i+1}, c_2 = Ang_{j,i}, c_3 = Ang_{k,j}$
- 那原式即为 $sin(c_2) - sin(c_1 + c_2) > f(k, p - 1) - f(j, p - 1)$
- 我们来证明 $sin(c_1 + c_2) - sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) - sin(c_2 + c_3)$
- 即 $sin(c_1 + c_2) - sin(c_2) > sin(c_1 + c_2 + c_3) - sin(c_2 + c_3)$

Subtask2

- 设 $c_1 = Ang_{i,i+1}, c_2 = Ang_{j,i}, c_3 = Ang_{k,j}$
- 那原式即为 $sin(c_2) - sin(c_1 + c_2) > f(k, p-1) - f(j, p-1)$
- 我们来证明 $sin(c_1 + c_2) - sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) - sin(c_2 + c_3)$
- 即 $sin(c_1 + c_2) - sin(c_2) > sin(c_1 + c_2 + c_3) - sin(c_2 + c_3)$
- 和差化积移项整理可得

Subtask2

- 设 $c_1 = Ang_{i,i+1}, c_2 = Ang_{j,i}, c_3 = Ang_{k,j}$
- 那原式即为 $sin(c_2) - sin(c_1 + c_2) > f(k, p-1) - f(j, p-1)$
- 我们来证明
  $sin(c_1 + c_2) - sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) - sin(c_2 + c_3)$
- 即 $sin(c_1 + c_2) - sin(c_2) > sin(c_1 + c_2 + c_3) - sin(c_2 + c_3)$
- 和差化积移项整理可得
- $2sin(\frac{c_1}{2})[cos(c_2 + \frac{c_1}{2}) - cos(c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2})] > 0$

Subtask2

Subtask2

- 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$

Subtask2

- 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$
- 那么由 cos 性质可得上式成立

Subtask2

- 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$
- 那么由 cos 性质可得上式成立
- 即 $sin(c_1 + c_2) - sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) - sin(c_2 + c_3) > f(k, p-1) - f(j, p-1)$

Subtask2

- 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$
- 那么由 cos 性质可得上式成立
- 即 $sin(c_1 + c_2) - sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) - sin(c_2 + c_3) > f(k, p-1) - f(j, p-1)$
- 即 $f(j, p-1) + sin(c_1 + c_2) > f(k, p-1) + sin(c_1 + c_2 + c_3)$

Subtask2

- 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$
- 那么由 cos 性质可得上式成立
- 即 $sin(c_1 + c_2) - sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) - sin(c_2 + c_3) > f(k, p-1) - f(j, p-1)$
- 即 $f(j, p-1) + sin(c_1 + c_2) > f(k, p-1) + sin(c_1 + c_2 + c_3)$
- 证毕

Subtask2

- 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$
- 那么由 cos 性质可得上式成立
- 即 $sin(c_1 + c_2) - sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) - sin(c_2 + c_3) > f(k, p-1) - f(j, p-1)$
- 即 $f(j, p-1) + sin(c_1 + c_2) > f(k, p-1) + sin(c_1 + c_2 + c_3)$
- 证毕
- 然后用常见方法转移即可, 时间复杂度 $O(n^3 logn)$

Subtask3

Subtask3

- 我们可以选择随机 n/k 次起点进行 dp

Subtask3

- 我们可以选择随机 n/k 次起点进行 dp
- 单组数据正确率约为 0.993

后记

后记

- 其实这题有一个更优美的不是随机化的做法

后记

- 其实这题有一个更优美的不是随机化的做法
- 本来标算是这个解法, 并且随机化我只放了 65 分

后记

- 其实这题有一个更优美的不是随机化的做法
- 本来标算是这个解法, 并且随机化我只放了 65 分
- 但是前几场考试大家 T1 似乎都很简单, 所以我就降低了这题难度

后记

- 其实这题有一个更优美的不是随机化的做法
- 本来标算是这个解法, 并且随机化我只放了 65 分
- 但是前几场考试大家 T1 似乎都很简单, 所以我就降低了这题难度
- 详细那题做法可见 $std_2.cpp$