第六章气体动理论

华中科技大学大学物理 A

2025 年 4 月 24 日

1 notes

孤立、封闭、开放系统

1.1 理想气体状态方程与微观模型

理想气体物态方程:

$$pV = \nu RT$$

其中 $R = 8.13J/mol \cdot K$

令 $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23}J/K$ 为玻尔兹曼常数，于是方程可以写成 $pV = NkT$ 或:

$$\boxed{p = nkT}$$

其中 $n = \frac{N}{V}$ 为分子密度

混合气体的物态方程

道尔顿分压定律: 压强为分压强之和

写成物态方程:n 为各组之和,M 用平均摩尔质量

理想气体压强

$$P = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_{kt}}$$

其中分子平动动能平均值

$$\overline{\varepsilon_{kt}} = \frac{1}{2}m_f\bar{v^2}$$

于是结合状态方程有:

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2}kT$$

由 $\frac{1}{2}m_f\bar{v^2} = \frac{3}{2}kT$ 得方均根 (RMS) 速率

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_f}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

1.2 能均分定理与理想气体内能

气体分子自由度 i

- 单原子分子:$t_{平动}=3$,$i=3$
- 刚性双原子分子:$t_{平动}=3$,$r_{转动}=2$,$i=5$
- 非刚性双原子分子:$t_{平动}=3$,$r_{转动}=3$,$s_{振动}=1$,$i=6$
- 刚性多原子分子:$t_{平动}=3$,$r_{转动}=3$,$i=6$
- 非刚性多原子分子:$t_{平动}=3$,$r_{转动}=3$,$s_{振动}=3n-6$,$i=3n$

能均分定理: 每个自由度都具有 $\frac{1}{2}kT$ 的平均动能
于是具有 i 个自由度的分子总平均动能为 $\overline{\varepsilon_k}=\frac{i}{2}kT$

另外每个分子还有势能 ε_p

$$\overline{\epsilon}=\overline{\epsilon_k}+\overline{\epsilon_p}=\frac{i}{2}kT+\frac{s}{2}kT$$

内能是温度的单值函数!

1.3 实际气体物态方程

Van Der Waals equation

$1mol$ 气体:

$$(p+\frac{a}{V_m^2})(V_m-b)=RT$$

一般的:

$$(p+\frac{m^2}{M^2}\frac{a}{V^2})(V-\frac{m}{M}b)=\frac{m}{M}RT$$

1.4 麦克斯韦速率分布

速率分布函数 $f(v)$ 有

$$\boxed{f(v)dv=\frac{dN}{N}}$$

$$f(v)=4\pi\left(\frac{m_f}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{m_f v^2}{2kT}}v^2$$

速率分布函数的归一化条件

$$\int_0^{+\infty}f(v)dv=1$$

分子的三个特征速率

平均速率 (所有分子速率算数平均值)

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_f}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

方均根速率 (RMS vetolocity)

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m_f}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

最概然速率 (when $f(v)$ reaches max)

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m_f}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

relationship:

$$v_p < \bar{v} < v_{rms}$$

1.5 Maxwell&Boltzmann distribution functions

麦克斯韦速度分布律给出速度区间内分子数占总分子数的比例

$$\frac{dN_v}{N} = \left(\frac{m_f}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}e^{-m_f(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/(2kT)}}$$

麦克斯韦速度分布函数

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m_f}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}e^{-m_f(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/(2kT)}}$$

Boltzmann 分布: 在力场中,E_p 为势能, 则分子数密度有

$$\boxed{n = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}}}$$

1.6 分子的平均碰撞次数与平均自由程

def 平均自由程 $\bar{\lambda}$:
气体分子是不断变化的
def 平均碰撞频率 $\bar{Z}$: 一个分子单位时间里收到的平均碰撞次数

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$$

$$\bar{Z} = \sqrt{2}n\pi d^2\bar{v}$$

1.7 输运现象

输运过程: 不受外界干扰时系统总要从非平衡态自发地向平衡态过渡

内摩擦 (粘滞现象) 动量的输运

产生原因: 系统内各部分流速不同

$$df = -\eta \frac{du}{dy} dS$$

内摩擦系数 η 单位为 Pa·s, 表达式为

$$\eta = \frac{1}{3} n m_f \bar{v} \bar{\lambda}$$

热传导

能量的输运

系统内各部分温度不同

$$dQ = -\kappa \frac{dT}{dy} ds dt$$

这是 dt 时间内通过面积 ds 沿着 y 轴方向传递的热量

气体的扩散

质量的输运

系统内各部分密度不同

$$dm = -D \frac{d\rho}{dy} ds dt$$

为 dt 时间内通过面积 ds 从密度较大的一侧向密度较小的一侧扩散的气体质量