第四章流体

华中科技大学大学物理 A

2025 年 3 月 28 日

1 notes

1.1 理想流体的运动

def 理想流体: 绝对不可压缩 (ρ 为常量), 无粘性.

稳定流动、欧拉法、流速场、流线、流管.

体积流量 $Q = Sv$

由质量守恒得连续性方程

$$\rho_1 \Delta S_1 v_1 = \rho_2 \Delta S_2 v_2$$

理想流体 $\rho = constant$, 则

$$\Delta S v = constant$$

对分支流管，中间隔开看作两个流管，有

$$\Delta S v = \Delta S_1 v_1 + \Delta S_2 v_2$$

理想流体的伯努利方程

$$\boxed{p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = constant}$$

连续性方程 + 功能原理推导

其中 p 和 $\rho g h$ 是静压强，$\frac{1}{2}\rho v^2$ 是动压强.

分支流管的伯努利方程:

$$p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

伯努利方程的应用: 空吸、小孔流速 ($v = \sqrt{2gh}$)、比托管 (流速计)、流量计、虹吸

1.2 黏性流体的运动

黏性流体因切向的黏性力 (内摩擦力) 而层流

速度梯度 velocity gradient$\frac{dv}{dx}$(相距 dx 的两个流层速度差为 dv)

Newton viscosity law

$$\boxed{F=\eta\frac{dv}{dx}S}$$

η:coefficient of viscosity($Pa\cdot s$) S 为 F 分布的面积

$$\Rightarrow \text{切应力}\tau=\eta\frac{dv}{dx}$$

当流速增大到一定程度时，流层破坏，形成涡流或湍流 (turbulent flow)

Reynold number

$$\boxed{Re=\frac{\rho vr}{\eta}}$$

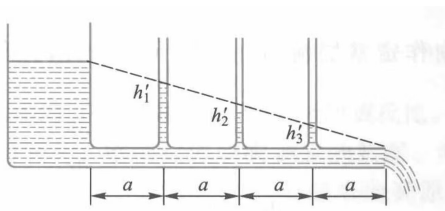
是一个纯数, 判别黏性流体状态的唯一参数,$Re<1000$ 层流,$Re>1500$ 湍流,$1000<Re<1500$ 过渡流

黏性流体的伯努利方程

$$\boxed{p_1+\rho gh_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\rho gh_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+w}$$

其中 w 为单位体积流体损耗的机械能.

Example: 黏性流体在均匀水平圆管中:



粘滞力做功与管长成正比:

$$w=\alpha l\Rightarrow p_0+\rho gh_0-p_0=\alpha l\Rightarrow\alpha=\frac{\rho gh_0}{l}$$

$$p_0+\rho gh_0=p_0+\rho gy+\alpha x\Rightarrow y=-\frac{\alpha}{\rho g}x+h_0$$

Poiseuilles' law 泊肃叶定律

$$\boxed{Q=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}}$$

即流量与管子半径和压强梯度成正比

速度分布:

$$\boxed{v=\frac{p_1-p_2}{4\eta L}(R^2-r^2)}$$

且 $v_{max} = \frac{R^2(p_1-p_2)}{8\eta L}$,$\bar{v} = \frac{1}{2}v_{max}$

流阻

$$R_f = \frac{p_1 - p_2}{Q} = \boxed{\frac{8\eta l}{\pi R^4}}$$

流阻可串并联

Stokes law: 黏性流体中的固体速度不大或线度很小且 $Re < 1$ 时黏性阻力:

$$f = 6\pi\eta rv$$

以此可求收尾速度或沉降速度, 如密里根油滴实验