推进系统原理总结

一、热力学基础

理想气体

状态方程

$$p = \rho RT$$

•标准大气压：101325 Pa = 1 atm
•海平面大气密度：1.225 Kg/m3
•标准情况下的大气，理想气体常数 R = 287 J/(kg·K)
•0 ℃ = 273.16 K

内能 $e = e(T)$

焓 $h = e + p/\rho = e + RT = h(T)$

定容比热容 $C_V = (\frac{\partial Q}{\partial T})_V$

定压比热容 $C_P = (\frac{\partial h}{\partial T})_p$

比热比 $\gamma = C_P/C_V$

$\mathrm{d}e = C_V\mathrm{d}T$，$\mathrm{d}h = C_P\mathrm{d}T$

$$C_P = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}, \quad C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$$

对于标准情况下的大气，γ =1.4

对量热完全气体，C_P C_V 为常数

声速

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{\gamma RT}$$

标准海平面大气的声速 a =340.9 m/s

马赫数 $M = \frac{u}{a}$

热力学定律

热力学第一定律

$$\delta q + \delta w = \mathrm{d}e$$

熵的定义

$$\mathrm{d}s = \frac{\delta q_{\mathrm{rev}}}{T}$$

•s 熵
•δq_{rev} 可逆地加于系统的热增量

实际上

$$\mathrm{d}s = \frac{\delta q}{T} + \mathrm{d}s_{\mathrm{irrev}}$$

•δq 不可逆过程中实际加在系统上的热增量
•$\mathrm{d}s_{\mathrm{irrev}}$ 不可逆过程中，系统由于黏性消耗，热传导和质量耗散而产生的熵增

热力学第二定律

$$\mathrm{d}s \geq \frac{\delta q}{T}$$

熵的实际计算：

可逆过程中

$$T\,\mathrm{d}s = \mathrm{d}e + p\,\mathrm{d}v$$
$$T\,\mathrm{d}s = \mathrm{d}h - v\,\mathrm{d}p$$

对量热完全气体

$$s_2 - s_1 = C_P \ln\frac{T_2}{T_1} - R\ln\frac{p_2}{p_1} = C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{v_2}{v_1}$$

定义既绝热又可逆的过程叫做等熵过程。对量热完全气体，有**等熵关系式**

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{\gamma} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

滞止参数

流动定常、绝热、无黏、不做功

由热力学第一定理，沿流线

$$h + \frac{u^2}{2} = h_t$$

对于量热完全气体 $h_t = C_P T_t$，称**总温** T_t，**总焓** h_t。

如果所有的流线都来自均匀自由来流，那么总焓在不同流线也是相等的，在整个流场中为常数，等于自由来流对应的总焓。

满足上面条件且等熵

沿流线总焓相同，则量热完全气体有

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_t}{\rho_t}$$
$$p_t = \rho_t R T_t$$

称**总压** p_t，**总密度** ρ_t

如果整个流动区域都是等熵的，则总压和总密度分别为常数。

可以定义滞止声速

$$a_t = \sqrt{\gamma R T_t}$$

对理想气体

$$a^2 + \frac{\gamma-1}{2}u^2 = a_t^2$$

等熵关系式

$$T = T_t\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{-1}$$
$$p = p_t\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{-\gamma/(\gamma-1)}$$
$$\rho = \rho_t\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{-1/(\gamma-1)}$$

临界参数

亚声速流或者超声速流中，考虑流场中一点，流体微团**等熵**加速或减速至声速，对应的参数称为**临界参数**，用“＊”标记。

$$a^* = \sqrt{\gamma R T^*}$$
$$\left(\frac{a^*}{a_0}\right)^2 = \frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\gamma+1}$$
$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$
$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{1/(\gamma-1)}$$

特征马赫数 $M^* = \frac{u}{a^*}$

$$M^{*2} = \frac{(\gamma+1)M^2}{2 + (\gamma-1)M^2}$$

二、准一维流动

控制方程

质量守恒

$$\frac{\mathrm{d}m_{cv}}{\mathrm{d}t} = \dot{m}_i - \dot{m}_o$$
$$\dot{m} = \rho u A$$

动量守恒

$$\frac{\mathrm{d}M_{cv}}{\mathrm{d}t} = \sum F + \dot{M}_i - \dot{M}_o$$
$$\dot{M} = \dot{m}u = \rho A u^2$$

能量守恒

$$\frac{\mathrm{d}E_{cv}}{\mathrm{d}t} = \dot{Q} - \dot{W} + \dot{E}_i - \dot{E}_o$$
$$\dot{E} = \dot{m}\left(h + \frac{u^2}{2} + gz\right)$$

关系式

定义质量流动参数 [kg/(m^2·s)]

$$\mathrm{MFP} = \frac{\dot{m}\sqrt{T_t}}{A\,p_t} = \sqrt{\frac{\gamma}{R}}M\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{-(\gamma+1)/2(\gamma-1)}$$

当 $M_t = 1$，则 $A_t = A^*$ 最小，MFP 达到最大值，此时为临界参数。

$$\frac{T}{T^*} = \frac{\frac{\gamma+1}{2}}{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right)M^2}$$

$$\frac{p}{p^*} = \left[\frac{\frac{\gamma+1}{2}}{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right)M^2}\right]^{1/(\gamma-1)}$$

$$\frac{\rho}{\rho^*} = \left[\frac{\frac{\gamma+1}{2}}{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right)M^2}\right]^{1/(\gamma-1)}$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M}\left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2}{\frac{\gamma+1}{2}}\right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}$$

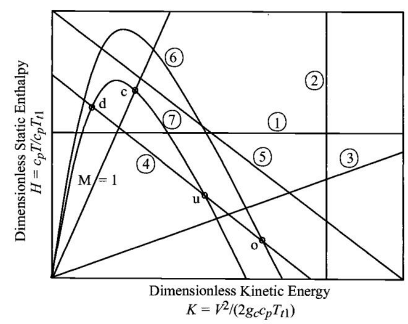
无量纲数

无量纲的焓

$$H = \frac{C_P T}{C_P T_{ti}}$$

无量纲的动能

$$K = \frac{u^2}{2C_P T_{ti}}$$



H-K 图，显示了代表性常量特性的等值线。

关键点：

•点 o：表示自由流参考状态，通常对应于流体的初始状态。
•点 c：表示在恒定冲量下的阻塞状态，这通常是指流体在特定条件下无法进一步通过的状态。
•点 u 和 d：表示法向冲击（normal shock）的终态，这两个点表示流体在通过冲击波前后的状态变化。

圈中的数字表示图中不同的常量特性的等值线，它们分别代表：

1.静焓和静温。
2.动能、速度和压力（仅适用于无摩擦加热或冷却的情况）。
3.马赫数，表示流体速度与当地声速的比值。
4.总焓和总温（在绝热条件下，即没有热传递的情况下）。
5.加热后释放的绝热线，这条线表示流体在加热后释放热量的路径。
6.冲量函数/流推力，和面积（仅适用于无摩擦加热或冷却的流动）。
7.冲量函数，这个函数通常用来描述流动中的冲量变化。

推力

定义冲量函数

$$I = pA + \dot{m}u = pA(1 + \gamma M^2)$$

流体对管道的作用力

$$F = I_i - I_o$$

等熵流关系式

$$\frac{I}{I^*}=\frac{p}{p^*}\frac{A}{A^*}\frac{1+\gamma Ma^2}{1+\gamma}$$

三、化学热力学

理想气体混合物

$$p_iV=N_iR_uT$$

$$R=\frac{R_u}{M_w}$$

$R_u=8.314$ KJ/(Kmol·K)

摩尔分数 $X_i=\frac{N_i}{N}$

质量分数 $Y_i=\frac{m_i}{m}=X_i\frac{M_{wi}}{M_w}$

混合物的分子质量 $M_w=\sum_i X_iM_{wi}$

每个组分 T V 相同，分压 $p_i=X_ip$

混合物的

内能 $e=\sum_i Y_ie_i$

焓 $h=\sum_i Y_ih_i$

熵 $s=\sum_i Y_is_i$

定压比热容 $C_P=\sum_i Y_iC_{P,i}$

定容比热容 $C_V=\sum_i Y_iC_{V,i}$

燃烧

形成焓(enthalpy of formation, J/mol)

$$\bar{h}_k(T)\approx\underbrace{\bar{h}^{\circ}_{f,k}}_{\text{标准形成焓}}+\underbrace{C_{P,k}\left(T-T_{ref}\right)}_{\text{显焓}}$$

•h 上加一横表示平均。

•右上角的∘表示在标准状态(1atm，298K)其自然存在形式下。对于单质在其标准状态下，生成焓为0。

热值 (J/mol)

$$\Delta H_C=\sum_{\text{reactant}}N_i\bar{h}_i(T)-\sum_{\text{product}}N_i\bar{h}_i(T)$$

绝热燃烧温度 T_{ad}

定压情况下总焓守恒

$$\sum_{\text{reactant}}N_i\bar{h}_i(T)=\sum_{\text{product}}N_i\bar{h}_i(T_{ad})$$

四、火箭发动机

主要参数

火箭推进系统的推力

$$F=\dot{m}_pu_e+(p_e-p_a)A_e$$

•$\dot{m}_p$ 质量流率，单位时间内流经系统的质量。

•u_e 喷气速度，从火箭喷口排出的气体相对于火箭的速度。

•p_e 喷口压力。

•p_a 周围环境的大气压力。

•A_e 喷口面积。

有效速度

$$C=u_e+\frac{(p_e-p_a)A_e}{\dot{m}_p}$$

$$F=\dot{m}_pC$$

总冲量

$$I_t=\int_0^t F\,dt\simeq Ft$$

比冲：单位推进剂重量所产生的总冲量

$$I_s=\frac{I_t}{m_pg_0}\simeq\frac{C}{g_0}$$

火箭系统的总质量

$$m_0=m_{pl}+m_p+m_{dw}$$

•m_{pl}：有效载荷质量，即火箭需要运输的货物或设备的质量。

•m_p：推进剂质量，火箭为了产生推力而消耗的燃料和氧化剂的总质量。

•m_{dw}：干重，火箭本身的结构、发动机、导航和控制系统等的总质量。

推进剂完全消耗后的质量

$$m_f=m_0-m_p=m_{pl}+m_{dw}$$

有效载荷质量比

$$\lambda=\frac{m_{pl}}{m_0}$$

其他质量比

$$\delta=\frac{m_{dw}}{m_0}$$

火箭系统的质量比：火箭系统的初始质量与推进剂完全消耗后的质量之比

$$MR=\frac{m_0}{m_f}=\frac{1}{\lambda+\delta}$$

冲量重量比

$$\frac{I_t}{w_0}=\frac{I_t}{m_0g_0}=\frac{I_s}{m_f/m_p+1}$$

推力重量比

$$\frac{F}{w_0}=\frac{F}{m_0g_0}$$

喷射功率

$$P_{jet}=\frac{1}{2}\dot{m}_pu_e^2\simeq\frac{1}{2}Fu_e$$

化学反应能

$$P_{\text{chem}}=\dot{m}_F\dot{Q}_F=\dot{m}_F(\Delta h_c)_F$$

实际化学反应能

$$P'_{\text{chem}}=\eta_{\text{comb}}P_{\text{chem}}=\eta_{\text{comb}}\dot{m}_F(\Delta h_c)_F$$

飞行器的功率

$$P_{\text{vehicle}}=Fu_{\text{vehicle}}$$

火箭发动机的内部效率：喷射功率/实际化学反应能 （化学能 → 喷射动能）

$$\eta_{\text{int}}=\frac{1/2\dot{m}_pu_e^2}{\eta_{\text{comb}}\dot{m}_F(\Delta h_c)_F}$$

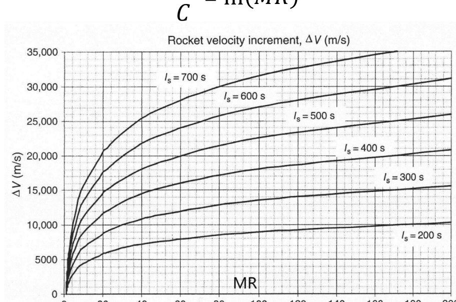
推进效率：（喷射动能 → 飞行器功率）

$$\eta_p=\frac{P_{\text{vehicle}}}{P_{\text{vehicle}}+1/2\dot{m}_p(C-u_{\text{vehicle}})^2}=\frac{2u_{\text{vehicle}}/C}{1+(u_{\text{vehicle}}/C)^2}$$

火箭方程

$$\mathrm{d}u=-C\frac{\mathrm{d}m}{m}$$

$$\frac{\Delta u}{C}=\ln(MR)$$



宇宙速度

低地轨道，Δu_{eff}

•不考虑重力和空气阻力 7800 m/s

•考虑重力，不考虑空气阻力 8000 m/s

•考虑重力和空气阻力 9140 m/s

多级火箭系统

$$\left(m_{pl}\right)_i=(m_0)_{i+1}$$

$$\lambda_i=\frac{\left(m_{pl}\right)_i}{\left(m_{pl}\right)_{i-1}}$$

$$\Delta u_i=C_i\ln\left(\frac{1}{\lambda_i+\delta_i}\right)$$

$$\Delta u_{tot}=\sum_i\Delta u_i=\sum_i C_i\ln\left(\frac{1}{\lambda_i+\delta_i}\right)$$

喷管计算

燃烧室总温 T_c，总压 p_c，速度为 0。经过收缩-扩张喷管。等熵流。

喉部马赫数为 1，质量流率最大。

$$u_e=\sqrt{2C_PT_c[1-\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}]}$$

定义 $\Gamma=\sqrt{\frac{\gamma}{\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}}}$

$$\dot{m}_p=\dot{m}_{\max}=\frac{\Gamma}{\sqrt{R}}\frac{p_cA_{th}}{\sqrt{T_c}}$$

$$\frac{A_e}{A_{th}}=\frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{2/\gamma}-\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{(\gamma+1)/\gamma}\right]}}$$

$$\frac{u_e}{u_{th}}=\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]}$$

理论推力(ideal)

$$F_i=\dot{m}_pu_e+(p_e-p_a)A_e$$

$$=p_cA_{th}\left[\Gamma\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]}+\frac{p_e-p_a}{p_c}\frac{A_e}{A_t}\right]$$

最佳推力(opt)，最佳膨胀，$p_e=p_a$

最大推力(max)，$p_e=p_a=0$，喷管出口无穷大

理论特征速度

$$C_i^*=\frac{\sqrt{RT_c}}{\Gamma}=\frac{p_cA_{th}}{\dot{m}_p}$$

推力系数，0.6~2.2，无量纲，比较不同大小的发动机

$$C_F=\frac{F}{p_cA_{th}}$$

有效速度

$$C=C_{Fi}C_x^*$$

混合质量比

$$r=\frac{\dot{m}_{ox}}{\dot{m}_F}$$

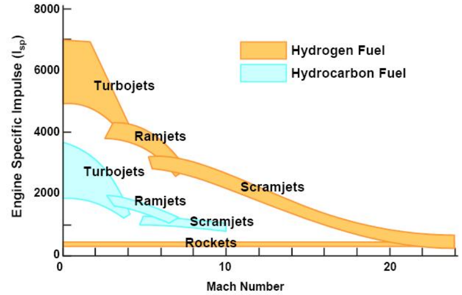
五、涡轮发动机

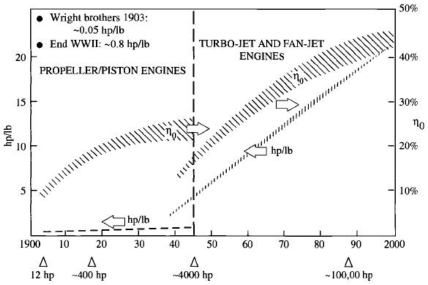
六、引言

涡喷发动机：单位推力大，推进效率低，噪声大，高速飞行

涡轮螺旋桨发动机：低速下推进效率高、飞行速度较低、噪声较大

涡扇发动机：推进效率较高、噪声较小、单位推力较大、大多数飞机





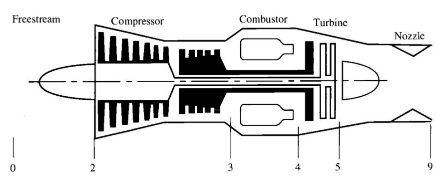
吸气式发动机发展方向

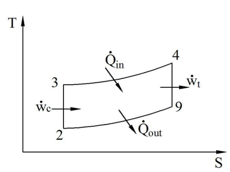
•RAMJET（冲压发动机）：飞行速度更高

•TBCC (涡轮基组合循环发动机)：从低速到高速

•PDE （爆震发动机）：定容燃烧，效率更高

理想 Brayton 循环





•等熵压缩(2-3)(绝热可逆)

•等压加热(燃烧)(3-4)

•等熵膨胀(4-9)，动能包括在 $\dot W_t$ 中

•等压放热(9-2)，发动机外

热效率

$$\eta_T = \frac{\dot W_{out}}{\dot Q_{in}} = \frac{\dot W_t - \dot W_c}{\dot Q_{in}} = 1-\frac{T_2}{T_3} = 1-\frac{T_9}{T_4}$$

单位流量的净输出功

$$\frac{\dot W_{out}}{\dot m} = C_P[(T_4-T_9)-(T_3-T_2)]$$

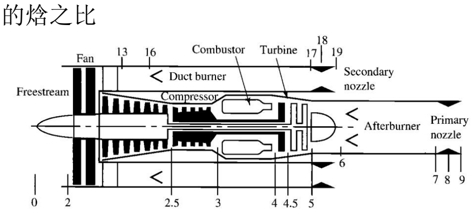
真实涡扇发动机循环参数分析

符号含义

•τ_r 环境流体的滞止温度和热力学温度之比

•π_r 环境流体的滞止压力和热力学压力之比

•τ_λ 涡轮前燃烧室出口的滞止焓与环境流体的焓之比



d 进气道，c 压气机，b 燃烧室，t 涡轮，n 喷管，f 风扇，fn 风扇喷管。

•τ_a 表示部件 a 的出口总温和入口总温之比

•π_a 表示部件 a 的出口总压和入口总压之比

环境和设计参数

飞行马赫数 M_0，环境温度 T_0。

涵道比 $\alpha = \frac{\dot m_{fn}}{\dot m_c}$。

压气机、风扇、燃烧室各自的压缩比

π_c,π_f,π_b。

涡轮材料和冷却技术的限制温度 T_{t4}，燃料热值 Δh_c。

性能参数

进气道、喷管绝热不等熵，

$\tau_d=\tau_n=\tau_{fn}=1$，$\pi_d,\pi_n,\pi_{fn}$ 受摩擦力影响。

风扇、压气机、涡轮多变效率分别为 e_f、e_c、e_t。

燃烧效率 η_b，机械效率 η_m。

燃烧前气体性质 γ_c, C_{Pc}，燃烧后气体性质 γ_t, C_{Pt}。

环境压力与喷管压力之比 $\frac{p_0}{p_9},\frac{p_0}{p_{19}}$。

待求参数

单位推力 $\frac{F}{\dot m_0}$

单位燃油消耗率 $S=\frac{\dot m_f}{F}$

$$TSFC = \frac{\dot m_f}{T}$$

油气比 $f=\frac{\dot m_f}{\dot m_c}$

推进效率 $\eta_p = \frac{Fu_0}{\dot W_{out}}$

热效率 $\eta_T = \frac{\dot W_{out}}{(\dot Q_{in})_{ideal}}$

总效率 $\eta_0=\eta_c\eta_p$

可直接求

$$R_c = \frac{\gamma_c-1}{\gamma_c}C_{Pc}$$
$$R_t = \frac{\gamma_t-1}{\gamma_t}C_{Pt}$$
$$a_0=\sqrt{\gamma_c R_c T_0}$$
$$u_0 = a_0 M_0$$
$$\tau_\lambda = \frac{C_{Pt}T_{t4}}{C_{Pc}T_0}$$
$$T_{t0} = T_0\left(1+\frac{\gamma_c-1}{2}M_0^2\right)$$
$$\tau_r = \frac{T_{t0}}{T_0} = 1+\frac{\gamma_c-1}{2}M_0^2$$
$$\pi_r = \tau_r^{\gamma_c/(\gamma_c-1)}$$
$$\tau_f = \pi_f^{(\gamma_c-1)/\gamma_c e_f} \qquad \tau_c = \pi_c^{(\gamma_c-1)/\gamma_c e_c}$$

第 1 步

发动机推力

$$F = (\dot m_9 u_9 - \dot m_c u_0) + \dot m_{fn}(u_{19}-u_0) + A_9(p_9-p_0)+A_{19}(p_{19}-p_0)$$

其中 $\dot m_9 = \dot m_c + \dot m_f$。考虑 $\alpha = \frac{\dot m_{fn}}{\dot m_c}$，$f=\frac{\dot m_f}{\dot m_c}$，则单位推力

$$\frac{F}{\dot m_0} = \frac{a_0}{1+\alpha}\left[(1+f)\frac{u_9}{a_0}+\alpha\frac{u_{19}}{a_0}-(1+\alpha)M_0\right] + \frac{A_9p_9}{\dot m_0}\left(1-\frac{p_0}{P_9}\right)+\frac{A_9p_{19}}{\dot m_0}\left(1-\frac{p_0}{p_{19}}\right)$$

$$\frac{A_9p_9}{\dot m_0} = \frac{\dot m_9}{\dot m_0}\frac{A_9p_9}{\dot m_9} = \frac{\dot m_9}{\dot m_0}\frac{A_9p_9}{\rho_9A_9u_9} = \frac{\dot m_9}{\dot m_0}\frac{R_9T_9}{u_9} = \frac{\dot m_9}{\dot m_0}\frac{R_9T_9}{R_0T_0}\frac{a_0^2}{\gamma_0u_9} = \frac{1+f}{1+\alpha}\frac{a_0R_t}{\gamma_cR_c}\frac{T_9/T_0}{u_9/a_0}$$

同理

$$\frac{A_{19}p_{19}}{\dot m_0} = \frac{\alpha}{1+\alpha}\frac{a_0}{\gamma_c}\frac{T_{19}/T_0}{u_{19}/a_0}$$

则

$$\frac{F}{\dot m_0} = \frac{a_0}{1+\alpha}\left[(1+f)\frac{u_9}{a_0}+\alpha\frac{u_{19}}{a_0}-(1+\alpha)M_0 + (1+f)\frac{R_t}{\gamma_cR_c}\frac{T_9/T_0}{u_9/a_0}\left(1-\frac{p_0}{P_9}\right)+\frac{\alpha}{\gamma_c}\frac{T_{19}/T_0}{u_{19}/a_0}\left(1-\frac{p_0}{p_{19}}\right)\right]$$

可计算 $\frac{F}{\dot m_0}$，但 $f,\frac{u_9}{a_0},\frac{u_{19}}{a_0},\frac{T_9}{T_0},\frac{T_{19}}{T_0}$ 未知。

第 2 步

$$\left(\frac{u_9}{a_0}\right)^2 = \frac{a_9^2}{a_0^2}M_9^2 = \frac{\gamma_tR_tT_9}{\gamma_cR_cT_0}M_9^2$$

同理

$$\left(\frac{u_{19}}{a_0}\right)^2 = \frac{T_{19}}{T_0}M_{19}^2$$

M_9, M_{19} 未知。

第 3 步

由

$$p_t = p\left[1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right]^{\gamma/(\gamma-1)}$$

得

$$M_9^2 = \frac{2}{\gamma_t-1}\left[\left(\frac{p_{t9}}{p_9}\right)^{(\gamma_t-1)/\gamma_t}-1\right]$$
$$M_{19}^2 = \frac{2}{\gamma_c-1}\left[\left(\frac{p_{t19}}{p_{19}}\right)^{(\gamma_c-1)/\gamma_c}-1\right]$$

且有

$$\frac{p_{t9}}{p_9} = \pi_n\pi_t\pi_b\pi_c\pi_d\pi_r\frac{p_0}{p_9}$$
$$\frac{p_{t19}}{p_{19}} = \pi_{fn}\pi_f\pi_d\pi_r\frac{p_0}{p_{19}}$$

π_t 未知。

第 4 步

$$\frac{T_9}{T_0} = \frac{T_{t9}}{T_0}\frac{T_9}{T_{t9}} = \frac{T_{t9}}{T_0}\left(\frac{p_{t9}}{p_9}\right)^{-(\gamma_t-1)/\gamma_t}$$

同理

$$\frac{T_{19}}{T_0} = \frac{T_{t19}}{T_0}\left(\frac{p_{t19}}{p_{19}}\right)^{-(\gamma_c-1)/\gamma_c}$$

且有

$$\frac{T_{t9}}{T_0} = \tau_n\tau_t\tau_b\tau_c\tau_d\tau_r$$
$$\frac{T_{t19}}{T_0} = \tau_{fn}\tau_f\tau_d\tau_r$$

又由

$$\tau_b = \frac{T_{t4}}{T_{t3}} = \frac{C_{Pt}T_{t4}}{C_{Pc}T_0}\frac{C_{Pc}T_0}{C_{Pt}T_{t3}} = \tau_\lambda\frac{C_{Pc}}{C_{Pt}}\frac{T_0}{T_{t3}} = \frac{C_{Pc}}{C_{Pt}}\frac{\tau_\lambda}{\tau_c\tau_d\tau_r}$$

得

$$\frac{T_{t9}}{T_0} = \frac{C_{Pc}}{C_{Pt}}\tau_n\tau_t\tau_\lambda$$

τ_t 未知。

第 5 步

燃烧

$$\dot m_cC_{Pc}T_{t3}+\eta_b\dot m_f\Delta h_c = (\dot m_c+\dot m_f)C_{Pt}T_{t4}$$

同除 $\dot m_cC_{Pc}T_0$，代入 $\tau_d=\tau_n=1$，得

$$f = \frac{\tau_\lambda - \tau_c\tau_r}{\frac{\eta_b\Delta h_c}{C_{Pc}T_0}-\tau_\lambda}$$

f 可求。

第 6 步

$$\eta_m = \frac{\dot{W}_c + \dot{W}_f}{\dot{W}_t}$$
$$\dot{W}_c = \dot{m}_c C_{Pc}(T_{t3} - T_{t2})$$
$$\dot{W}_f = \dot{m}_{fn} C_{Pc}(T_{t13} - T_{t2})$$
$$\dot{W}_t = (\dot{m}_c + \dot{m}_f) C_{Pt}(T_{t4} - T_{t5})$$

则有

$$\begin{aligned}\eta_m(1+f)C_{Pt}T_{t4}(1-\tau_t) \\ = C_{Pc}T_{t2}\left[(\tau_c - 1) + \alpha(\tau_f - 1)\right]\end{aligned}$$

又由

$$\frac{C_{Pt}T_{t4}}{C_{Pc}T_{t2}} = \frac{C_{pt}T_{t4}}{C_{pc}T_0}\frac{T_0}{T_{t2}} = \frac{\tau_\lambda}{\tau_r}$$

得

$$\tau_t = 1 - \frac{\tau_r}{\tau_\lambda \eta_m (1+f)}\left[(\tau_c - 1) + \alpha(\tau_f - 1)\right]$$
$$\pi_t = \tau_t^{\gamma_t/[(\gamma_t - 1)e_t]}$$

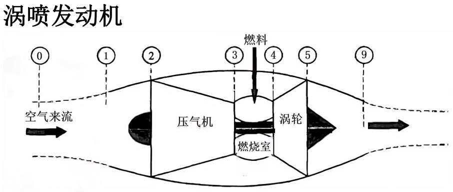
第 7 步

$$S = \frac{\dot{m}_f}{F} = \frac{f}{(1+\alpha)F/\dot{m}_0}$$

第 8 步

$$\eta_p = \frac{Fu_0}{\dot{W}_{out}} = \frac{Fu_0}{\frac{1}{2}\dot{m}_{fn}(u_{19}^2 - u_0^2) + \frac{1}{2}(\dot{m}_c + \dot{m}_f)u_9^2}$$
$$= \frac{2(1+\alpha)u_0 F/\dot{m}_0}{a_0^2\left[(1+f)(\frac{u_9}{a_0})^2 + \alpha(\frac{u_{19}}{a_0})^2 - (1+\alpha)M_0^2\right]}$$
$$\eta_T = \frac{\dot{W}_{out}}{(Q_{in})_{ideal}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{m}_{fn}(u_{19}^2 - u_0^2) + \frac{1}{2}(\dot{m}_c + \dot{m}_f)}{\dot{m}_f \Delta h_c}$$
$$= \frac{a_0^2\left[(1+f)(\frac{u_9}{a_0})^2 + \alpha(\frac{u_{19}}{a_0})^2 - (1+\alpha)M_0^2\right]}{2f\Delta h_c}$$
$$\eta_0 = \eta_T \eta_p$$

涡喷发动机



安装前推力

$$\begin{aligned}F &= \dot{m}_9 u_9 - \dot{m}_0 u_0 + (p_9 - p_0)A_9 \\ &\simeq \dot{m}_0(u_9 - u_0) + (p_9 - p_0)A_9\end{aligned}$$

安装后推力，考虑引擎舱的影响，有效推力计算应从 1-9

$$T = F - D = F - D_n - D_{add}$$
$$D_n = \int_1^9 (p - p_0)\,\mathrm{d}A_y$$
$$D_{add} = \int_0^1 (p - p_0)\,\mathrm{d}A_y$$

对一维流动

$$D_{add} = p_1 A_1(1 + \gamma M_1^2) - p_0 A_0 \gamma M_0^2 - p_0 A_1$$

最佳推力，最佳膨胀 $p_9 = p_0$

热效率

$$\eta_T = \frac{\dot{W}_{out}}{\dot{Q}_{in}}$$
$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}_f(\Delta h_{c,f})$$

对涡喷发动机

$$\dot{W}_{out} = \frac{1}{2}\left[(\dot{m}_0 + \dot{m}_f)u_9^2 - \dot{m}_0 u_0^2\right]$$

推进效率

$$\eta_p = \frac{Tu_0}{\dot{W}_{out}} \simeq \frac{Fu_0}{\dot{W}_{out}} \simeq \frac{2}{\frac{u_9}{u_0} + 1}$$

总效率

$$\eta_0 = \frac{Tu_0}{\dot{Q}_{in}} = \frac{Tu_0}{\dot{W}_{out}}\frac{\dot{W}_{out}}{\dot{Q}_{in}} = \eta_p \eta_T$$

或

$$\eta_0 = \frac{Tu_0}{\dot{m}_f(\Delta h_c)} = \frac{u_0}{TSFC(\Delta h_c)}$$

发动机推重比 $\frac{F}{W_{engine}}$

理想情况下循环参数分析

$$\dot{W}_t = \dot{W}_0, \quad p_{t4} = p_{t3}, \quad p_9 = p_0, \quad T_{t4} > T_{t3}$$
$$\pi_b = \pi_d = \pi_n = 1$$

已知

- M_0 飞行马赫数
- T_0 环境温度
- Δh_c 燃料热值
- T_{t4} 涡轮材料和冷却技术的限制温度
- π_c 压气机的压缩比，设计参数选择

$$\tau_\lambda = \frac{T_{t4}}{T_0}$$
$$\tau_c = \pi_c^{(\gamma-1)/\gamma}$$
$$\tau_r = \frac{T_{t0}}{T_0} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_0^2$$
$$\pi_r = \tau_r^{\gamma/(\gamma-1)}$$
$$a_0 = \sqrt{\gamma R T_0}$$

可求得发动机性能参数

$$\tau_t = 1 - \frac{\tau_r}{\tau_\lambda}(\tau_c - 1)$$
$$\frac{T_9}{T_0} = \tau_b = \frac{\tau_\lambda}{\tau_c \tau_r}$$
$$\frac{u_9}{a_0} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}\frac{\tau_\lambda}{\tau_c \tau_r}(\tau_t \tau_c \tau_r - 1)}$$
$$\frac{F}{\dot{m}_0} = a_0\left(\frac{u_9}{a_0} - M_0\right)$$
$$f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_0} = \frac{C_p T_0}{\Delta h_c}(\tau_\lambda - \tau_c \tau_r)$$
$$S = \frac{\dot{m}_f}{F} = \frac{f}{F/\dot{m}_0}$$
$$\eta_T = 1 - \frac{1}{\tau_c \tau_r}$$
$$\eta_p = \frac{2M_0}{u_9/a_0 + M_0}$$
$$\eta_0 = \eta_p \eta_T$$

涡扇发动机

理想情况下循环参数分析

$$\tau_{fn} = \pi_{fn} = \pi_d = 1$$

已知 $T_0, M_0, \Delta h_c, T_{t4}, \pi_c, \pi_f, \alpha$

发动机工作要求

$$\dot{W}_t = \dot{W}_f + \dot{W}_c$$
$$p_0 = p_9 = p_{19}$$

则

$$\tau_r = \frac{T_{t0}}{T_0} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_0^2$$
$$a_0 = \sqrt{\gamma R T_0}$$
$$\tau_\lambda = \frac{T_{t4}}{T_0}$$
$$\tau_c = \pi_c^{(\gamma-1)/\gamma}$$
$$\tau_f = \pi_f^{(\gamma-1)/\gamma}$$

可求得发动机性能参数

$$\tau_t = 1 - \frac{\tau_r}{\tau_\lambda}\left[(\tau_c - 1) + \alpha(\tau_f - 1)\right]$$
$$\frac{u_9}{a_0} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}\frac{\tau_\lambda}{\tau_c \tau_r}(\tau_t \tau_c \tau_r - 1)}$$
$$\frac{u_{19}}{a_0} = M_{19} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}(\tau_f \tau_r - 1)}$$
$$T_{19} = T_0$$
$$\frac{T_9}{T_0} = \tau_b = \frac{\tau_\lambda}{\tau_r \tau_c}$$
$$\frac{F}{\dot{m}_0} = \frac{a_0}{1+\alpha}\left[\left(\frac{u_9}{a_0} - M_0\right) + \alpha\left(\frac{u_{19}}{a_0} - M_0\right)\right]$$
$$f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_c} = (1+\alpha)\frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_0} = \frac{C_p T_0}{\Delta h_c}(\tau_\lambda - \tau_c \tau_r)$$
$$S = \frac{\dot{m}_f}{F} = \frac{f}{(1+\alpha)F/\dot{m}_0}$$
$$\eta_T = 1 - \frac{1}{\tau_c \tau_r}$$

$$\eta_p = \frac{Fu_0}{\dot{W}_{out}}$$
$$= \frac{2[\alpha(u_{19}/u_0 - 1) + (u_9/u_0 - 1)]}{\alpha([u_{19}/u_0]^2 - 1) + ([u_9/u_0]^2 - 1)}$$
$$\eta_0 = \eta_p \eta_T$$

推力比

$$FR = \frac{F_C/\dot{m}_C}{F_F/\dot{m}_F} = \frac{u_9/a_0 - M_0}{u_{19}/a_0 - M_0}$$