

Autómata con Pila

- **Concepto**
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

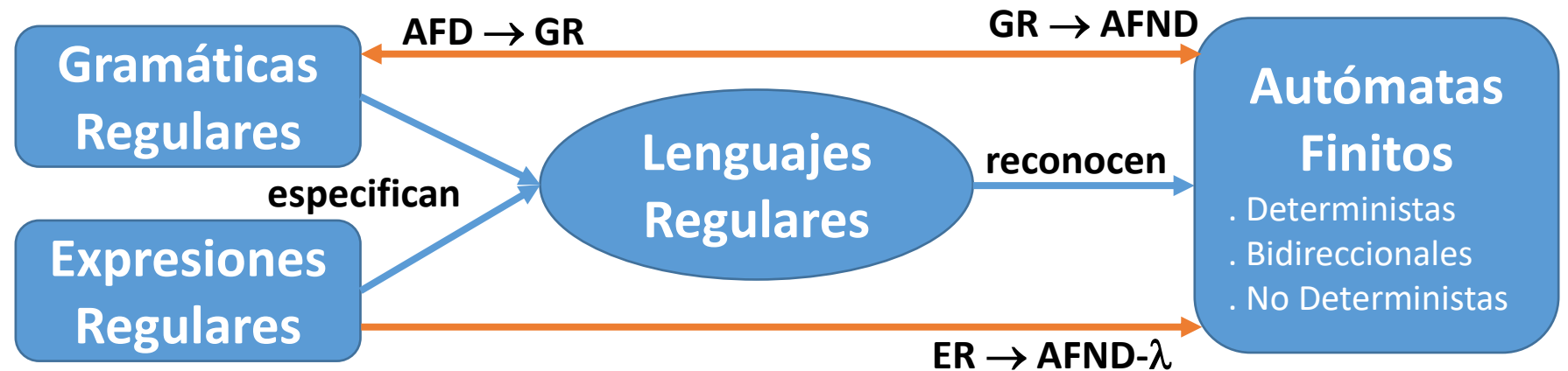
SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

- Definimos en la Unidad 3, el **autómata finito determinista** como un modelo formal **AFD** = (Σ, Q, q_0, A, f) que se utiliza para reconocer lenguajes:

$$L(\text{AFD}) = \{ \alpha \in \Sigma^* / (q_0, \alpha) \vdash^* (q_f, \lambda) \text{ con } q_f \in A \}$$

- En la unidad anterior, demostramos el **isomorfismo** entre los **autómatas finitos** y las **gramáticas y expresiones regulares**:



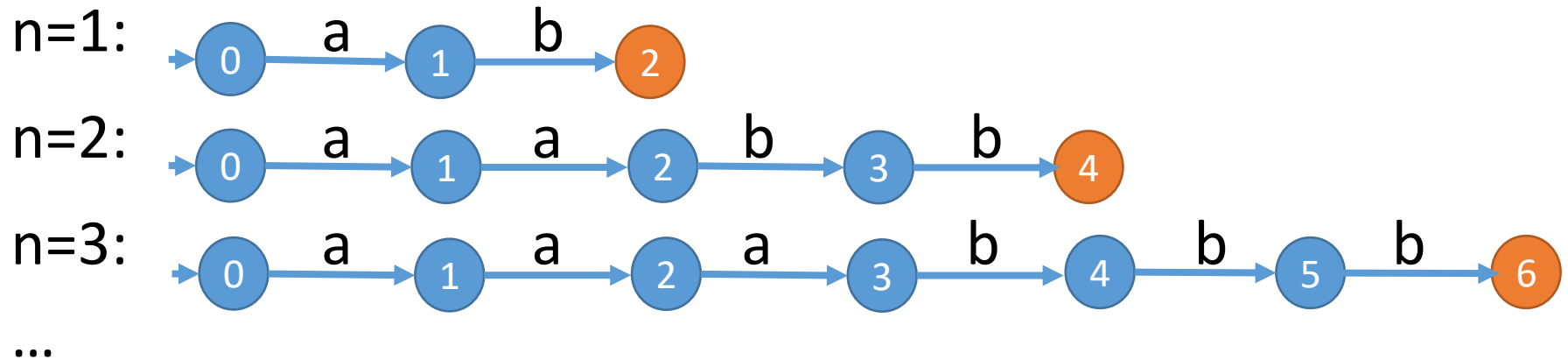
Autómata con Pila

- **Concepto**
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

- Así, los **Autómatas Finitos** reconocen **Lenguajes Regulares**.
- Pero hay lenguajes que no son regulares: **$\{a^n b^n / n \geq 1\}$**



n=k se necesitarán $2k+1$ estados (¡usa estados para contar!)

Podríamos unir todos estos AFD con transiciones λ desde un nuevo estado inicial, pero una cadena de largo mayor a $2k$ sería rechazada. **No se puede hacer un AF para todo $n \geq 1$.**

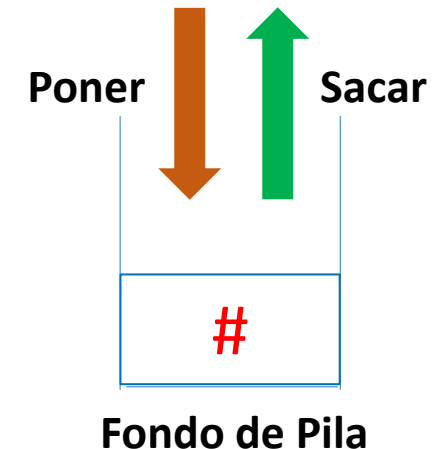
Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

- $\{a^n b^n / n \geq 1\}$ nos hace ver que para poder aceptar este lenguaje no regular se necesita alguna forma de poder “contar” cuántos símbolos **a** han sido leídos, para luego saber si hay igual cantidad de **b**.
- Una forma de hacerlo es agregar al AF una **memoria de PILA** (LIFO: último en entrar, primero en salir) para que almacene las **a** leídas y luego las quite con cada **b** leída.
- Una **memoria de pila** se maneja con:
 - **Poner(símbolo)**
 - **Símbolo=Sacar()** [lectura destructiva]
 - **Ver si EstáVacía()**



Autómata con Pila

- Concepto
- **Definición**
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA: MODELO FORMAL

Definición: Un *autómata con pila* es una máquina abstracta compuesta por una séptupla:

$$AP = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, \#, A, f)$$

cuyos componentes son:

- Σ : alfabeto de **símbolos de entrada**
- Γ : alfabeto de **símbolos de pila**
- Q : conjunto finito y no vacío de **estados posibles**
- $q_0 \in Q$: **estado inicial** de operaciones del autómata
- $\# \in \Gamma \wedge \# \notin \Sigma$: **símbolo de pila vacía** o de fondo de pila
- $A \subseteq Q$: conjunto de **estados de aceptación**
- $f: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$ **función de transición**

Autómata con Pila

- Concepto
- **Definición**
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA: MODELO FORMAL

$$AP = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, \#, A, f)$$

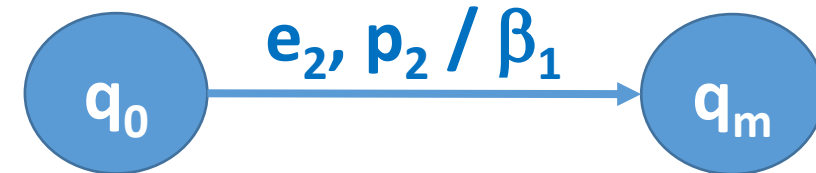
$$f : Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$$

$$f(q_0, e_2, p_2) = \{ (q_m, \beta_1) \}$$

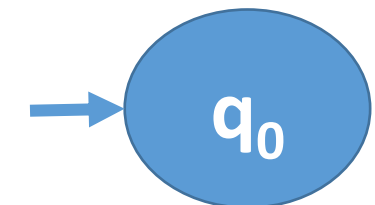
f		Σ				λ
		e_1	e_2	...	e_n	
$Q \times \Gamma$	$\rightarrow q_0, p_1$
	$\rightarrow q_0, p_2$...	$\{ (q_m, \beta_1) \}$

	$*q_f, p_k$

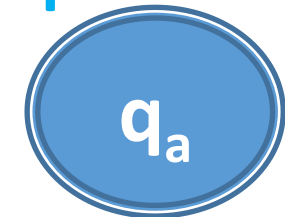
DIGRAFO



Estado Inicial



Estado de aceptación



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- **Funcionamiento**
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA: MODELO FORMAL

$AP = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, \#, A, f)$ con $f : Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$

Funcionamiento: Iniciando el funcionamiento en el **estado inicial** q_0 , y con la **pila vacía** marcada por $\#$, el autómata:

1. **Lee** un símbolo de entrada $lec = e_{leído}$ o no lee $lec = \lambda$.
2. **Saca** un símbolo de pila $w = sacar()$.
3. **Transita** a uno o más estados **y almacena** cadenas en la pila $\{(q_1, \beta_1), (q_2, \beta_2), \dots, (q_m, \beta_m)\} = f(q_{actual}, lec, w)$.
4. **Repite** los pasos 1-3 en forma **no determinística hasta terminar de leer la cadena de entrada**.
5. **Decide** si **acepta** o **rechaza** la cadena leída.

AUTÓMATA – NO DETERMINISTA – RECONOCEDOR



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- **Funcionamiento**
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA: MODELO FORMAL

AP = $(\Sigma, \Gamma, Q, q_0, \#, A, f)$ con $f : Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$

Funcionamiento: Aquí el funcionamiento es **no determinista** de varias formas:

- a) El **AP** puede leer un símbolo de entrada o **no leer**, por lo que puede realizar transiciones espontáneas (λ).
- b) El rango de la función de transición es $\mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$, por lo que **puede transitar a varios estados** y por cada estado:
- c) Podría realizar sobre la pila una de **varias acciones**:
 1. **Desapilar**: extrae un símbolo y no almacena nada.
 2. **Apilar**: extrae un símbolo y lo devuelve con algo más.
 3. **Cambiar**: extrae un símbolo y almacena algo más.



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- **Funcionamiento**
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA: MODELO FORMAL

$AP = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, \#, A, f)$ con $f : Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$

Funcionamiento: **Acciones posibles sobre la pila** durante una transición desde el estado p al estado q , al leer el símbolo a de la entrada y estando el símbolo w en la cima de la pila:

1. **Desapilar**: extrae un símbolo w y no almacena nada.

$$f(p, a, w) = \{ (q, \lambda) \} \text{ no graba nada}$$

2. **Apilar**: extrae un símbolo w y lo devuelve con algo más $w\beta$.

$$f(p, a, w) = \{ (q, w\beta) \} \text{ con } \beta \in \Gamma^+$$

3. **Cambiar**: extrae un símbolo w y almacena algo más β .

$$f(p, a, w) = \{ (q, \beta) \} \text{ con } \beta \in \Gamma^+$$

Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- **Funcionamiento**
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

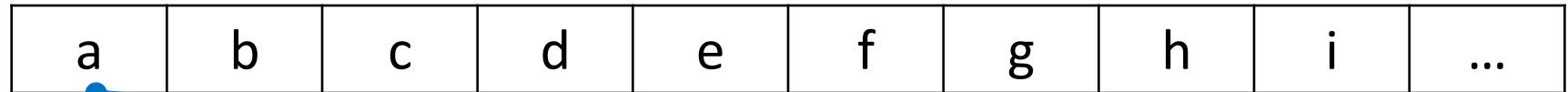
SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA: MODELO MECÁNICO

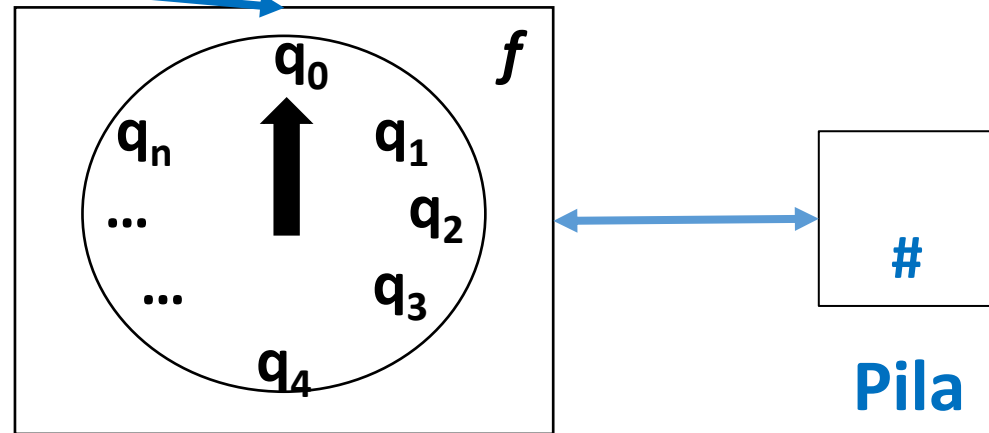
$AP = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, \#, A, f)$ con $f: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$

Cinta de Entrada

$f(q_0, a, \#) = \{ (q_3, \#XY) \}$



Partiendo desde el estado inicial q_0 , con el cabezal de lectura en el 1er símbolo de la cadena de entrada y con la pila únicamente conteniendo $\#$ que indica vacía.



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- **Funcionamiento**
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA: MODELO MECÁNICO

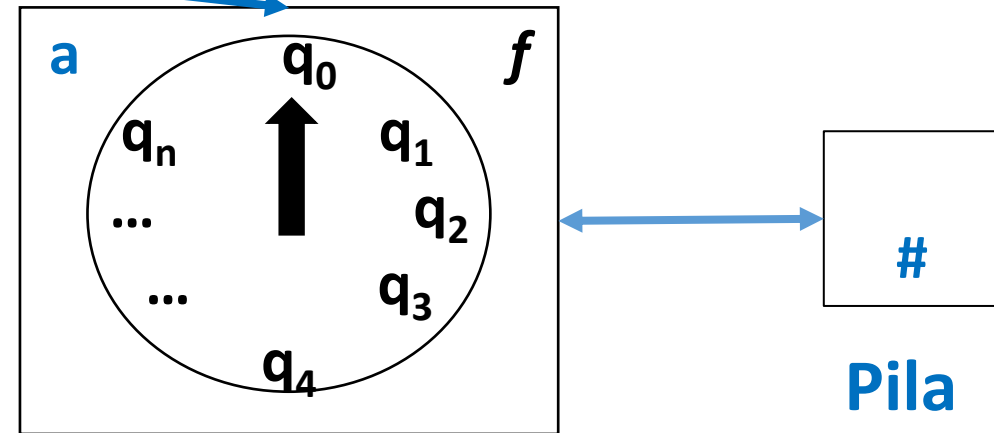
$AP = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, \#, A, f)$ con $f: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$

Cinta de Entrada

$f(q_0, a, \#) = \{ (q_3, \#XY) \}$



1. Lee un símbolo de entrada.



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- **Funcionamiento**
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

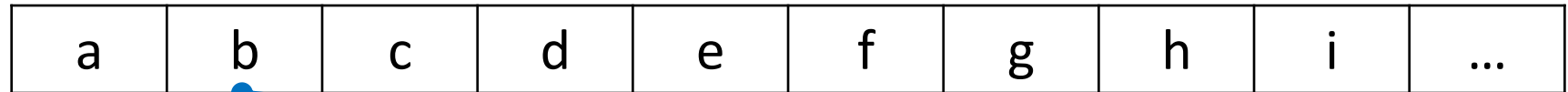
SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA: MODELO MECÁNICO

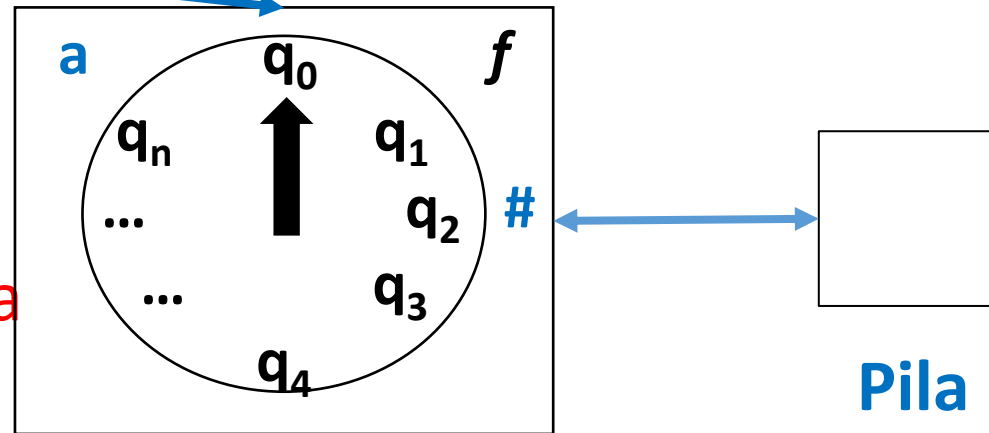
$AP = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, \#, A, f)$ con $f: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$

Cinta de Entrada

$f(q_0, a, \#) = \{ (q_3, \#XY) \}$



1. Lee un símbolo de entrada.
2. Saca un símbolo de la cima de pila



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- **Funcionamiento**
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA: MODELO MECÁNICO

$AP = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, \#, A, f)$ con $f: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$

Cinta de Entrada

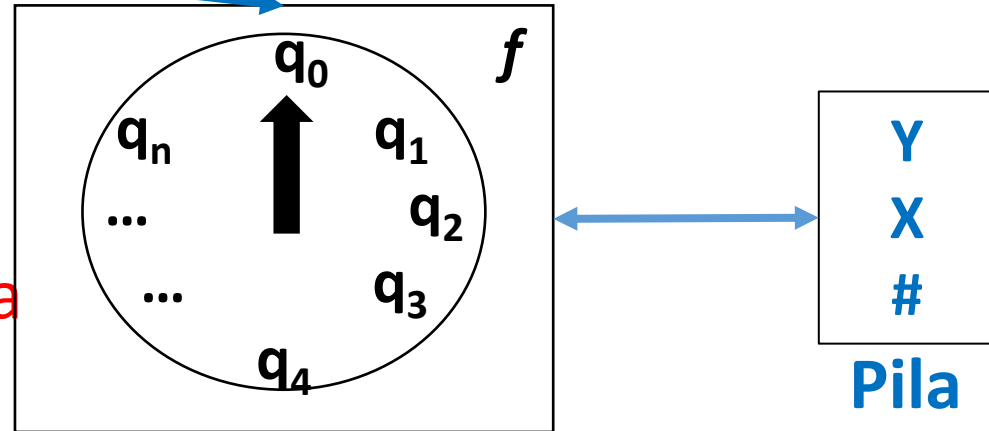
$f(q_0, a, \#) = \{ (q_3, \#XY) \}$

a	b	c	d	e	f	g	h	i	...
---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

1. Lee un símbolo de entrada.

2. Saca un símbolo de la cima de pila

3. Almacena en la pila una cadena de símbolos de pila



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- **Funcionamiento**
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA: MODELO MECÁNICO

$AP = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, \#, A, f)$ con $f: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*)$

Cinta de Entrada

$f(q_0, a, \#) = \{ (q_3, \#XY) \}$

a	b	c	d	e	f	g	h	i	...
---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

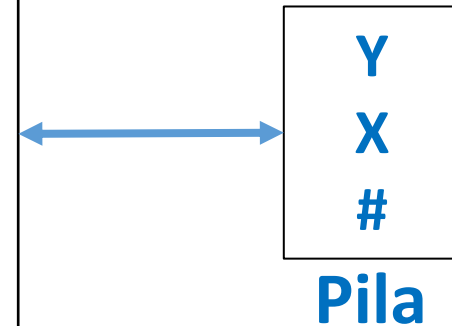
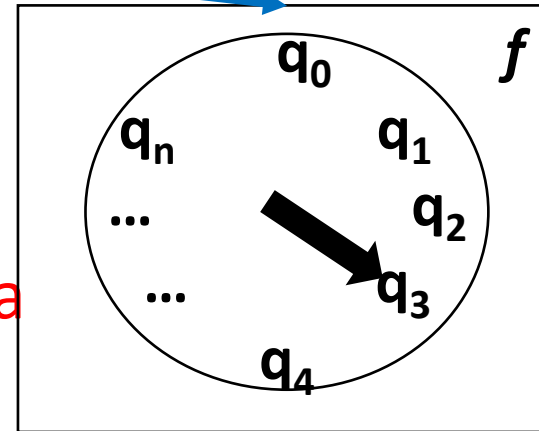
1. Lee un símbolo de entrada.

2. Saca un símbolo de la cima de pila

3. Almacena en la

pila una cadena de símbolos de pila y

4. Transita a un nuevo estado.



Al terminar de leer la cadena de entrada **DECIDIRÁ** si la acepta.

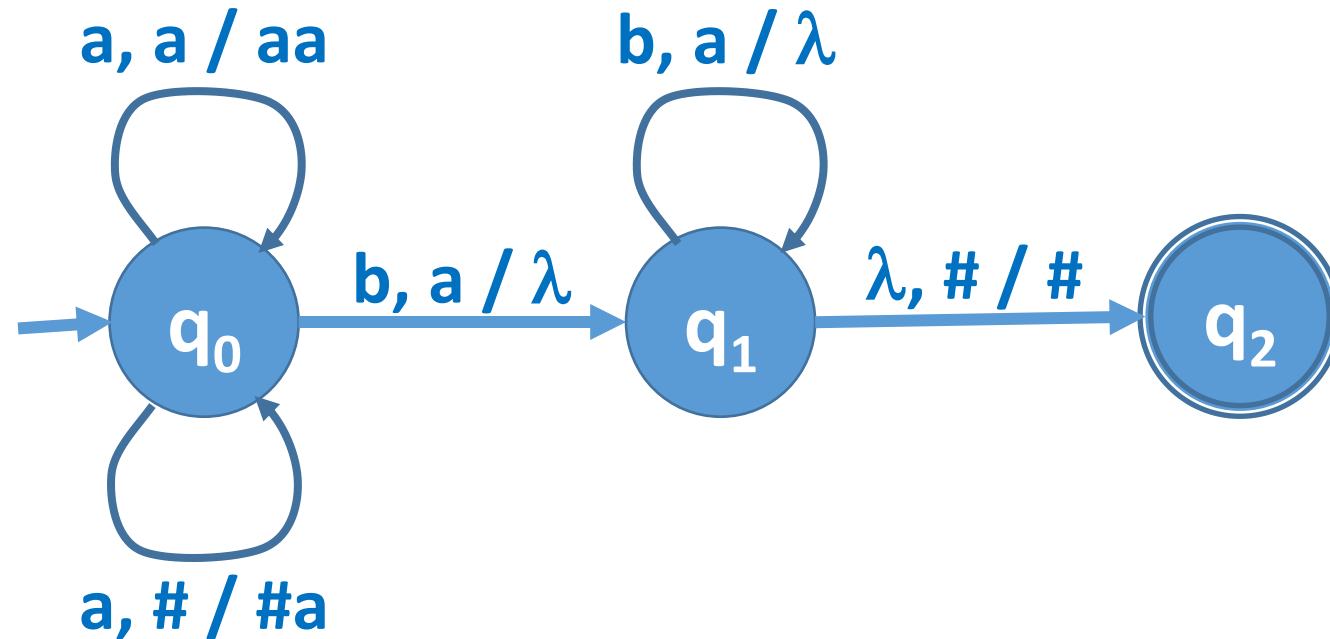
Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- **Ejemplo**
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Ejemplo: Diseñar un autómata con pila que reconozca el lenguaje $\{a^n b^n / n \geq 1\}$.



$$AP = (\underbrace{\{a, b\}}_{\Sigma}, \underbrace{\{a, \#\}}_{\Gamma}, \underbrace{\{q_0, q_1, q_2\}}_Q, q_0, \underbrace{\#, \{q_0\}}_A, f)$$

Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- **Ejemplo**
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- $APND \neq APD$
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Lenguaje: **$\{a^n b^n / n \geq 1\}$**

Proceso de **aabb**

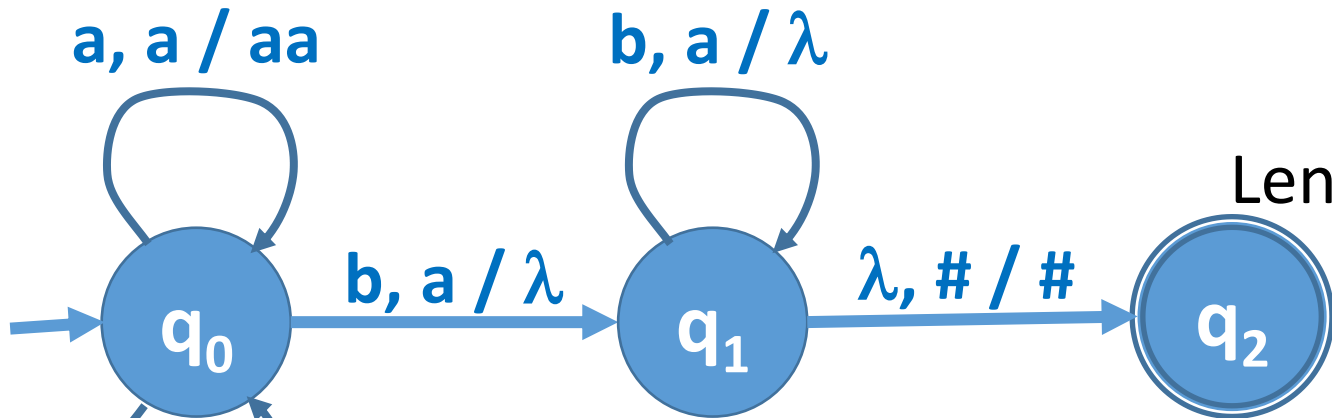


Tabla Operativa

Estado actual	Cadena por leer	Contenido de la Pila	Comentarios
q ₀	aabb	#	Lee y apila
q ₀	abb	#a	Lee y apila
q ₀	bb	#aa	Lee y desapila
q ₁	b	#a	Lee y desapila
q ₁	λ	#	Transita por pila vacía
q ₂	λ	#	Acepta



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- **AP determinista**
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Autómata con Pila Determinista: Si bien el autómata con pila definido es claramente no determinista, puede restringirse la función de transición de tal forma que el **APND** se comporte como un **APD**. Se proponen dos formas de hacer esto:

a) Quitar las transiciones espontáneas y el conjunto potencia:

$$f: Q \times \Sigma \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma^*$$

b) Permitir las transiciones espontáneas en forma restringida y quitar el conjunto potencia:

$$f: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma^*$$

con la condición de que si $|f(q, \lambda, w)|=1$ está definida no lo esté $f(q, a, w)$ para ningún símbolo de entrada a .

Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- **Configuración**
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Configuración o Descripción Instantánea: Como en los autómatas finitos, para describir el proceso que la máquina realiza sobre una cadena de entrada, para el autómata con pila también se define una configuración, pero ahora es una terna ordenada que incluye el contenido de la pila:

$$K_t = (q, \alpha, \beta)$$

q =estado actual, α =cadena que resta de ser leída, β =contenido de la pila

Configuración Inicial: $K_0 = (q_0, \alpha, \#)$

q_0 =estado inicial, α =cadena a procesar, $\#$ =símbolo de pila vacía

Configuración final: $K_f = (q_f, \lambda, \delta)$

q_f =estado final, λ =no queda cadena por leer, δ =contenido de la pila



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- **Movimiento**
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Movimiento: Al igual que en los AF, se denomina movimiento al tránsito de una configuración a otra en un paso:

$$(q, \underline{a}\alpha, \underline{w}\beta) \vdash (p, \alpha, w\beta x)$$

Solo posible si $f(q, a, w) = \{ (p, x) \}$

Movimiento generalizado: Tránsito de una configuración a otra en uno o más pasos:

$$(q, \alpha, \beta) \vdash^* (p, \mu, \delta)$$

Significa: $(q, \alpha, \beta) \vdash (q_1, \alpha_1, \beta_1) \vdash (q_2, \alpha_2, \beta_2) \vdash \dots \vdash (p, \mu, \delta)$

El árbol de configuraciones de una cadena, muestra adecuadamente **el proceso que el AP realiza sobre la misma.**

Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- **Cadena aceptada**
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Aceptación de cadenas: Para los autómatas con pila, pueden definirse tres formas de **aceptación** o **reconocimiento** de cadenas:

1. **Aceptación por vaciado de pila**: al terminar de leer la cadena de entrada, la pila queda vacía, en cualquier estado.

$$(q_0, \alpha, \#) \vdash^* (q_f, \lambda, \#), \text{ con } q_0, q_f \in Q, \alpha \in \Sigma^*, \# \in \Gamma$$

2. **Aceptación por estado de aceptación**: al terminar de leer la cadena de entrada, se llega a un estado de aceptación.

$$(q_0, \alpha, \#) \vdash^* (q_f, \lambda, \delta), \text{ con } q_0 \in Q, q_f \in A, \alpha \in \Sigma^*, \delta \in \Gamma^*$$

3. **Aceptación por ambos criterios simultáneamente**:

$$(q_0, \alpha, \#) \vdash^* (q_f, \lambda, \#), \text{ con } q_0 \in Q, q_f \in A, \alpha \in \Sigma^*, \# \in \Gamma$$

Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- **Lenguaje aceptado**
- $APND \neq APD$
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Lenguaje reconocido por un AP: Las tres formas de **aceptación** o **reconocimiento** de cadenas dan tres formas de reconocer un lenguaje:

1. Reconocimiento por vaciado de pila:

$$L(AP) = \{ \alpha \in \Sigma^* / (q_0, \alpha, \#) \vdash^* (q_f, \lambda, \#), \text{ con } q_0, q_f \in Q, \# \in \Gamma \}$$

2. Reconocimiento por estado de aceptación:

$$L(AP) = \{ \alpha \in \Sigma^* / (q_0, \alpha, \#) \vdash^* (q_f, \lambda, \delta), \text{ con } q_0 \in Q, q_f \in A, \delta \in \Gamma^* \}$$

3. Reconocimiento por ambos criterios simultáneamente:

$$L(AP) = \{ \alpha \in \Sigma^* / (q_0, \alpha, \#) \vdash^* (q_f, \lambda, \#), \text{ con } q_0 \in Q, q_f \in A, \# \in \Gamma \}$$

Utilizaremos en general la última en todos los ejemplos.



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- **APND \neq APD**
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

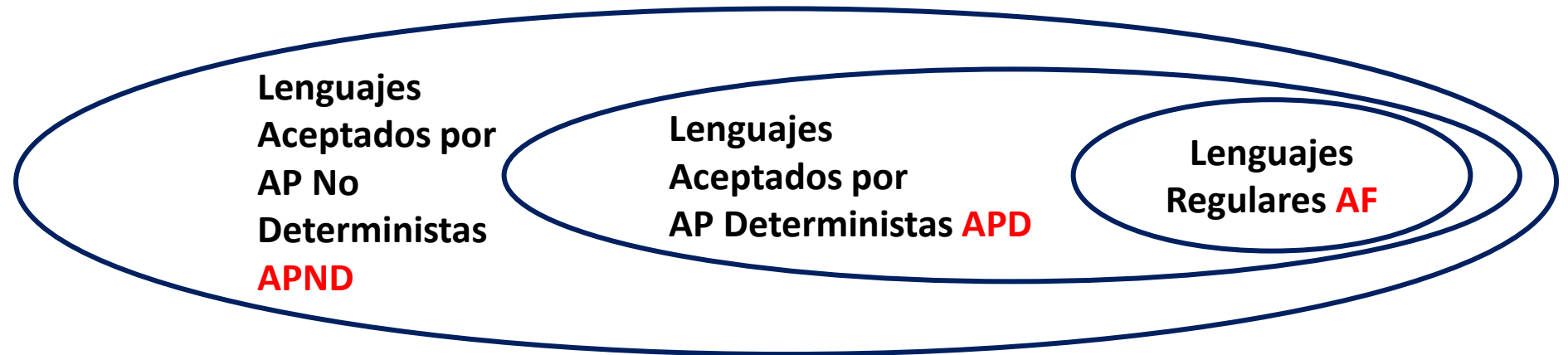
SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Si todas las transiciones de un **AP** se restringen a $f(p, a, \#) = \{(q, \#)\}$, se comportaría como un **AF** \Rightarrow **el AP acepta lenguajes regulares**.

NO equivalencia de un APND y un APD: A diferencia de lo que ocurre con los autómatas finitos, el **no determinismo** otorga a los **APND** mayor **poder de cómputo** respecto de los **APD**.

Esto quiere decir que un APND puede reconocer lenguajes que un APD no puede.



Autómata con Pila

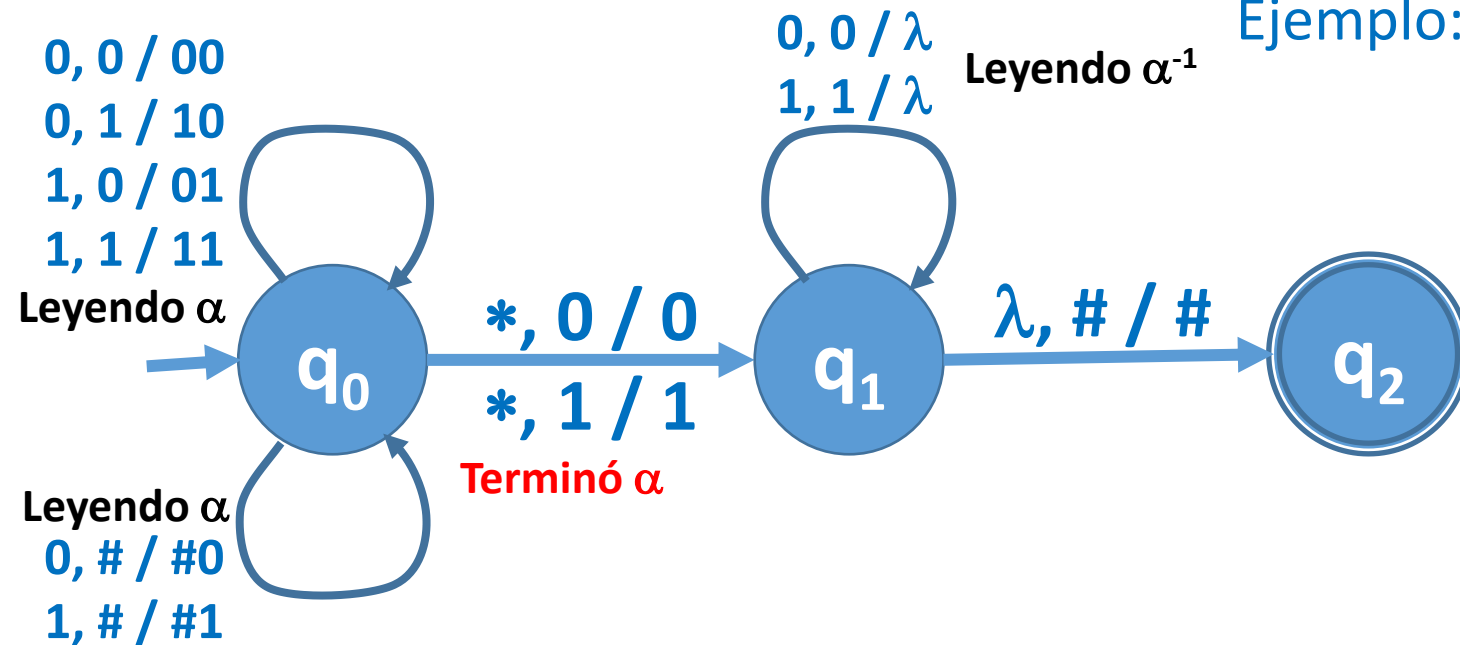
- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- **Ejemplo APD**
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Ejemplo: Diseñar un autómata con pila (APD) que reconozca el lenguaje $\{\alpha * \alpha^{-1} / \alpha \in \{0, 1\}^+\}$: palíndromos de largo impar.

Ejemplo: **011*****110**



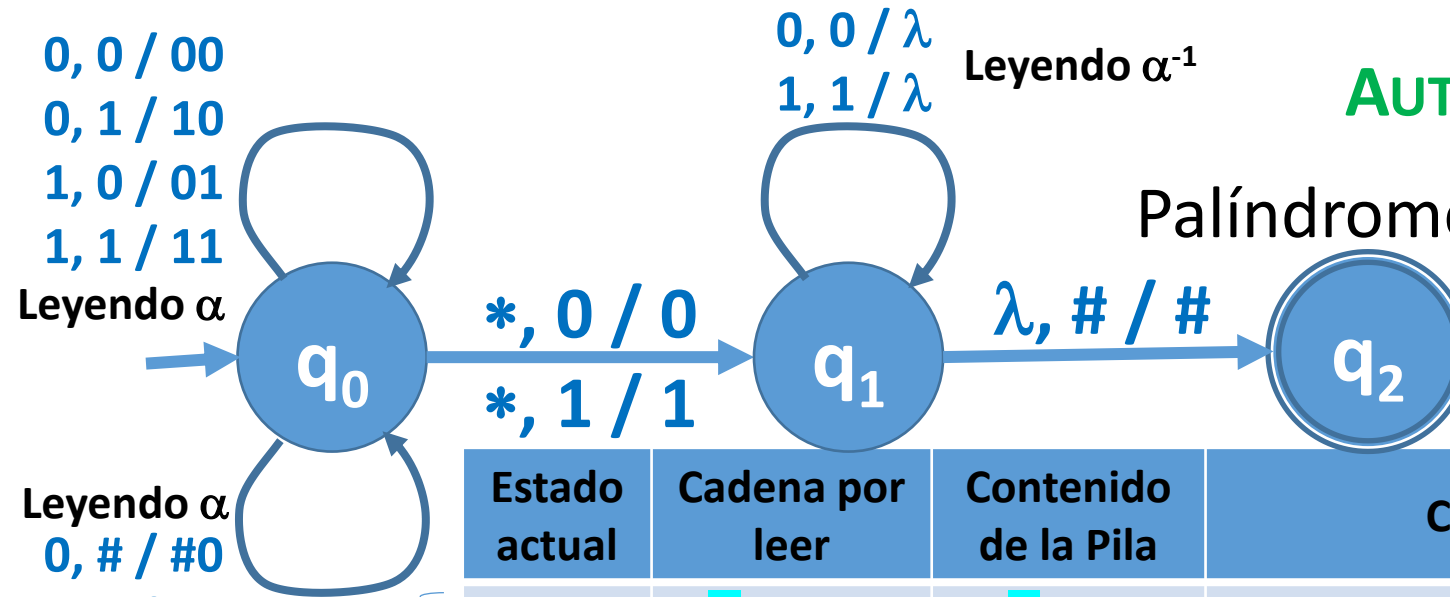
La clave para el diseño del **AP** como **Determinista** es que gracias al $*$, sé dónde termina α y dónde empieza α^{-1} .

Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- **Ejemplo APD**
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

AUTÓMATA CON PILA

Palíndromo impar: **01*10**



Leyendo α
 $0, \# / \#0$
 $1, \# / \#1$

Configuraciones

Tabla Operativa

Estado actual	Cadena por leer	Contenido de la Pila	Comentarios
q_0	0 1*10	#	Lee y apila
q_0	1 *10	#0	Lee y apila
q_0	* 10	#01	Lee y no cambia pila
q_1	1 0	#01	Lee y desapila
q_1	0	#0	Lee y desapila
q_1	λ	#	Transita por pila vacía
q_2	λ	#	Acepta

Autómata con Pila

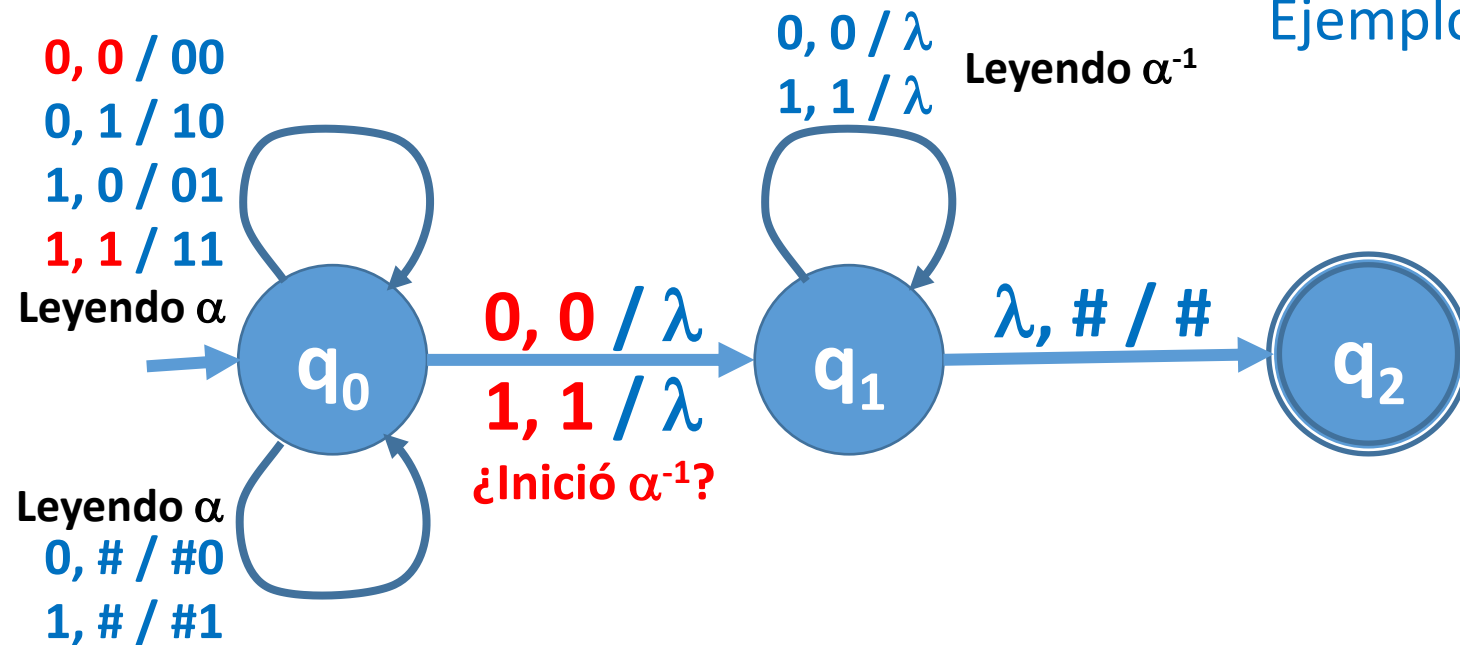
- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- **Ejemplo APND**
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Ejemplo: Diseñar un autómata con pila que reconozca el lenguaje $\{\alpha\alpha^{-1} / \alpha \in \{0, 1\}^+\}$: palíndromos de largo par.

Ejemplo: **011110**



El **AP** no sabe dónde termina α y empieza α^{-1} , por lo que su trabajo sólo puede hacerlo siendo **No Determinista**.

Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- **Ejemplo APND**
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Palíndromo par: **0110**
Primer Hilo

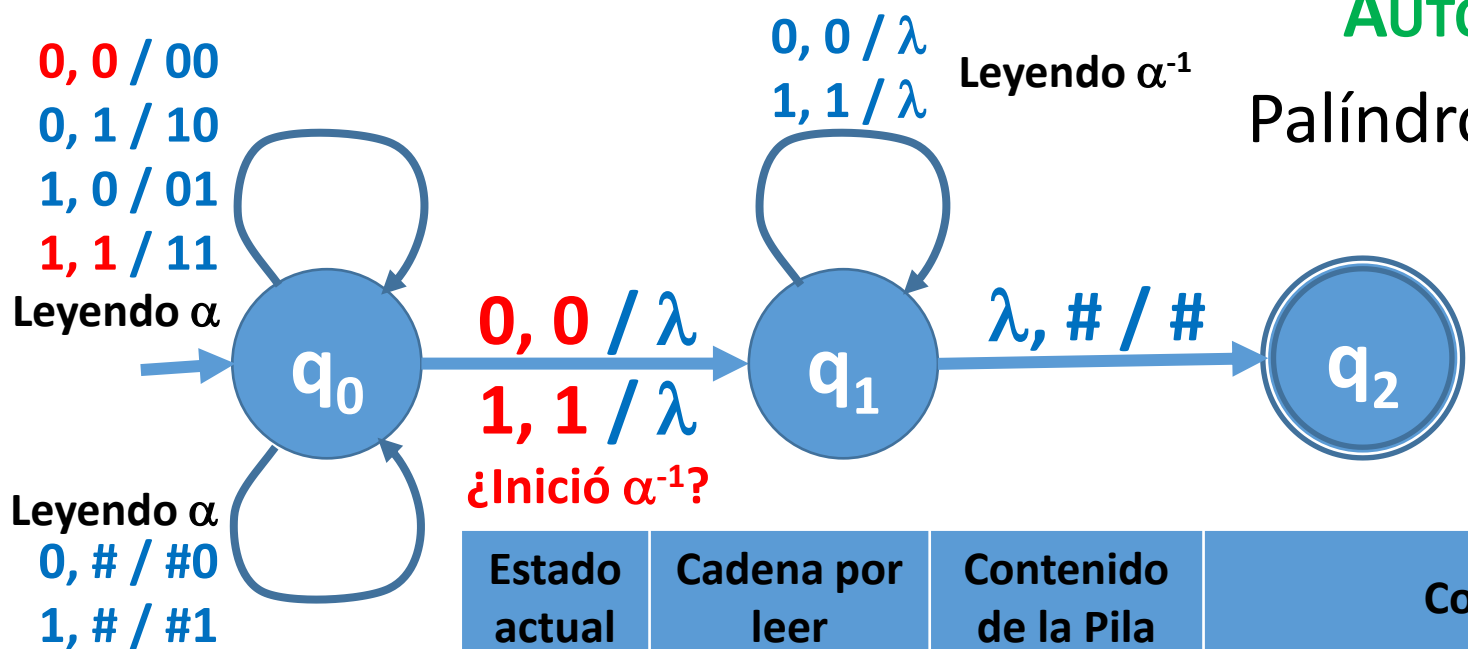


Tabla Operativa

Estado actual	Cadena por leer	Contenido de la Pila	Comentarios
q_0	0110	#	Lee y apila
q_0	110	#0	Lee y apila
q_0	10	#01	Lee y apila
q_0	0	#011	Lee y apila
q_0	λ	#0110	Cancela y rechaza

No Determinismo →



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- **Ejemplo APND**
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

AUTÓMATA CON PILA

Palíndromo par: **0110**

Segundo Hilo

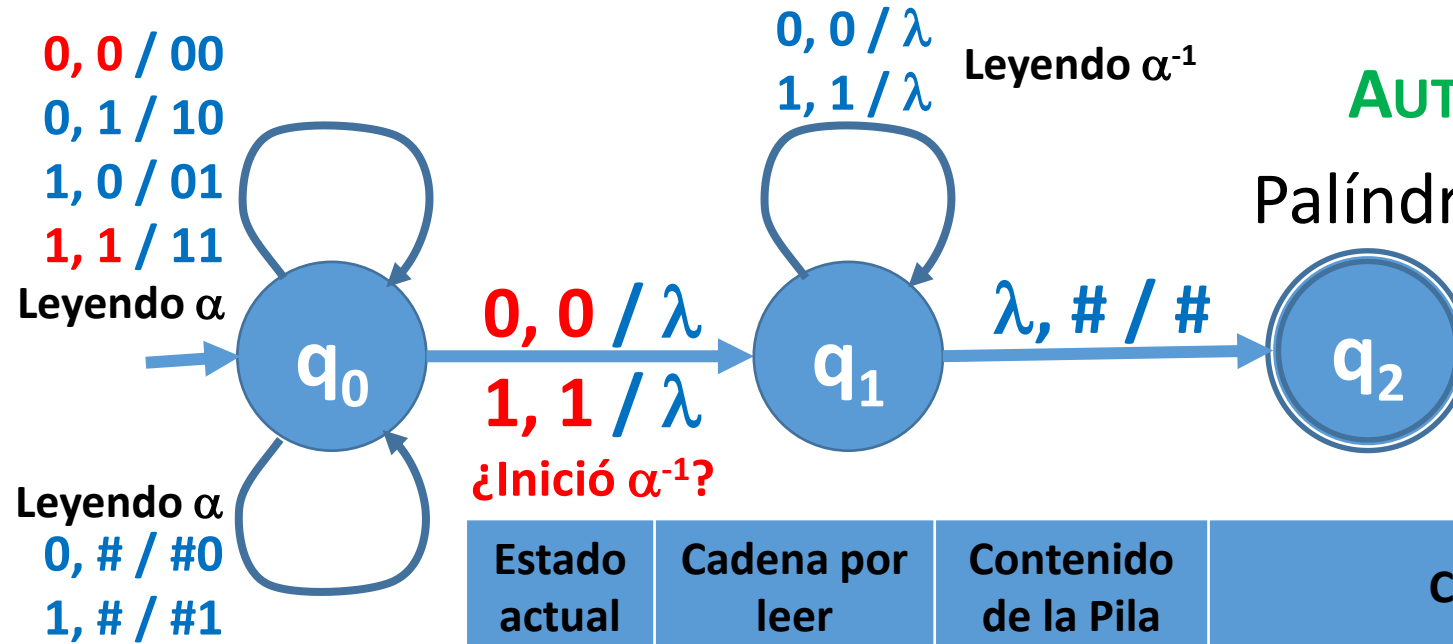


Tabla Operativa

Estado actual	Cadena por leer	Contenido de la Pila	Comentarios
q_0	0110	#	Lee y apila
q_0	110	#0	Lee y apila
q_0	10	#01	Lee y desapila
q_1	0	#0	Lee y desapila
q_1	λ	#	Transita por pila vacía
q_2	λ	#	Acepta

Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- **APND \neq APD**
- **Ejemplo APD**
- **Ejemplo APND**
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR

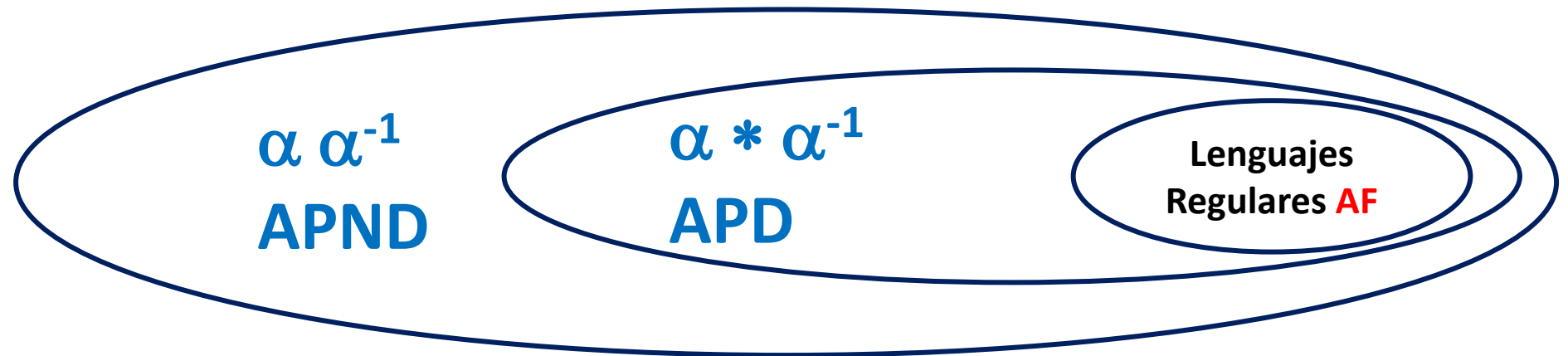
SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

NO equivalencia de un APND y un APD:

A diferencia de lo que ocurre con los autómatas finitos, el **no determinismo** otorga a los autómatas con pila **mayor poder de cómputo** respecto de los autómatas con pila deterministas.

Esto quiere decir que un APND puede reconocer lenguajes que un APD no puede.



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- **Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico**
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
 - Preamálisis
 - Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Isomorfismo entre AP y GIC:

Dada una gramática independiente del contexto (GIC):

$$G = (\Sigma_T, \Sigma_N, S, P)$$

el problema de análisis sintáctico es determinar si una cadena α de símbolos terminales puede ser generada por la gramática:

$$¿\alpha \in L(GIC)?$$

Esta pregunta tiene una respuesta **afirmativa SI**, si puede construirse una **derivación** $S \rightarrow^* \alpha$ de la cadena α partiendo desde el axioma S , usando las producciones en P . Otra forma de responderla es construir el **árbol de análisis sintáctico** para α .



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- **Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico**
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
 - Preamálisis
 - Algoritmos LL y LR

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Isomorfismo entre AP y GIC (continuación):

Hay al menos dos formas generales de construir un **autómata con pila**, para que durante su funcionamiento al procesar una cadena de entrada, **construya la derivación o el árbol de análisis sintáctico** de la misma.

- Enfoque Descendente: partir desde el **axioma S** e identificar las producciones de la gramática que sucesivamente deben aplicarse para construir una **derivación por la izquierda** de la cadena mientras se consume la misma. **Genera el árbol desde la raíz hacia las hojas.**
- Enfoque Ascendente: se parte desde la **cadena de entrada** y se identifican las **reducciones** a realizar para construir una **derivación por la derecha** de atrás hacia adelante. **Genera así el árbol desde las hojas hacia la raíz.**



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- **Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico**
 - **Descendente**
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

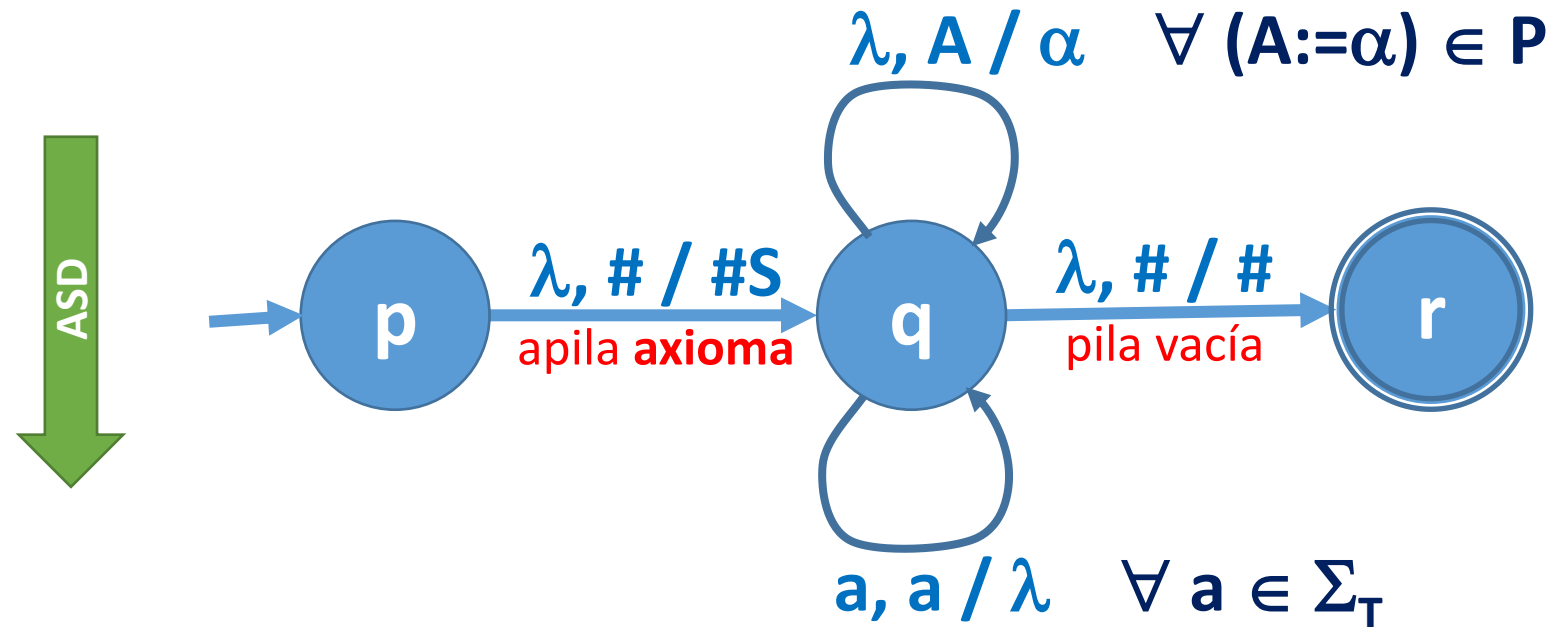
SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Isomorfismo entre AP y GIC – Enfoque Descendente (ASD):

Dada una gramática GIC $G = (\Sigma_T, \Sigma_N, S, P)$ se debe construir un automata con pila $AP = (\Sigma_T, \Sigma_T \cup \Sigma_N \cup \{\#\}, \{p, q, r\}, p, \#, \{r\}, f)$ de la siguiente forma:

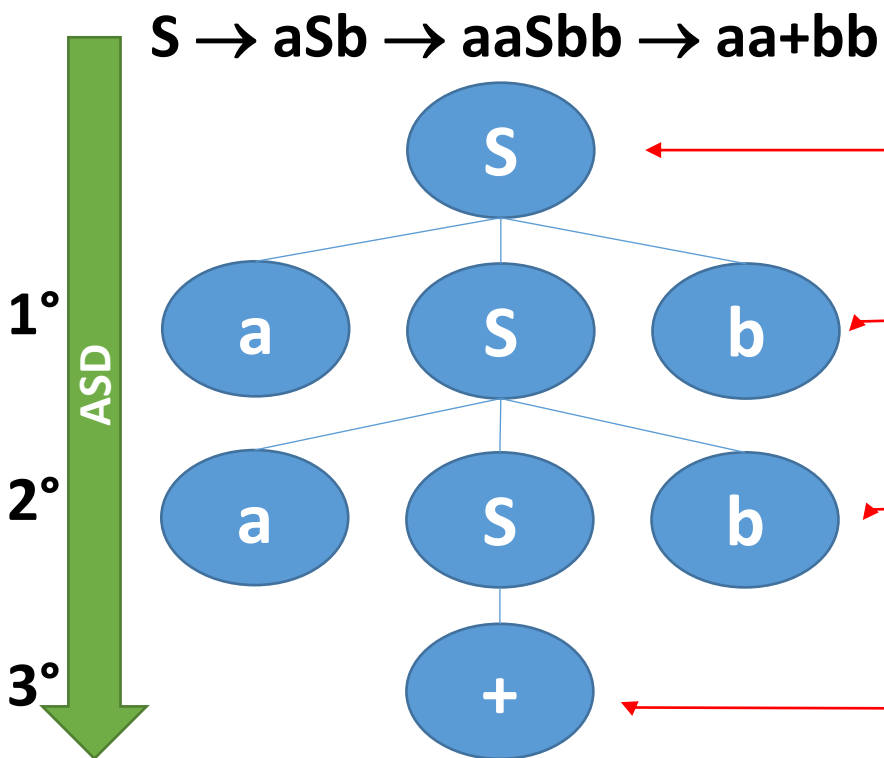
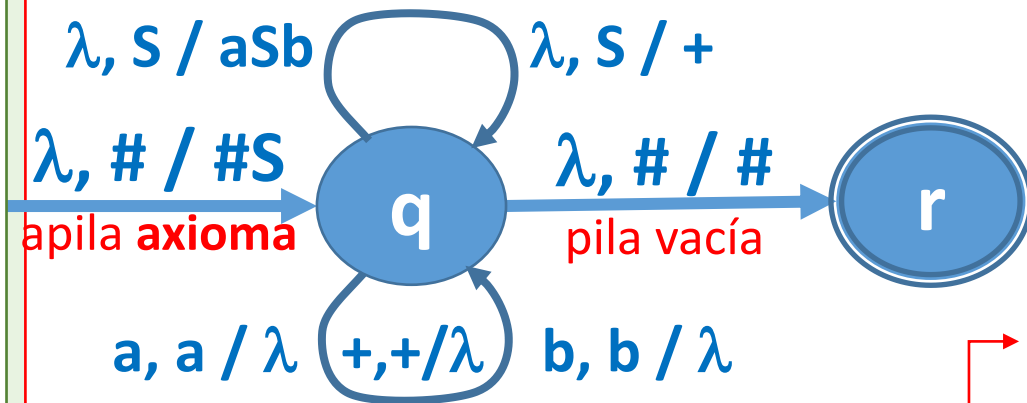
Con cada producción, cambia A por α en la cima de la pila **no determinísticamente**



Si puede leer un **terminal** y está en la cima, lo desapila

Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR



SSL - AP - ASD

$G = (\{a, b, +\}, \{S\}, S, \{S := aSb \mid +\})$

Estado Actual	Cadena a Leer	En Pila
p	aa+bb	#
q	aa+bb	S#
q	aa+bb	aSb#
q	a+bb	Sb#
q	a+bb	aSbb#
q	+bb	Sbb#
q	+bb	+bb#
q	bb	bb#
q	b	b#
q	λ	#
r	λ	#



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- **Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico**
 - Descendente
 - Ejemplo
 - **Ascendente**
 - Ejemplo
- Preamálisis
- Algoritmos LL y LR

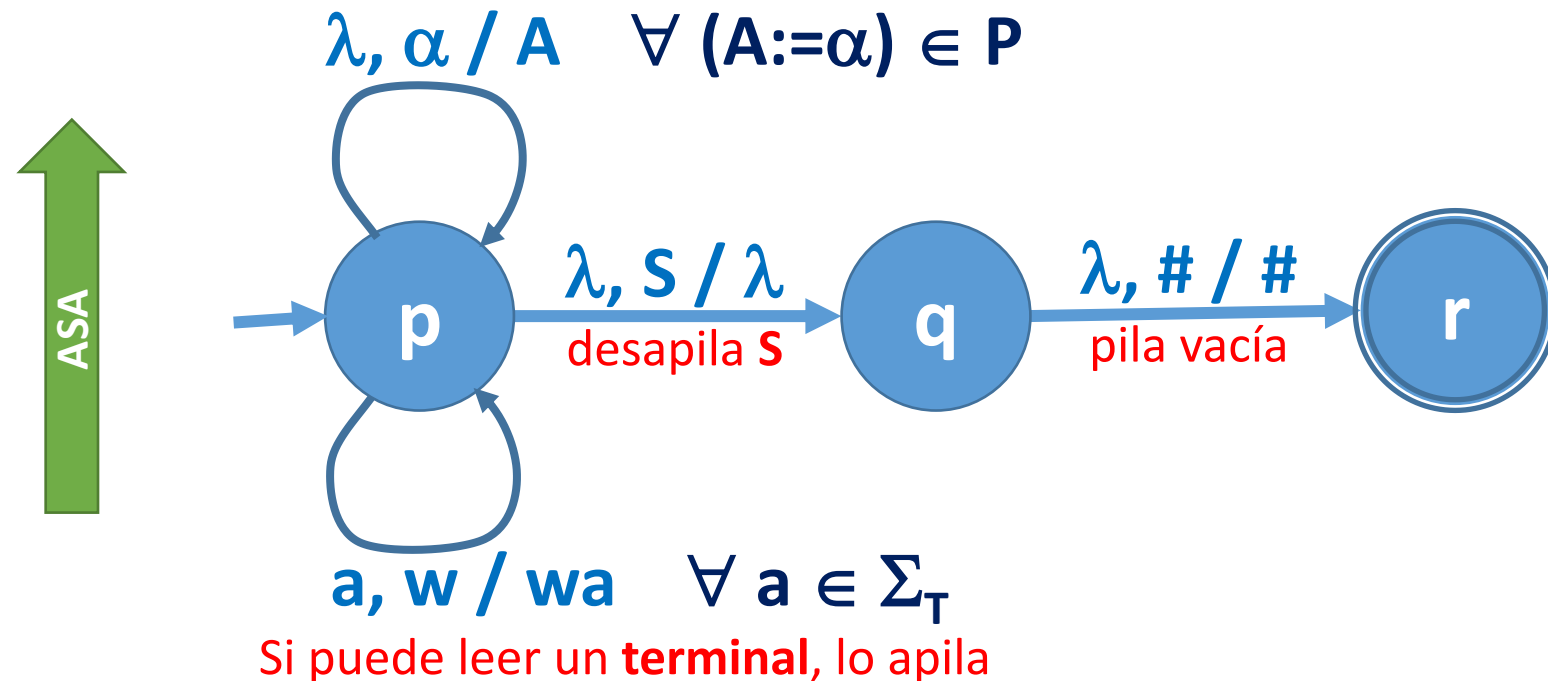
SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Isomorfismo entre AP y GIC – Enfoque Ascendente (ASA):

Dada una gramática GIC $G = (\Sigma_T, \Sigma_N, S, P)$ se debe construir un automata con pila $AP = (\Sigma_T, \Sigma_T \cup \Sigma_N \cup \{\#\}, \{p, q, r\}, p, \#, \{r\}, f)$ de la siguiente forma:

Con cada producción, reduce α por A en la cima de la pila **no determinísticamente**

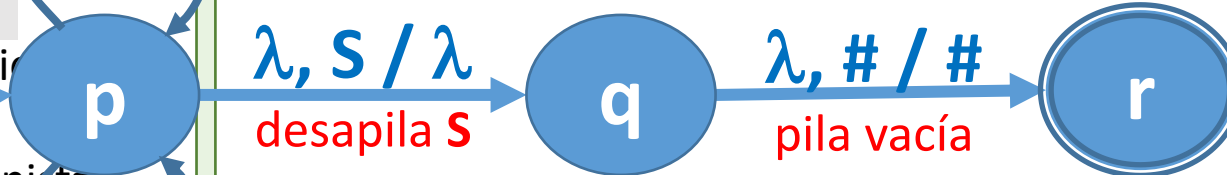


- $\lambda, aSb/S$ **En Pila**
- $\lambda, +/S$

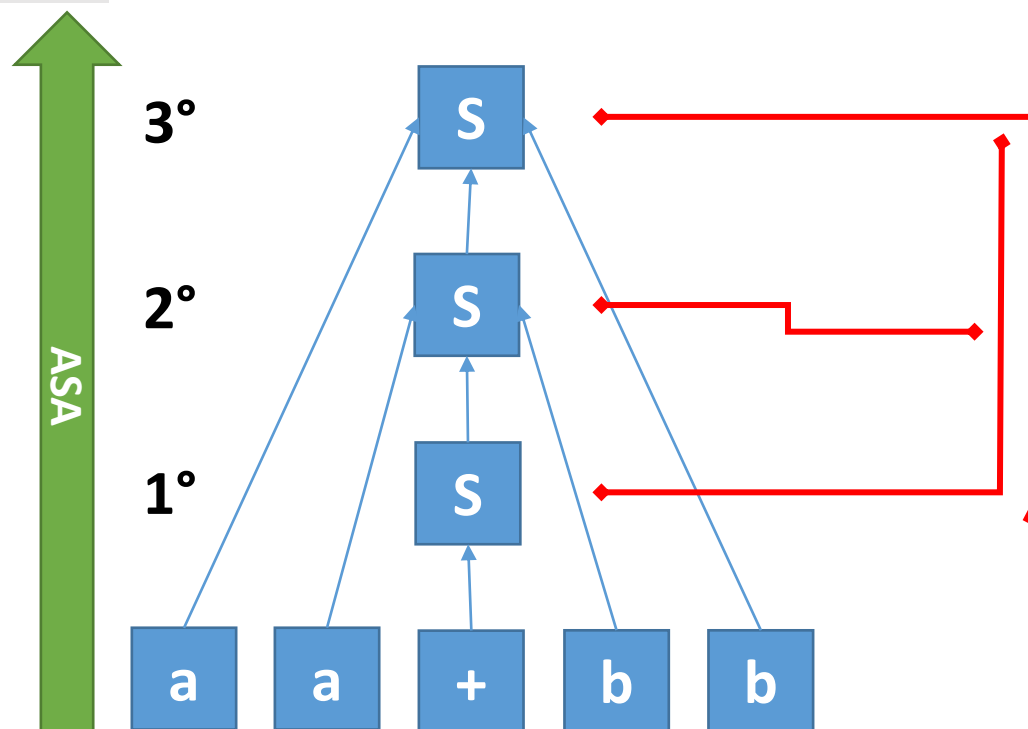
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento

$a, x/xa \quad +, x/x+ \quad b, x/xb$

- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- **Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico**
 - Descendente
 - Ejemplo
 - **Ascendente**
 - **Ejemplo**
- Preanálisis
- Algoritmos LL y LR



$S \leftarrow aSb \leftarrow aaSbb \leftarrow aa+bb$



SSL - **AP** - ASA

$G = (\{a, b, +\}, \{S\}, S, \{S := aSb \mid +\})$

Estado Actual	Cadena a Leer	En Pila
p	aa+bb	#
p	a+bb	#a
p	+bb	#aa
p	bb	#aa+
p	bb	#aaS
p	b	#aaSb
p	λ	#aSb
p	λ	#S
q	λ	#
r	λ	#



Autómata con Pila

- Concepto
- Definición
- Funcionamiento
- Ejemplo
- AP determinista
- Configuración
- Movimiento
- Cadena aceptada
- Lenguaje aceptado
- APND \neq APD
- Ejemplo APD
- Ejemplo APND
- Isomorfismo entre AP y GIC: Análisis Sintáctico
 - Descendente
 - Ejemplo
 - Ascendente
 - Ejemplo
- **Preanálisis**
- **Algoritmos LL y LR**

SINTAXIS Y SEMÁNTICA DE LOS LENGUAJES

AUTÓMATA CON PILA

Preanálisis: Técnica de programación para hacer que el **APND** funcione en forma **determinista**. Consiste en “**espiar uno o más símbolos de la entrada**” sin leerlos (preanalizar), para **decidir cuál de las producciones conviene utilizar frente a alternativas no deterministas** que se presente.

Con esta técnica pueden desarrollarse **algoritmos de análisis sintáctico** que pueden programarse en forma eficiente:

- **LL(k): Left to right read and leftmost derivation** **ASD**
- **LR(k): Left to right read and rightmost derivation** **ASA**

Donde **k** es la cantidad de símbolos de entrada a preanalizar.
Ver variaciones en el libro y comentarios sobre **Yacc** y **Bison**.

