

## FUNCIÓN LINEAL

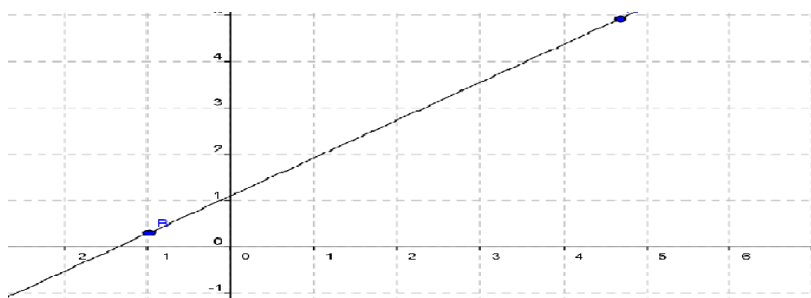
Llamamos **función lineal** a toda función definida de reales en reales, cuya fórmula es de la forma  $y = f(x) = mx + b$  ( $m$  y  $b$  números reales).

Simbólicamente  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = mx + b$

El gráfico de una función lineal es una **recta**.

**Pendiente de la recta  $y = mx + b$**

*El coeficiente  $m$  se denomina pendiente de la recta:*



- Geométricamente es igual a la tangente trigonométrica del ángulo que forma la recta con el semieje positivo de las  $x$ , en sentido anti horario
- Representa cuánto varía “ $y$ ” por cada unidad que aumenta “ $x$ ”
- Gráficamente está asociado a la inclinación de la recta

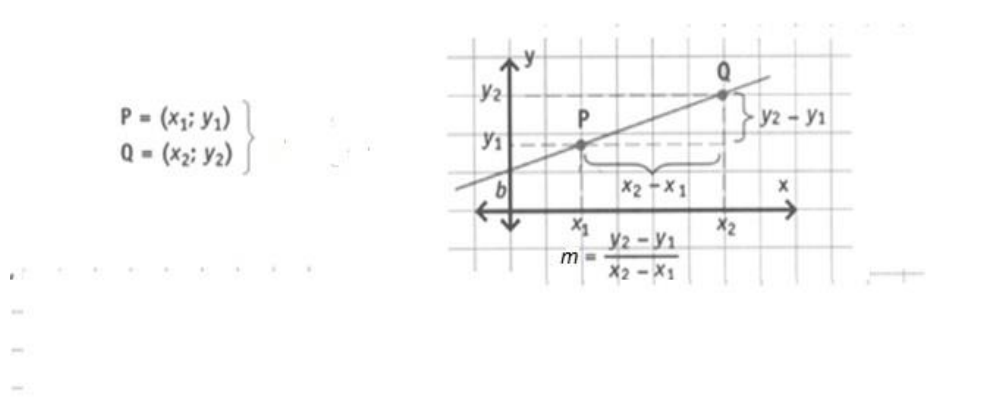
## GeoGebra

*Determinación de la pendiente de la recta que pasa por dos puntos*

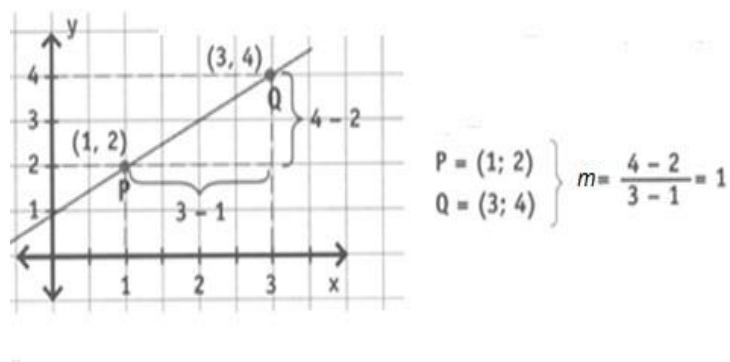
Hacer clic en el siguiente link de GeoGebra:

<https://www.geogebra.org/graphing?state=%7B%22ids%22:%5B%220Bw4bYO1rGVbGU0pLYk1Idnozdm%22%5D,%22action%22:%22open%22,%22userId%22:%22105326093883133685907%22%7D&code=4/AABHc4FHP00sTrASLM9d7mv-EKIECHwvuKE2o3Ez34n29dnXrvm05sn58eRcsuBl4tb9Se7j50o5w3au90EpLcE#>

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el ejercicio anterior, conociendo las coordenadas de dos puntos P y Q de una recta, podemos calcular su pendiente  $m$  de la siguiente forma:



Ejemplo:



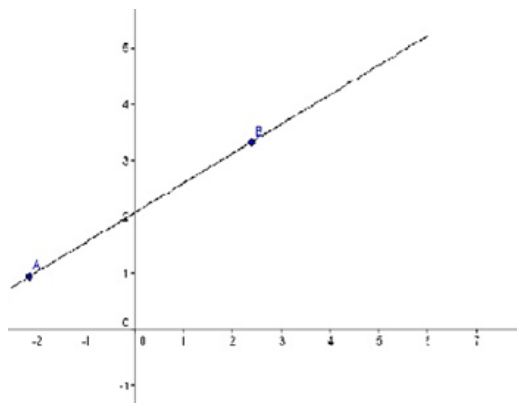
*Desplazar la recta cambiando la pendiente*

Hacer clic en el siguiente link de GeoGebra:

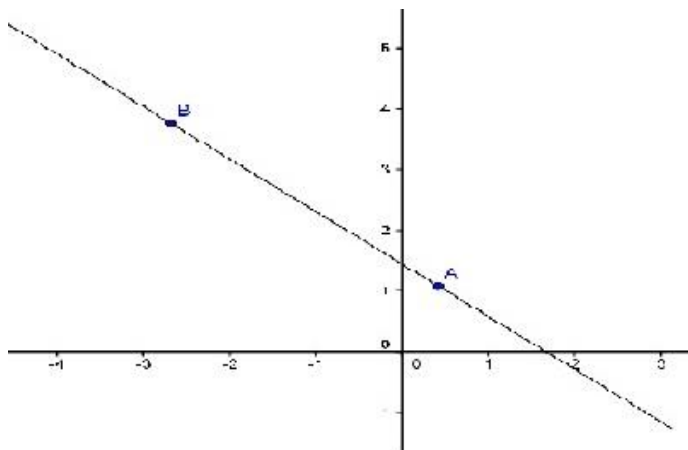
[https://www.geogebra.org/graphing?state=%7B%22ids%22%3A%5B%220Bw4bYO1rGVbGXzQ5NmXKWXBmkk%22%5D,%22action%22%3A%22open%22,%22userId%22%3A%22105326093883133685907%22%7D&code=4/RFn-2rWyDCYCbSEog\\_o65mE4sRdyUDQO4PW0icqyCI#](https://www.geogebra.org/graphing?state=%7B%22ids%22%3A%5B%220Bw4bYO1rGVbGXzQ5NmXKWXBmkk%22%5D,%22action%22%3A%22open%22,%22userId%22%3A%22105326093883133685907%22%7D&code=4/RFn-2rWyDCYCbSEog_o65mE4sRdyUDQO4PW0icqyCI#)

*Conclusiones*

Si  $m$  es positiva, el ángulo que forma la recta con el semieje positivo de las  $x$  es ..... En este caso decimos que la función es **CRECIENTE**.

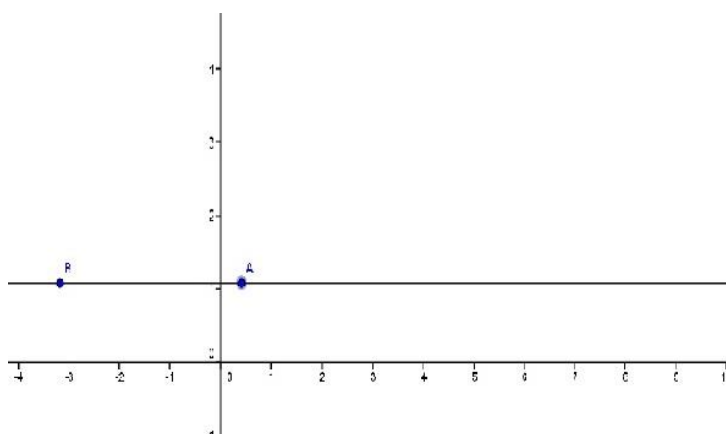


Si  $m$  es negativa, el ángulo que forma la recta con el semieje positivo de las  $x$  es ..... En este caso decimos que la función es **DECRECIENTE**.



Si  $m = 0$ , el ángulo que forma la recta con el eje de las  $x$  es ..... En este caso decimos que la función es **CONSTANTE**, la recta es paralela al eje  $x$ .

La ecuación de la recta queda  $y = b$



### ORDENADA AL ORIGEN

*El coeficiente  $b$  se denomina ordenada al origen*

- Corresponde al valor que toma “ $y$ ” cuando “ $x = 0$ ”
- Gráficamente es la ordenada del punto de intersección de la recta con el eje  $y$
- Si  $b = 0$ , la función además, es de proporcionalidad directa

## GeoGebra

Hacer clic en el siguiente link de Geogebra:

[https://www.geogebra.org/graphing?state=%7B%22ids%22%3A%5B%220Bw4bYO1rGVbGXzQ5NmXKWXBBMkk%22%5D,%22action%22%3A%22open%22,%22userId%22%3A%22105326093883133685907%22%7D&code=4/RFn-2rWyDCYCdbSEog\\_o65mE4sRdyUDQO4PW0icqyCI#](https://www.geogebra.org/graphing?state=%7B%22ids%22%3A%5B%220Bw4bYO1rGVbGXzQ5NmXKWXBBMkk%22%5D,%22action%22%3A%22open%22,%22userId%22%3A%22105326093883133685907%22%7D&code=4/RFn-2rWyDCYCdbSEog_o65mE4sRdyUDQO4PW0icqyCI#)

### Ejercicios de aplicación

#### Ejercicio 1

*Consigna:*

Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente 2 y pasa por el punto (-1,3). Graficar.

*Resolución analítica:*

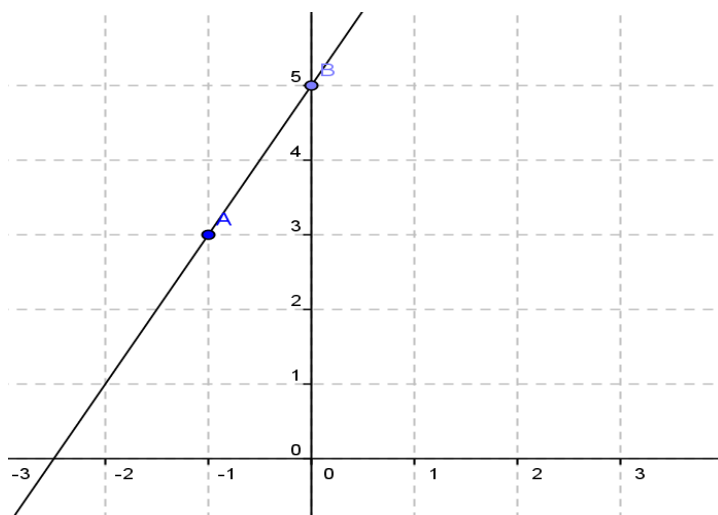
- Determinar la ecuación de la recta implica calcular el valor de m y de b y reemplazarlos en la fórmula  $y = mx + b$ .
- Sabemos que la pendiente es 2, por lo tanto la ecuación es  $y = 2x + b$ .
- Calculamos el valor de b teniendo en cuenta que el punto (-1; 3) pertenece a la recta, o sea que para  $x = -1$  el valor de  $y = 3$ . Reemplazamos en la ecuación y despejamos b:

$$\begin{aligned}3 &= 2 \cdot (-1) + b \\3 + 2 &= b \\5 &= b\end{aligned}$$

- La ecuación de la recta entonces es  $y = 2x + 5$

*Resolución gráfica:*

Verificar en el gráfico obtenido con GeoGebra los parámetros calculados en el ejercicio anterior en concordancia con los datos dados.



## Ejercicio 2

*Consigna:*

Hallar la ecuación de la recta que pasa por (-1; 4) y por (2; -2). Graficar.

*Resolución analítica:*

La ecuación de la recta es  $y=mx+b$

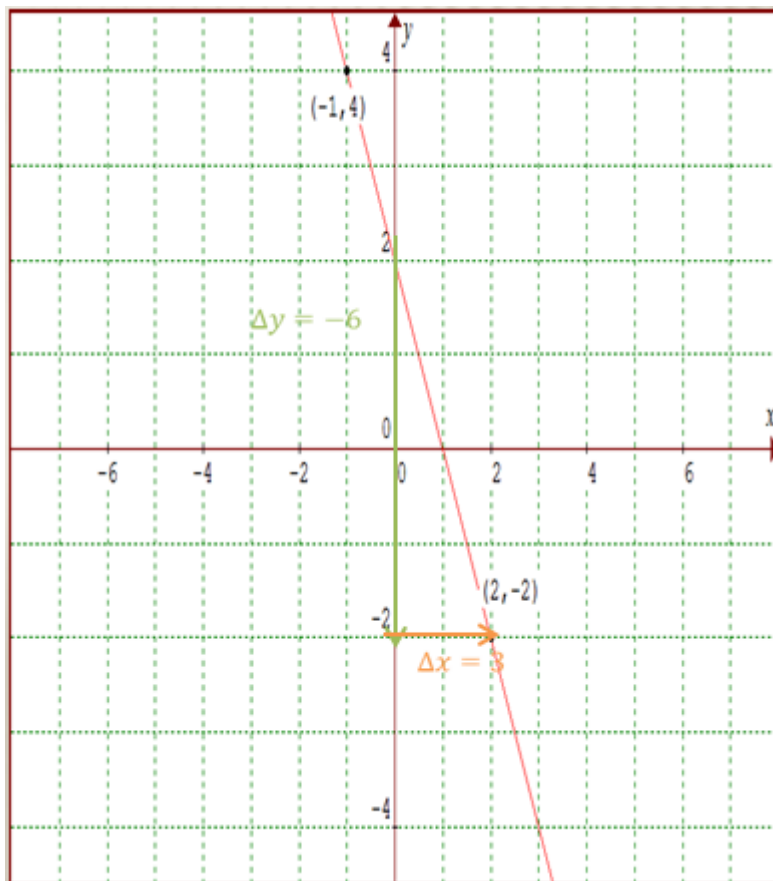
La pendiente es  $m = \frac{4-(-2)}{-1-2} = \frac{6}{-3} = -2$ . Reemplazando:  $y = -2x + b$

Además, la recta pasa por el punto (-1;4). Reemplazando para calcular b:  $4 = -2 \cdot (-1) + b$

Despejando b:  $4 - 2 = b \Rightarrow b = 2$

Por lo tanto, la ecuación es  $y = -2x + 2$

*Resolución gráfica:*



## CERO DE LA FUNCIÓN

*Es el valor de x cuya imagen es igual a cero.*

- Para calcularlo igualamos la función a cero y despejamos x. De esta manera generamos una ecuación lineal:

$$mx + b = 0$$

- Para  $m \neq 0$ , la ecuación tiene una única solución, que corresponde a la abscisa del punto de intersección de la recta con el eje x.

## CONJUNTOS DE POSITIVIDAD Y NEGATIVIDAD

- El conjunto de positividad está formado por los valores de x que tienen imagen positiva.

$$C^+ = \{X \in Df / f(x) > 0\}$$

- El conjunto de negatividad está formado por los valores de x que tienen imagen negativa.

$$C^- = \{X \in Df / f(x) < 0\}$$

- NOTA: para hallar los valores de x correspondientes a los conjuntos de positividad y negatividad se plantea una INECUACIÓN y se despeja x.

Ejemplo:

Dada la función  $f(x) = 2x - 6$

- Determinar el cero analíticamente y verificar con el archivo:  
<https://www.geogebra.org/graphing?state=%7B%22ids%22:%5B%220Bw4bYO1rGVbGYldqU3dxV0lqU2M%22%5D,%22action%22:%22open%22,%22userId%22:%22105326093883133685907%22%7D&code=4/BFd38xJt4FBQXfRDwUzV2YxLUgj6LQklg4pvHxs6PnY#>

$$2x - 6 = 0$$

$$2x = 6$$

$$x = 6/2$$

$$x = 3 \rightarrow \text{cero de la función}$$

- Determinar los conjuntos de positividad y negatividad analíticamente y verificar con GeoGebra:

$$2x - 6 > 0$$

$$2x > 6$$

$$x > 3$$

$$C^+ = (3; +\infty)$$

$$2x - 6 < 0$$

$$2x < 6$$

$$x < 3$$

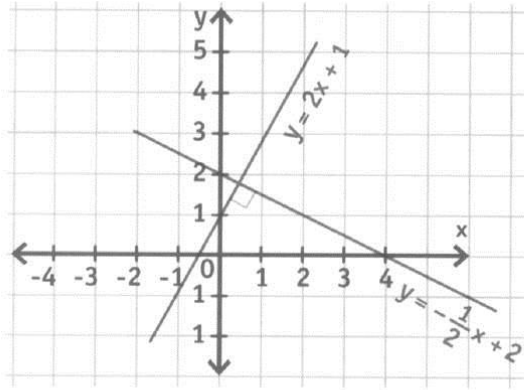
$$C^- = (-\infty; 3)$$

- NOTA: si se multiplica o divide m.a.m. por un numero negativo, cambia el sentido de la desigualdad

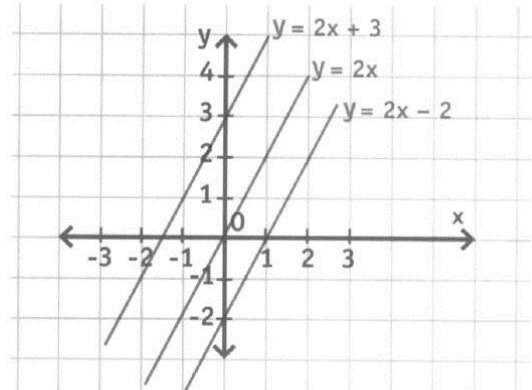
## RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

Dos rectas son **paralelas** cuando sus pendientes son iguales.

Dos rectas son **perpendiculares** cuando el producto de sus pendientes es igual a -1, es decir, sus pendientes son inversas y opuestas.



Rectas perpendiculares



Rectas paralelas

### Ejercicios de aplicación

#### Ejercicio 1

**Consigna:**

Hallar la ecuación de la recta paralela a  $y = 3x - 4$  y que pasa por  $(-1; 1)$ . Graficar.

**Resolución analítica:**

- La recta tiene ecuación:

$$y = mx + b$$

- La pendiente de la recta es  $m = 3$  por ser paralela. Reemplazando:

$$y = 3x + b$$

- Además pasa por  $(-1; 1)$ . Sustituyendo:

$$1 = 3 \cdot (-1) + b$$

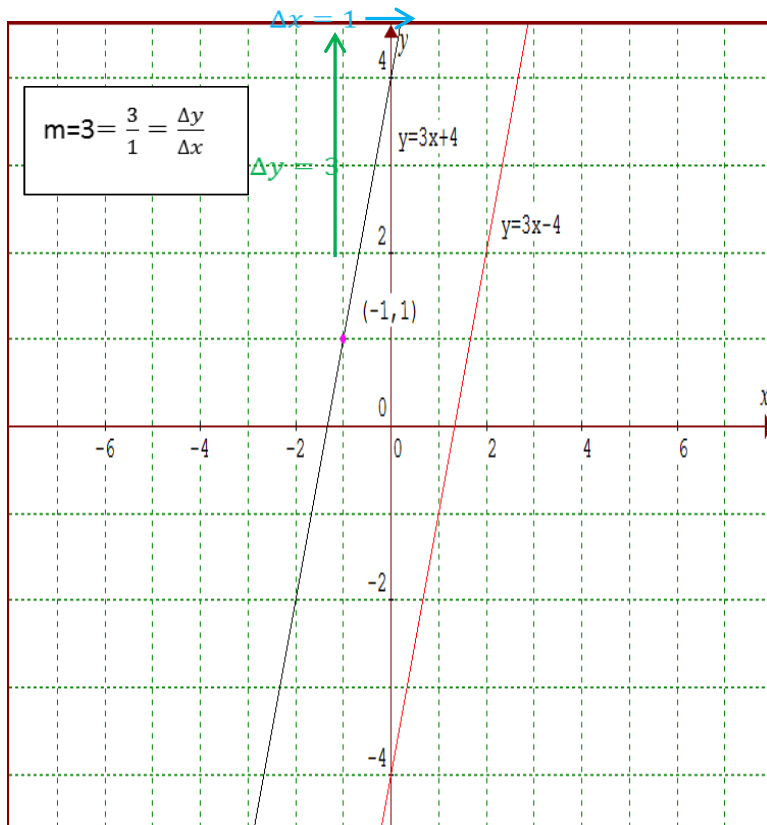
- Despejando:

$$\begin{aligned} 1 + 3 &= b \\ 4 &= b \end{aligned}$$

- Por lo tanto, la ecuación es:

$$y = 3x + 4$$

**Resolución gráfica:**



## Ejercicio 2

**Consigna:**

Hallar la ecuación de la recta perpendicular a  $y = 3x - 4$  que pasa por  $(-1; 1)$ . Graficar.

**Resolución analítica:**

- La recta tiene ecuación  $y = mx + b$
- La pendiente de la recta es  $m = -1/3$  por ser perpendicular. Reemplazando:

$$y = -\frac{1}{3}x + b$$

- Además pasa por el punto  $(-1; 1)$ , entonces

$$1 = -1/3 \cdot (-1) + b$$

- Despejando  $b$

$$1 - 1/3 = b$$

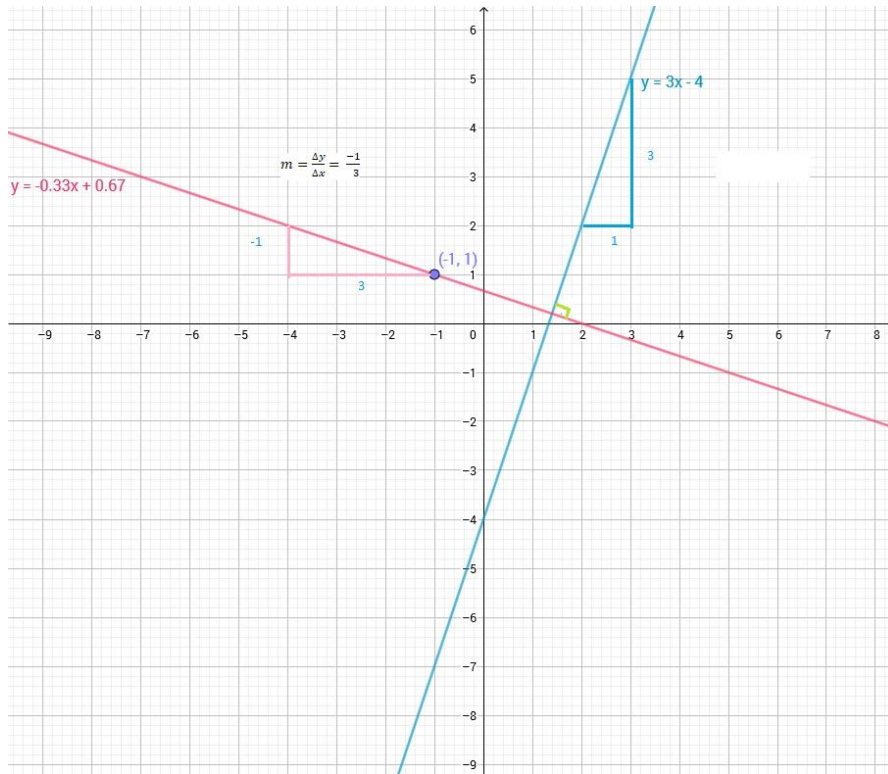
$$2/3 = b$$

- Por lo tanto, la ecuación es:



$$y = -1/3x + 2/3$$

Resolución gráfica:



## INTERSECCIÓN DE RECTAS

Hallar la intersección de funciones es encontrar el o los puntos donde se cortan, en el caso de las funciones lineales el punto de intersección será único o bien infinitos si se tratan de rectas coincidentes, en el caso de rectas paralelas sabemos que no existe dicha intersección. Para hallarlo debemos resolver un sistema de ecuaciones, una forma sencilla de hacerlo es por medio de la igualación:  $f(x)=g(x)$ , veamos un ejemplo:

Ejemplo:

Hallar la intersección de las rectas:

$$\begin{aligned} y &= -5x+1; \\ 6x + 3y &= 12 \end{aligned}$$

Para resolverlo podemos despejar y de la segunda ecuación y luego igualar, entonces nos queda:

$$-5x+1 = 4-2x,$$

despejando x obtenemos:  $x = -1$ , para hallar el valor de y reemplazamos en cualquier ecuación y obtenemos:  $y=6$ , luego el punto de intersección es:  $P=(-1;6)$ .

## INECUACIONES LINEALES

Recordemos: una desigualdad lineal puede escribirse:

- $mx+b < 0$
- $mx+b > 0$
- $mx+b \leq 0$
- $mx+b \geq 0$

Para resolver las desigualdades en forma analítica se debe despejar  $x$ , también podemos resolverlo gráficamente.

Ejemplo:

Resolver la siguiente inecuación:

- $3x + 2(x+1) < 7x-4$

Aplicamos la propiedad distributiva y realizamos las cuentas:

$$5x + 2 < 7x - 4$$

Agrupamos las  $x$  a izquierda y números a derecha de la desigualdad:

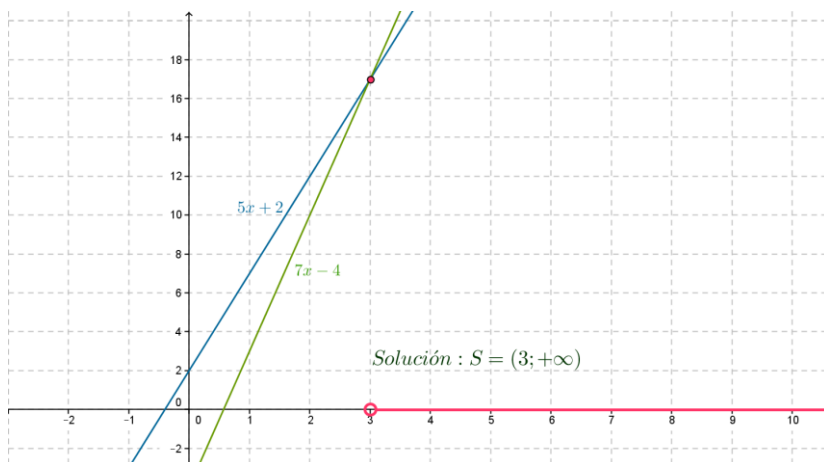
$$-2x < -6$$

Debemos despejar  $x$ , recordemos que cuando se «pasa» multiplicando o dividiendo un número negativo cambia el sentido de la desigualdad, nos queda:

$$x > 3, \text{ expresamos la solución como intervalo: } S = (3; +\infty)$$

Para resolverlo gráficamente, debemos graficar las rectas y marcar «sobre el eje de las  $x$ » la solución, veamos:

Como el intervalo es abierto el punto de intersección está marcado con una circunferencia.



## ALGUNOS EJEMPLOS DE APLICACIONES

### Ejemplo 1

#### *Enunciado:*

Por la compra de una cámara digital, se hizo un descuento del 15%, y por haber comprado con tarjeta de débito se obtiene un reintegro (descuento) del 5% sobre el importe abonado. Si el monto final es de \$888,25. ¿Cuál es el precio de lista de la cámara? Plantear y resolver la ecuación correspondiente.

#### *Resolución:*

Llamamos  $x$  al precio de lista.

Primero al precio de lista se le hizo un descuento del 15%, es decir que pagamos el 85% del precio de lista, o sea  $0,85x$ , y a este se le hizo un descuento del 5%, entonces abonamos el 95% de  $0,85x$ ; entonces nos queda la ecuación lineal:

$$0,95 \cdot 0,85x = 888,25$$

$$0,8075x = 888,25$$

$$x = 1100$$

### Ejemplo 2

#### *Enunciado:*

Dos amigos se encuentran de vacaciones y deciden alquilar un auto; le ofrecen 2 opciones:

- Opción A: 105 pesos por día, más 30 centavos por km recorrido.
- Opción B: 95 pesos por día más 0,80 pesos por km recorrido.

Determinar a partir de que recorrido la opción A es más económica que la B, sabiendo que los amigos estarán 14 días de vacaciones.

#### *Resolución:*

- Para que la opción A sea más económica que la B debemos plantear una inecuación lineal.

- La opción A queda representada como  $105.14 + 0,30.k$

- La opción B por  $95.14 + 0,80.k$ , luego:

$$105.14 + 0,3.k < 95.14 + 0,80. k$$

$$1470 + 0,3.k < 1330 + 0,80. k$$

$$140 < 0,5 k \Rightarrow k > 280$$

- Respuesta: Para que la opción A sea más económica deben recorrer más de 280km.