

NOIP2015模拟赛DAY1

解题报告

中山纪念中学

2015年9月29日

1 Sequence

这也是一道简单题，属于送分题，当然数据也要很水啦，你只需要知道对于菲波那切数列数列前50个数是肯定爆 int 范围了。所以只需要对前50个数进行 50^3 的枚举就可以了。

2 Walk

见Walk.pdf。

3 Melancholy

3.1 题目简述

给 N 个二元组 (D, V) ，每次询问，找 N 满足 $L \leq D \leq R$ 的这些二元组，记它们 V 值的集合为 S ，在 S 去掉最小值后，计算从 S 中有次序地选取 K 个元素的所有情况的 \prod 积的和。

3.2 数据范围

对于所有数据， $1 \leq N, Q \leq 10^5$, $1 \leq D, V \leq 10^9$, $1 \leq L \leq R \leq 10^9$ 。
数据保证所有区域的 D 与 V 互不相等。

数据编号	数据约束
1,2,3	$K = 1$
4,5,6	$1 \leq K \leq 2$
7,8	$1 \leq K \leq 3$
9,10	$1 \leq K \leq 6$

3.3 部分分 答

3.3.1 K=1

当 $K = 1$ 时，相当于计算 V 值之和减去其中 V 的最小值。

先对二元组以 D 为关键字排序，这样就可以把询问简化为一段连续区间上的求和与求最小值，通过一个简单的线段树可以回答这部分的数据。

时间复杂度： $O(N \log N)$ 。

3.3.2 K=2

当 $K = 2$ 时，我们可以先计算没有去掉最小值前的评估值，再减去最小值的影响。

同样使用线段树实现：记录一段区间的和 S ，评估值 P ，最小值 M ，它们可以通过简单的合并操作实现。

考虑最小值给评估值的影响：它与其余每一个值的 \uparrow 积就是它的贡献。那么，去掉最小值后的评估值 $P' = P - M(S - M)$ 。

时间复杂度： $O(N \log N)$ 。

3.4 参考 法

3.4.1 K=3

让我们先找找 \tilde{N} 计算 $K = 3$ 的方法：计算一组数的评估值 P ，与它们的和 $S1$ ，平方和 $S2$ ，与立方和 $S3$ 有关：

$$P = S1^3 - 3S1S2 + 2S3$$

使用最直观的方法理解其中的意思：

- 先假设则找 \tilde{N} 的数中有可能 \tilde{N} 现相等情况。具体地，我们用相同字母来代表相同的数：
- 一共会 \tilde{N} 现5种情况：1)-ABC 2)-AAB 3)-ABA 4)-ABB 5)-AAA
- 很显然，我们只要求 \tilde{N} 情况1的情况：按照定义，应该是 $S1^3$ （三个位置都可以选择所有数）。但是注意到这样虽然把情况1的都囊括了，但同时把情况2、3、4、5计入其中。
- 我们定义情况 i 包括情况 j 为：在满足情况 j 的情况下，一定满足情况 i 。例如情况1包括所有情况，情况5被所有情况包括，而情况2、3、4相互不包括。
- 因为多计算了情况2、3、4、5，必须把多余部分删 \emptyset ：情况2、3、4的情况数为 $S1S2$ 。但删 \emptyset 的同时，每一种情况又多删 \emptyset 了一次情况5。这样，情况1多加了一次，情况2、3、4各减了一次，所以情况五需要加上两次消 \emptyset 所有影响($2 * S3$)。

那么使用容 $\frac{1}{2}$ 原理可以直接在线段树中储存 $S1, S2, S3, M$ ，每次询问直接减去 M 的影响即可。

时间复杂度： $O(N \log N K)$ 。

3.4.2 $K=4,5,6$

$K=3$ 的容 $\frac{1}{2}$ 公式是比较好计算的；但在 $K>3$ 时用人工就稍显困难。故可以仿照上述推导 $K=3$ 用 S 序暴力实现对 $K=4,5,6$ 的推导（可以较为暴力繁琐地去实现）。公式推导 \tilde{N} 后，可以直接手工打到 S 序当中求解。

3.4.3 背包合并

直观地，线段树上每一段记录 $F[i]$ 为任意所有有序 i 元组的 \dagger 积和。若不存在去掉最小值的要求，则能够使用较为简单的背包合并并在 $O(N \log N K^2)$ 的时间复杂度内计算得到。

由于要求去 \bigcirc 最小值的影响，对背包进行一点调整：不将区间内的最小值计算入内；当进行区间合并时，将两个区间最小值的较大值额外地合并入内。总时间复杂度 $O(N \log N K^2)$ ，然而可能过不了。