Guía de ejercicios: Razonamientos

1. Verificar la validez de los siguientes razonamientos por medio de una tabla de verdad. En cada caso determinar las filas que son cruciales para evaluar la validez del razonamiento.

$$a)\ [p \wedge (p \to q) \wedge r\ ] \to [(p \vee q) \to r\ ]$$
$$b) \{[(p \vee q) \to r\ ] \wedge \neg q \wedge (p \to \neg r)\} \to (\neg p \vee \neg q)$$
$$c) [[p \vee (q \vee r)\ ] \wedge \neg q\ ] \to (p \vee r)$$
$$d) [(p \to r) \wedge (q \to r)\ ] \to [(p \vee q) \to r\ ]$$

2. Verifique que cada una de las siguientes proposiciones sea una implicación lógica, mostrando que es imposible que la conclusión tenga el valor falso mientras la hipótesis tenga valor de verdadero.

$$a)\ (p \wedge q) \to p$$
$$b)\ p \to (p \vee q)$$
$$c)\ [(p \vee q) \wedge \neg p\ ] \to q$$
$$d) [(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (p \vee r)\ ] \to (q \vee s)$$

3. Determinar cuáles de los siguientes razonamientos son válidos:

a) $$\begin{array}{l} p \\ (p \wedge r) \to s \\ \hline r \to s \end{array}$$

b) $$\begin{array}{l} p \to r \\ \neg q \to p \\ \neg r \\ \hline q \end{array}$$

c) $$\begin{array}{l} p \to r \\ r \to s \\ t \vee \neg s \\ \neg t \vee u \\ \neg u \\ \hline \neg p \end{array}$$

d) $$\begin{array}{l} r \vee s \\ (r \vee s) \to (\neg t \wedge u) \\ \hline \neg t \wedge u \end{array}$$

4. Escribir en forma simbólica y analizar la validez de los siguientes razonamientos:

a) Si María obtiene el puesto de supervisora y trabaja mucho, entonces obtiene un aumento. Si obtiene el aumento, se comprará un auto nuevo. Ella no compra un auto nuevo. Por lo tanto, María no obtuvo el puesto de supervisora o no trabajó mucho.

b) Si 144 es divisible por 12, entonces 144 es divisible por 6.
Si 144 es divisible por 6, entonces es divisible por 3.
Por lo tanto, si 144 es divisible por 12 entonces es divisible por 3.

c) La mochila de Francisco está en el comedor o en su cuarto. La mochila de Francisco no está en el comedor. Por lo tanto, la mochila de Francisco está en su cuarto

5. Dado el siguiente razonamiento:

$$\begin{array}{l} \neg p \leftrightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \neg r \\ \hline p \end{array}$$

a) Analizar su validez.
b) Escribir la implicación asociada al mismo y simplificarla usando leyes lógicas.

6. Dadas las siguientes premisas, escribir una conclusión adecuada para que el razonamiento sea válido.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow r \\ \neg p \rightarrow q \\ q \rightarrow s \end{array}$$

7. Sea A=$\{0,1,2,3\}$. Determinar cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas.

a) $\exists x \in A /\ x+1 = 3$
b) $\exists x \in A /\ x+2 > 3$
c) $\exists x \in A /\ x+1 < -1$
d) $\forall x \in A: x+3 < 20$
e) $\forall x \in A: x+4 < 7$

8. Escribir las siguientes proposiciones en forma simbólica:

a) Al menos un entero es par.
b) Existe al menos un entero positivo que es impar.
c) Si x es par, entonces x no es divisible por 5.

d) Ningún entero par es divisible por 3.
e) Existe al menos un entero par divisible por 5.

9. Expresar en palabras cada una de las siguientes representaciones simbólicas:

$a)\forall x[\mathrm{r}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{p}(\mathrm{x})]$
$b)\forall x[s(x) \rightarrow q(x)]$
$c)\forall x[s(x) \rightarrow \neg t(x)]$
$d)\exists x[s(x) \wedge \neg r(x)]$

Siendo:
r(x): x es rectángulo
p(x): x tiene un ángulo interno mayor que 180
q(x): x es cuadrilátero
t(x): x es triángulo
s (x): x es un cuadrado

10. Negar las siguientes proposiciones:

$a)\ \forall \mathrm{x} : \mathrm{p}(\mathrm{x}) \wedge\ \exists y / q(y)$
$b)\ \exists x / \mathrm{p}(\mathrm{x}) \vee \forall y : \mathrm{q}(\mathrm{y})$
$\mathrm{c})\ \exists \mathrm{x} / [\mathrm{p}(\mathrm{x}) \vee \mathrm{q}(\mathrm{x})]$
$d)\forall x : [p(x) \wedge \neg q(x)]$
$e)\ \forall \mathrm{x} : [\mathrm{p}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{q}(\mathrm{x})]$

11. Escribir proposiciones equivalentes a las negaciones de las siguientes proposiciones:
a) Para todo $x \in R$: $x \leq x^2$.
b) Existe un $x \in R$ tal que $x^2 < 0$
c) Para algún $x \in R$, $x < -1$ y $x^2 < 1$.
d) Para todo numero real x, si $x \leq x^2$, entonces $x^2 \leq x^3$.

12. Analizar el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justificar.

a) $\forall x \in R : (x^2 = 25 \leftrightarrow x = 5)$
b) $\exists x \exists y \in R / (x+y)^2 = x^2 + y^2$
c) $\forall x \forall y \in R : (x < y \rightarrow x^2 < y^2)$
d) $\forall x \in R : (x \geq 0 \vee x < 0)$
e) $(\forall x \in R : x \geq 0) \vee (\forall x \in R : x < 0)$
f) $\exists x \in R / (x \geq 0 \wedge x < 0)$
g) $\exists x \forall y \in R / x < y$
h) $\forall y \in R, \exists x \in R / x < y$