Respuestas: Teoría de conjuntos

1. A = { -1, 1} B = {12} C = {1, 2, 3}

2.

$$A = \{ x \,/\, x \in N \wedge x = 2.n \wedge n \in N\}$$

$$B = \{x \,/ x \in N \wedge 4 < x < 6\}$$

$$C = \{x/|x| = 5\}$$

$$D = \{x/x \in N \wedge x = \acute{3} \wedge x \neq 3\}$$

$$E = \{x/x \in Z \wedge x = \acute{5}\}$$

3. a) V , **b**) F , **c**) F , **d**) V , **e**) F , **f**) V.

4. a) V , **b**) V , **c**) F , **d**) V , **e**) V , **f**) V .

5. A = { 2} y a = 2 , por lo tanto a ≠ A y a ∈ A

6. Las respuestas son variadas.

7. a) V , **b**) F , **c**) V, **d**) V , **e**) V , **f**) F, **g**) V, **h**) V

8.
a) P(A) = { ∅, {a} , {b} , {c} , {a, b} , {c, b} , {a, c} , A }

b) P(B) = { ∅, {∅} , {1} , {{1}} , {∅, 1} , {∅, {1}} , {1, {1}} , B }

c) P(C) = { ∅, {{1}}, {2} , C }

d) P(D) = { ∅, {{1,2}}, {0} , D }

9. P(A) = { ∅, {5} , {{1, 2}} , { 3 } , {5, {1,2}} , {5, 3} , {{1, 2}, 3} , A }

a) F, **b**) V, **c**) V, **d**) F, **e**) F, **f**) F, **g**) V, **h**) F, **i**) F, **j**) V, **k**) V.

10.
(A∪B) ∩C = (A∩C)∪(B∩C)

x ∈ [(A∪B) ∩C] ⇔ x∈ (A∪B) ∧ x ∈ C   definición de intersección

⇔ (x∈ A v x∈ B) ∧ x ∈ C   definición de unión

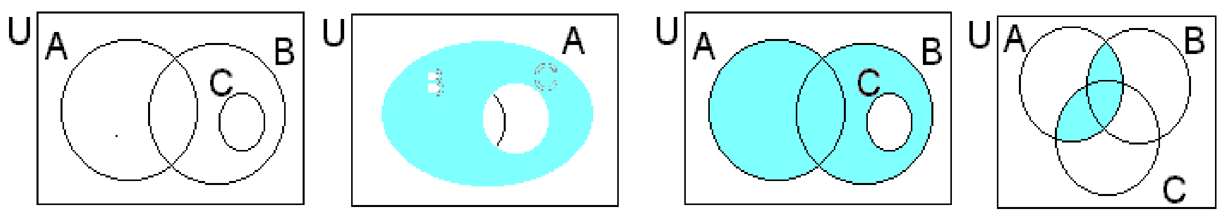
$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in C) \vee (x \in B \wedge x \in C)$	prop.distributiva de la conjunción respecto de la disyunción.
$\Leftrightarrow x \in (A \cap C) \vee x \in (A \cap C)$	definición de intersección.
$\Leftrightarrow \quad x \in [(A \cap C) \cup (B \cap C)]$	definición de unión

11. Demostrar: $A - B = A \cap B^{c}$

$x \in A - B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$	definición de diferencia
$\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B^{c}$	definición de complemento
$\Leftrightarrow x \in (A \cap B^{c})$	definición de intersección

12. Demostrar De Morgan.

13.



$(A \cap B) \cap C$ $\quad$ $(B-C) \cup (A-C)$ $\quad$ $(B-C) \cup (A-C)$ $\quad$ $A \cap (B \cup C)$

14.

a) $(A \cap B) \cup C$

b) $A - C$

c) $(B - C) - A$

d) $[(A \cup C) - (A \cap C)] - B$

15.

a) $(U - A) \cap (B \cup Bc) = Ac \cap U = Ac$

b) $\varnothing$

c) $A \cup (A \cap U) \cup Ac = A \cup A \cup Ac$

$$= A \cup (A \cup Ac)$$
$$= A \cup U$$
$$= U$$

d) $\varnothing$

e) $(A \cup \phi) \cap U = A \cap U = A$

f) U

g) $(A - Ac) \cup (U \cap A) = A \cup A = A$

h) A

16.

a)

$A - (A \cap B) = A \cap \overline{(A \cap B)} =$	propiedad de la diferencia
$= A \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) =$	ley de De Morgan
$= (A \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{B}) =$	distributiva de la intersección respecto de la unión
$= \emptyset \cup (A \cap \bar{B}) = (A \cap \bar{B})$	Intersección con el complemento
$= A - B$	

b) $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$

$= (A \cup B) \cap C^c$	definición de diferencia
$= (A \cap C^c) \cup (B \cap C^c)$	prop. Distributiva

c) Resuelto en plantilla

d) $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

$(A - B) - C = (A \cap B^c) \cap C^c$	definición de diferencia
$= A \cap (B^c \cap C^c)$	asociativa de la intersección.
$= A \cap (B \cup C)^c$	Ley de De Morgan
$= A - (B \cup C)$	definición de diferencia

e) Resuelto en plantilla

f) $(A - B) - C \subseteq A - (B - C)$

$x \in [(A - B) - C] \Leftrightarrow x \in [(A \cap B^c) \cap C^c]$	
$\Leftrightarrow x \in [A \cap (B^c \cap C^c)]$	Asociativa de la intersección
$\Leftrightarrow x \in [A \cap (B \cup C)^c]$	ley de De Morgan
$\Leftrightarrow x \in [A - (B \cup C)]$	definición de diferencia

Por lo tanto, no se verifica, también se puede verificar gráficamente.

g) $(A \cup B) - (C - A) = (A \cup B) \cap \overline{(C - A)} =$

$(A \cup B) \cap \overline{(C \cap \bar{A})}$ Definición de diferencia

$(A \cup B) \cap \overline{(\bar{C} \cup A)} =$ ley de De Morgan

$(A \cup (B \cap \bar{C}) =$ distributiva de unión respecto de intersección

$A \cup (B - C)$

h) $A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$

$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = A \cap (B \cup B^c)$ prop. Distributiva

$= A \cap U$

$= A$

i) $A - (A - B) = A \cap \overline{(A \cap \bar{B})} = A \cap (\bar{A} \cup B) = (A \cap \bar{A}) \cup (A \cap B) = (A \cap B)$

j)
$A \cup (B - A) = A \cup B$

$A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A^c)$ definición de diferencia

$= (A \cup B) \cap (A \cup A^c)$ prop. Distributiva

$= (A \cup B) \cap U$ elemento neutro de la intersección

$= A \cup B$

k)
$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$

$(A \cap B) - (A \cap C) = (A \cap B) \cap \overline{(A \cap C)} =$ Definición de diferencia

$(A \cap B) \cap \overline{(\bar{A} \cup \bar{C})} =$ ley de De Morgan

$(A \cap B \cap \bar{A}) \cup (A \cap B \cap \overline{C}) =$ distributiva de intersección respecto de unión

$\emptyset \cup (A \cap B \cap \overline{C}) =$ Intersección con el complemento

$A \cap (B \cap \overline{C}) = A \cap (B - C)$ asociativa y definición de diferencia

17.

a) $A \cup C = \{a; b; c; d; e; f; g\}$

b) $B \cap A = \{ a; c; e\}$

c) $C – B = \{ b; f\}$

d) $B^c = \{ b; d; f \}$

e) $A^c - B = \{ f \}$

f) $B^c \cup C = \{ b; d; e; f; g\}$

g) $C^c \cap A$ = {a; b; c; d; e; f; g}

h) $(A \cap A^c)^c$ = {a; b; c; d; e; f; g}

i) $(A \cup A^c)^c = \varnothing$

j) $(A \cup B)^c$ = { f }

k) $A^c \cap B^c$ = { f }

18. A = {1, 3, 6, 9, 5, 7, 8} B = {2, 3, 6, 9,10}

19. Aplicando la definición de igualdad de conjuntos:

$\forall x: (x \in A \leftrightarrow x \in B) \Leftrightarrow$	equivalencia para la doble implicación
$(x \in A \rightarrow x \in B \ \wedge \ x \in B \rightarrow x \in A) \Leftrightarrow$	por contra reciproco
$x \notin B \rightarrow x \notin A \ \wedge \ x \notin A \rightarrow x \notin B \Leftrightarrow$	equivalencia para la doble implicación
$x \notin B \leftrightarrow x \notin A \ \Leftrightarrow \mathrm{A}^c = \mathrm{B}^c$	

20.

a) Si $A \cup B = A$, entonces $B \subseteq A$

b) $A \cap B = A$, entonces $A \subseteq B$

c) A – B = A, entonces A y B son disjuntos

d) A – B = B – A entonces A = B