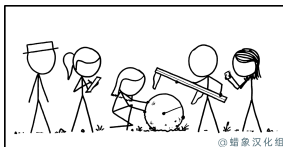


普物辅学讲义（预备知识 动量 转动）

1 预备知识

1.1 量纲分析

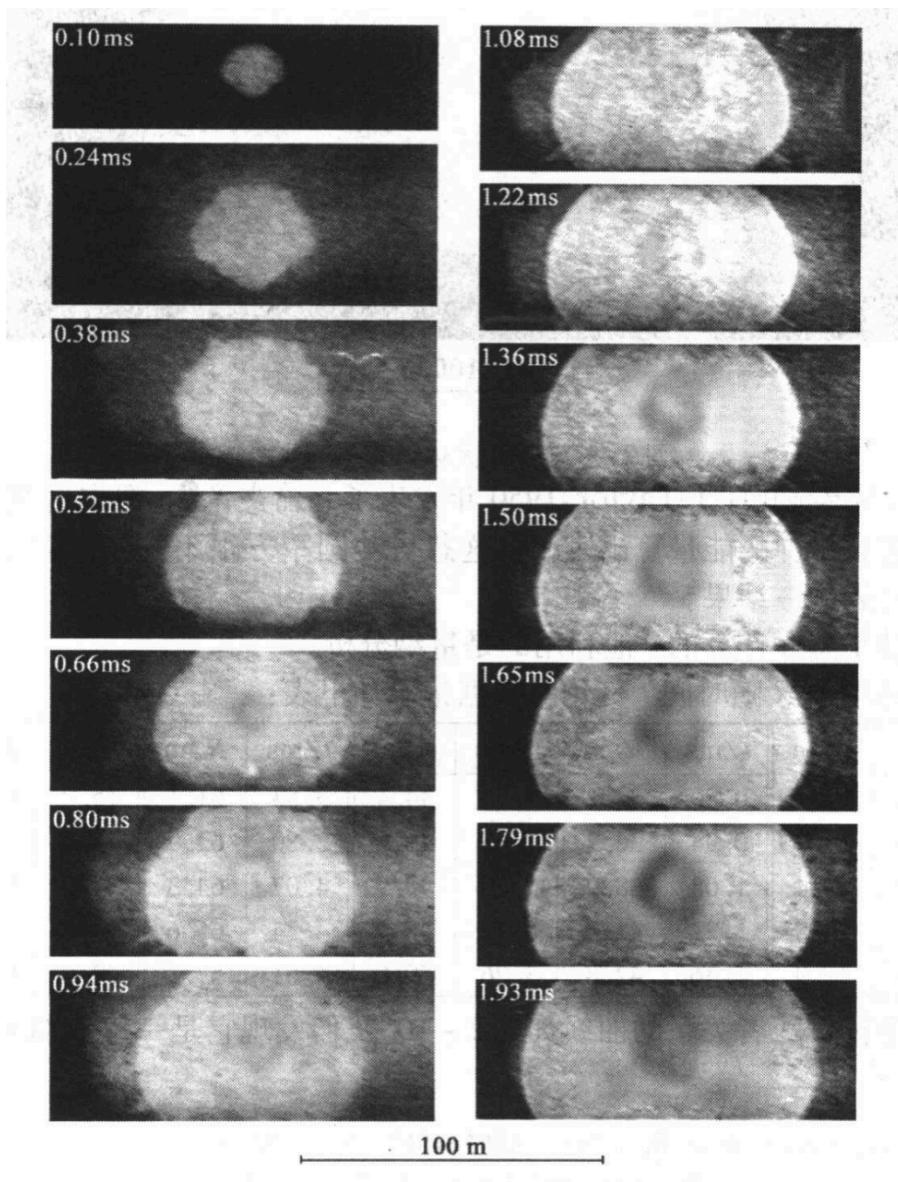


数学重大发现：量纲分析师发现了一个真正的单位圆。等他们测量完，几何课本里终于有单位了。

例1.1.1 论证单摆在小摆角情形下的周期与质量及摆动幅度无关。

例1.1.2 根据万有引力定律，论证开普勒第三定律（至少近似地）成立。

例1.1.3 下图为美国《生活》杂志发表的原子弹爆炸照片，图片附有比例尺和时间戳。根据这些图片估计原子弹当量，误差在一个数量级内。



1.2 标度律

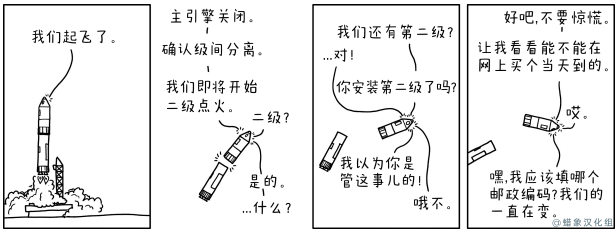
例1.2.1 (1) 求细杆绕过其一端的竖直轴的转动惯量。(2) 求立方体绕过其一条棱的竖直轴的转动惯量。

例1.2.2 两物体位于光滑平面上。质量为 m_1 的物体1初始静止，质量为 m_2 的物体2初始在1右侧，以速度 v 向左运动。物体1左侧有弹性墙面，与墙面碰撞的物体速度将反向。各物体发生的碰撞总是一维弹性碰撞。经模拟，可以得到物体间及物体与墙面的总碰撞次数 N 和质量比 $\frac{m_2}{m_1}$ 的一些关系：

物体质量比 $\frac{m_2}{m_1}$	总碰撞次数 N
1	3
100	31
10,000	314
1,000,000	3141

猜想 $N = \lfloor \pi \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \rfloor$ 。试证明之。

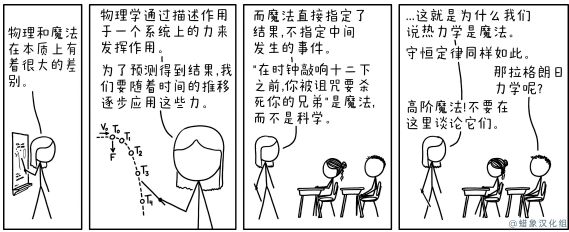
2 动量



例2.1.1 一根软绳总长为 l ，线密度（单位长度的质量）为 λ ，初始状态其下端恰好接触桌面。现让绳子下落。已知空中部分的绳子不受桌面部分绳的作用力。（1）当绳子顶端下落高度 h 时，求顶端速度 v 。（2）当绳子顶端下落高度 h 时，求桌面给绳的总作用力 N 。

例2.1.2 (1)单级火箭：火箭初始质量为 m_0 ，其中液体燃料质量为 m_{liq} ，自地面竖直向上发射，重力加速度近似取成常量 g ，略去阻力。设火箭在单位时间内向下喷出的液体燃料质量为 α ，喷射速度为常量 u_0 ，试求燃料喷尽时火箭的速度 v_e 。（2）以小型探空火箭为例，上述参数的一组典型数据为： $m_0=2,000\text{kg}$ ，有效载荷 $\frac{m_0-m_{liq}}{m_0}$ 为10%， $\alpha=30\text{kg/s}$ ， $u_0=3,500\text{m/s}$ 。请计算 v_e 的数值。这个速度足以把一颗小型卫星送入近地轨道吗？（3）考虑多级运载火箭。它在哪些参数上能相较单级火箭作出改进？

3 转动



例3.1.1 在粗糙的水平地面上，某人用水平的力推动一个物体使其作匀速直线运动，施力通过物体的重心。试问：以地面一点为参考点，物体的角动量守恒吗？为什么？

例3.1.2 质量为 M ，半径为 R 的均质实心滑轮可绕中央固定的水平轴无摩擦地转动，滑轮上绕着一条轻绳。滑轮与轻绳的摩擦因数处处相同，绳子两端分别挂有质量为 m_1 和 m_2 的物块，满足 $m_1 > m_2$ 。（1）设绳与滑轮间无相对滑动，试求物块运动加速度大小 a 。（2）为使绳与滑轮间无相对滑动，试求摩擦因数 μ 的最小值。

例3.1.3 有一颗均质实心球在空中以角速度 ω_0 旋转，其最低点离地面高度为 h 。现让球从空中自由下落。球落到地面上反弹后斜着弹出，在运动轨迹的最高处，球的最低点离地面高度为 αh 。已知球与地面的摩擦因数为 μ_k ，且反弹的全过程中球未停止滑动。（1）求球的反弹速度方向与竖直方向夹角 θ 的正切值。（2）求球从落地反弹到第二次落地经过的水平距离。（3）为使整个撞击过程中滑动持续，求初角速度 ω_0 的最小值。

例3.1.4 论证陀螺可能稳定转动。