

Neural Network Basic Assignment

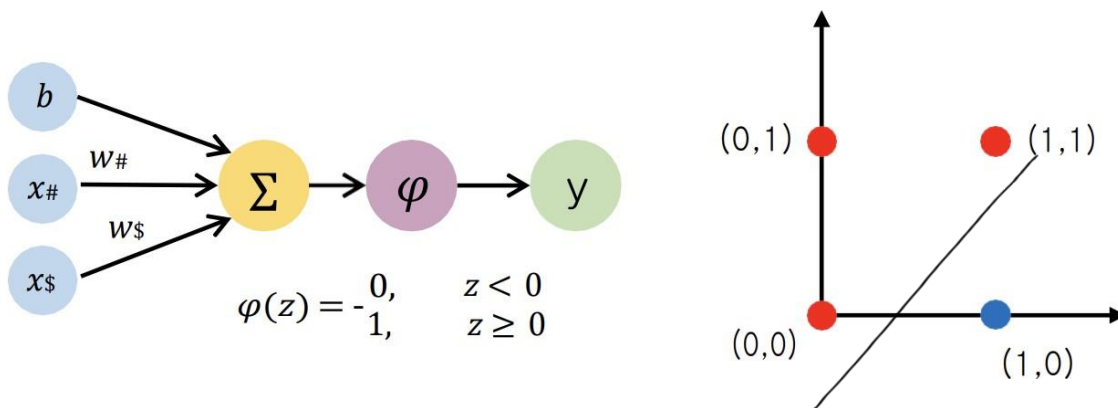
이름: 최영서

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\begin{aligned}\sigma'(z) &= -(He^{-z})^{-2} \cdot (-e^{-z}) \\ &= e^{-z} (He^{-z})^2 \\ &= \frac{e^{-z}}{1+e^{-z}} \cdot \frac{1}{1+e^{-z}} = (1 - \frac{1}{1+e^{-z}}) (\frac{1}{1+e^{-z}}) = (1 - \sigma(z)) \sigma(z)\end{aligned}$$

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} = (1 + e^{-z})^{-1}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요. $w^T x + b \Rightarrow$

| x_1 | x_2 | S | y | |
|-------|-------|-----|-----|------------------------------|
| 0 | 0 | + | 1 | $\Rightarrow \phi(1.0) = 1$ |
| 0 | 1 | + | 1 | $\Rightarrow \phi(3.0) = 1$ |
| 1 | 0 | - | 0 | $\Rightarrow \phi(-1.0) = 0$ |
| 1 | 1 | + | 1 | $\Rightarrow \phi(1.0) = 1$ |

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

| x_1 | x_2 | 0 | y | |
|-------|-------|-----|-----|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | ① |
| 0 | 1 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | ② |

$$w_1 = -0.5, w_2 = 0.5, b = 0.6, \eta = 0.05$$

$$\textcircled{1} \quad b \leftarrow b + 0.05(1-0) \cdot 1 = 0.65$$

$$w_1 \leftarrow w_1 + 0.05(1-0) \times 0 = -0.5$$

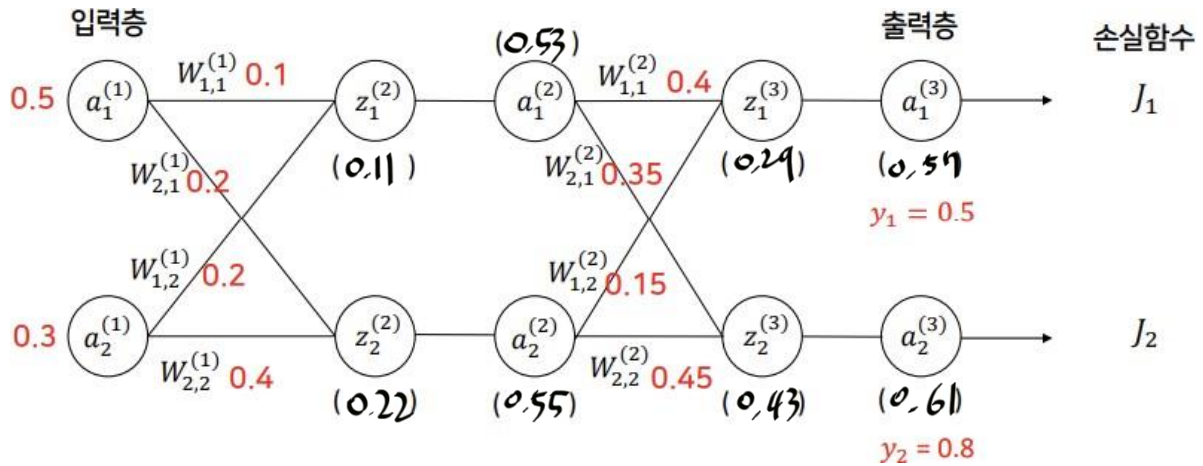
$$w_2 \leftarrow w_2 + 0.05(1-0) \times 0 = 0.5$$

$$\textcircled{2} \quad b \leftarrow b + 0.05(1-0) \cdot 1 = 0.65$$

$$w_1 \leftarrow w_1 + 0.05(1-0) \times 1 = -0.45$$

$$w_2 \leftarrow w_2 + 0.05(1-0) \times 1 = 0.55$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)

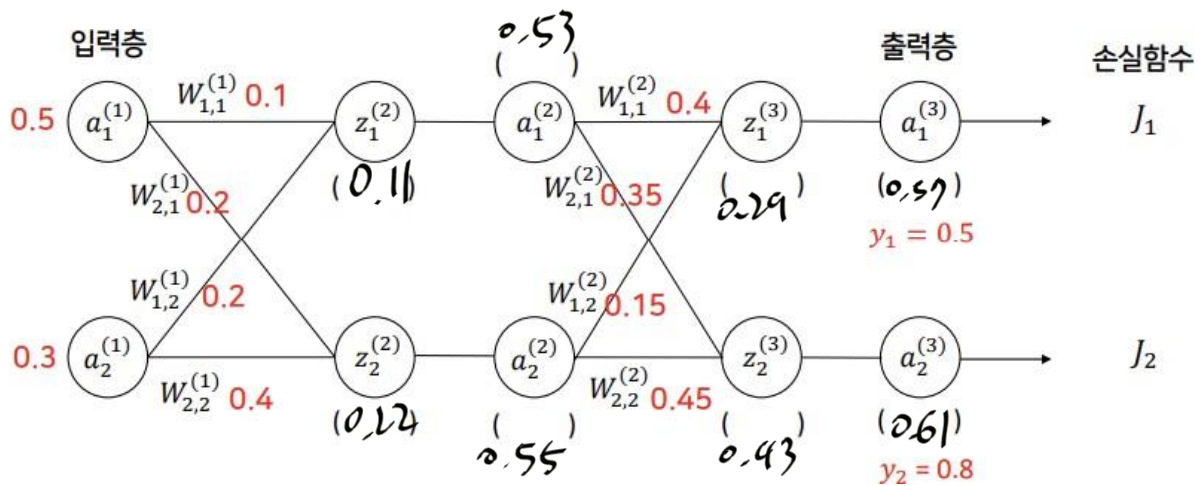


- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\begin{aligned}
 z_1^{(2)} &= w_{1,1}^{(1)} a_1^{(1)} + w_{2,1}^{(1)} a_2^{(1)} = 0.05 + 0.06 = 0.11 & z_1^{(3)} &= 0.53 \cdot 0.4 + 0.35 \cdot 0.15 = 0.21 + 0.05 = 0.26 \\
 z_2^{(2)} &= 0.5 \cdot 0.2 + 0.3 \cdot 0.4 = 0.1 + 0.12 = 0.22 & z_2^{(3)} &= 0.53 \cdot 0.35 + 0.55 \cdot 0.45 = 0.19 + 0.25 = 0.44 \\
 a_1^{(2)} &= \phi(z_1^{(2)}) = 0.53 & a_1^{(3)} &= 0.57 \\
 a_2^{(2)} &= \phi(z_2^{(2)}) = 0.55 & a_2^{(3)} &= 0.61
 \end{aligned}$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 \\
 J_1 &= \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.00245 \\
 J_2 &= \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805
 \end{aligned}$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $w_{2,2}^{(2)}$ 와 $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.

단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써 주시고, 마지막 결과인 $w_{2,1}^{(1)}$ 과 $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$w_j = w_j - \eta \frac{\partial J_{total}}{\partial w_j}$$

$$w_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(1)} - 0.1 \frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,2}^{(2)}}$$

$$\frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}}$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 \quad a_2^{(3)} = \phi(z_2^{(3)}) \quad \phi'(x) = \phi(x)(1 - \phi(x))$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} = a_2^{(3)} - y_2 \quad \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} = \phi(z_2^{(3)})(1 - \phi(z_2^{(3)})) = a_2^{(3)}(1 - a_2^{(3)})$$

$$z_2^{(3)} = w_{2,2}^{(2)} a_2^{(2)} + w_{1,2}^{(2)} a_1^{(2)}$$

$$\frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = a_2^{(2)}$$

$$\therefore \frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = (a_2^{(3)} - y_2) a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) a_2^{(2)} = \delta_2^{(3)} a_2^{(2)}$$

$$\delta_2^{(3)} = \frac{\partial J_2}{\partial z_2^{(3)}} = (a_2^{(3)} - y_2) (a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}))$$

$$\therefore w_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(1)} - \delta_2^{(3)} a_2^{(2)} \cdot 0.1$$

$$w_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - \delta_2^{(3)} a_1^{(1)} \cdot 0.1$$

$$\frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = \frac{\partial J_{total}}{\partial a_2^{(3)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \times \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}}, \quad \frac{\partial J_{total}}{\partial a_2^{(3)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} + \frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial J_2}{\partial z_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial a_2^{(3)}} + \frac{\partial J_1}{\partial z_1^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_1^{(3)}}{\partial a_2^{(3)}}$$

$$= (\delta_2^{(3)} w_{2,2}^{(2)} + \delta_1^{(3)} w_{1,2}^{(2)}) \times a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)}) \cdot a_1^{(1)} = \delta_2^{(2)} a_1^{(1)}$$

$$\therefore w_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - \delta_2^{(2)} a_1^{(1)} \cdot 0.1$$

$$= 0.2 - (-0.005) \cdot 0.1$$

$$= 0.2005$$

$$w_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(2)} - \delta_2^{(3)} a_2^{(2)} \cdot 0.1$$

$$= 0.45 - (-0.025) \cdot 0.1 = 0.4525$$