

飞行器结构动力学建模

引言

结构动力学建模是把结构动力系统的本质部分信息简缩成有用的描述方式的过程。这个描述方式称之为**结构动力学模型**。

1. 分析模型：为了能对实际工程结构进行分析并获得可用的计算结果，必须对实际结构各构件在受力和传力中所起的作用、所处的边界条件、几何形状和尺寸以及构件的材料特性等做出假设，使结构简化，并设法使分析切实可行，这一简化过程称为结构的理想化。实际结构经理想化之后，就转换成了一种理想化了的结构，即**分析模型**。该模型与实际结构不尽相同，但同时又保持了原结构的本质特征，是实际物理问题的简化描述方式。分析模型是结构动力学模型的基本层次，是建立动力学数学模型的前提和基础。它分为离散模型与连续模型两大类，有时也采用两者的复合模型。分析模型是否合理，取决于分析人员对物理问题的认识、分析所采用的理论、结构特征和分析的目的等。
2. 数学模型：结构动力数学模型是用数学关系式或方程式来描述实际系统的结构动力学本质特征。它往往是从分析模型出发，依据计算所使用的分析理论而形成的，故也被称为**计算模型**。例如，按照有限元分析理论，选定分析模型，首先将结构离散化，通过单元分析得到单元刚度、质量、阻尼和载荷矩阵，再经过坐标变换，利用交界面上节点位移协调条件、力的平衡条件和动力学基本定律，进行总体坐标下的整体分析，即可得到系统的运动微分方程，形成有限元数学模型，它通常是常微分方程的形式。
3. 试验模型：直接用试验所得到的数据来描述系统的本质特征，可以将真实的结构按相似准则做成实验室试验的模型。试验模态分析、非线性结构及特性试验等都是试验模型的典型形式。现代试验模型通常是在一定的数学模型指导下完成的，但反过来可利用试验模型结果对数学模型及分析模型进行验证、校核和修改。

结构动力学建模的原则

结构动力学建模的总体原则：在保证足够分析精度的前提下，模型应力求简单、精炼、自由度少。

1. 模型要与动态分析的目的和任务相适应：初步设计中用以估算固有特性的模型总是比设计后期用以校核计算的模型简单粗糙；用于计算基本固有特性的模型通常比计算动力响应的模型简单。
2. 模型要与所使用的分析理论与计算方法相适应：与传递矩阵法对应的分析模型通常是集中质量模型；与有限元法对应的分析模型则可是板、梁或杆的复合空间模型
3. 模型的拟定应与计算条件相适应：对于有限元计算模型，可通过选择合适的单元类型以及调整网格划分的疏密程度等措施，实现对模型规模的控制，使之与计算条件相适应。
4. 模型要正确反映结构的实际刚度与质量特性：结构的动态特性主要取决于它的质量与刚度特性、阻尼特性等因素。因此，为了减少由于模型简化带来的误差，应当使模型保证飞行器整体及主要部件(假如舱段、翼面等)的质量与质心不变，保证各构造单元的刚度特性基本不变，确保能正确模拟真实结构的传力路线。

刚度的简化应以能正确地反映原结构系统的刚度分布为原则。简化形式主要有以下 3 种：

1. 刚体。例如，进行弹体固有特性或动态响应的初步估算时，弹内仪器设备或集中装载物可按刚体处理或简化成集中质量点。
2. 连续分布或分段连续模型。对弹体内等剖面或接近等剖面的元件、舱体外壳，都可以简化成等刚度的杆、梁、板、壳等连续或分段连续刚度分布体。
3. 集中刚度。例如，助推火箭的级间连接接头、发动机连接支座、大型设备的固定支座等，可根据它们的刚度特性简化为集中线弹簧或扭簧。

质量的简化：

1. 连续质量模型。它是按实际质量连续分布来处理的。在简单结构中，质量分布能用简单函数关系表达式予以采用。
2. 一致质量模型。对复杂结构采用有限元离散时，常采用此种质量模型。用此模型得到的质量阵为满阵。
3. 集中质量模型。这是在有限元法发展以前常采用的模型。对于结构本身集中质量占相当优势的系统(如细长的导弹结构)常采用此模型。对于本身就具有显著分散性质的结构如板、壳等，采用此模型要选用很多坐标点才能模拟原系统的动力特征，因而给计算带来附加的困难。

模型要能正确模拟结构的连接与边界条件：

- 对于自由和固定的边界条件比较容易处理，对于弹性支持条件就比较难处理，一般均需通过地面静力试验来确定。
- 对于焊接与胶接一般理想化为刚性连接，对于铆接要视具体铆接形式和铆钉分布而定，可以是铰接，也可以是刚性连接。对于螺钉连接形式也要视具体情况而定，有时需要理想化为刚性连接(6 个自由度),有时需要理想化为 5 个自由度的连接或铰接(3 个自由度)。

建模过程

建立结构动力学模型的过程是将实际工程物理问题经过理想化处理，为数值计算提供能正确反映分析对象的几何、材料、载荷、约束等各方面特性的全部输入数据和数学模型的过程。

- (1) 首先应充分掌握分析对象的结构组成、各受力元件的连接情况，分析结构的载荷特点、受力求力路线，明确分析的目的和任务，对所分析的问题进行定义。
 - 1) 结构类型。平面问题、空间问题或分为对称结构或非对称结构。一般应根据结构的几何形状、边界条件、载荷特点、材料类型等进行判断。
 - 2) 分析类型。动态分析的类型可分为固有特性分析、动态响应分析、动稳定性分析、随机振动分析等，也可分为线性分析和非线性分析。
 - 3) 分析的目的、内容和精度要求。明确分析的目的、内容是建模的前提条件。是方案阶段的估算，还是详细设计阶段的分析计算，是设计计算还是强度验算等。
 - 4) 估计模型规模。模型规模很大而硬件条件有限时，就可能采用分步算法、静力减缩方法、动态子结构的模态综合等建模方法，网格密度也尽可能取得小一些，一些影响网格划分的细节也要尽可能忽略。
- (2) 选择分析的理论和办法。采用离散系统的理论和办法，可以进一步选择例如传递矩阵法、有限元法、边界元法。在工程分析中，多采用离散系统的理论与方法，特别是有限元法。
- (3) 建立分析模型。在确定了分析的理论和办法以后，就可以对实际工程结构问题去粗取精、去伪存真，考虑结构的受力特点和传力路线等因素，对结构进行理想化处理，建立分析模型。分析模型是一种物理模型,它既要正确反映实际结构的形象和尺寸，具有几何模型的特征，还要正确描述实际结构的质量、刚

度、阻尼的大小与分布，反映实际结构的边界条件及其各受力元件的连接特点，具有力学模型的特征。

- (4) 建立数学模型。第一类是基于牛顿第二定律的平衡法，也可称为达朗贝尔原理的方法；第二类是基于能量原理的方法，它包括能量守恒、虚功原理、拉格朗日方程、哈密尔顿原理等。
- (5) 模型的检验和修改。

模型的检验

用真实结构系统的试验模态分析结果与所建模型模态分析结果进行比较，是常用的模型综合检验方法。如果仅讨论模型逻辑关系正确性的检验，而不是数据正确性的检验，常用的模型检验方法有质量特性检验、自由模态检验、刚度检查等

- (1) 质量特性检验。通常要对模型某些结构部件(或对结构刚度有较大影响的组件，如大型天线、太阳翼、相机等)进行质量、质量惯性矩以及质心的检验。当然，质量特性检验也是对模型数据正确性的检验。
- (2) 自由模态检验。一个未受约束的结构应该有 6 个固有频率为零的刚体模态。检验时将边界约束条件放开，如果分析结果少于 6 个零模态，说明模型有多余的约束，这是检查多余约束的很好方法；如果分析结果多于 6 个零模态，说明模型为机构，也就是结构间缺少必要的连接。
- (3) 刚度检查。一个未受约束的结构，在一个节点沿每个平移和转动方向施加一个单位位移，所产生的单元载荷或应变应该接近于零。这一方法用于检查不适当的单元间的连接和不需要的边界条件。

另外，前处理软件通常具有一定的模型检验功能，自由边检查、单元重叠检查、Jacobi 行列式检查。

结构动力学有限元运动方程

有限元法的基本过程

将连续体离散为有限数目互相连接的单元体，并使单元体的特性集合能够反映连续体的整体特性。位移法是工程中使用较多的一种有限元法。

- (1) 结构离散化。确定单元类型后，对整体结构进行单元划分和节点布置，把相邻的单元在节点处连接组成单元的集合体，以代替原结构。
- (2) 单元力学特性分析。定义了单元的 shape 和节点后，为单元假定合理的近似位移函数。单元性质单纯且形状规范，故对同类单元可采用相同构造形式的近似位移函数。然后，利用几何方程、材料本构关系以及能量原理计算单元的刚度矩阵。
- (3) 计算等效节点载荷。作用在单元上的集中力、体力以及作用在单元边界上的面力，都必须等效移置到节点上去，即用等效的节点载荷来代替所有作用在单元上的载荷。
- (4) 建立整体结构的平衡方程。集合单元的刚度矩阵来组成总体刚度矩阵，集合等效的单元节点载荷列矢量来组成总体载荷列矢量，建立整个结构的平衡方程。单元刚度矩阵和等效节点载荷列矢量的求解必须进行由单元坐标系到整体坐标系的变换。

- (5) 应用位移边界条件，求解结构平衡方程。结构的平衡方程是以总体刚度矩阵为系数的线性方程组。应用位移边界条件，消除总体刚度矩阵的奇异性，使方程组可解。求解该线性方程组，得到所有位置节点的位移。
- (6) 计算单元应变及单元应力等。结构动力分析与静力分析的过程基本相同，只是在分析过程中要考虑惯性力和阻尼力作用，建立的是结构动力学有限元平衡方程，也称之为有限元系统运动方程。

有限元系统运动方程的建立

建立有限元系统运动方程可采用达朗贝尔原理、哈密尔顿原理、虚位移原理和最小势能原理等不同的方法。

最小势能原理指出，在给定的外力作用下，满足已知位移边界条件和协调条件的所有各组位移中，真实的一组位移应使总势能成为极值。

单元的运动方程

$$M_e \ddot{q}_e + C_e \dot{q}_e + K_e q_e = F_e$$

有限元质量矩阵

(1) 集中质量矩阵

最简单的办法是假定结构全部质量聚集在某些需要计算平动位移的点上。为了确定配置在每一个节点上的点质量，常用的方法是假定结构分割成段，以节点作为连接点。

等效原则就是要求不改变各梁段的质量中心。整个结构上任意一个节点聚集的总质量等于该节点连接的各段分配到此节点的质量之和。

对于只需要确定平移自由度的系统，集中质量矩阵具有对角形式。其中对角线的项数等于自由度数。因为任一质点的加速度只在这一点上产生惯性力，所以矩阵的非对角线项为零。如果在任一节点处有几个平动自由度，则用同样的点质量与这个节点的每一个自由度相对应。另一方面，由于已假定质量集中到节点上，不计转动惯量，所以与任何一个转动自由度相关联的质量都应等于零。如果与一转动自由度对应的是一个具有有限转动惯量的刚体质量，那么该自由度对角线上的系数，应为该质量的转动惯量。

(2) 一致质量矩阵

质量矩阵是一个连续质量分布的离散表达式。前面所提到的单元质量矩阵都是严格按照能量原理的要求导出的，即按与推导单元刚度矩阵一致的近似位移函数而推导得到的，因此称之为一致质量矩阵，其为非对角矩阵。

一致质量矩阵直接考虑了转动惯量的影响，因而矩阵元素值与集中质量存在差异。不过，实践计算结果表明，采用不同质量矩阵分析结构自振频率时，在单元数相等的条件下，其结果略有不同，但差别不是很大。多数情况下，用一致质量矩阵计算给出的精度略高于集中质量矩阵，但由于一致质量矩阵不是对角阵，相应的计算工作量大。

上述两种质量矩阵通常用于反映变形体的惯性分布情况。因为集中质量矩阵是对角阵，所以可以简化动态计算，减小存储容量。利用这种矩阵计算出的结构固有频率一般偏低。不过由于有限元模型本身比实际结构一般偏刚，两者相互补偿，使计算出的固有频率可能更接近真实值。一致质量矩阵由于质量分布较为合理，所以可以求得更精确的振型。另外，采用集中质量矩阵时，整个模型的质量分布会受到网格划分形式的影响，故此时网格划分不可过于稀疏。此外，对于一般较高阶的单元，集中质量矩阵较难直接导出。

在飞行器结构动力学问题中，刚体惯性(包括质量及惯性矩)、离心负载与陀螺负载等产生的附加惯性以及由于与流体(气体、液体)的接触运动

而引入的附加惯性(如飞艇飞行时引入的附加质量、导弹水下运动引入的附加惯性等)等也需要考虑, 前两者主要由刚体古典力学解决, 后者由流固耦合力学解决。

结构动力学模型的减缩

飞行器结构系统越来越复杂, 用有限元离散化方法所得到的系统的自由度可能是成千上万阶, 有时甚至高达几十万阶、几百万阶。结构动态分析经常需要反复运算, 每次都涉及单个载荷向量进行单个静态求解的计算工作。目前, 计算机能处理的动力学问题的规模还远小于能处理的静力学问题的规模。为了降低分析规模, 通常采用**模型减缩**的方法来获得一个满足工程精度要求的低阶的有效计算模型。

建模过程中模型减缩的一般措施

通过对几何模型的处理减缩规模

几何模型的处理方法有降维处理、细节简化、等效变化、对称性利用和划分局部结构等方法。

- 1) 降维处理。把空间三维结构转变成平面问题; 尽量利用结构的对称性。
- 2) 细节简化。倒角、倒圆、退刀槽尽量忽略。
- 3) 从整体结构中划分出局部结构建立几何模型以减缩规模。可以从整个结构中取出受力最严重、应力或变形最大的局部区域来建立几何模型; 也可以只取所关心的重要部位进行分析。进行局部结构分析的关键是如何确定划分边界及确定边界上的力或位移条件, 比较准确地考虑舍去部分的作用。

进行带宽优化和波前处理

有限元分析的计算时间和存储容量与模型带宽和波前有关, 而带宽和波前的大小又取决于节点和单元的编号顺序。因此, 对节点和单元的编号进行优化, 使模型带宽和波前最小, 同样能使模型规模降低。(似乎是节点编号最大减最小不要太大, 让稀疏矩阵有值的地方更窄一点)

利用分步计算法

如果结构局部存在相对尺寸小而对应力影响大的细节, 可利用分步计算法来控制并减缩模型。即第一步计算首先忽略细节, 对整个结构采用比较均匀和稀疏的网格。第二步计算从整体结构中划出存在细节的局部来建立子模型, 并以第一步计算的结果作为子模型边界条件, 这时子模型网络可以划得更密, 以保证所关心的结构局部具有足够的精度。这种从大到小的分步计算还可以重复多次, 达到在规模一定的条件下逐步提高计算精度的目的。

采用子结构法

子结构法也称超单元法, 是将一个复杂的结构从几何上分割为一定数量的相对简单的子结构, 首先对每个子结构进行分析, 然后将每个子结构的计算结果集成整体结构的有限元模型, 这种模型比直接离散结构所得到的模型要相对简单得多, 从而使模型规模得到控制。这种方法可用于静力分析和动态分析, 例如由子结构法发展起来的模态综合法在动力分析中就得到广泛应用。

数学模型的自由度减缩

为了进行计算模型修改、系统控制和状态监测等, 也需要对数学模型进行减缩。

动态子结构法是一种为解决分析大型复杂结构动态特性时, 由于模型自由度太多而难以进行的矛盾而发展起来的一种较为理想的方法。动态子结构方法分为两大类: 模态综合法和机械导纳法。利用子结构的模态坐标和模态特性建立起来的连接方法, 称为模态综合法; 利用子结构的传递特性建立起来的连接方法, 称为机械导纳法。

Guyan 静态减缩法将有限元模型的自由度分为主自由度和副自由度。主自由度是从各节点自由度中选择出的一小部分节点的全部或部分自由度, 它又称为保留自由度。除去主自由度外, 其余的节点自由度称为副自由度, 它们又称为减缩自由度或凝聚自由度。该方法忽略了副自由度上质量的影响, 将系统的副自由度减缩掉。它的缺点也是这种方法原理所决定的, 对于低阶模态, Guyan 减缩的精度还可以, 但对高阶模态, 这种方法的误差较大。

Kuhar 动态减缩法: Guyan 减缩法采用了仅考虑静力效应的位移变换, 它没有涉及被消去自由度的惯性效果, 由于 Guyan 法使得这一组被消去的自由度与保留自由度之间仅存在静力耦合, 因此在高频段内可能产生大的计算误差, 为了改进静力减缩的缺点, 在推导减缩方程时适当考虑略去自由度与保留自由度之间的惯性影响与动力耦合, 发展了动态减缩方法。

模态综合法是一种动态子结构方法, 基本思想是“化整为零, 积零为整”, 详细过程在第 7 章中予以讨论。

结构动力学模型的修改

动力学模型的优劣, 通常用动力学模型模拟实际结构低阶动力特性的精度作为评定标准, 模拟精度越高, 说明所建动力学模型越好。通过动态试验数据修改计算模型, 使得修改后的动力学模型能更好地反映实际结构的动力特性。结构动力修改包含正、反两方面问题, 即正问题和逆问题。正问题是指对已有的结构(或模型), 当结构作了局部改动后, 在原结构参数已知情况下, 用快速简易的方法获得结构修改后的动态特性参数, 这个过程称为结构动力特性预测或结构重分析。逆问题包含两方面的问题: 一方面是已建立起结构的动力学模型, 利用动态试验数据修改理论模型, 以获得精度较好的模拟模型, 实现计算机仿真预测及静、动态优化设计; 另一方面是为使结构的动力特性(固有频率、振型、响应、响应谱等)达到预先给定的要求, 对结构进行修改。

结构动态特性灵敏度分析: 结构动态特性的灵敏度分析是指分析各个结构参数或设计变量的改变对结构动态特性变化的敏感程度(或变化率), 从而确定何种修改方案最为有效。

动力学计算模型修改方法

利用试验数据修改有限元模型的方法。常用的方法有矩阵摄动法、误差矩阵范数极小化法等。

小参数矩阵摄动法是利用试验测得的模态矩阵和特征值矩阵估计摄动量 $\Delta M, \Delta K$ 。

Berman 方法误差矩阵范数极小化, 方法的优点是试验模态矩阵可以是不完备的模态矩阵, 缺点是 ΔM 和 ΔK 不像 M_0 和 K_0 那样是带状稀疏矩阵, 而是满阵, 这会给分析带来不少麻烦。