

2024-2025学年秋...

Left Time: 42:29

2024-2025学年秋冬学期数学分析(甲)(H)第二次小测

1. 已知函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上处处可导, 且 $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > 0$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \ln \frac{f(2024 + \frac{1}{n})}{f(2024)} = (\quad)$.

Multiple-Choice(10 Points)

- A. 0.
- B. 其余三项都不对.
- C. $\frac{f'(2024)}{f(2024)}$.
- D. $\ln f'(2024)$.

2. 设函数 f 和 g 都在 \mathbb{R} 上可导, 且 $g'(x)$ 在 \mathbb{R} 上恒不为0, 则以下命题正确的是().

Multiple-Answer(10 Points)

- A. g 是 \mathbb{R} 上严格单调函数.
- B. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.
- C. 若在 \mathbb{R} 上恒有 $f(x) \geq g(x)$, 则在 \mathbb{R} 上恒有 $f'(x) \geq g'(x)$.
- D. 若 $\sup_{x \in \mathbb{R}} |f'(x)| < +\infty$, 则 f 在 \mathbb{R} 上一致连续.

3. 设函数 $f(x)$ 定义在 \mathbb{R} 上, 满足方程 $f''(x) + (f'(x))^2 = e^x$ 且 $f'(0) = 0$, 则有().

Multiple-Choice(10 Points)

- A. $f(0)$ 不是 f 的极值.
- B. $f(0)$ 是 f 的极大值.
- C. $f(0)$ 是 f 的极小值.
- D. 点 $(0, f(0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

4. 设 f 在0点的某个邻域内有定义, 且在0点处连续. 则以下命题正确的个数为().

- (1) 若 f 在0点处可导, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(h)}{h} = f'(0)$.
- (2) 若 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(h)}{h} = 0$, 则 $f'(0) = 0$.
- (3) 若 f 在0点处可导, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(-h)}{h} = 2f'(0)$.
- (4) 若 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(-h)}{h} = 0$, 则 $f'(0) = 0$.

Multiple-Choice(10 Points)

- A. 3
- B. 4
- C. 1
- D. 2

5. 下列函数中, 在 $x = 0$ 处不可导的是().

Multiple-Choice(10 Points)

- A. $f(x) = |x| \sin x$.
- B. $f(x) = x \cos |x|$.
- C. $f(x) = \cos |x|$.
- D. $f(x) = (1 - x) \sin |x|$

6. 下述命题中正确的有().

Multiple-Answer(10 Points)

- A. 设 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$, 则 $f^{(2024)}(3) = -\frac{(2024)!}{4} \left(1 - \frac{1}{5^{2025}}\right)$.
- B. 方程 $\ln x - \frac{x}{e} + 100 = 0$ 恰有两个正实根.
- C. $\frac{\pi}{e} > \frac{\pi^e}{e^\pi}$.
- D. 若函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上可导且有界, 则导函数 $f'(x)$ 在 $(0, 1)$ 上必有界.

7. 极坐标系下的曲线 $C: r = 2 \cos \theta$ 在 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 处的切线方程为().

Multiple-Choice(10 Points)

- A. $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$.
- B. $x - \sqrt{3}y - 1 = 0$.
- C. $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$.
- D. $x + \sqrt{3}y + 1 = 0$.

8. 设二阶可导函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^x - e^y = xy + 1 - e$ 确定, 则 $y''(0) = ()$.

Multiple-Choice(10 Points)

- A. 1.
- B. 0.
- C. $\frac{1}{e}$.
- D. $-1 - e$.

9. 设 f 在 $(0, +\infty)$ 上有界且可导, 则下述结论错误的有().

Multiple-Answer(10 Points)

- A. 若 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, 则必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$.
- B. 若 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$ 存在, 则必有 $\lim_{x \rightarrow 0+} f'(x) = 0$.
- C. 若 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 0$, 则必有 $\lim_{x \rightarrow 0+} f'(x) = 0$.
- D. 若 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ 存在, 则必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$.

10. 设 $f(x) = x^3 \left(\sin \frac{1}{x} - \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right) - \frac{x}{2}$, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ()$.

Multiple-Choice(10 Points)

- A. $-\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{6}$.