Guía de ejercicios: Teoría de conjuntos

1. Definir por extensión los siguientes conjuntos:

$A = \{x / x \in Z \wedge x^2 = 1\}$

$B = \{x / x \in N \wedge x - 5 = 7\}$

$C = \{x / x \in N \wedge x + 5 \leq 8\}$

2. Definir por comprensión los siguientes conjuntos:

$A = \{2, 4, 6, 8,...\}$

$B = \{5\}$

$C = \{-5, 5\}$

$D = \{6, 9, 12, 15, 18\}$

$E = \{..., -10, -5, 0, 5, 10, 15,...\}$

3. Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) $x \in \{x\}$

b) $x \subseteq \{x\}$

c) $\{x\} \in \{x\}$

d) $\{x\} \in \{\{x\}\}$

e) $\phi \in \{x\}$

f) $\phi \subseteq \{x\}$

4. Sabiendo que $A \subseteq B$; $B \subseteq C$; $a \in A$; $b \in B$; $b \notin A$; $c \notin B$; $d \in A$; $e \in C$; $c \in C$; $e \notin B$; $f \notin C$, responde verdadero o falso según corresponda:

a) $a \in C$

b) $f \notin A$

c) $b \in A$

d) $c \notin A$

e) $e \notin A$

f) $d \in B$

5. Sean $A = \{x / x \in R \wedge 4x = 8\}$, y $a = 2$. ¿Es correcto afirmar que $A = a$?

6. Construir un par de conjuntos A y B para cada caso, que satisfagan:

a) $A \subseteq B$

b) $A \neq B$

c) $A \supseteq B$

7. Responder verdadero o falso según corresponda, con $A = \{1, 2, 3\}$:

a) $\phi \subseteq A$

b) $\phi \in A$

c) $\phi \in P(A)$

d) $\phi \subseteq P(A)$

e) $\{2, 3\} \in P(A)$

f) $2 \in P(A)$

g) $\{2\} \in P(A)$

h) $A \in P(A)$

8. Obtener el conjunto de partes de cada uno de los siguientes conjuntos:

$A = \{a, b, c\}$

$B = \{\phi, 1, \{1\}\}$

$C = \{\{1\}, 2\}$

$D = \{0, \{1, 2\}\}$

9. Responder verdadero o falso según corresponda, con $A = \{5,\{1,2\}, 3\}$ y $B = \{5, 4\}$:

a) $\{1, 2\} \subseteq A$

b) $\{1, 2\} \in A$

c) $\{\{1, 2\}\} \in P(A)$

d) $\{\{1, 2\}\} \subseteq P(A)$

e) $5 \subseteq P(A)$

f) $5 \in P(A)$

g) $\{5, \{1, 2\}\} \in P(A)$

h) $\phi \in B$

i) $\{ \phi \} \in P(B)$

j) $\phi \in P(B)$

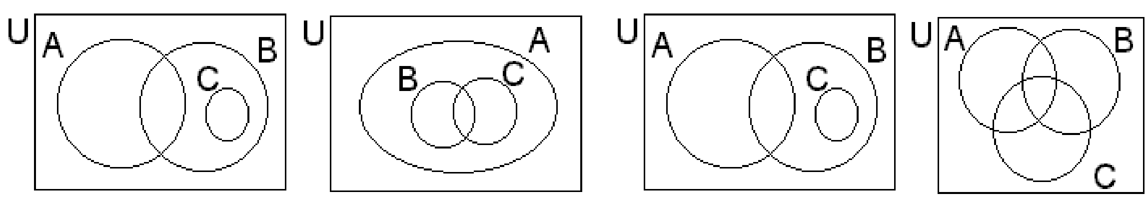
k) $\{\phi\} \subseteq P(B)$

10. Demostrar las propiedades distributivas de la unión respecto de la intersección y de la intersección respecto de la unión.

11. Demostrar: $A - B = A \cap B^c$

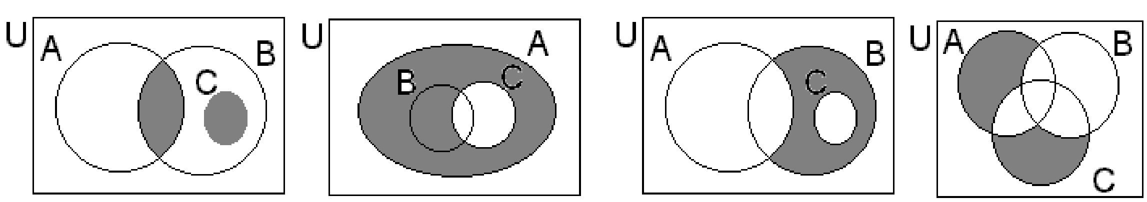
12. Demostrar las leyes de De Morgan.

13. Sombrear el recinto resultante de cada una de las operaciones dadas:



$(A \cap B) \cap C$ $(B - C) \cup (A - C)$ $(B - C) \cup (A - C)$ $A \cap (B \cup C)$

14. Indicar la operación cuyo resultado es el recinto sombreado:



15. Utilizar las definiciones y propiedades que correspondan para simplificar las siguientes expresiones:

a) $(U - A) \cap (B \cup B^c)$

b) $(A - U) \cap (B \cap A)$

c) $A \cup (A \cap U) \cup A^c$

d) $(A - B) \cap B$

e) $(A \cup \phi) \cap U$

f) $(A \cup A^c) \cup U$

g) $(A - A^c) \cup (U \cap A)$

h) $(A \cap A^c) \cup (U \cap A)$

16. Demostrar:

a) $A – B = A – (A \cap B) = (A \cup B) – B$

b) $(A \cup B) – C = (A – C) \cup (B – C)$

c) $(A \cap B) – C = (A – C) \cap (B – C)$

d) $(A – B) – C = A – (B \cup C)$

e) $A – (B – C) = (A – B \cup (A \cap C)$

f) $(A – B) – C \subseteq A – (B – C)$

g) $A \cup (B – C) = (A \cup B) – (C – A)$

h) $A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$

i) $A – (A – B) = A \cap B$

j) $A \cup (B – A) = A \cup B$

k) $A \cap (B - C) = (A \cap B) – (A \cap C)$

17. Sabiendo que:

$U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

$A = \{a, b, c, d, e\}$

$B = \{a, c, e, g\}$

$C = \{b, e, f, g\}$

- Definir por extensión los siguientes conjuntos:

a) $A \cup C =$

b) $B \cap A =$

c) $C – B =$

d) $B^c =$

e) $A^c - B =$

f) $B^c \cup C =$

g) $C^c \cap A =$

h) $(A \cap A^c)^c =$

i) $(A \cup A^c)^c =$

j) $(A \cup B)^c =$

k) $A^c \cap B^c =$

18. Encontrar los conjuntos A y B, sabiendo que:

$A - B = \{1, 5, 7, 8\}$, $B - A = \{2, 10\}$ $A \cap B = \{3, 6, 9\}$.

19. Demostrar: $A = B \Rightarrow A^c = B^c$.

20. ¿Qué se puede decir de los conjuntos A y B, en cada caso, si se sabe:

a) $A \cup B = A$

b) $A \cap B = A$

c) $A - B = A$

d) $A - B = B - A$