Unidad 4: Actividades prácticas

Ejercicios propuestos referidos a construcción de AFND

Ejercicio 1

Reconocer las condiciones de error del AFND del Ejemplo 4.1 e incorporarlas en la definición formal del autómata y su grafo.

Ejercicio 2

Reconocer las condiciones de error del AFND del Ejemplo 4.2 e incorporarlas en la definición formal del autómata y su grafo.

Ejercicios propuestos de conversión de AFND a AFD

Ejercicio 3

Proponer un AFND que reconozca cadenas de la forma general $\boldsymbol{\alpha=(a+b)^{*}ba(a+b)a}$ y luego, convertirlo a un AFD equivalente. Para ambos autómatas presentar las definiciones formales y grafos.

Ejercicio 4

Dado el siguiente AFND, se pide:

a) Construir un árbol de descripciones instantáneas para cada una de las siguientes cadenas: **1000**, **1001**, **1101**.

b) Realizar la conversión del AFND a AFD.

AFND= ({0,1}, {p, q, r}, p, {r}, *f*)

f:	0	1
→p	{p}	{p, q}
q	{p, r}	{q, r}
*r	{r}	{q}

Tabla 4.18: Función del autómata del Ejercicio 4.

Ejercicio 5

Dado el siguiente AFND, se pide:

a) Construir un árbol de descripciones instantáneas para cada una de las siguientes cadenas: **aacbb**, **baca**, **ccba**.

b) Realizar la conversión del AFND a AFD.

AFND = ({a, b, c}, {p, q, r, s}, p, {s}, *f*)

f:	a	b	c
→p	{q}	{p}	{p, s}
q	{q}	{p, s}	{p, r}
r	{r}	{p, s}	{r}
*s	{s}	{q, s}	{r}

Tabla 4.19: Función del autómata del Ejercicio 5.

Ejercicios propuestos de conversión de AFND-λ a AFD

Ejercicio 6

Dado el siguiente AFND, se pide:

a) Construir un árbol de descripciones instantáneas para cada una de las siguientes cadenas: **babb, bbbb, bbbaa**.

b) Realizar la conversión del AFND a AFD.

AFND-λ = ({a, b}, {p, q, r, s}, p, {r}, *f*)

f:	a	b	λ
→p		{q, r}	{q}
q	{q}		{s}
*r	{p}	{p, r}	
s			

Tabla 4.20: Función del autómata del Ejercicio 6.

Ejercicio 7

Dado el siguiente AFND, se pide:

a) Construir un árbol de descripciones instantáneas para cada una de las siguientes cadenas: **001**, **1100**, **101**.

b) Realizar la conversión del AFND a AFD.

AFND-λ = ({0, 1},{A, B, C, D}, A, {C}, *f*)

f:	0	1	λ
→A	{B, C}	{A}	{B, D}
B		{B, D}	{D}
*C	{C}	{B, C, D}	
D		{A, C}	{B}

Tabla 4.21: Función del autómata del Ejercicio 7.

Ejercicio 8

Dado el siguiente AFND, se pide:

a) Construir un árbol de descripciones instantáneas para cada una de las siguientes cadenas: **1000, 111**, **1001**.

b) Realizar la conversión del AFND a AFD.

AFND-λ = ({0,1}, {p, q, r, s}, p, {q}, *f*)

f:	0	1	λ
→p		{q, r}	{r}
*q	{p}	{p, q}	
r	{r}		{s}
s		{s}	

Tabla 4.22: Función del autómata del Ejercicio 8.

Ejercicios propuestos de definición del AF a partir de la gramática

Definir el autómata finito correspondiente, que reconozca el mismo lenguaje que genera cada una de las siguientes gramáticas regulares:

Ejercicio 9

G_1 = ({0, 1}, {D, E}, D, P_1)

P_1 = {D:= 0E | 1, E:= 0 | 1E | 1}

Ejercicio 10

G_2 = ({x, y}, {S, X, Y}, S, P_2)

P_2 = {S:= xX, X:= yY, Y:= xX | y}

Ejercicio 11

G_3 = ({x, y, z}, {S, N, M}, S, P_3)

P_3 = {S:= xN | x, N:= yM | y, M:= zN | z}

Ejercicios propuestos de definición de gramática a partir AF

Definir la gramática regular correspondiente a los AF siguientes:

Ejercicio 12

AFD = ({0,1}, {A, B, C, F}, A, {F}, *f*)

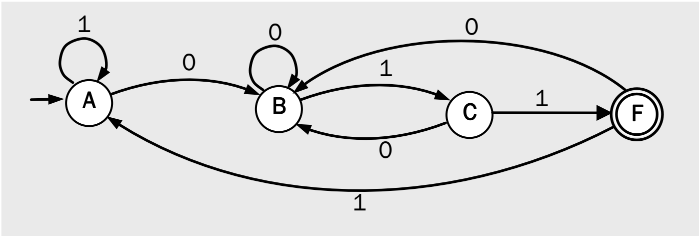

Figura 4.32: Grafo del autómata del Ejercicio 12.

Ejercicio 13

AFD = ({0, 1}, {A, B, C, D, F}, A, {F}, *f*)

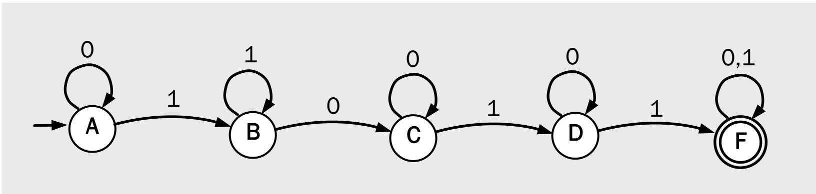

Figura 4.33: Grafo del autómata del Ejercicio 13.

Ejercicios propuestos de definición de AF a partir de la ER empleando el algoritmo de Thompson

Ejercicio 14

Usando las expresiones regulares del Ejercicio 9 del Capítulo 3, para cada una de ellas se pide:

a) Construya el AFND que reconoce el lenguaje que determina la expresión usando el método de Thompson (grafo y definición formal).

b) Determine cuál es el AFD equivalente al obtenido en el punto anterior (grafo y definición formal).

c) Minimice el AFD obtenido en el punto anterior (grafo y definición formal).

Ejercicios propuestos de conversión de AFND a AFD

Ejercicio 15

Dado el siguiente AFND, se pide:

a) Construir un árbol de descripciones instantáneas para cada una de las siguientes cadenas: **010, 1100.**

b) Realizar la conversión del AFND a AFD.

AFND = ({0, 1}, {A, B, C, D, E}, A, {C, E}, *f*)

f:	0	1
→A	{B, E}	{B}
B	{C}	{C, D}
*C	{C}	{B}
D	{D}	{D}
*E	{C}	{D}

Tabla 4.23: Función del autómata del Ejercicio 15.

Solución

a) Los árboles resultantes son los que siguen:

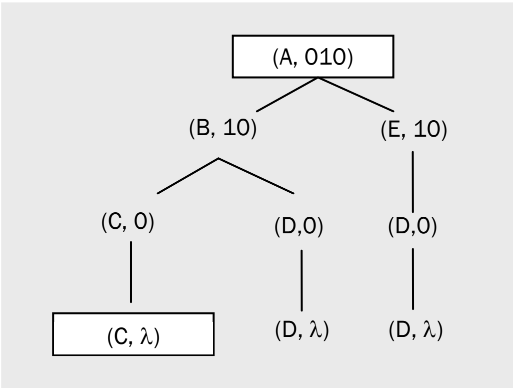

Figura 4.34: Árbol correspondiente a la cadena 010 del Ejercicio 15.

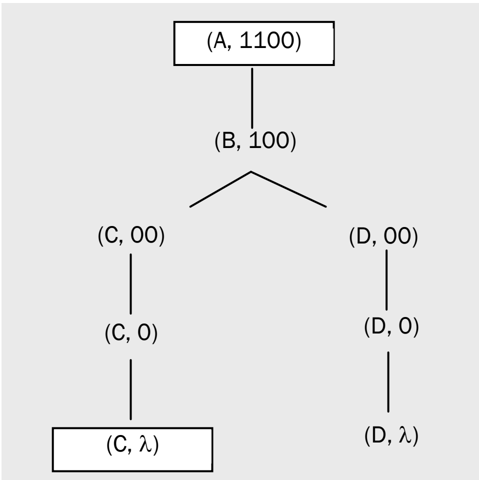

Figura 4.35: Árbol correspondiente a la cadena 1110 del Ejercicio 15.

A continuación, se construye la función de transición del AFD equivalente, se aplica el caso 1 del Teorema 2:

$C_0 = \{A\}$

$f'(C_0, 0) = \{B,E\} = C_1$ $\quad$ $f'(C_0, 1) = \{B\} = C_2$

$f'(C_1, 0) = \{C\} = C_3$ $\quad$ $f'(C_1, 1) = \{C, D\} = C_4$

$f'(C_2, 0) = \{C\} = C_3$ $\quad$ $f'(C_2, 1) = \{C, D\} = C_4$

$f'(C_3, 0) = \{C\} = C_3$ $\quad$ $f'(C_3, 1) = \{B\} = C_2$

$f'(C_4, 0) = \{C, D\} = C_4$ $\quad$ $f'(C_4, 1) = \{B, D\} = C_5$

$f'(C_5, 0) = \{C, D\} = C_4$ $\quad$ $f'(C_5, 1) = \{C, D\} = C_4$

El AFD equivalente es:

AFD = ({0, 1}, {C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5}, C_0, {C_1, C_3, C_4}, *f* ')

f':	0	1
→C_0	C_1	C_2
*C_1	C_3	C_4
C_2	C_3	C_4
*C_3	C_3	C_2
*C_4	C_4	C_5
C_5	C_4	C_4

Tabla 4.24: Función de transición del AFD del Ejercicio 15.

Ejercicio 16

Dado el siguiente AFND, se pide:

a) Construir un árbol de descripciones instantáneas para cada una de las siguientes cadenas: **aab**, **cba**, **abaa**.

b) Realizar la conversión del AFND a AFD.

AFND = ({a, b, c}, {A, B, C, D}, A, {D}, *f*)

f:	a	b	c
→A	{B}	{D}	{D}
B	{A, C}	{B, C}	{D}
C	{C}	{C}	{C, D}
*D	{D}	{D}	{D}

Tabla 4.25: Función de transición del AFND del Ejercicio 16.

Solución

a) Los árboles de configuraciones correspondientes a la primera y tercera de las cadenas indicadas son los siguientes:

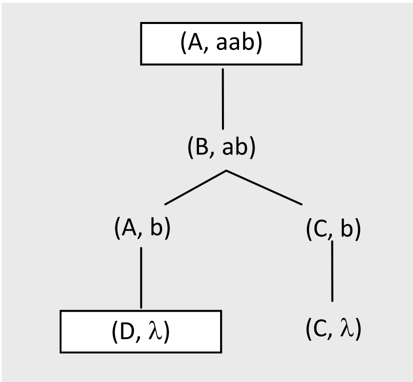

Figura 4.36: Árbol correspondiente a la cadena aab del Ejercicio 16.

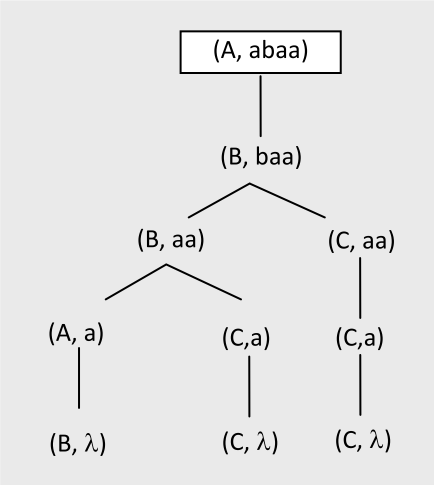

Figura 4.37: Árbol correspondiente a la cadena abaa del Ejercicio 16.

A continuación, se construye la función de transición del AFD equivalente, se aplica el caso 1 del Teorema 2:

$C_0 = \{A\}$

$f'(C_0, a) = \{B\} = C_1$	$f'(C_0, b) = \{D\} = C_2$
$f'(C_0, c) = \{D\} = C_2$	$f'(C_1, a) = \{A, C\} = C_3$
$f'(C_1, b) = \{B, C\} = C_4$	$f'(C_1, c) = \{D\} = C_2$
$f'(C_2, a) = \{D\} = C_2$	$f'(C_2, b) = \{D\} = C_2$
$f'(C_2, c) = \{D\} = C_2$	$f'(C_3, a) = \{B, C\} = C_4$
$f'(C_3, b) = \{C, D\} = C_5$	$f'(C_3, c) = \{C, D\} = C_5$
$f'(C_4, a) = \{A, C\} = C_3$	$f'(C_4, b) = \{B, C\} = C_4$
$f'(C_4, c) = \{C, D\} = C_5$	$f'(C_5, a) = \{C, D\} = C_5$
$f'(C_5, b) = \{C, D\} = C_5$	$f'(C_5, c) = \{C, D\} = C_5$

El AFD equivalente es:

$$\text{AFD} = (\{0,1\}, \{C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}, C_0, \{C_2, C_5\}, f')$$

f':	a	b	c
→C_0	C_1	C_2	C_2
C_1	C_3	C_4	C_2
*C_2	C_2	C_2	C_2
C_3	C_4	C_5	C_5
C_4	C_3	C_4	C_5
*C_5	C_5	C_5	C_5

Tabla 4.26: Función de transición del AFD del Ejercicio 16.

Ejercicios resueltos de conversión de AFND-λ a AFD

Ejercicio 17

Dado el siguiente AFND-λ, se pide:

a) Construir el árbol de descripciones instantáneas para las cadenas: **11221**, **122**.

b) Realizar la conversión del AFND-λ a AFD.

$$\text{AFND-}\lambda = (\{1, 2\}, \{a, b, c, d\}, a, \{d\}, f)$$

f:	1	2	λ
→a	{a, b}		{b}
b		{c}	{c}
c		{c, d}	
*d	{b}		

Tabla 4.27: Función de transición del AFND-λ del Ejercicio 17.

Solución

a) En los siguientes árboles, no se incluyen por simplicidad (aunque estrictamente correspondería) las transiciones λ.

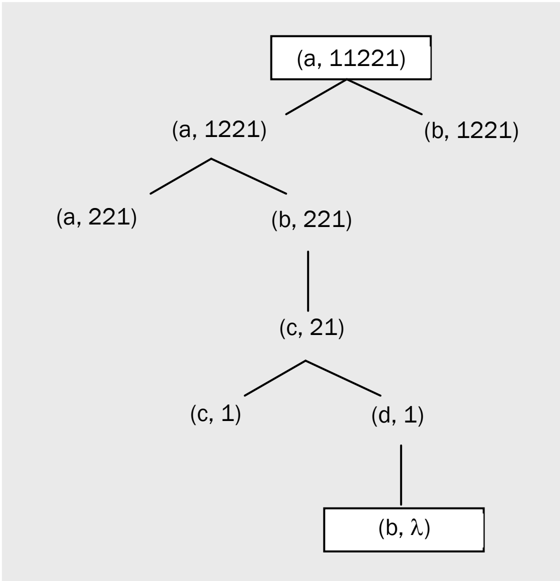

Figura 4.38: Árbol correspondiente a la cadena 11221 del Ejercicio 17.

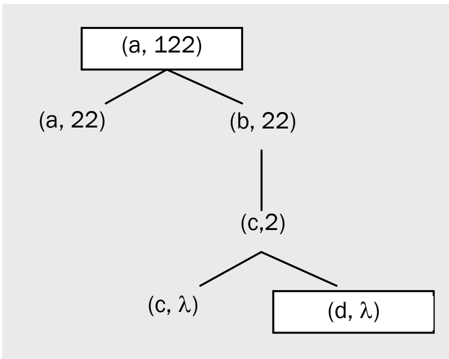

Figura 4.39: Árbol correspondiente a la cadena 122 del Ejercicio 17.

b) T = {(a, a), (a, b), (b, b), (b, c), (c, c), (d, d)}
T^* = {(a, a), (a, b), (a, c), (b, b), (b, c), (c, c), (d, d)}

f:	1	2	λ
→a	{a, b}		{a, b, c}
b		{c}	{b, c}
c		{c, d}	{c}
*d	{b}		{d}

Tabla 4.28: Transiciones λ completas.

A continuación, se construye la función de transición del AFD equivalente:

$$f(a, \lambda) = \{a,b,c\} = C_0$$

$$f'(C_0, 1): \quad \left.\begin{array}{l} f(a, 1) = \{a,b\} \\ f(b, 1) = \varnothing \\ f(c, 1) = \varnothing \end{array}\right\} = \{a,b\}$$

con transiciones λ :

$\{a,b,c\} \cup \{b,c\} = \{a,b,c\} = C_0$

$$f'(C_0, 2): \quad \left.\begin{array}{l} f(a, 2) = \varnothing \\ f(b, 2) = \{c\} \\ f(c, 2) = \{c,d\} \end{array}\right\} = \{c,d\}$$

con transiciones λ :

$\{c\} \cup \{d\} = \{c, d\} = C_1$

$$f'(C_1, 1): \quad \left.\begin{array}{l} f(c, 1) = \varnothing \\ f(d, 1) = \{b\} \end{array}\right\} = \{b\}$$

con transiciones λ :

$\{b,c\} = C_2$

$$f'(C_1, 2): \quad \left.\begin{array}{l} f(c, 2) = \{c,d\} \\ f(d, 2) = \varnothing \end{array}\right\} = \{c, d\}$$

con transiciones λ :

$\{c\} \cup \{d\} = \{c, d\} = C_1$

$$f'(C_2, 1): \quad \left.\begin{array}{l} f(b, 1) = \varnothing \\ f(c, 1) = \varnothing \end{array}\right\} = \varnothing = C_3$$

$$f'(C_2, 2): \quad \left.\begin{array}{l} f(b, 2) = \{c\} \\ f(c, 2) = \{c,d\} \end{array}\right\} = \{c, d\}$$

con transiciones λ :

$\{c\} \cup \{d\} = \{c, d\} = C_1$

El AFD equivalente es:

AFD = ({1, 2}, $\{C_0, C_1, C_2, C_3\}$, C_0, $\{C_1\}$, *f* ')

f':	1	2
→ C_0	C_0	C_1
* C_1	C_2	C_1
C_2	C_3	C_1
C_3	C_3	C_3

Tabla 4.29: Función de transición del AFD del Ejercicio 17.

Ejercicio 18

Dado el siguiente AFND-λ, se pide:

a) Construir el árbol de descripciones instantáneas para las cadenas: **0101**, **0111**.

b) Realizar la conversión del AFND-λ a AFD.

AFND-λ = ({0, 1}, {A, B, C, D, E}, A, {E}, *f*)

f:	0	1	λ
→A	{B}		{B}
B		{C, D}	{C}
C			{B}
D	{E, A}		
*E		{E}	{B}

Tabla 4.30: Función de transición del AFND -λ del Ejercicio 18.

Solución

a) Para las cadenas indicadas se construyen los siguientes árboles de configuraciones, en los cuales no se incluyen por simplicidad (aunque estrictamente correspondería) las transiciones λ:

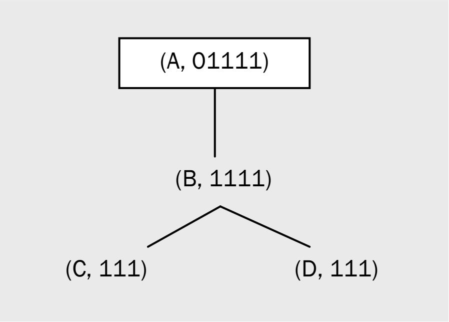

Figura 4.40: Árbol correspondiente a la cadena 01111 del Ejercicio 18.

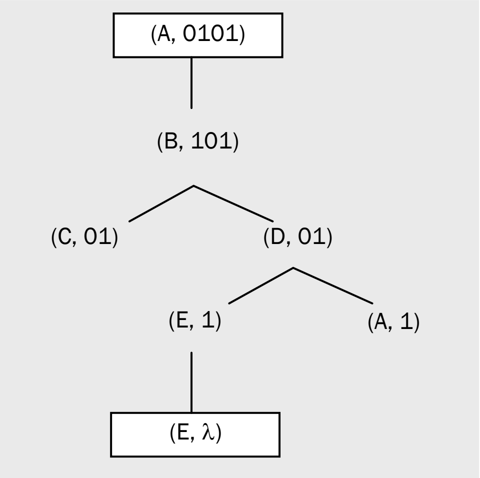

Figura 4.41: Árbol correspondiente a la cadena 0101 del Ejercicio 18.

b) Se debe construir la relación de transiciones λ y su cerradura:

T = {(A,A), (A,B), (B,B), (B,C), (C,C), (C,B), (D,D), (E,E), (E,B)}

T^* = {(A,A),(A,B),(A,C),(B,B),(B,C),(C,C),(C,B),(D,D),(E,E),(E,B),(E,C)}

con lo que se puede construir la tabla de la función de transición del autómata completada con todas las transiciones lambda.

f:	0	1	λ
→A	{B}		{A, B, C}
B		{C, D}	{B, C}
C			{C, B}
D	{E, A}		{D}
*E		{E}	{E, B, C}

Tabla 4.31: Función con las transiciones λ completas.

Se construye la función de transición *f* ' del AFD equivalente al dado:

$$f\,(A, \lambda) = \{A,B,C\} = C_0$$

$$f'(C_0, 0): \quad \left.\begin{aligned} f(A, 0) &= \{B\} \\ f(B, 0) &= \varnothing \\ f(C, 0) &= \varnothing \end{aligned}\right\} = \{B\}$$

con transiciones λ : $\{B,C\}= C_1$

$$f'(C_0, 1): \quad \left.\begin{aligned} f(A, 1) &= \varnothing \\ f(B, 1) &= \{C,D\} \\ f(C, 1) &= \varnothing \end{aligned}\right\} = \{C,D\}$$

con transiciones λ : $\{B,C,D\}= C_2$

$$f'(C_1, 0): \quad \left.\begin{aligned} f(B, 0) &= \varnothing \\ f(C, 0) &= \varnothing \end{aligned}\right\} = \varnothing$$

con transiciones λ : $\varnothing = C_3$

$$f'(C_1, 1): \quad \left.\begin{aligned} f(B, 1) &= \{C,D\} \\ f(C, 1) &= \varnothing \end{aligned}\right\} = \{C,D\}$$

con transiciones λ : $\{B,C,D\}= C_2$

$$f'(C_2, 0): \quad \left.\begin{aligned} f(B, 0) &= \varnothing \\ f(C, 0) &= \varnothing \\ f(D, 0) &= \{E,A\} \end{aligned}\right\} = \{E,A\}$$

con transiciones λ : $\{A,B,C,E\}= C_4$

$$f'(C_2, 1): \quad \left.\begin{aligned} f(B\ 1) &= \{C, D\} \\ f(C, 1) &= \varnothing \\ f(D, 1) &= \varnothing \end{aligned}\right\} = \{C,D\}$$

con transiciones λ : $\{B,C,D\}= C_2$

$$f'(C_4, 0): \quad \left.\begin{aligned} f(A, 0) &= \{B\} \\ f(B, 0) &= \varnothing \\ f(C, 0) &= \varnothing \\ f(E, 0) &= \varnothing \end{aligned}\right\} = \{B\}$$

con transiciones λ : $\{B,C\}= C_1$

$$f'(C_4, 1): \quad \left.\begin{aligned} f(A, 1) &= \varnothing \\ f(B, 1) &= \{C, D\} \\ f(C, 1) &= \varnothing \\ f(E, 1) &= \{E\} \end{aligned}\right\} = \{C,D,E\}$$

con transiciones λ : $\{B,C,D,E\}= C_5$

$$f'(C_5, 0): \quad \left.\begin{aligned} f(B, 0) &= \varnothing \\ f(C, 0) &= \varnothing \\ f(D, 0) &= \{E,A\} \\ f(E, 0) &= \varnothing \end{aligned}\right\} = \{E,A\}$$

con transiciones λ : $\{A,B,C,E\}= C_4$

$$f'(C_5, 1): \quad \left.\begin{aligned} f(B, 1) &= \{C, D\} \\ f(C, 1) &= \varnothing \\ f(D, 1) &= \varnothing \\ f(E, 1) &= \{E\} \end{aligned}\right\} = \{C,D,E\}$$

con transiciones λ : $\{B,C,D,E\}= C_5$

Luego, el AFD equivalente es:

AFD = ({0, 1}, $\{C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$, C_0, $\{C_4, C_5\}$, *f* ')

f '	0	1
→C_0	C_1	C_2
C_1	C_3	C_2
C_2	C_4	C_2
C_3	C_3	C_3
*C_4	C_1	C_5
*C_5	C_4	C_5

Tabla 4.32: Función de transición del AFD del Ejercicio 18.

Ejercicios resueltos de definición del AF a partir de la gramática

Definir el AF que corresponde a cada una de las gramáticas regulares:

Ejercicio 19

G_1 = ({x, y}, {S, X, Y}, S, P_1)

P_1 = { S:= λ | xX | yY, Y:= yY | x, X:= xX | y}

Solución

AFND-λ = ({x, y}, {S, X, Y, F}, S, {F}, *f*)

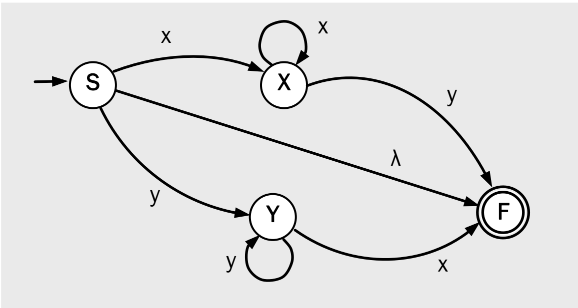

Figura 4.42: Grafo del AFND -λ del ejercicio 19.

Ejercicio 20

G_2 = ({0, 1}, {A, B, C, D}, A, P_2)

P_2 = { A:= 0A | 1B, B:= 0C | 0D, C:= 0 | 1B | 1D, D:= 1 }

Solución

AFND = ({0, 1}, {A, B, C, D, F}, A, {F}, *f*)

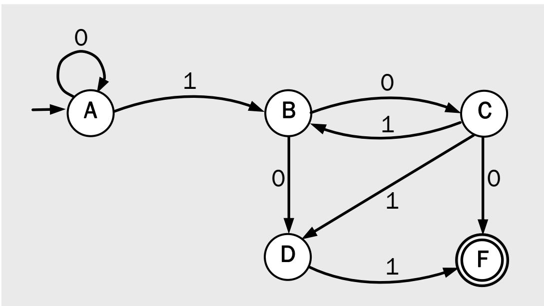

Figura 4.43: Grafo del AFND del Ejercicio 20.

Ejercicio 21

G_3 = ({0, 1}, {A, B, C, D, E}, A, P_3)
P_3 = {A:=0B|1A, B:= 0B|1C, C:=0B|1D|1, D:=0E|0, E:=0D|0|1C}

Solución

AFND = ({0, 1}, {A, B, C, D, E, F}, A, {F}, *f*)

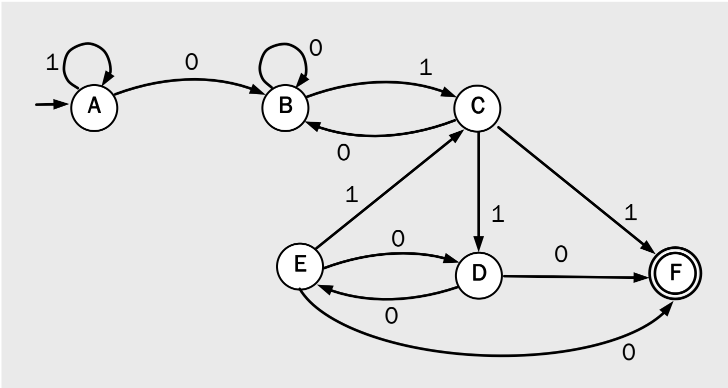

Figura 4.44: Grafo del AFND del Ejercicio 21.

Ejercicios resueltos de definición de gramática regular a partir de un AFD

Definir la gramática regular correspondiente a los siguientes AF:

Ejercicio 22

AFD = ({0, 1}, {A, B, C, F}, A, {F}, *f*)

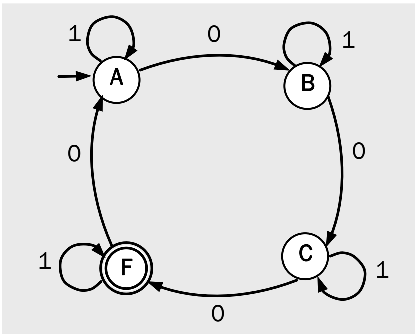

Figura 4.45: Grafo del *AFD* del Ejercicio 22.

Solución

G_1 = ({0, 1}, {A, B, C, F}, A, P_1)

P_1 = {A:= 0B | 1A, B:= 0C | 1B, C:= 0F | 1C | 0, F:= 0A | 1F | 1}

Ejercicio 23

AFND = ({a, b}, {A, B, C, F}, A, {F}, *f*)

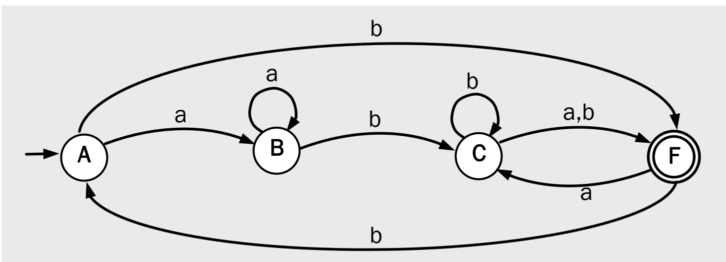

Figura 4.46: Grafo del AFND del Ejercicio 23.

Solución

$G_2 = (\{a, b\}, \{A, B, C, F\}, A, P_2)$
$P_2 = \{A := aB \mid bF \mid b,\ B := aB \mid bC,\ C := aF \mid bF \mid bC \mid a \mid b,\ F := bA \mid aC\}$

Ejercicio 24

AFND = ({0, 1}, {A, B, C}, A, {B}, *f*)

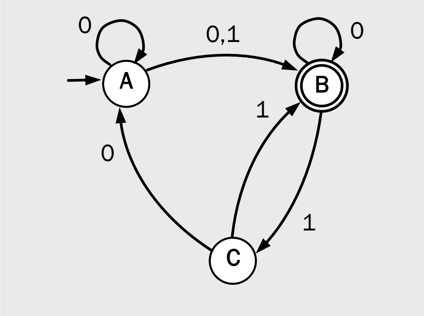

Figura 4.47: Grafo del AFND del Ejercicio 24.

Solución

$G_3 = (\{0, 1\}, \{A, B, C\}, A, P_3)$
$P_3 = \{A := 0A \mid 0B \mid 1B \mid 0 \mid 1,\ B := 0B \mid 1C \mid 0,\ C := 0A \mid 1B \mid 1\}$

Ejercicios resueltos de definición de AF a partir de la ER empleando el algoritmo de Thompson

Ejercicio 25

Usando las expresiones regulares del Ejercicio 28 del Capítulo 2, para cada una de ellas se pide:

a) Construya el AFND que reconoce el lenguaje que determina la expresión usando el método de Thompson (grafo y definición formal).

b) Determine cuál es el AFD equivalente al obtenido en el punto anterior (grafo y definición formal).

c) Minimice el AFD obtenido en el punto anterior (grafo y definición formal).

Solución

Para la expresión regular **L ((11+0)*)**

a) Construcción de Thompson

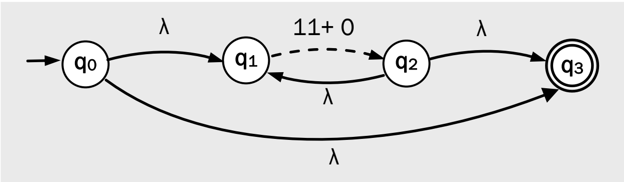

Figura 4.48

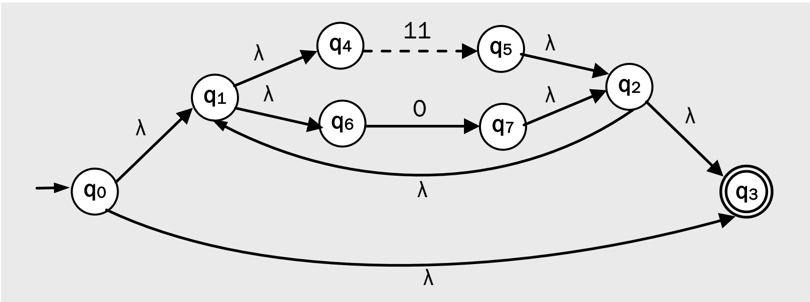

Figura 4.49

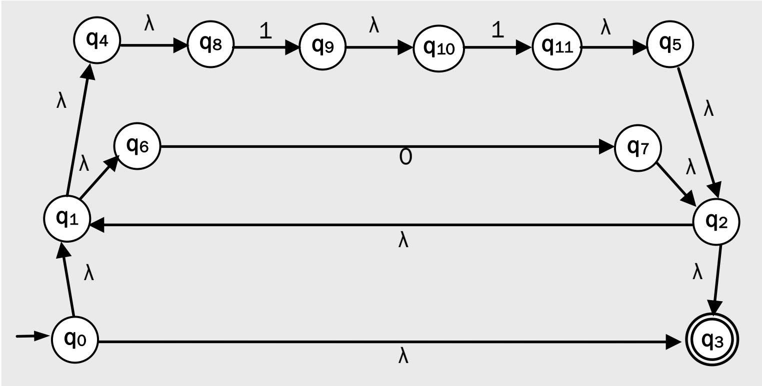

Figura 4.50

AFND = ({0,1}, {q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}, q_{11}}, q_0, {q_3}, *f*)

Nótese que, en las Figuras 4.48 y 4.49, las flechas en líneas de puntos representan un AF en sí mismas. En el primer caso, se trata de un AF capaz de reconocer expresiones de la forma 11+0 y en el segundo expresiones de la forma 11.

b) Determinación del AFD equivalente al anterior

Construimos la Tabla 4.33 de la función de transición con las transiciones λ explícitas, las reflexivas y las transitivas (usando T y T^*).

f	0	1	λ
→q_0			{q_0, q_1, q_3, q_4, q_6, q_8}
q_1			{q_1, q_4, q_6, q_8}
q_2			{ q_1, q_2, q_3, q_4, q_6, q_8}
*q_3			{q_3}
q_4			{q_4, q_8}
q_5			{ q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_8}
q_6	{q_7}		{ q_6}
q_7			{ q_1, q_2, q_3, q_4, q_6, q_7, q_8}
q_8		{q_9}	{q_8}
q_9			{q_9, q_{10}}
q_{10}		{q_{11}}	{q_{10}}
q_{11}			{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_8, q_{11}}

Tabla 4.33

$f(q_0, \lambda) = \{q_0, q_1, q_3, q_4, q_6, q_8\} = C_0$

$$f'(C_0, 0): \left.\begin{array}{l} f(q_0, 0) = \varnothing \\ f(q_1, 0) = \varnothing \\ f(q_3, 0) = \varnothing \\ f(q_4, 0) = \varnothing \\ f(q_6, 0) = \{q_7\} \\ f(q_8, 0) = \varnothing \end{array}\right\} = \{q_7\}$$

con transiciones λ :
$\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_6, q_7, q_8\} = C_1$

$$f'(C_0, 1): \left.\begin{array}{l} f(q_0, 1) = \varnothing \\ f(q_1, 1) = \varnothing \\ f(q_3, 1) = \varnothing \\ f(q_4, 1) = \varnothing \\ f(q_6, 1) = \varnothing \\ f(q_8, 1) = \{q_9\} \end{array}\right\} = \{q_9\}$$

con transiciones λ :
$\{q_9, q_{10}\} = C_2$

$$f'(C_1, 0):\quad \left.\begin{array}{l} f(q_1, 0) = \varnothing \\ f(q_2, 0) = \varnothing \\ f(q_3, 0) = \varnothing \\ f(q_4, 0) = \varnothing \\ f(q_6, 0) = \{q_7\} \\ f(q_7, 0) = \varnothing \\ f(q_8, 0) = \varnothing \end{array}\right\} = \{q_7\}$$

con transiciones λ : $\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_6, q_7, q_8\} = C_1$

$$f'(C_1, 1):\quad \left.\begin{array}{l} f(q_1, 1) = \varnothing \\ f(q_2, 1) = \varnothing \\ f(q_3, 1) = \varnothing \\ f(q_4, 1) = \varnothing \\ f(q_6, 1) = \varnothing \\ f(q_7, 1) = \varnothing \\ f(q_8, 1) = \{q_9\} \end{array}\right\} = \{q_9\}$$

con transiciones λ : $\{q_9, q_{10}\} = C_2$

$$f'(C_2, 0):\quad \left.\begin{array}{l} f(q_9, 0) = \varnothing \\ f(q_{10}, 0) = \varnothing \end{array}\right\} \quad \varnothing = C_3$$

$$f'(C_2, 1):\quad \left.\begin{array}{l} f(q_9, 1) = \varnothing \\ f(q_{10}, 1) = \{q_{11}\} \end{array}\right\} = \{q_{11}\}$$

con transiciones λ : $\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_8, q_{11}\} = C_4$

$$f'(C_4, 0):\quad \left.\begin{array}{l} f(q_1, 0) = \varnothing \\ f(q_2, 0) = \varnothing \\ f(q_3, 0) = \varnothing \\ f(q_4, 0) = \varnothing \\ f(q_5, 0) = \varnothing \\ f(q_6, 0) = \{q_7\} \\ f(q_8, 0) = \varnothing \\ f(q_{11}, 0) = \varnothing \end{array}\right\} = \{q_7\}$$

con transiciones λ : $\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_6, q_7, q_8\} = C_1$

$$f'(C_4, 1):\quad \left.\begin{array}{l} f(q_1, 1) = \varnothing \\ f(q_2, 1) = \varnothing \\ f(q_3, 1) = \varnothing \\ f(q_4, 1) = \varnothing \\ f(q_5, 1) = \varnothing \\ f(q_6, 1) = \varnothing \\ f(q_8, 1) = \{q_9\} \\ f(q_{11}, 1) = \varnothing \end{array}\right\} = \{q_9\}$$

con transiciones λ : $\{q_9, q_{10}\} = C_2$

Luego, la Tabla 4.34 corresponde a la función de transición del AFD equivalente y su grafo se representa en la Figura 4.51.

f '	0	1
→*C_0	C_1	C_2
*C_1	C_1	C_2
C_2	C_3	C_4
C_3	C_3	C_3
*C_4	C_1	C_2

Tabla 4.34

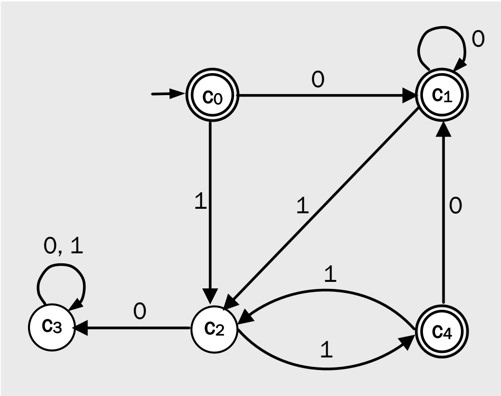

Figura 4.51: Grafo del AFD equivalente.

AFD' = ({0,1}, {C_0, C_1, C_2, C_3, C_4}, C_0, {C_0, C_1, C_4}, *f* ')

c) Minimización del AFD

El AFD*'* es conexo, por lo que no hay estados que deban eliminarse.

El conjunto cociente inicial es:

$$Q/E_0 = \{\{C_2, C_3\}, \{C_0, C_1, C_4\}\} = \{P_1^0 , P_2^0\},$$

donde: $P_1^0 = Q - \{C_0, C_1, C_4\}$ y $P_2^0 = \{C_0, C_1, C_4\}$,

es decir: $P_1^0 = \{C_2, C_3\}$ y $P_2^0 = \{C_0, C_1, C_4\}$

A partir de la función de transición ***f* '**, puede comprobarse que:

$f\,'(C_2, 0) = C_3 \in P_1^0$ $f\,'(C_3, 0) = C_3 \in P_1^0$

$f\,'(C_2, 1) = C_4 \in P_2^0$ $f\,'(C_3, 1) = C_3 \in P_1^0$

$f\,'(C_0, 0) = C_1 \in P_2^0$ $f\,'(C_1, 0) = C_1 \in P_2^0$

$f\,'(C_4, 0) = C_1 \in P_2^0$ $f\,'(C_0, 1) = C_2 \in P_1^0$

$f\,'(C_1, 1) = C_2 \in P_1^0$ $f\,'(C_4, 1) = C_2 \in P_1^0$

Los elementos de $\mathbf{P_1^0}$ tienen diferente comportamiento ante las entradas **0** y **1**, por lo que se reconoce que no pertenecen a una misma clase. Por otra parte, los tres elementos de $\mathbf{P_2^0}$ presentan igual comportamiento.

Luego, los estados C_2 y C_3 no son equivalentes entre sí y los estados C_0, C_1 y C_4 sí lo son, es decir que:

$Q/E_1 = \{\{C_2\}, \{C_3\}, \{C_0, C_1, C_4\}\} = \{P_1^1 , P_2^1 , P_3^1\}$,

donde: $P_1^1 = \{C_2\}$, $P_2^1 = \{C_3\}$ y $P_3^1 = \{C_0, C_1, C_4\}$

Nuevamente, a partir de la función de transición ***f'*** puede comprobarse que:

$f\,'(C_0, 0) = C_1 \in P_3^1$ $f\,'(C_1, 0) = C_1 \in P_3^1$ $f\,'(C_4, 0) = C_1 \in P_3^1$

$f\,'(C_0, 1) = C_2 \in$ P11 $f\,'(C_1, 1) = C_2 \in P_1^1$ $f\,'(C_4, 1) = C_2 \in P_1^1$

Los elementos de $\mathbf{P_3^1}$ tienen igual comportamiento ante las entradas **0** y **1**, por lo que se reconoce que pertenecen a una misma clase.

Los estados $\mathbf{C_0}$, $\mathbf{C_1}$ y C_4 son equivalentes, luego $Q/E_1 = Q/E_2$.

La Tabla 4.35 corresponde a la función de transición del AFD'' mínimo y su grafo se representa en la Figura 4.52.

f ''	0	1
P_1	P_2	P_3
P_2	P_2	P_2
→*P_3	P_3	P_1

Tabla 4.35

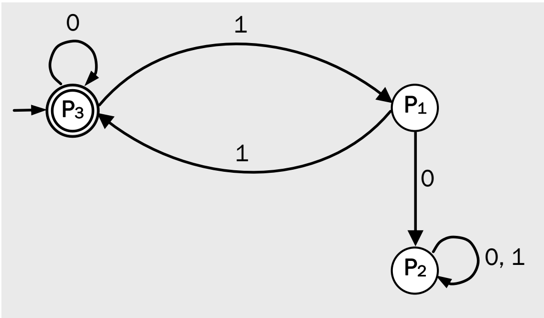

Figura 4.52: Grafo del AFD mínimo.

AFD'' = ({0,1}, {P_1, P_2, P_3}, P_3, {P_3}, *f* '')

Para la expresión regular **L((a+bb)*+ab)**

a) Construcción de Thompson

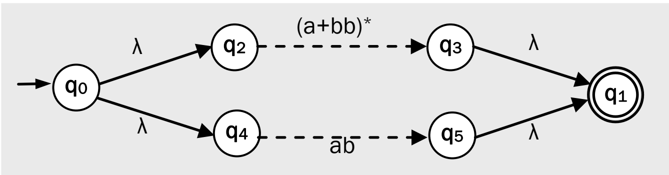

Figura 4.53

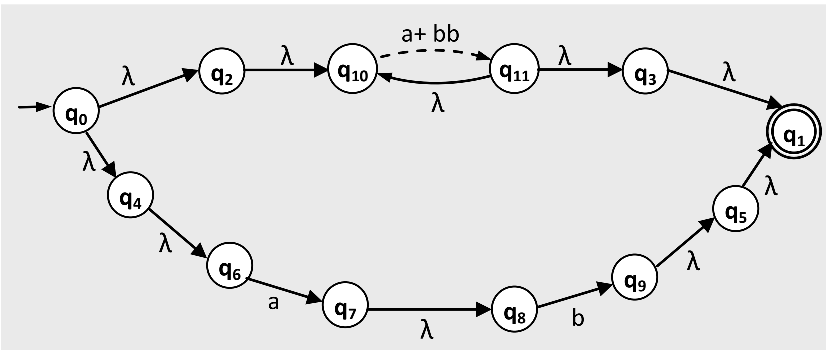

Figura 4.54

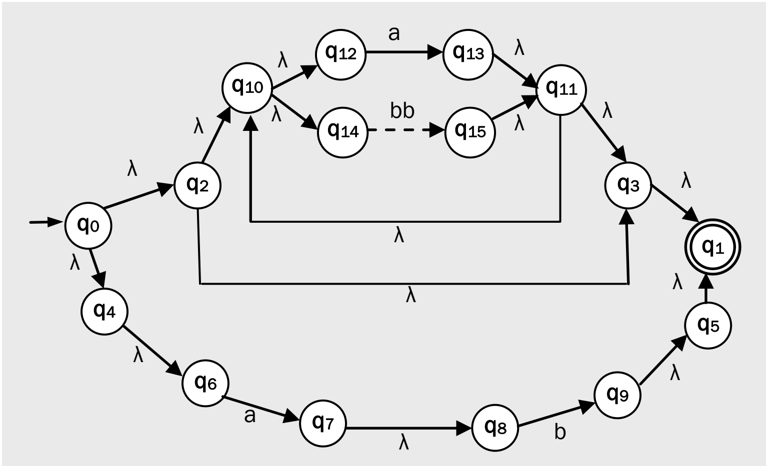

Figura 4.55

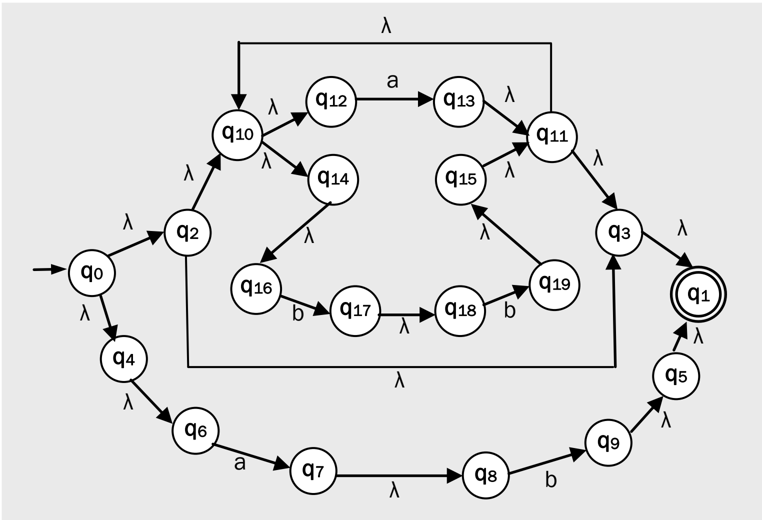

Figura 4.56

AFND = ({a, b}, {q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}, q_{11},
q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{15}, q_{16}, q_{17}, q_{18}, q_{19}}, q_0, {q_1}, *f*)

Nótese que, en las Figuras 4.53, 4.54 y 4.55, las flechas en líneas de puntos representan un AF en sí mismas. En el primer caso, se trata de un AF capaz de reconocer expresiones de la forma **(a+bb)*** y **ab**, en el segundo, expresiones de la forma **a+bb** y, en el último caso, expresiones de la forma **bb**.

b) Determinación del AFD equivalente al anterior

Construimos la Tabla 4.36 de la función de transición con las transiciones λ explícitas, las reflexivas y las transitivas (usando T y T^*).

f	a	b	λ
$\rightarrow q_0$			$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_6, q_{10}, q_{12}, q_{14}, q_{16}\}$
$*q_1$			$\{q_1\}$
q_2			$\{q_1, q_2, q_3, q_{10}, q_{12}, q_{14}, q_{16}\}$
q_3			$\{q_1, q_3\}$
q_4			$\{q_4, q_6\}$
q_5			$\{q_1, q_5\}$
q_6	$\{q_7\}$		$\{q_6\}$
q_7			$\{q_7, q_8\}$
q_8		$\{q_9\}$	$\{q_8\}$
q_9			$\{q_1, q_5, q_9\}$
q_{10}			$\{q_{10}, q_{12}, q_{14}, q_{16}\}$
q_{11}			$\{q_1, q_3, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{14}, q_{16}\}$
q_{12}	$\{q_{13}\}$		$\{q_{12}\}$
q_{13}			$\{q_1, q_3, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{16}\}$
q_{14}			$\{q_{14}, q_{16}\}$
q_{15}			$\{q_1, q_3, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{14}, q_{15}, q_{16}\}$
q_{16}		$\{q_{17}\}$	$\{q_{16}\}$
q_{17}			$\{q_{17}, q_{18}\}$
q_{18}		$\{q_{19}\}$	$\{q_{18}\}$
q_{19}			$\{q_1, q_3, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{14}, q_{15}, q_{16}, q_{19}\}$

Tabla 4.36

$f(q_0, \lambda) = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_6, q_{10}, q_{12}, q_{14}, q_{16}\} = C_0$

$$
f'(C_0, a): \left.\begin{array}{l}
f(q_0, a) = \varnothing \\
f(q_1, a) = \varnothing \\
f(q_2, a) = \varnothing \\
f(q_3, a) = \varnothing \\
f(q_4, a) = \varnothing \\
f(q_6, a) = \{q_7\} \\
f(q_{10}, a) = \varnothing \\
f(q_{12}, a) = \{q_{13}\} \\
f(q_{14}, a) = \varnothing \\
f(q_{16}, a) = \varnothing
\end{array}\right\} \{q_7, q_{13}\} \quad \begin{array}{l}\text{con transiciones } \lambda: \\ \{q_1, q_3, q_7, q_8, q_{10}, q_{11}, \\ q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{16}\} = C_1\end{array}
$$

$$f'(C_0, b): \quad \left.\begin{array}{r} f(q_0, b) = \varnothing \\ f(q_1, b) = \varnothing \\ f(q_2, b) = \varnothing \\ f(q_3, b) = \varnothing \\ f(q_4, b) = \varnothing \\ f(q_6, b) = \varnothing \\ f(q_{10}, b) = \varnothing \\ f(q_{12}, b) = \varnothing \\ f(q_{14}, b) = \varnothing \\ f(q_{16}, b) = \{q_{17}\} \end{array}\right\} = \{q_{17}\}$$

con transiciones λ :
$\{q_{17}, q_{18}\} = C_2$

$$f'(C_1, a): \quad \left.\begin{array}{r} f(q_1, a) = \varnothing \\ f(q_3, a) = \varnothing \\ f(q_7, a) = \varnothing \\ f(q_8, a) = \varnothing \\ f(q_{10}, a) = \varnothing \\ f(q_{11}, a) = \varnothing \\ f(q_{12}, a) = \{q_{13}\} \\ f(q_{13}, a) = \varnothing \\ f(q_{14}, a) = \varnothing \\ f(q_{16}, a) = \varnothing \end{array}\right\} = \{q_{13}\}$$

con transiciones λ :
$\{q_1, q_3, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{16}\} = C_3$

$$f'(C_1, b): \quad \left.\begin{array}{r} f(q_1, b) = \varnothing \\ f(q_3, b) = \varnothing \\ f(q_7, b) = \varnothing \\ f(q_8, b) = \{q_9\} \\ f(q_{10}, b) = \varnothing \\ f(q_{11}, b) = \varnothing \\ f(q_{12}, b) = \varnothing \\ f(q_{13}, b) = \varnothing \\ f(q_{14}, b) = \varnothing \\ f(q_{16}, b) = \{q_{17}\} \end{array}\right\} = \{q_9, q_{17}\}$$

con transiciones λ :
$\{q_1, q_5, q_9, q_{17}, q_{18}\} = C_4$

$$f'(C_2, a): \quad \left.\begin{array}{r} f(q_{17}, a) = \varnothing \\ f(q_{18}, a) = \varnothing \end{array}\right\} = \varnothing = C_5$$

$$f'(C_2, b): \quad \left.\begin{array}{r} f(q_{17}, b) = \varnothing \\ f(q_{18}, b) = \{q_{19}\} \end{array}\right\} = \{q_{19}\}$$

con transiciones λ :
$\{q_1, q_3, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{14}, q_{15}, q_{16}, q_{19}\} = C_6$

$$f'(C_3, a): \left.\begin{array}{l} f(q_1, a) = \varnothing \\ f(q_3, a) = \varnothing \\ f(q_{10}, a) = \varnothing \\ f(q_{11}, a) = \varnothing \\ f(q_{12}, a) = \{q_{13}\} \\ f(q_{13}, a) = \varnothing \\ f(q_{14}, a) = \varnothing \\ f(q_{16}, a) = \varnothing \end{array}\right\} = \{q_{13}\} \quad \begin{array}{l} \text{con transiciones } \lambda: \\ \{q_1, q_3, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, \\ q_{14}, q_{16}\} = C_3 \end{array}$$

$$f'(C_3, b): \left.\begin{array}{l} f(q_1, b) = \varnothing \\ f(q_3, b) = \varnothing \\ f(q_{10}, b) = \varnothing \\ f(q_{11}, b) = \varnothing \\ f(q_{12}, b) = \varnothing \\ f(q_{13}, b) = \varnothing \\ f(q_{14}, b) = \varnothing \\ f(q_{16}, b) = \{q_{17}\} \end{array}\right\} = \{q_{17}\} \quad \begin{array}{l} \text{con transiciones } \lambda: \\ \{q_{17}, q_{18}\} = C_2 \end{array}$$

$$f'(C_4, a): \left.\begin{array}{l} f(q_1, a) = \varnothing \\ f(q_5, a) = \varnothing \\ f(q_9, a) = \varnothing \\ f(q_{17}, a) = \varnothing \\ f(q_{18}, a) = \varnothing \end{array}\right\} = \varnothing = C_5$$

$$f'(C_4, b): \left.\begin{array}{l} f(q_1, b) = \varnothing \\ f(q_5, b) = \varnothing \\ f(q_9, b) = \varnothing \\ f(q_{17}, b) = \varnothing \\ f(q_{18}, b) = \{q_{19}\} \end{array}\right\} = \{q_{19}\} \quad \begin{array}{l} \text{con transiciones } \lambda: \\ \{q_1, q_3, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{14}, \\ q_{15}, q_{16}, q_{19}\} = C_6 \end{array}$$

$$f'(C_6, a): \left.\begin{array}{l} f(q_1, a) = \varnothing \\ f(q_3, a) = \varnothing \\ f(q_{10}, a) = \varnothing \\ f(q_{11}, a) = \varnothing \\ f(q_{12}, a) = \{q_{13}\} \\ f(q_{14}, a) = \varnothing \\ f(q_{15}, a) = \varnothing \\ f(q_{16}, a) = \varnothing \end{array}\right\} = \{q_{13}\} \quad \begin{array}{l} \text{con transiciones } \lambda: \\ \{q_1, q_3, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, \\ q_{14}, q_{16}\} = C_3 \end{array}$$

$$f(q_{19}, a) = \varnothing$$

$$f'(C_6, b): \left.\begin{array}{l} f(q_1, b) = \varnothing \\ f(q_3, b) = \varnothing \\ f(q_{10}, b) = \varnothing \\ f(q_{11}, b) = \varnothing \\ f(q_{12}, b) = \varnothing \\ f(q_{14}, b) = \varnothing \\ f(q_{15}, b) = \varnothing \\ f(q_{16}, b) = \{q_{17}\} \\ f(q_{19}, b) = \varnothing \end{array}\right\} = \{q_{17}\} \quad \begin{array}{l} \text{con transiciones } \lambda: \\ \{q_{17}, q_{18}\} = C_2 \end{array}$$

Luego, la Tabla 4.37 corresponde a la función de transición del AFD equivalente y su grafo se representa en la Figura 4.57.

f '	a	b
→*C_0	C_1	C_2
*C_1	C_3	C_4
C_2	C_5	C_6
*C_3	C_3	C_2
*C_4	C_5	C_6
C_5	C_5	C_5
*C_6	C_3	C_2

Tabla 4.37

AFD' = ({a, b}, {C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6}, C_0, {C_0, C_1, C_3, C_4, C_6}, *f'*)

c) Minimización del AFD

El AFD*'* es conexo, por lo que no hay estados que deban eliminarse.

El conjunto cociente inicial es Q/E_0 = {{C_2, C_5}, {C_0, C_1, C_3, C_4, C_6}} = {P_1^0, P_2^0}, donde P_1^0 = Q – {C_0, C_1, C_3, C_4, C_6} y P_2^0 = {C_0, C_1, C_3, C_4, C_6}, es decir:

P_1^0 = {C_2, C_5} y P_2^0 = {C_0, C_1, C_3, C_4, C_6}

A partir de la función de transición ***f '*** puede comprobarse:

$f'(C_2, a) = C_5 \in P_1^0$ $f'(C_5, a) = C_5 \in P_1^0$

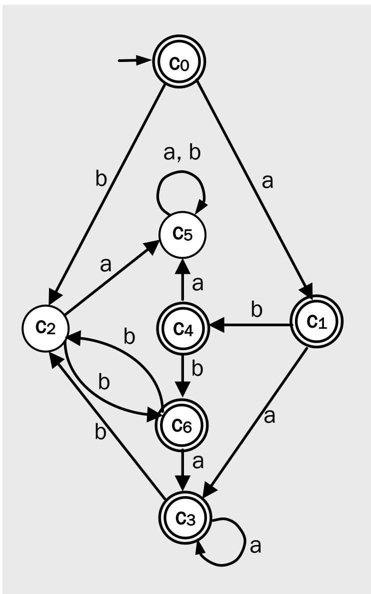

Figura 4.57: Grafo del AFD equivalente.

$f'(C_2, b) = C_6 \in P_2^0$ $f'(C_5, b) = C_5 \in P_1^0$

$f'(C_0, a) = C_1 \in P_2^0$ $f'(C_1, a) = C_3 \in P_2^0$

$f'(C_3, a) = C_3 \in P_2^0$ $f'(C_0, b) = C_2 \in P_1^0$

$f'(C_1, b) = C_4 \in P_2^0$ $f'(C_3, b) = C_2 \in P_1^0$

$f'(C_4, a) = C_5 \in P_1^0$ $f'(C_6, a) = C_3 \in P_2^0$

$f'(C_4, b) = C_6 \in P_2^0$ $f'(C_6, b) = C_2 \in P_1^0$

Los elementos de $\mathbf{P_1^0}$ tienen diferente comportamiento ante las entradas **a** y **b**, por lo que se reconoce que no pertenecen a una misma clase. Por otra parte, de los cinco elementos de $\mathbf{P_2^0}$ solo C_0, C_3 y C_6, presentan igual comportamiento.

Luego, los estados C_2 y C_5 no son equivalentes entre sí, los estados C_0, C_3 y C_6 sí lo son, pero no son equivalentes a C_1 y C_4. Es decir que:

$$Q/E_1 = \{\{C_1\}, \{C_2\}, \{C_4\}, \{C_5\}, \{C_0, C_3, C_6\}\}$$
$$= \{P_1^1, P_2^1, P_3^1, P_4^1, P_5^1\},$$

donde: $P_1^1 = \{C_1\}$, $P_2^1 = \{C_2\}$, $P_3^1 = \{C_4\}$, $P_4^1 = \{C_5\}$ y $P_5^1 = \{C_0, C_3, C_6\}$

Nuevamente, a partir de la función de transición ***f '*** puede comprobarse que:

$f\,'(C_0, a) = C_1 \in P_1^1$ $\quad$ $f\,'(C_3, a) = C_3 \in P_5^1$

$f\,'(C_6, a) = C_3 \in P_5^1$ $\quad$ $f\,'(C_0, b) = C_2 \in P_2^1$

$f\,'(C_3, b) = C_2 \in P_2^1$ $\quad$ $f\,'(C_6, b) = C_2 \in P_2^1$

El elemento C_0 de $\mathbf{P_5^1}$ tiene diferente comportamiento ante las entradas **a** y **b**, por lo que se reconoce que no pertenece a la misma clase que C_3 y C_6. Luego, el estado C_0 no es equivalente con los estados C_3 y C_6. Es decir que:

$$Q/E_2 = \{\{C_0\}, \{C_1\}, \{C_2\}, \{C_4\}, \{C_5\}, \{C_3, C_6\}\}$$
$$= \{P_1^2, P_2^2, P_3^2, P_4^2, P_5^2, P_6^2\},$$

donde:

$P_1^2 = \{C_0\}$, $P_2^2 = \{C_1\}$, $P_3^2 = \{C_2\}$,

$P_4^2 = \{C_4\}$, $P_5^2 = \{C_5\}$ y $P_6^2 = \{C_3, C_6\}$

Según la función de transición ***f '***:

$f\,'(C_3, a) = C_3 \in P_6^0$ $\quad$ $f\,'(C_6, a) = C_3 \in P_6^0$

$f\,'(C_3, b) = C_2 \in P_3^0$ $\quad$ $f\,'(C_6, b) = C_2 \in P_3^0$

Los elementos de $\mathbf{P_6^2}$ tienen igual comportamiento ante las entradas **a** y **b**, por lo que se reconoce que pertenecen a una misma clase.

Los estados $\mathbf{C_3}$ y $\mathbf{C_6}$ son equivalentes, luego $Q/E_2 = Q/E_3$.

La Tabla 4.38 corresponde a la función de transición del AFD'' mínimo y su grafo se representa en la Figura 4.58.

Su definición formal:

$$\text{AFD}'' = (\{0,1\}, \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6\}, P_1, \{P_1, P_2, P_4, P_6\}, f\,'')$$

f ''	a	b
→*P_1	P_2	P_3
*P_2	P_6	P_4
P_3	P_5	P_6
*P_4	P_5	P_6
P_5	P_5	P_5
*P_6	P_6	P_3

Tabla 4.38

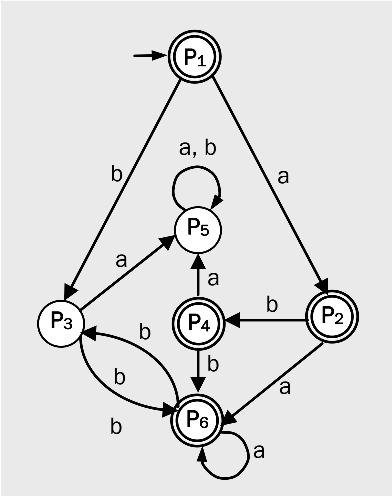

Figura 4.58: Grafo del AFD mínimo.