

第六章气体动理论

华中科技大学大学物理 A

2025 年 4 月 22 日

1 notes

孤立、封闭、开放系统

1.1 理想气体状态方程与微观模型

理想气体物态方程:

$$pV = \nu RT$$

其中 $R = 8.13 J/mol \cdot K$

令 $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} J/K$ 为玻尔兹曼常数, 于是方程可以写成 $pV = NkT$ 或:

$$p = nkT$$

其中 $n = \frac{N}{V}$ 为分子密度

混合气体的物态方程

道尔顿分压定律: 压强为分压强之和

写成物态方程: n 为各组之和, M 用平均摩尔质量

理想气体压强

$$P = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_{kt}}$$

其中分子平动动能平均值

$$\overline{\varepsilon_{kt}} = \frac{1}{2} m_f \overline{v^2}$$

于是结合状态方程有:

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT$$

由 $\frac{1}{2} m_f \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$ 得方均根 (RMS) 速率

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_f}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

1.2 能均分定理与理想气体内能

气体分子自由度 i

- 单原子分子: $t_{\text{平动}} = 3, i = 3$
- 刚性双原子分子: $t_{\text{平动}} = 3, r_{\text{转动}} = 2, i = 5$
- 非刚性双原子分子: $t_{\text{平动}} = 3, r_{\text{转动}} = 3, s_{\text{振动}} = 1, i = 6$
- 刚性多原子分子: $t_{\text{平动}} = 3, r_{\text{转动}} = 3, i = 6$
- 非刚性多原子分子: $t_{\text{平动}} = 3, r_{\text{转动}} = 3, s_{\text{振动}} = 3n - 6, i = 3n$

能均分定理: 每个自由度都具有 $\frac{1}{2}kT$ 的平均动能

于是具有 i 个自由度的分子总平均动能为 $\bar{\epsilon}_k = \frac{i}{2}kT$

另外每个分子还有势能 ϵ_p

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_k + \bar{\epsilon}_p = \frac{i}{2}kT + \frac{s}{2}kT$$

内能是温度的单值函数!

1.3 实际气体物态方程

Van Der Waals equation

1mol 气体:

$$(p + \frac{a}{V_m^2})(V_m - b) = RT$$

一般的:

$$(p + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2})(V - \frac{m}{M}b) = \frac{m}{M}RT$$

1.4 麦克斯韦速率分布

速率分布函数 $f(v)$ 有

$$f(v)dv = \frac{dN}{N}$$

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_f}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_f v^2}{2kT}} v^2$$

速率分布函数的归一化条件

$$\int_0^{+\infty} f(v)dv = 1$$

分子的三个特征速率

平均速率 (所有分子速率算数平均值)

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_f}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

方均根速率 (RMS velocity)

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m_f}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

最概然速率 (when $f(v)$ reaches max)

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m_f}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

relationship:

$$v_p < \bar{v} < v_{rms}$$

1.5 Maxwell&Boltzmann distribution functions