题解

Scape

杭州第二中学

June 1x, 2016

▶ 直接枚举选取哪些点

Scape 題解 June 1x, 2016 2/7

- ▶ 直接枚举选取哪些点
- ▶ 时间复杂度 $O(k \binom{n}{k})$

4 D > 4 B > 4 E > 4 E > 9 Q C



题解

► 因为是在单位圆上, 所以它的答案肯定是一系列 *sin* 函数的和

- ► 因为是在单位圆上, 所以它的答案肯定是一系列 *sin* 函数的 和
- ▶ 首先把所有点排序, 枚举起点。

4 D > 4 B > 4 E > 4 E > 9 Q C

 Scape
 题解
 June 1x, 2016
 3 / 7

- ► 因为是在单位圆上, 所以它的答案肯定是一系列 *sin* 函数的和
- ▶ 首先把所有点排序, 枚举起点。
- ▶ 考虑 dp, 令 f[i,j] 表示到 i 为止用了 j 段的最大答案

 Scape
 题解
 June 1x, 2016
 3 / 7

- ► 因为是在单位圆上, 所以它的答案肯定是一系列 *sin* 函数的和
- ▶ 首先把所有点排序, 枚举起点。
- ▶ 考虑 dp, 令 f[i,j] 表示到 i 为止用了 j 段的最大答案
- ▶ $f[i,j] = min(f[k][j-1] + sin(Ang_{i,k})), Ang_{i,k}$ 表示 i,k 之间的夹角

 Scape
 题解
 June 1x, 2016
 3 / 7

- ► 因为是在单位圆上, 所以它的答案肯定是一系列 *sin* 函数的和
- ▶ 首先把所有点排序, 枚举起点。
- ▶ 考虑 dp, 令 f[i,j] 表示到 i 为止用了 j 段的最大答案
- ▶ $f[i,j] = min(f[k][j-1] + sin(Ang_{i,k}))$, $Ang_{i,k}$ 表示 i,k 之间的夹角
- ▶ 时间复杂度 O(n⁴)



${\sf Subtask2}$

▶ 考虑这个 dp 的一些性质

Scape 题解 June 1x, 2016 4 / 7

- ▶ 考虑这个 dp 的一些性质
- ▶ 我们来证明这个 dp 具有决策单调性

4 D > 4 B > 4 E > E 9 9 C

Scape 题解 June 1x, 2016 4 / 7

- ▶ 考虑这个 dp 的一些性质
- ▶ 我们来证明这个 dp 具有决策单调性
- ▶ 设 f[i][p] 的决策点是 j, 那么可得

 Scape
 题解
 June 1x, 2016
 4 / 7

- ▶ 考虑这个 dp 的一些性质
- ▶ 我们来证明这个 dp 具有决策单调性
- ▶ 设 f[i][p] 的决策点是 j, 那么可得
- ▶ ∀k < j</p>

 Scape
 题解
 June 1x, 2016
 4 / 7

- ▶ 考虑这个 dp 的一些性质
- ▶ 我们来证明这个 dp 具有决策单调性
- ▶ 设 f[i][p] 的决策点是 j, 那么可得
- $\blacktriangleright \ \forall k < i$
- $ightharpoonup f[j][p-1] + sin(Ang_{i,j}) > f[k][p-1] + sin(Ang_{k,j} + Ang_{i,j})$

颞解 June 1x, 2016 4 / 7



4 □ ▶ 4 ∰ ▶ 4 ∰ ▶ 4 ∰ ▶ ☐ ♥ ○ ○ ○ ☐ June 1x, 2016 5 / 7

题解 June 1x, 2016

- ▶ 那原式即为 $sin(c_2) sin(c_1 + c_2) > f(k, p 1) f(j, p 1)$

4 D > 4 D > 4 E > 4 E > E 990

5 / 7

Scape 题解 June 1x, 2016

- ▶ 那原式即为 $sin(c_2) sin(c_1 + c_2) > f(k, p 1) f(j, p 1)$
- ▶ 我们来证明 $sin(c_1 + c_2) sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) sin(c_2 + c_3)$

- ▶ 那原式即为 $sin(c_2) sin(c_1 + c_2) > f(k, p 1) f(j, p 1)$
- ▶ 我们来证明 $sin(c_1 + c_2) sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) sin(c_2 + c_3)$

 Scape
 题解
 June 1x, 2016
 5 / 7

- ▶ 那原式即为 $sin(c_2) sin(c_1 + c_2) > f(k, p 1) f(j, p 1)$
- ▶ 我们来证明 $sin(c_1 + c_2) sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) sin(c_2 + c_3)$
- ▶ 和差化积移项整理可得

Scape 題解 June 1x, 2016 5 / 7

- ▶ 那原式即为 $sin(c_2) sin(c_1 + c_2) > f(k, p 1) f(j, p 1)$
- ▶ 我们来证明 $sin(c_1 + c_2) sin(c_1 + c_2 + c_3) > sin(c_2) sin(c_2 + c_3)$
- ▶ 和差化积移项整理可得
- ▶ $2\sin(\frac{c_1}{2})[\cos(c_2+\frac{c_1}{2})-\cos(c_2+c_3+\frac{c_1}{2})]>0$

Scape 題解 June 1x, 2016 5/7



Scape

▶ 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$

4 D > 4 B > 4 B > 4 D > 4 O >

Scape 题解 June 1x, 2016 6/7

- ▶ 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$
- ► 那么由 cos 性质可得上式成立

 Scape
 题解
 June 1x, 2016
 6 / 7

- ▶ 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$
- ▶ 那么由 cos 性质可得上式成立
- ▶ $\mathbb{E} \sin(c_1 + c_2) \sin(c_1 + c_2 + c_3) > \sin(c_2) \sin(c_2 + c_3) > f(k, p 1) f(j, p 1)$

◆ロト ◆昼 ▶ ◆ 豆 ト 豆 り Q ()

De 上版解 2016 - 6/7

- ▶ 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$
- ▶ 那么由 cos 性质可得上式成立
- ▶ $\mathbb{P} \sin(c_1 + c_2) \sin(c_1 + c_2 + c_3) > \sin(c_2) \sin(c_2 + c_3) > f(k, p 1) f(j, p 1)$

4 D > 4 B > 4 E > 4 E > 9 9 0

ne 題解 June 1×, 2016 6 / 7

- ▶ 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$
- ▶ 那么由 *cos* 性质可得上式成立
- ▶ $\mathbb{E} \sin(c_1 + c_2) \sin(c_1 + c_2 + c_3) > \sin(c_2) \sin(c_2 + c_3) > f(k, p 1) f(j, p 1)$
- ▶ 证毕

4 D > 4 D > 4 E > 4 E > E 990

be 題解 June 1x, 2016 6 / 7

- ▶ 注意到原点必须在凸多边形内, 那么可得 $c_2 + c_3 + \frac{c_1}{2} < \pi$
- ▶ 那么由 *cos* 性质可得上式成立
- ▶ $\mathbb{E} \sin(c_1 + c_2) \sin(c_1 + c_2 + c_3) > \sin(c_2) \sin(c_2 + c_3) > f(k, p 1) f(j, p 1)$
- ▶ 证毕
- ▶ 然后用常见方法转移即可, 时间复杂度 O(n³logn)

be 題解 June 1x, 2016 6 / 7



Scape

▶ 我们可以选择随机 n/k 次起点进行 dp

4 D > 4 B > 4 E > 4 E > 4 O O

- ▶ 我们可以选择随机 n/k 次起点进行 dp
- ▶ 单组数据正确率约为 0.993

4 U > 4 @ > 4 E > 4 E > E 990

Scape $\overline{\text{M}}$ M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M

4 D > 4 D > 4 E > 4 E > E 990 June 1x, 2016

▶ 其实这题有一个更优美的不是随机化的做法

4 D > 4 B > 4 E > 4 E > E 9 Q C

Scape 題解 June 1x, 2016 8 / 7

- ▶ 其实这题有一个更优美的不是随机化的做法
- ▶ 本来标算是这个解法, 并且随机化我只放了 65 分

< ロ ト 4 回 ト 4 直 ト 4 直 ・ り Q ()・

June 1x, 2016

8 / 7

- ▶ 其实这题有一个更优美的不是随机化的做法
- ▶ 本来标算是这个解法, 并且随机化我只放了 65 分
- ► 但是前几场考试大家 T1 似乎都很简单, 所以我就降低了这题难度

 Scape
 题解
 June 1x, 2016
 8 / 7

- ▶ 其实这题有一个更优美的不是随机化的做法
- ▶ 本来标算是这个解法, 并且随机化我只放了 65 分
- ► 但是前几场考试大家 T1 似乎都很简单, 所以我就降低了这 题难度
- ▶ 详细那题做法可见 *std*₂.*cpp*

 Scape
 题解
 June 1×, 2016
 8 / 7