NOIP2015模拟赛DAY1
解题报告

中山纪念中学

2015 年 9 月 29 日

1 Sequence

这也是一道简单题，属于送分题，当然数据也要很水啦，你只需要知道对于菲波那切数列数列前50个数是肯定爆出longint范围了。所以只需要对前50个数进行50^3的枚举就可以了。

2 Walk

见Walk.pdf。

3 Melancholy

3.1 题目简述

给出N个二元组(D, V)，每次询问，找出满足$L \leq D \leq R$的这些二元组，记它们V组成的集合为S，在S去掉最小值后，计算从S中**有次序地**选取K个元素的所有情况的乘积的和。

3.2 数据范围

对于所有数据，$1 \leq N, Q \leq 10^5$, $1 \leq D, V \leq 10^9$, $1 \leq L \leq R \leq 10^9$。
数据保证所有区域的D与V互不相等。

数据编号	数据约束
1,2,3	$K = 1$
4,5,6	$1 \leq K \leq 2$
7,8	$1 \leq K \leq 3$
9,10	$1 \leq K \leq 6$

3.3 部分分解答

3.3.1 K=1

当$K=1$时，相当于计算V值之和减去其中V的最小值。

先对二元组以D为关键字排序，这样就可以把询问简化为一段连续区间上的求和与求最小值，通过一个简单的线段树可以回答这部分的数据。

时间复杂度：$O(NLogN)$。

3.3.2 K=2

当$K=2$时，我们可以先计算没有去掉最小值前的评估值，再减去最小值的影响。

同样使用线段树实现：记录一段区间的和S，评估值P，最小值M，它们可以通过简单的合并操作实现。

考虑最小值给评估值的影响：它与其余每一个值的乘积就是它的贡献。那么，去掉最小值后的评估值$P'=P-M(S-M)$。

时间复杂度：$O(NLogN)$。

3.4 参考解法

3.4.1 K=3

让我们先找出计算$K=3$的方法：计算一组数的评估值P，与它们的和$S1$，平方和$S2$，与立方和$S3$有关：

$$P=S1^3-3S1S2+2S3$$

使用最直观的方法理解其中的意思：

- 先假设则找出的数中有可能会出现相等情况。具体地，我们用相同子母来代表相同的数：
- 一共会出现5种情况：1)-ABC 2)-AAB 3)-ABA 4)-ABB 5)-AAA
- 很显然，我们只需要求出情况1的情况：按照定义，应该是$S1^3$（三个位置都可以选择所有数）。但是注意到这样虽然把情况1的都囊括了，但同时把情况2、3、4、5计入其中。
- 我们定义情况i包括情况j为：在满足情况j的情况下，一定满足情况i。例如情况1包括所有情况，情况5被所有情况包括，而情况2，3，4相互不包括。
- 因为多计算了情况2、3、4、5，必须把多余部分删除：情况2，3，4的情况数为$S1S2$。但删除的同时，每一种情况又多删除了一次情况5。这样，情况1多加了一次，情况2，3，4各减了一次，所以情况五需要加上两次消除所有影响$(2*S3)$。

那么使用容斥原理可以直接在线段树中储存$S1, S2, S3, M$，每次询问直接减去M的影响即可。

时间复杂度：$O(NLogNK)$。

3.4.2 K=4,5,6

$K = 3$的容斥公式是比较容易计算的；但在$K > 3$时用人工就稍显困难。故可以仿照上述推导$K = 3$用程序暴力实现对$K = 4, 5, 6$的推导（可以较为暴力繁琐地去实现）。公式推导出后，可以直接手工打到程序当中求解。

3.4.3 背包合并

直观地，线段树上每一段记录$F[i]$为任意所有有序i元组的乘积和。若不存在去掉最小值的要求，则能够使用较为简单的背包合并在$O(NLogNK^2)$的时间复杂度内计算得到。

由于要求去除最小值的影响，对背包进行一点调整：不将区间内的最小值计算入内；当进行区间合并时，将两个区间最小值的较大值额外地合并入内。总时间复杂度$O(NLogNK^2)$，然而可能过不了。