

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

### MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

En un **circuito combinatorio**, construido solo con compuertas lógicas **NOT**, **AND** y **OR** (o con sus versiones integradas NOR y NAND), **la salida del circuito sólo depende de sus entradas** en cada instante de tiempo. Su funcionamiento está descripto completamente por una simple **tabla de verdad**.

Cuando se introducen en tales circuitos **realimentación** y **demoras**, en un instante de tiempo **la salida del circuito YA NO depende solo de sus entradas actuales** sino del **ESTADO** del circuito (*memoria*) alcanzado debido a las entradas anteriores. Una **tabla de verdad simple ya NO es adecuada** para describir su funcionamiento. Ahora es una **Máquina Secuencial**.



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

### • Máquina de Mealy

- **George H. Mealy** en 1955 trabajando en los Laboratorios Bell, presenta su artículo ***Un método para sintetizar circuitos secuenciales***, en el cual desarrolla un **método formal** para describir el funcionamiento de las **máquinas secuenciales**.
- Por **método formal** se debe entender *un modelo matemático* compuesto por **conjuntos** y **funciones** definidas sobre ellos, que permite diseñar y analizar el funcionamiento de las máquinas secuenciales. Éstas funcionan en **tiempo discreto** y en cada instante pueden estar **en uno de un número finito de estados**.



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

- Máquina de Mealy: MODELO FORMAL

**Definición:** Una *máquina de Mealy* es un modelo matemático compuesto por una quintupla de elementos:

$$ME = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$$

cuyos componentes son:

- $\Sigma_E$ : alfabeto de símbolos de entrada
- $\Sigma_S$ : alfabeto de símbolos de salida
- $Q$ : conjunto finito y no vacío de estados posibles
- $f: Q \times \Sigma_E \rightarrow Q$  función de transición entre estados
- $g: Q \times \Sigma_E \rightarrow \Sigma_S$  función de salida

Las funciones  $f$  y  $g$  se describen mediante sus **tablas** o mediante un grafo dirigido (**digrafo**) llamado *diagrama de transición de estados*.



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

- Máquina de Mealy: **MODELO FORMAL**  $ME = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$

$$f: Q \times \Sigma_E \rightarrow Q \quad f(q_2, e_2) = q_n$$

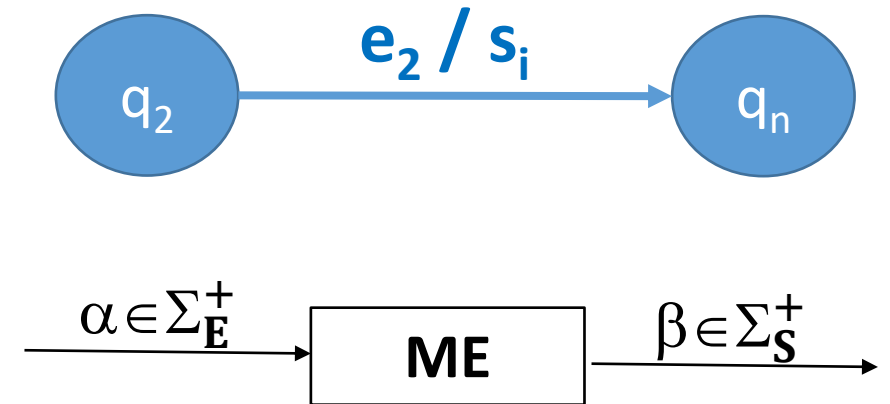
T  
A  
B  
L  
A  
S

$f$		$\Sigma_E$			
		$e_1$	$e_2$	...	$e_k$
$Q$	$q_1$	...	...	...	...
	$q_2$	...	$q_n$	...	...
	...	...	...	...	...
	$q_n$	...	...	...	...

$$g: Q \times \Sigma_E \rightarrow \Sigma_S \quad g(q_2, e_2) = s_i$$

$g$		$\Sigma_E$			
		$e_1$	$e_2$	...	$e_k$
$Q$	$q_1$	...	...	...	...
	$q_2$	...	$s_i$	...	...
	...	...	...	...	...
	$q_n$	...	...	...	...

**DIGRAFO**



## Funcionamiento

- Estando la máquina en  $q_{\text{actual}}$
- Lee símbolo de entrada  $e_{\text{leído}}$
  - Emite  $g(q_{\text{actual}}, e_{\text{leído}})$
  - Transita a  $f(q_{\text{actual}}, e_{\text{leído}})$



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

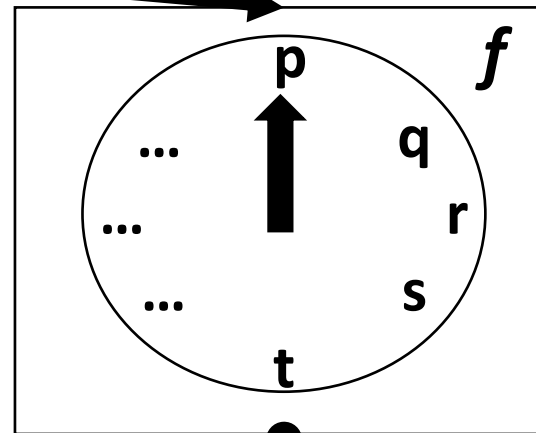
- **Máquina de Mealy:  $ME = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$**

### MODELO MECÁNICO

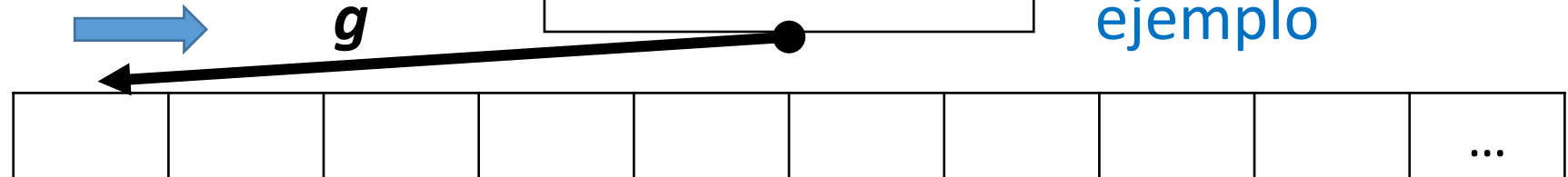
#### Cinta de Entrada



Partiendo desde el estado **p**, con los cabezales de lectura y escritura en 1°



Notar que podría partir desde cualquier estado, no sólo desde “p” como en este ejemplo



#### Cinta de Salida

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

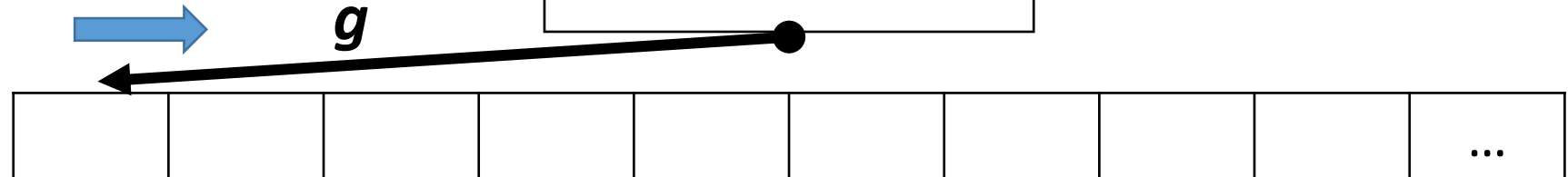
- **Máquina de Mealy:  $ME = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$**

### MODELO MECÁNICO

#### Cinta de Entrada



1. Lee **a** en la entrada



#### Cinta de Salida

## Máquinas y AFD

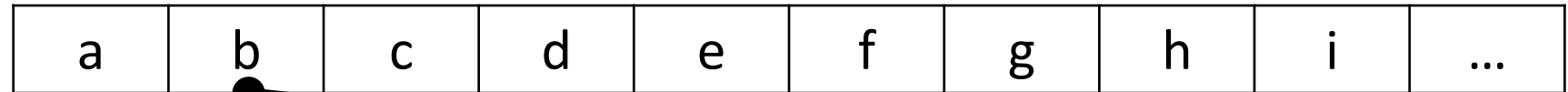
- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

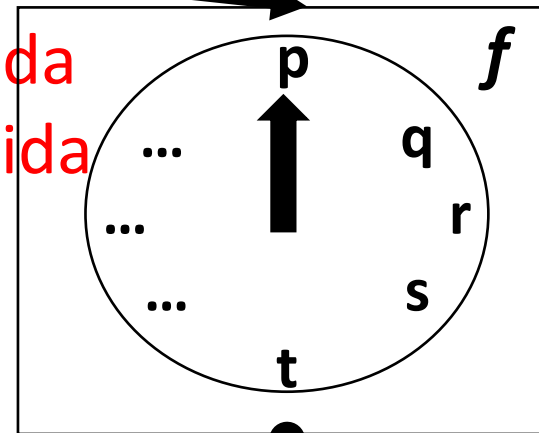
- **Máquina de Mealy:  $ME = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$**

### MODELO MECÁNICO

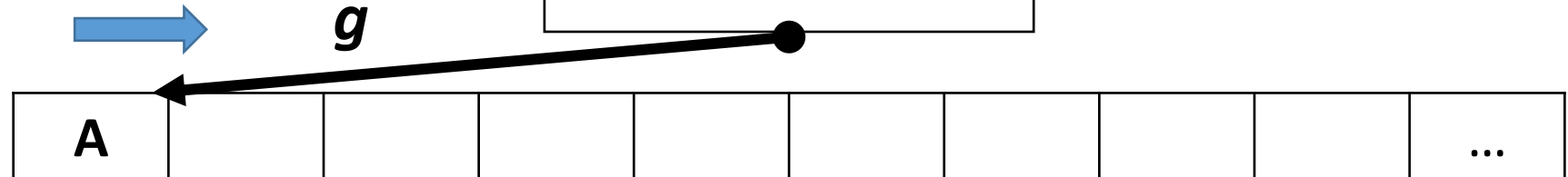
#### Cinta de Entrada



1. Lee **a** en la entrada
2. Emite **A** en la salida



$$g(p, a) = A$$



#### Cinta de Salida



## Máquinas y AFD

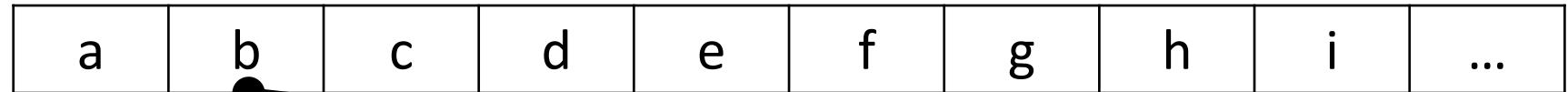
- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

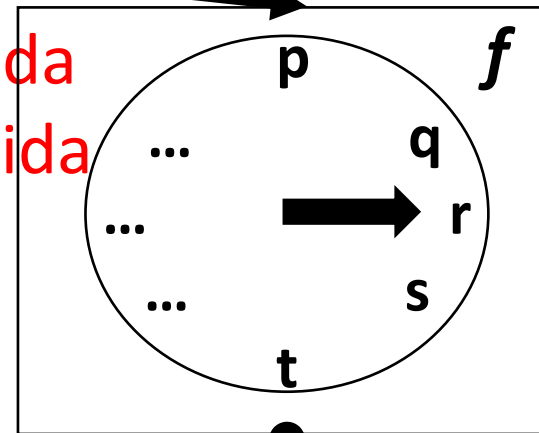
- **Máquina de Mealy:  $ME = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$**

### MODELO MECÁNICO

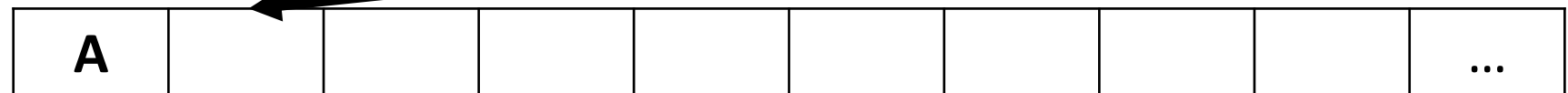
#### Cinta de Entrada



1. Lee **a** en la entrada
2. Emite **A** en la salida
3. Transita a **r**



$$f(p, a) = r$$



#### Cinta de Salida



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

### • Máquina de Mealy: MODELO ALGORÍTMICO

Definidas y cargadas previamente las funciones  $f$  y  $g$ :

**estado = 'p'**

**entrada = leerEntrada()**

**Mientras (Haya algo que leer en la entrada) {**

**escribir  $g(\text{estado}, \text{entrada})$  en la salida**

**estado =  $f(\text{estado}, \text{entrada})$**

**entrada = leerEntrada()**

**}**



Trabajando de esta forma, la máquina de Mealy es una:

**MÁQUINA SECUENCIAL - DETERMINISTA - TRADUCTORA**

Ver ejemplo del apunte.

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

### • Máquina de Moore

- **Edward F. Moore** en 1956 trabajando en la Universidad de Princeton, presenta su artículo ***Gedanken-experiments on Sequential Machines***, en el cual desarrolla un modelo alternativo al de Mealy, pero totalmente equivalente.
- La máquina de Moore es también *un modelo matemático* compuesto por **conjuntos** y **funciones** definidas sobre ellos. Éstas funcionan en *tiempo discreto* y en cada instante pueden estar *en uno de un número finito de estados*. La principal diferencia con la máquina de Mealy es que **su función de salida SOLO depende del estado actual** de la máquina en cada momento.

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

- Máquina de Moore: MODELO FORMAL

**Definición:** Una *máquina de Moore* es un modelo matemático compuesto por una quintupla de elementos:

$$MO = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$$

cuyos componentes son:

- $\Sigma_E$ : alfabeto de símbolos de entrada
- $\Sigma_S$ : alfabeto de símbolos de salida
- $Q$ : conjunto finito y no vacío de estados posibles
- $f: Q \times \Sigma_E \rightarrow Q$  función de transición entre estados
- $g: Q \rightarrow \Sigma_S$  función de salida (diferencia con Mealy)

Las funciones  $f$  y  $g$  se describen mediante sus **tablas** o mediante un grafo dirigido (**digrafo**) llamado *diagrama de transición de estados*.

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

- Máquina de Moore: **MODELO FORMAL**  $MO = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$

$$f: Q \times \Sigma_E \rightarrow Q \quad f(q_2, e_2) = q_n$$

**TABLAS**

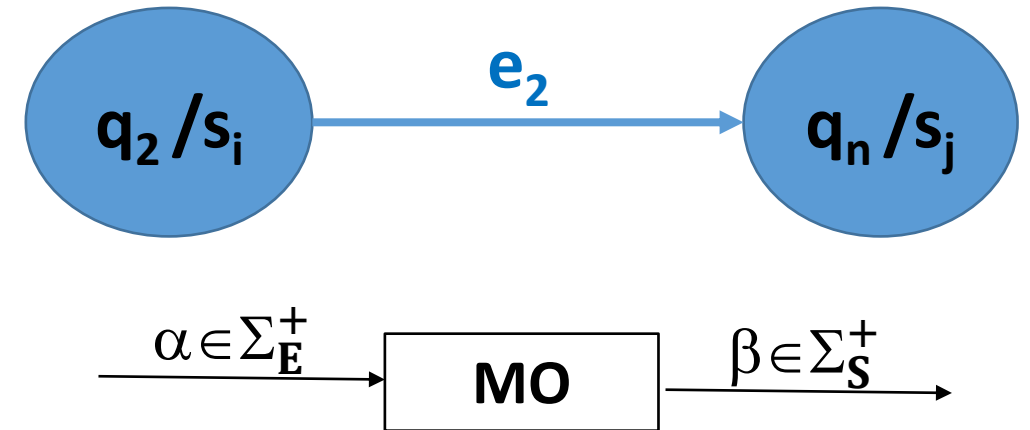
$f$		$\Sigma_E$			
		$e_1$	$e_2$	...	$e_k$
$Q$	$q_1$	...	...	...	...
	$q_2$	...	$q_n$	...	...
	...	...	...	...	...
	$q_n$	...	...	...	...

$$g: Q \rightarrow \Sigma_S$$

$Q$	$g$
$q_1$	...
$q_2$	$s_i$
...	...
$q_n$	$s_j$

$$g(q_2) = s_i$$

**DIGRAFO**



## Funcionamiento

Estando la máquina en  $q_{\text{actual}}$

- Lee símbolo de entrada  $e_{\text{leído}}$
- Emite  $g(q_{\text{actual}})$
- Transita a  $f(q_{\text{actual}}, e_{\text{leído}})$

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

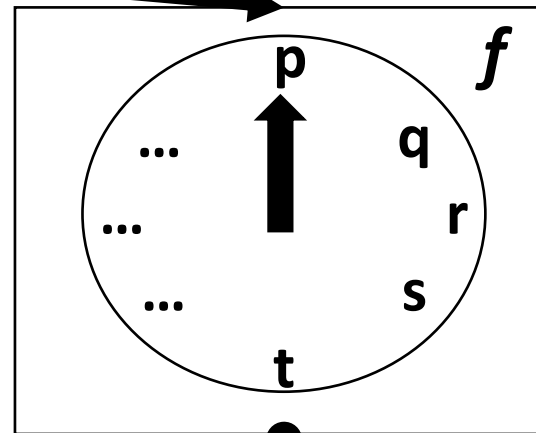
- **Máquina de Moore:  $MO = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$**

### MODELO MECÁNICO

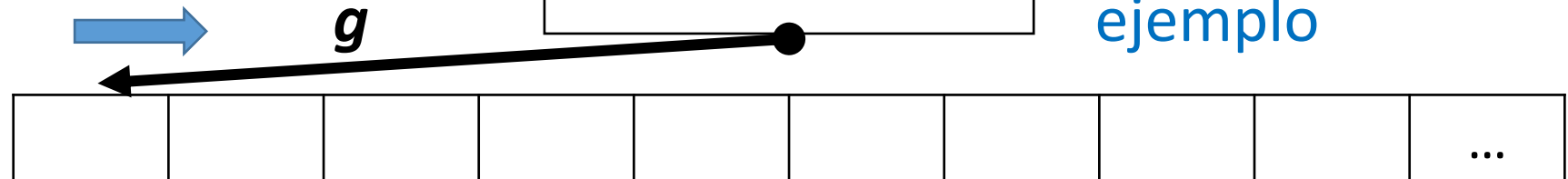
#### Cinta de Entrada



Partiendo desde el estado **p**, con los cabezales de lectura y escritura en 1°



Notar que podría partir desde cualquier estado, no sólo desde “p” como en este ejemplo



#### Cinta de Salida

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

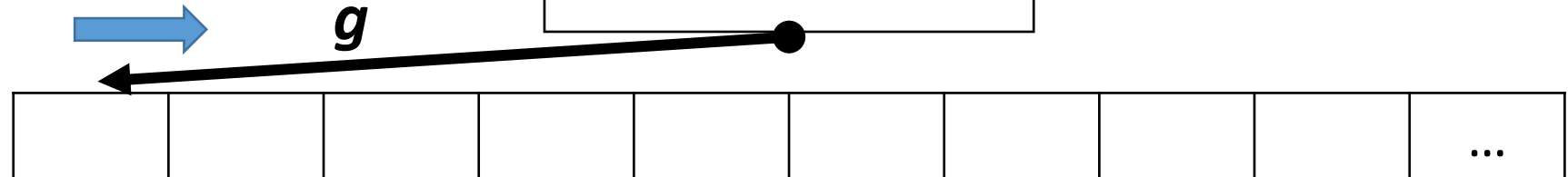
- **Máquina de Moore:  $MO = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$**

### MODELO MECÁNICO

#### Cinta de Entrada



1. Lee **a** en la entrada



#### Cinta de Salida



## Máquinas y AFD

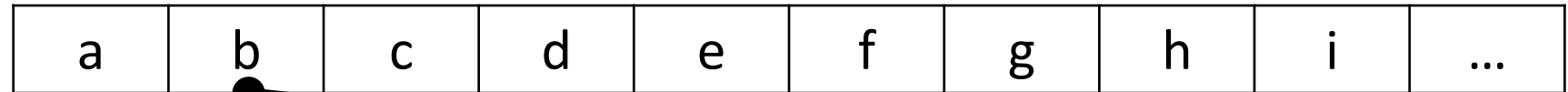
- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

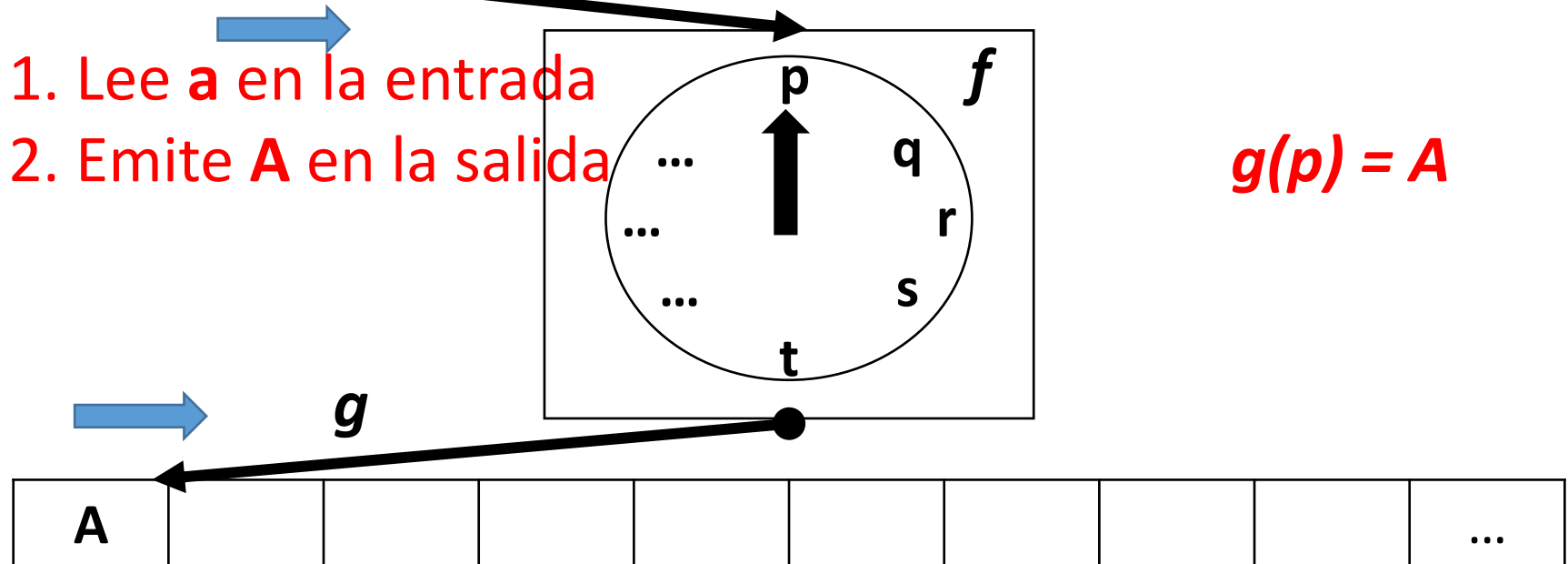
- **Máquina de Moore:  $MO = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$**

### MODELO MECÁNICO

#### Cinta de Entrada



1. Lee **a** en la entrada
2. Emite **A** en la salida



$$g(p) = A$$

#### Cinta de Salida



## Máquinas y AFD

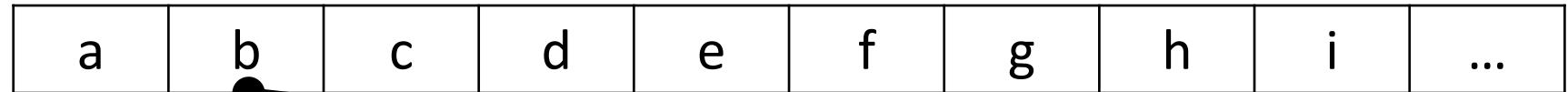
- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

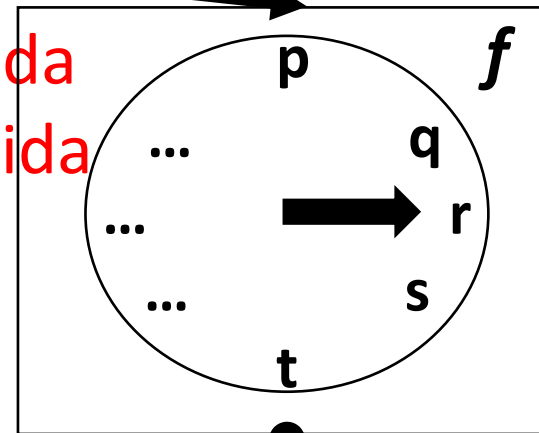
- **Máquina de Moore:  $MO = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$**

### MODELO MECÁNICO

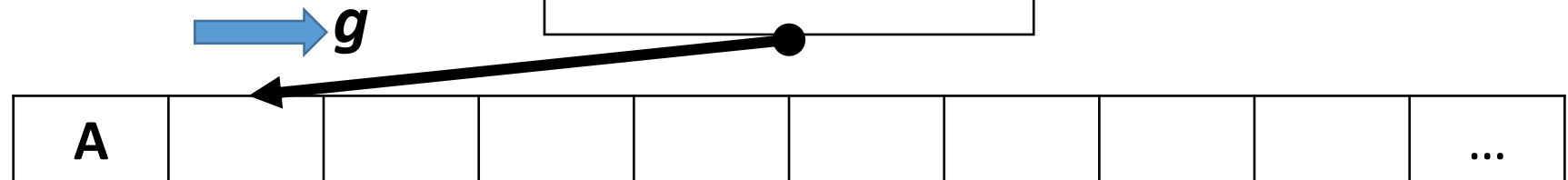
#### Cinta de Entrada



1. Lee **a** en la entrada
2. Emite **A** en la salida
3. Transita a **r**



$$f(p, a) = r$$



#### Cinta de Salida



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

### • Máquina de Moore: MODELO ALGORÍTMICO

Definidas y cargadas previamente las funciones  $f$  y  $g$ :

**estado = 'p'**

**entrada = leerEntrada()**

**Mientras (Haya algo que leer en la entrada) {**

**escribir  $g(\text{estado})$  en la salida**

**estado =  $f(\text{estado}, \text{entrada})$**

**entrada = leerEntrada()**

**}**



Trabajando de esta forma, la máquina de Moore es una:

**MÁQUINA SECUENCIAL - DETERMINISTA - TRADUCTORA**

**Genera como un retraso en la salida respecto a la de Mealy.**

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista

- Las **máquinas secuenciales** de Mealy y Moore como fueron definidas, **no tienen un estado inicial de operación preciso**; pueden partir desde cualquiera de sus estados.
- Su objetivo es netamente ser una máquina **traductora**, y su resultado depende del estado desde el cual inician sus operaciones. Para ciertas tareas esto es **inaceptable**.
- Por ello se define un **Autómata Finito** como una máquina secuencial pero con un **estado inicial** explícitamente indicado; además se agregará un **conjunto de estados de aceptación**, para lograr que durante su funcionamiento realice además tareas de **reconocimiento**.

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

- Autómata Finito Determinista Traductor: MODELO FORMAL

**Definición:** Un *autómata finito determinista traductor* es un modelo matemático compuesto por una séptupla:

$$AFD_T = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, q_0, A, f, g)$$

cuyos componentes son:

- $\Sigma_E$ : alfabeto de símbolos de entrada
- $\Sigma_S$ : alfabeto de símbolos de salida
- $Q$ : conjunto finito y no vacío de estados posibles
- $q_0 \in Q$ : **estado inicial** de operaciones del autómata
- $A \subseteq Q$ : **conjunto de estados de aceptación**
- $f : Q \times \Sigma_E \rightarrow Q$  función de transición entre estados
- $g : Q \times \Sigma_E \rightarrow \Sigma_S$  función de salida

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

- Autómata Finito Determinista Traductor: **MODELO FORMAL**

$$f: Q \times \Sigma_E \rightarrow Q \quad f(q_1, e_2) = q_n$$

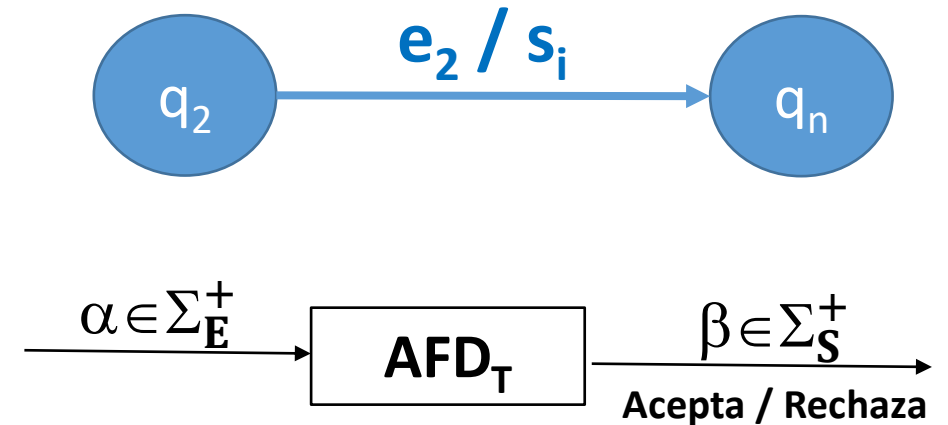
T  
A  
B  
L  
A  
S

$f$		$\Sigma_E$			
		$e_1$	$e_2$	...	$e_k$
$Q$	$\rightarrow q_0$	...	...	...	...
	$q_1$	...	$q_n$	...	...
	...	...	...	...	...
	$* q_n$	...	...	...	...

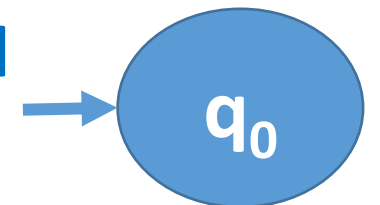
$$g: Q \times \Sigma_E \rightarrow \Sigma_S \quad g(q_1, e_2) = s_i$$

$g$		$\Sigma_E$			
		$e_1$	$e_2$	...	$e_k$
$Q$	$q_0$	...	...	...	...
	$q_1$	...	$s_i$	...	...
	...	...	...	...	...
	$q_n$	...	...	...	...

**DIGRAFO**



**Estado Inicial**



**Estados de Aceptación**



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

### • Autómata Finito Determinista Traductor:

$$AFD_T = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, q_0, A, f, g)$$

**Funcionamiento:** Siempre iniciando su funcionamiento desde el estado inicial  $q_0$ , el autómata:

1. Lee un símbolo de entrada  $e_{leído}$  y mueve el cabezal de lectura a la derecha una posición.
2. Escribe en la salida  $s = g(q_{actual}, e_{leído})$  y mueve el cabezal de impresión a la derecha una posición.
3. Transita a un nuevo estado  $q = f(q_{actual}, e_{leído})$ .
4. Repite los pasos 1-2-3 y al terminar la cadena de entrada:
  - Si quedó en  $q_f \in A$ , se dice que **ACEPTA** la cadena leída.
  - Si quedó en  $q_f \notin A$ , se dice que **RECHAZA** la cadena.



## Máquinas y AFD

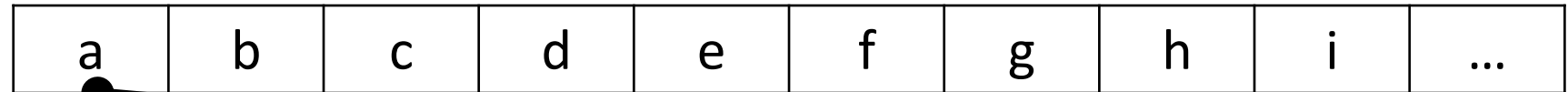
- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

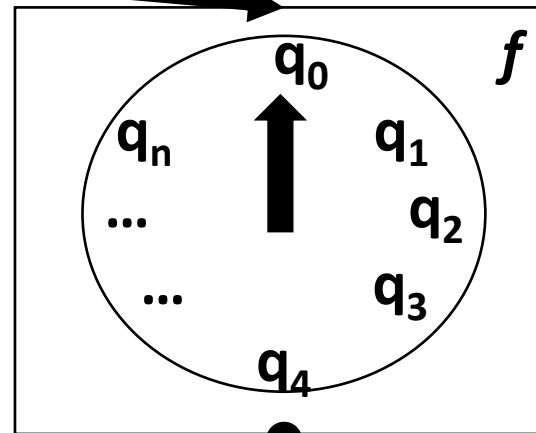
- Autómata Finito Determinista:  $AFD_T = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, q_0, A, f, g)$

### MODELO MECÁNICO

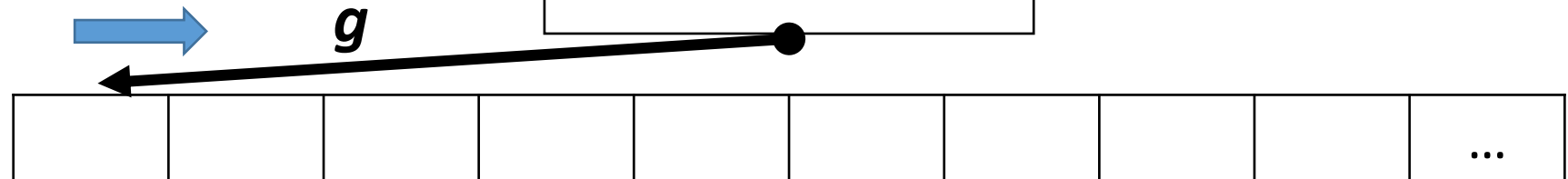
#### Cinta de Entrada



Partiendo desde el estado  $q_0$ , con los cabezales de lectura y escritura en 1°



Notar que siempre iniciará su funcionamiento desde  $q_0$



#### Cinta de Salida

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

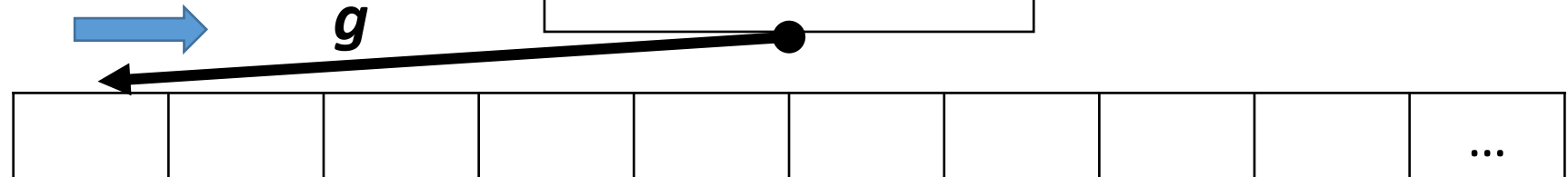
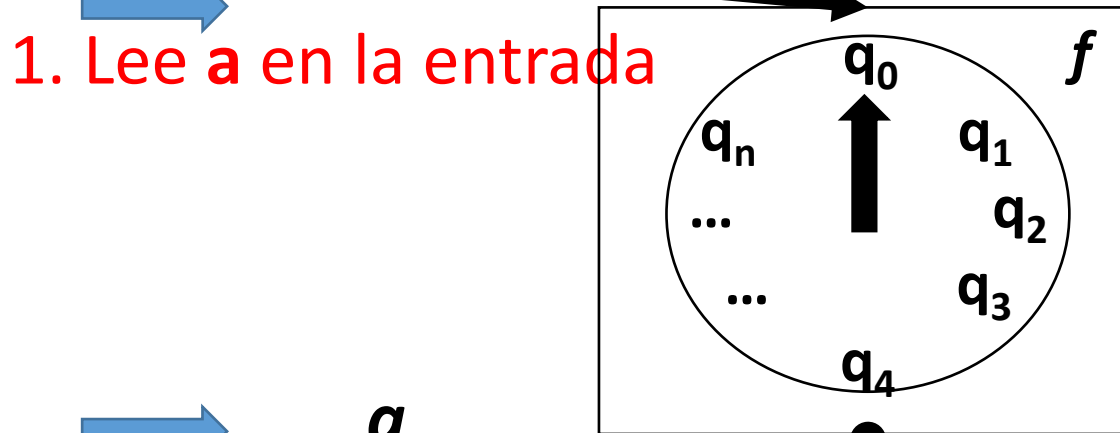
- **Autómata Finito Determinista:**  $AFD_T = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, q_0, A, f, g)$

### MODELO MECÁNICO

#### Cinta de Entrada



1. Lee a en la entrada



#### Cinta de Salida

## Máquinas y AFD

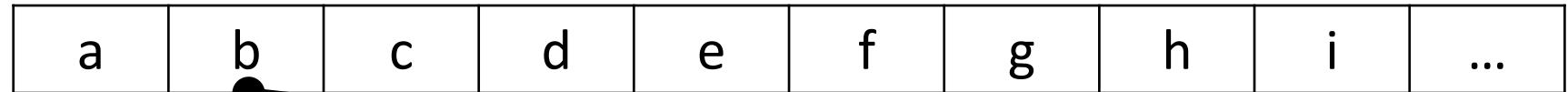
- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

- Autómata Finito Determinista:  $AFD_T = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, q_0, A, f, g)$

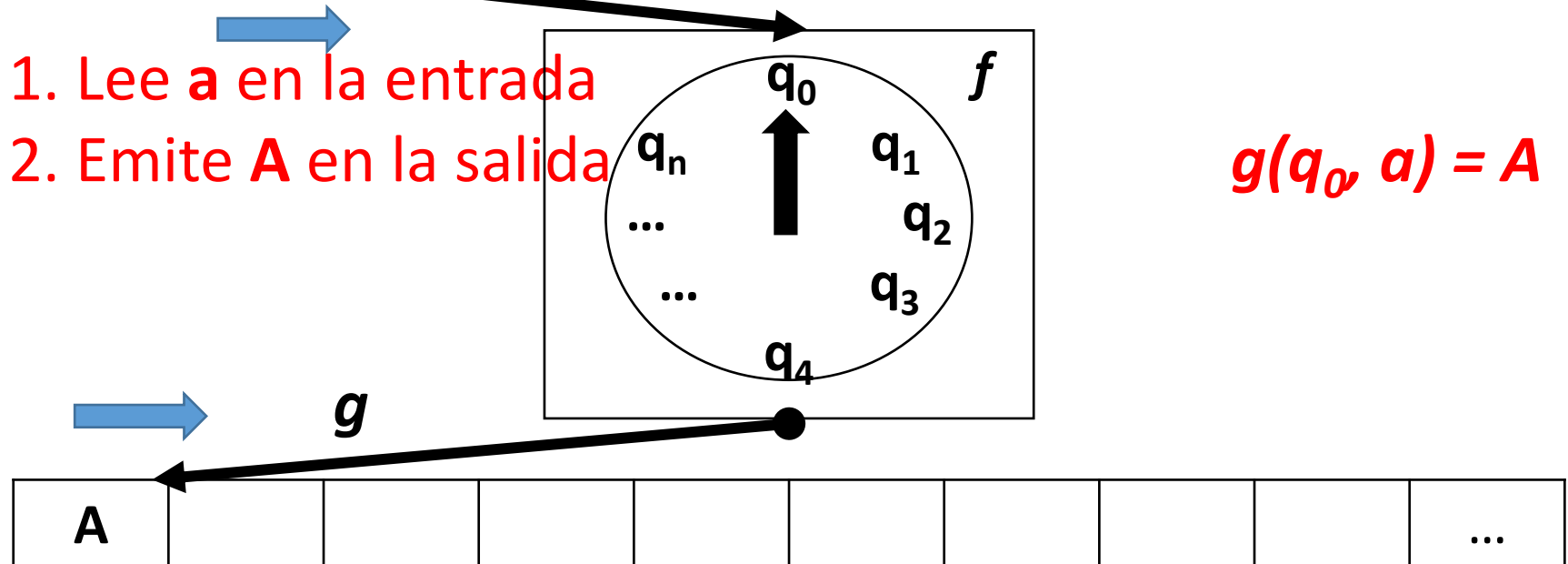
### MODELO MECÁNICO

#### Cinta de Entrada



1. Lee **a** en la entrada
2. Emite **A** en la salida

$$g(q_0, a) = A$$



#### Cinta de Salida



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

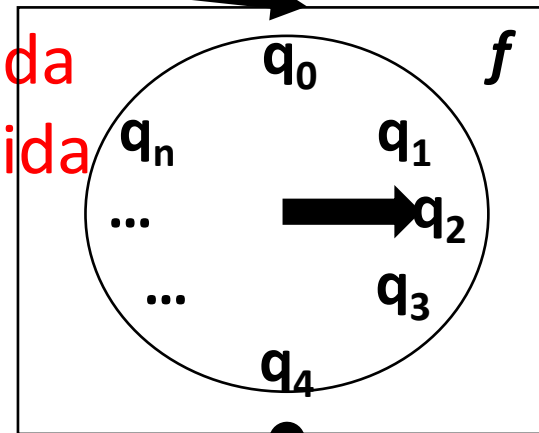
- Autómata Finito Determinista:  $AFD_T = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, q_0, A, f, g)$

### MODELO MECÁNICO

#### Cinta de Entrada



1. Lee **a** en la entrada
2. Emite **A** en la salida
3. Transita a  $q_2$



$$f(q_0, a) = q_2$$

$g$



#### Cinta de Salida

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

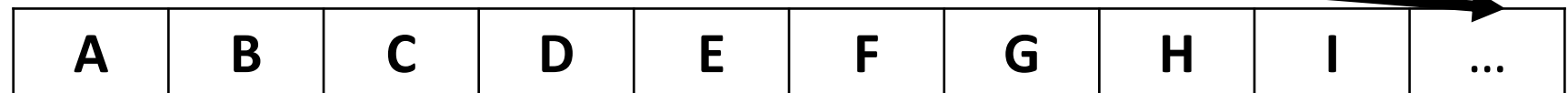
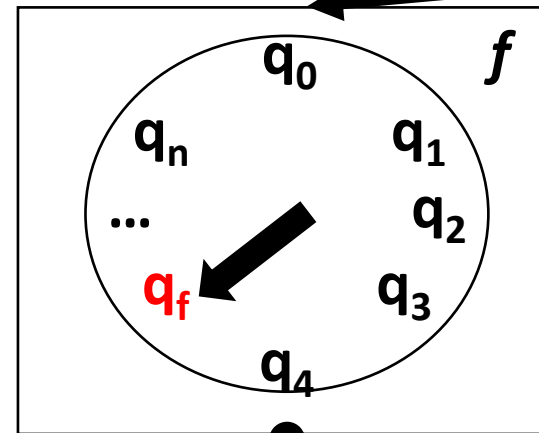
- Autómata Finito Determinista:  $AFD_T = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, q_0, A, f, g)$

### MODELO MECÁNICO

#### Cinta de Entrada



Al finalizar de leer la entrada, según el estado  $q_f$  al cual arribó, decide si **acepta o rechaza**



#### Cinta de Salida

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

- **Autómata Finito Determinista:** MODELO ALGORÍTMICO

Definidas y cargadas previamente las funciones  $f$  y  $g$ :

**estado = 'q<sub>0</sub>'**

**entrada = leerEntrada()**

**Mientras (Haya algo que leer en la entrada) {**

**escribir  $g(\text{estado}, \text{entrada})$  en la salida**

**estado =  $f(\text{estado}, \text{entrada})$**

**entrada = leerEntrada()**

**}**

**Si (estado  $\in A$ ) entonces ACEPTAR la cadena de entrada**

**Sino entonces RECHAZAR la cadena de entrada.**

Trabajando de esta forma, el AFD es un:

**AUTÓMATA - DETERMINISTA – TRADUCTOR Y RECONOCEDOR**

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

- **Autómata Finito Determinista Traductor: Pensemos**
  - Sólo al **terminar de leer la cadena** de entrada puede decidir si **acepta o rechaza**.
  - Pero ... **¿cómo se da cuenta** que terminó de leerla?
  - Discusión de función **Total** (o completa) y función **Parcial**
  - Detención del autómata finito:
    - **Final de la cadena** de entrada, o
    - **Transición no definida**

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista Reconocedor

- Para la Teoría de Lenguajes Formales, la función que resulta más importante del Autómata Finito Determinista, es la de **reconocimiento de cadenas**. Por ello, quitaremos del  $AFD_T$  el **alfabeto de símbolos de salida  $\Sigma_s$  y la función de salida  $g$**  para obtener un modelo matemático que efectúe solo el trabajo de reconocimiento:

$$AFD_T = (\Sigma_E, \Sigma_s, Q, q_0, A, f, g)$$



$$AFD_R = (\Sigma_E, Q, q_0, A, f)$$

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista Reconocedor

#### MODELO FORMAL

**Definición:** Un *autómata finito determinista reconocedor* es un modelo matemático compuesto por una quintupla:

$$AFD_R = (\Sigma_E, Q, q_0, A, f)$$

cuyos componentes son:

- $\Sigma_E$ : alfabeto de símbolos de entrada
- $Q$ : conjunto finito y no vacío de estados posibles
- $q_0 \in Q$ : **estado inicial** de operaciones del autómata
- $A \subseteq Q$ : **conjunto de estados de aceptación**
- $f : Q \times \Sigma_E \rightarrow Q$  función de transición de estado a estado

**AUTÓMATA - DETERMINISTA –RECONOCEDOR**



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

### Autómata Finito Determinista Reconocedor

#### MODELO FORMAL

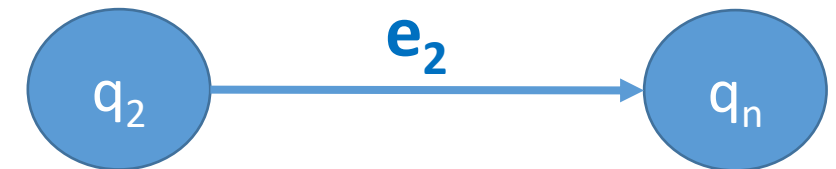
$$f : Q \times \Sigma_E \rightarrow Q \quad f(q_1, e_2) = q_n$$

**T**  
**A**  
**B**  
**L**  
**A**

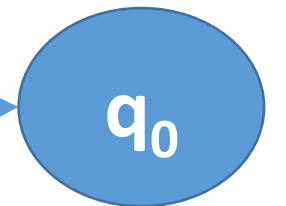
$f$		$\Sigma_E$			
		$e_1$	$e_2$	...	$e_k$
$Q$	$\rightarrow q_0$	...	...	...	...
	$q_1$	...	$q_n$	...	...
	...	...	...	...	...
	$* q_n$	...	...	...	...



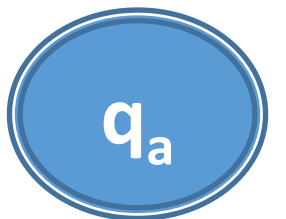
#### DIGRAFO



Estado Inicial →



Estados de Aceptación



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

### • Autómata Finito Determinista Reconocedor:

$$AFD_R = (\Sigma_E, Q, q_0, A, f)$$

**Funcionamiento:** Siempre iniciando su funcionamiento desde el estado inicial  $q_0$ , el autómata:

1. Lee un símbolo de entrada  $e_{leído}$  y mueve el cabezal de lectura a la derecha una posición.
2. Transita al estado  $q = f(q_{actual}, e_{leído})$ .
3. Repite los pasos 1-2 y al terminar la cadena de entrada:
  - Si quedó en  $q_f \in A$ , se dice que **ACEPTA** la cadena leída.
  - Si quedó en  $q_f \notin A$ , se dice que **RECHAZA** la cadena.

**AUTÓMATA - DETERMINISTA –RECONOCEDOR**



## Máquinas y AFD

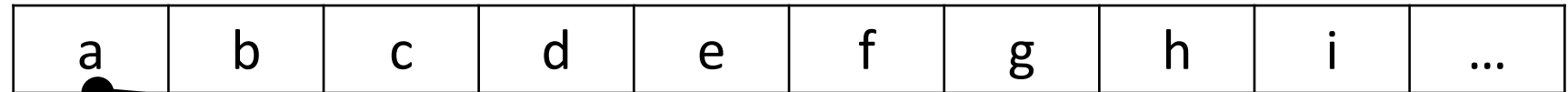
- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

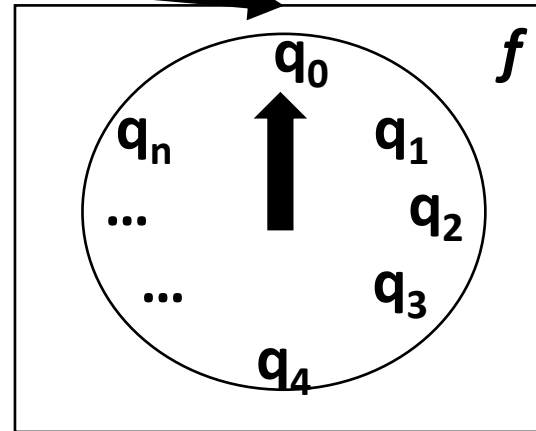
- **Autómata Finito Determinista:**  $AFD_R = (\Sigma_E, Q, q_0, A, f)$

### MODELO MECÁNICO

#### Cinta de Entrada



Partiendo desde el estado  $q_0$ , con el cabezal de lectura en el 1er símbolo de la entrada.



Notar que siempre iniciará su funcionamiento desde  $q_0$

## Máquinas y AFD

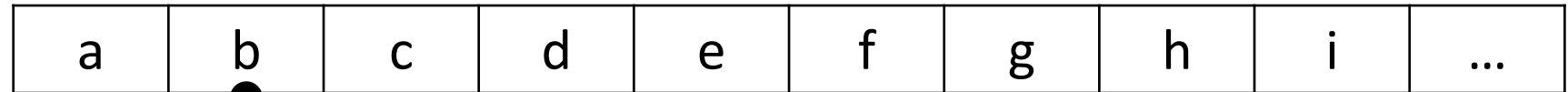
- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

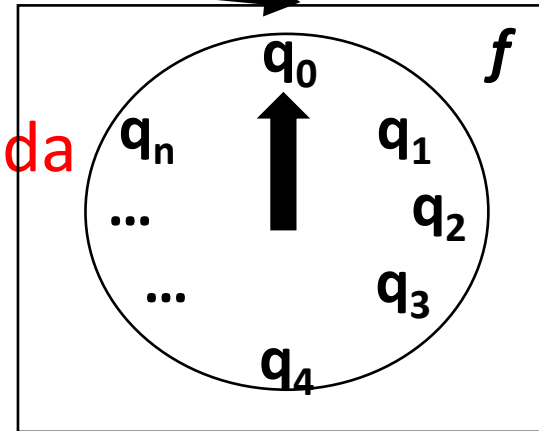
- **Autómata Finito Determinista:**  $AFD_R = (\Sigma_E, Q, q_0, A, f)$

### MODELO MECÁNICO

#### Cinta de Entrada



1. Lee a en la entrada



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

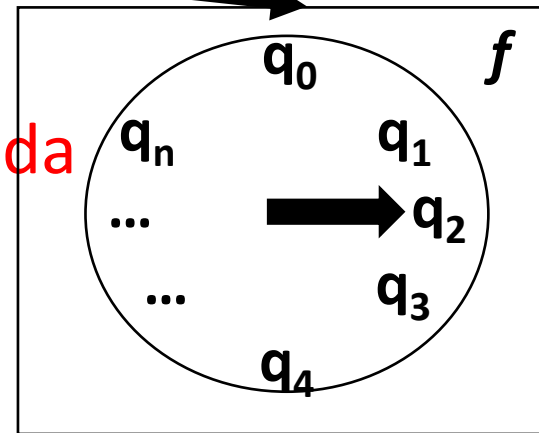
- **Autómata Finito Determinista:**  $AFD_R = (\Sigma_E, Q, q_0, A, f)$

### MODELO MECÁNICO

#### Cinta de Entrada



1. Lee **a** en la entrada
2. Transita a **q<sub>2</sub>**



$$f(q_0, a) = q_2$$

Y sigue repitiendo 1 y 2, hasta que se termine la cadena de entrada. Al finalizar **DECIDE** si acepta o no la cadena leída.

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

- **Autómata Finito Determinista:** MODELO ALGORÍTMICO

Definida y cargada previamente la función  $f$ :

**estado = 'q<sub>0</sub>'**

**entrada = leerEntrada()**

**Mientras (Haya algo que leer en la entrada) {**

**estado =  $f$ (estado, entrada)**

**entrada = leerEntrada()**

**}**

**Si (estado  $\in A$ ) entonces ACEPTAR la cadena de entrada**

**Sino entonces RECHAZAR la cadena de entrada.**

Trabajando de esta forma, el AFD es un:

**AUTÓMATA - DETERMINISTA — RECONOCEDOR**



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

- **Autómata Finito Determinista** (reconocedor)
  - **Aceptación o reconocimiento de cadenas (1)**: el **AFD reconoce** o **acepta** una cadena de símbolos de entrada  $\alpha \in \Sigma^*$ , si al terminar de leerla se encuentra en un estado de aceptación  $q_f \in A$  (camino  $q_0 - q_f$  en el dígrafo del AFD, con sus arcos etiquetados por los símbolos de  $\alpha$ ).
  - **Lenguaje reconocido (1)  $L(\text{AFD})$** : **conjunto de cadenas de símbolos de entrada que son reconocidas** por el AFD.

$$\text{AFD} = (\Sigma, Q, q_0, A, f) \rightarrow L(\text{AFD})$$

Notar que podemos quitar la “R” de  $\text{AFD}_R$  y la “E” de  $\Sigma_E$ .



## Máquinas y AFD

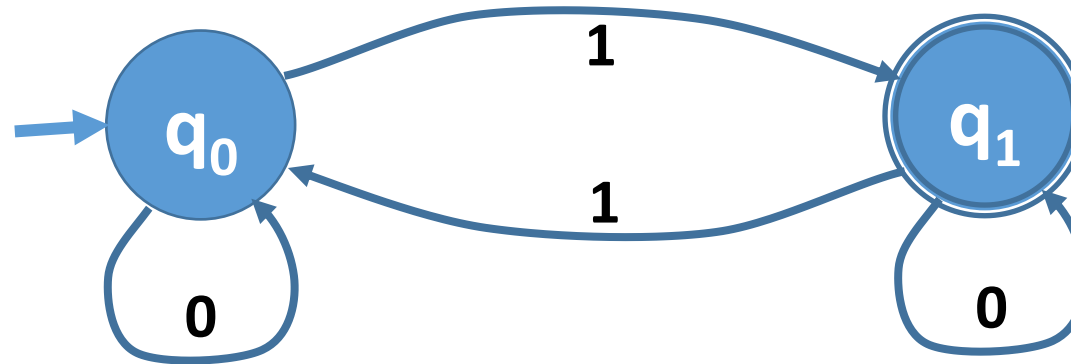
- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

- **Autómata Finito Determinista (reconocedor)**

### EJEMPLO

**Construyamos un autómata finito que reconozca aquellas cadenas binarias que tengan una cantidad impar de unos.**



**AFD = ( $\{0,1\}$ ,  $\{q_0, q_1\}$ ,  $q_0$ ,  $\{q_1\}$ ,  $f$ )**

**L(AFD) =  $\{1, 111, 11111, 1111111, \dots\}$**

$f$	0	1
$\rightarrow q_0$	$q_0$	$q_1$
$*q_1$	$q_1$	$q_0$

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista (reconocedor)

#### • Configuración o Descripción Instantánea

$K_t = (q_t, \alpha_t) = (\text{estado actual en } t, \text{cadena por leer})$

- Configuración Inicial.....:  $K_0 = (q_0, \alpha)$
- Configuración Final.....:  $K_n = (q_m, \lambda)$  con  $|\alpha| = n$

**Si  $q_m \in A$ , ésta es una configuración de aceptación**

#### • Movimiento tránsito entre configuraciones:

$$(q_t, \alpha_t) \vdash (q_{t+1}, \alpha_{t+1})$$

donde  $\alpha_t = a\alpha_{t+1}$  y existe una transición  $f(q_t, a) = q_{t+1}$

#### • Movimiento generalizado entre configuraciones:

$$(q_t, \alpha_t) \vdash^* (q_{t+k}, \alpha_{t+k})$$

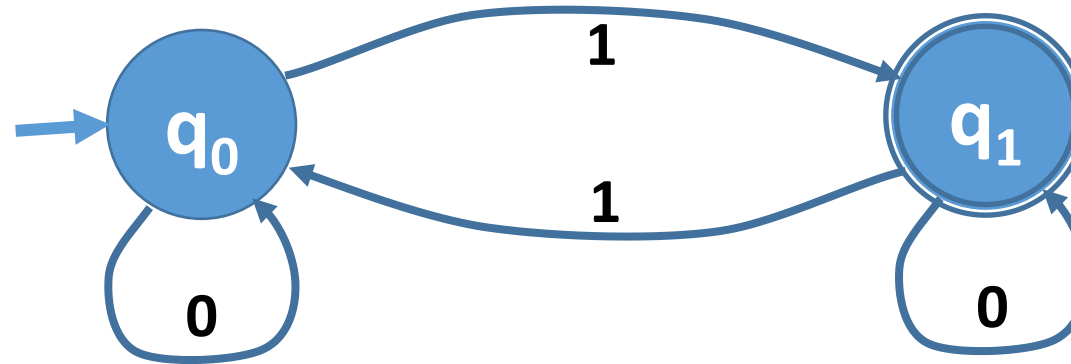
## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista (reconocedor)

Algoritmo



- Para este autómata y la cadena  $\alpha=0111$  tendremos:

$(q_0, 0111) \vdash (q_0, 111) \vdash (q_1, 11) \vdash (q_0, 1) \vdash (q_1, \lambda)$

que puede resumirse en:  $(q_0, 0111) \vdash^* (q_1, \lambda)$ .

Proceso

El estado final  $q_1$  es de aceptación, por lo cual la cadena **0111 es aceptada**.

La secuencia de movimientos puede ponerse en forma vertical, generando un **árbol de configuraciones para  $\alpha$** .



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

- **Autómata Finito Determinista** (reconocedor)
  - **Aceptación o reconocimiento de cadenas (2)**: el **AFD** **reconoce** o **acepta** una cadena de símbolos de entrada  $\alpha \in \Sigma^*$ , si puede moverse desde una configuración inicial a una configuración de aceptación:

$$(q_0, \alpha) \vdash^* (q_m, \lambda) \text{ y } q_m \in A$$

- **Lenguaje reconocido (2)**: el lenguaje reconocido por el **AFD** es el **conjunto de cadenas** que permiten al autómata moverse de una configuración inicial a una de aceptación:

$$L(\text{AFD}) = \{\alpha \in \Sigma^* / (q_0, \alpha) \vdash^* (q_m, \lambda) \text{ y } q_m \in A\}$$

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

- **Autómata Finito Determinista** (reconocedor)
  - El **proceso de reconocimiento** de una cadena de símbolos de entrada queda convenientemente descripto por:
    - **Secuencia funcional de transiciones**
    - **Un árbol de configuraciones**
    - **Un diagrama estado-entrada (camino del dígrafo)**
  - Ver ejemplo en el apunte.
  - **Función  $f$  extendida a palabras:**  $f^e: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

$$f^e(q, \alpha) = \begin{cases} f^e(f(q, a), \beta), & \text{si } \alpha = a\beta \\ q & , \text{ si } \alpha = \lambda \end{cases}$$

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

- **Autómata Finito Determinista (reconocedor)**
  - **Aceptación o reconocimiento de cadenas (3):** el **AFD** **reconoce** o **acepta** una cadena de símbolos de entrada  $\alpha \in \Sigma^*$ , si partiendo desde el estado inicial, la función extendida a palabras arroja estado de aceptación:
- **Lenguaje reconocido (3):** el lenguaje reconocido por el **AFD** es el conjunto de palabras con las que se llega a un estado de aceptación, a través la función extendida a palabras:

$$f^e(q_0, \alpha) \in A$$

$$L(\text{AFD}) = \{\alpha \in \Sigma^* / f^e(q_0, \alpha) \in A\}$$

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

- **Autómata Finito Determinista** (reconocedor)
  - **Relación de accesibilidad entre estados**: en un **AFD**, el estado ***p se dice que es accesible desde q***, si y solo si, existe una cadena  $\alpha$  tal que  $f^e(q, \alpha) = p$ :
- **Autómata conexo**: un **AFD** se dice que es **conexo** si todo estado de **Q** es accesible desde su estado inicial  $q_0$ :

$$p A q \leftrightarrow f^e(q, \alpha) = p$$

$$\text{AFD es conexo} \leftrightarrow \forall q \in Q: q A q_0$$

esto es, existe un camino dirigido desde  $q_0$  a cualquier  $q$ .

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

- **Autómata Finito Determinista (reconocedor)**
  - **Equivalencias:**
    - **De estados:** dos estados **p** y **q** de un **AFD** se dice que son **equivalentes** si aceptan y rechazan las mismas cadenas, partiendo la operación desde ellos:  
$$pEq \leftrightarrow [ \forall \alpha \in \Sigma^*: f^e(p, \alpha) \in A \leftrightarrow f^e(q, \alpha) \in A ]$$
    - **De estados de longitud k:** ídem pero de largo  $\leq k$ .  
$$pE_k q \leftrightarrow [ \forall \alpha \in \Sigma^*, |\alpha| \leq k: f^e(p, \alpha) \in A \leftrightarrow f^e(q, \alpha) \in A ]$$
    - **De AFD:** si reconocen los mismos lenguajes.  
$$AFD_1 E AFD_2 \leftrightarrow L(AFD_1) = L(AFD_2)$$
  
$$\leftrightarrow q_{01} E q_{02}$$

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

- **Autómata Finito Determinista (reconocedor)**
  - **Equivalencias:**
    - Dos estados de un **AFD** que son equivalentes, se **comportan de la misma forma** respecto de la función principal del autómata: **reconocimiento de cadenas**.
    - La relación de equivalencia entre los estados de un **AFD**, **induce** en el conjunto **Q** una partición del mismo en clases de equivalencia (*conjuntos de estados que se comportan igual*). Esta partición es importante y se denomina **conjunto cociente de Q dada la relación E** y se denota **Q/E**. Veamos cómo determinarlo.



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista (reconocedor)

#### Determinación de Q/E

Dado un **AFD** =  $(\Sigma, Q, q_0, A, f)$ , para determinar **Q/E** hay que establecer qué estados de **Q** son equivalentes entre ellos:

$$pEq \leftrightarrow [ \forall \alpha \in \Sigma^*: f^e(p, \alpha) \in A \leftrightarrow f^e(q, \alpha) \in A ]$$

¡ lo cual es imposible porque hay infinitas  $\alpha \in \Sigma^*$  !

Para no tener que probar con las infinitas cadenas  $\alpha \in \Sigma^*$ , la determinación de la equivalencia entre estados del **AFD** se realiza mediante un proceso iterativo con cadenas de largo **0**, **1**, **2**, ... apelando a la relación de equivalencia  $E_k$ :

$$pE_k q \leftrightarrow [ \forall \alpha \in \Sigma^*, |\alpha| \leq k: f^e(p, \alpha) \in A \leftrightarrow f^e(q, \alpha) \in A ]$$



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista (reconocedor)

#### Determinación de $Q/E$ (continuación)

El proceso iterativo inicia con una partición trivial de  $Q$  dada  $E_0$  y luego se refina esta partición, de a un símbolo por vez:

- Hacer  $k=0$  y  $Q/E_0 = \{Q - A, A\} = \{P_1^0, P_2^0\}$
- Para cada símbolo  $a \in \Sigma$ , se verifica si los estados de  $P_i^k$  (*aquellos que son equivalentes de longitud  $k$* ) siguen comportándose igual, esto es si para cada par de estados  $p$  y  $q$ ,  $f(p, a) \in P_i^k \leftrightarrow f(q, a) \in P_i^k$ . Si es así, entonces  $pE_{k+1}q$  y permanecen en la misma clase de equivalencia  $P_i^k$ . Sino deben separarse en dos nuevas clases en  $Q/E_{k+1}$ .



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista (reconocedor)

#### Determinación de $Q/E$ (continuación)

- Hacer  $k = k+1$  y repetir el proceso anterior.
- Cuando dos conjuntos cocientes consecutivos resulten iguales:  $Q/E_k = Q/E_{k+1}$  entonces se repetirán de allí en más indefinidamente, por lo cual se declara que se ha calculado el conjunto cociente  $Q/E = Q/E_{k+1}$ .

Debe notarse que esto es un **algoritmo**, es decir **siempre termina** con un resultado en un **número finito de pasos**.

En el **peor caso**, se obtendrá una partición con igual cardinalidad que  $Q$ , lo que indicará que en  $Q$  no había estados equivalentes, eran todos no equivalentes entre ellos.

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista (reconocedor)

#### Minimización de AFD

Si se detectaron estados que eran equivalentes dentro del conjunto **Q**, quiere decir que estos estados tienen el **mismo comportamiento** respecto de las cadenas de entrada, por lo que podrían agruparse en un único estado (esto es, ***la clase de equivalencia que los contiene***).

Por ello, puede construirse un **autómata finito determinista mínimo** equivalente al dado, pero con la menor cantidad de estados posibles (que serán las clases de equivalencia del conjunto cociente **Q/E** determinado).

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista (reconocedor)

#### Minimización de AFD (continuación)

Dado un **AFD** =  $(\Sigma, Q, q_0, A, f)$  se puede obtener el **autómata finito determinista mínimo** equivalente haciendo:

- Obtener un **autómata conexo** equivalente eliminando los estados no alcanzables desde  $q_0$  (y sus transiciones en  $f$ ).
- Determinar el conjunto cociente **Q/E** del AFD conexo.
- Construir el **AFD<sub>min</sub>** =  $(\Sigma, Q_{min}, q_{0min}, A_{min}, f_{min})$  donde:
  - $Q_{min} = Q/E$ ,  $q_{0min}$  = clase de  $Q/E$  al que pertenezca  $q_0$ .
  - $A_{min} = \{c_i \in Q/E / q_k \in c_i \wedge q_k \in A\}$
  - $f_{min}$  se construirá a partir de  $f$  según sus transiciones:  
 $\forall a \in \Sigma: f_{min}(c_i, a) = c_k$  sii  $f(q_i, a) = q_k$  para  $q_i \in c_i \wedge q_k \in c_k$ .



## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista Bidireccional

- **AFDB** =  $(\Sigma, \Gamma, Q, q_0, A, f)$  donde:
  - $\Sigma$  = alfabeto de símbolos de entrada
  - $\Gamma$  = alfabeto de símbolos de cinta =  $\Sigma \cup \{ |-, -| \}$
  - $Q$  = conjunto finito y no vacío de estados posibles
  - $q_0 \in Q$  = estado inicial de funcionamiento
  - $A \subseteq Q$  = conjunto de estados de aceptación
  - $f: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \{L, D, N\}$  = función de transición
- **Cinta finita:** **|-** inicio de cinta (**BOT**), **-|** fin de cinta (**EOT**)
- **Acceso bidireccional a la cinta:** el cabezal puede moverse a la Izquierda, Derecha o Neutro (no se mueve) guiado por la función que ahora es de transición y movimiento.

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista Bidireccional

#### • Configuración o Descripción Instantánea

- $K_t = (q, |-\alpha-|, k)$  estado actual, cadena en la cinta y posición del cabezal sobre la cinta ( $0 \leq k \leq |\alpha|+1$ )
  - Configuración Inicial:  $K_0 = (q_0, |-\alpha-|, 0)$
  - Configuración Final...:  $K_f = (q_f, |-\alpha-|, |\alpha|+1)$

Ésta será de aceptación si  $q_f \in A$ .

- Aceptación de palabras: una palabra de símbolos de entrada es **aceptada** por el **AFDB** si y sólo sí, puede alcanzar una configuración de aceptación. Esto asegura que la cadena haya sido leída al menos una vez.
- Lenguaje aceptado: conjunto de palabras de símbolos de entrada que el **AFDB** acepta, denotado **L(AFDB)**.

## Máquinas y AFD

- Máquina Mealy
- Máquina Moore
- AFD: Traductor
- AFD: Reconocedor
- Lenguaje (1)
- Configuración
- Movimiento
- Lenguaje (2)
- Árbol y plano E/E
- Extensión a palabras
- Lenguaje (3)
- Accesibilidad
- Autómata conexo
- Equivalencias
- Conjunto cociente
- Minimización
- AFD Bidireccional
- Lenguaje (4)
- Configuración
- La detención.

## MÁQUINAS SECUENCIALES Y AUTÓMATAS FINITOS DETERMINISTAS

### • Autómata Finito Determinista Bidireccional

- Lazos infinitos: es posible hacer que este autómata entre en un lazo infinito, en cuyo caso nunca llegará a terminar de leer la cadena → **diremos que no la acepta**.
- Poder de cómputo: puede demostrarse que la posibilidad de mover el cabezal en ambos sentidos, no aumenta el poder de reconocimiento de los **AFDB**, esto es, **cualquier AFDB tiene un AFD equivalente** que reconoce el **mismo lenguaje**.