

Funciones definidas por tramos

Una función definida por tramos es aquella en la que la fórmula mediante la cual se calculan las imágenes varía según el valor que tome la variable.

Para definir este tipo de funciones escribimos dentro de una llave las distintas ecuaciones y a qué valor de la variable corresponden. Por ejemplo:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 1 \\ 3x - 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Esta ecuación nos dice que para valores de x menores a 1 calculamos la imagen con la fórmula $x^2 - 4$, y si x es mayor o igual que 1 usamos la fórmula $3x - 2$.

$$f(2) = 3 \cdot 2 - 2 = 4$$

$$f(1) = 3 \cdot 1 - 2 = 1$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 4 = -3$$

Para determinar el *dominio* de una función definida por tramo debemos tener en cuenta cuales son los valores de x para los cuales está definida la función.

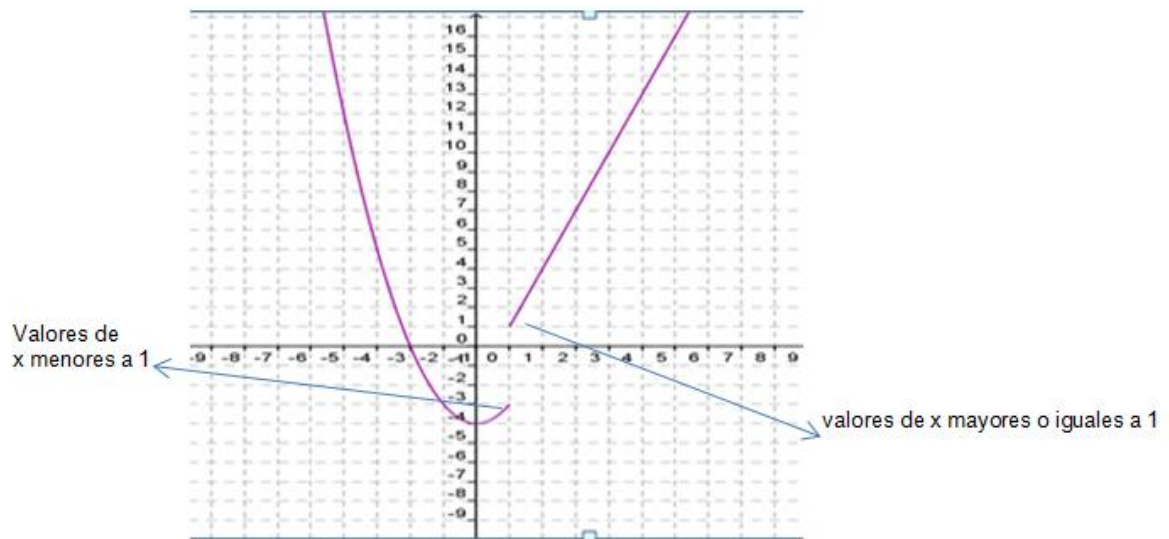
En el ejemplo, el dominio son todos los reales, ya que los x menores a 1 tendrán imagen a través de $x^2 - 4$ y los menores o iguales que 1 lo harán con $3x - 2$.

En cambio, para la función $f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } x < 2 \\ x - 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ el dominio es todos los reales menos el 2 ($D = \mathbb{R} - \{2\}$), ya que en ninguno de los dos tramos en los que está dividida la función se considera el valor de $x = 2$ para hacerle corresponder una imagen.

Otro ejemplo puede ser $g(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 2 \\ x - 2 & \text{si } 2 \leq x < 4 \end{cases}$ en la que vemos que está definida sólo para valores de x menores a 4, por lo tanto el dominio es $(-\infty; 4)$.

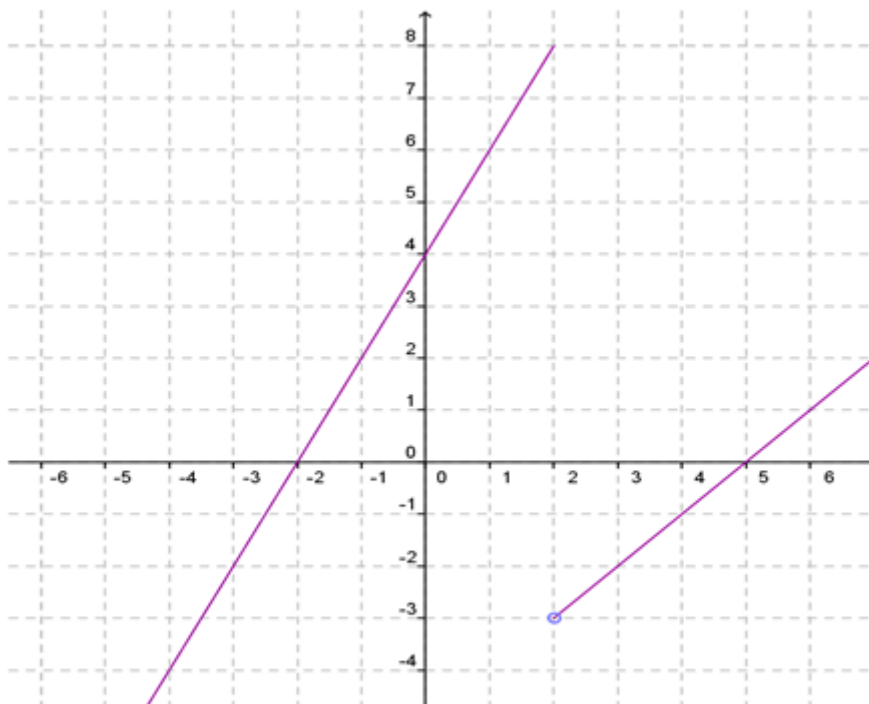
El *gráfico* de este tipo de funciones se realiza justamente por tramos, dibujamos la curva que corresponde a cada ecuación solamente en el intervalo que ésta está definida.

Para el primer ejemplo, el gráfico sería:



Veamos también los gráficos de las otras funciones:

f



g

