

1.
 - a) Hallar la ecuación de la función cuadrática $f(x)$ que tiene conjunto de positividad el intervalo: $(-3,1)$ y que la imagen es el intervalo $(-\infty, 8]$.
 - b) Hallar la ecuación de la función lineal $g(x)$ pasa por el punto $A = (-2,3)$ y por la raíz positiva de la cuadrática anterior.

2. **(24pts)** Hallar el dominio de la siguiente función

$$g(x) = \frac{\sqrt{5 - |2x - 3|}}{1 - 10^{x+3}}$$

$$3. \text{ Sea } f(x) = \begin{cases} |x+3| - 1 & \text{si } -4 < x < -1 \\ 3x - 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) **(20pts)** Graficar $f(x)$, calculando la intersección con los ejes, la asíntota y el vértice, según corresponda. (Los cálculos deben figurar en el examen).
 - b) **(10pts)** Determinar el dominio, la imagen, C^0 ; C^+ ; C^- ; I_c ; I_d .
4. **(21pts)** Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.
 - a) La función $f(x) = a^x - 8$ corta al eje x y tiene asíntota $y = -8$
 - b) La función $f(x) = \log_3(2x + b) - 2$ tiene dominio $(b/2; +\infty)$ y la asíntota es $b/2$
 - c) La función $f(x) = 4 - |x - 3|$ tiene vértice en $(4;3)$ y corta al eje x en $x = 1$

1)

- a) Hallar la ecuación de la función cuadrática $f(x)$ que tiene conjunto de positividad el intervalo: $(-3,1)$ y que la imagen es el intervalo $(-\infty, 8]$.

$$\text{Si } C^+ = (-3,1) \rightarrow C^0 = \{-3;1\}$$

$$I_m = (-\infty, 8] \rightarrow y_v = 8$$

$$X_v = (-3+1)/2 = -1 \quad V = (-1;8)$$

$$F(x) = a \cdot (x - x_1) (x - x_2)$$

$$F(x) = a (x + 3) (x - 1)$$

$$8 = a (-1+3) (-1-1) \rightarrow 8 = -4a \rightarrow a = -2$$

$$F(x) = -2 (x+3) (x-1) = -2 (x^2 - x + 3x - 3) = -2x^2 - 4x + 6$$

b)

- Hallar la ecuación de la función lineal $g(x)$ pasa por el punto $A = (-2,3)$ y por la raíz positiva de la cuadrática anterior.

$$\text{Raíz positiva de } f(x) = (1;0)$$

$$M = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

$$M = (0 - 3) / (1 + 2) = -1$$

$$Y = mx + b \rightarrow y = -x + b \quad 3 = -(-2) + b \rightarrow 2 + b = 3 \rightarrow b = 1$$

$$Y = -x + 1$$

2.

$$g(x) = \frac{\sqrt{5 - |2x - 3|}}{1 - 10^{x+3}}$$

$$1 - 10^{x+3} \neq 0 \rightarrow -10^{x+3} \neq -1 \rightarrow 10^{x+3} \neq 1 \rightarrow x+3 \neq 0 \rightarrow x \neq -3$$

$$5 - |2x - 3| \geq 0 \rightarrow -|2x - 3| \geq -5$$

$$|2x - 3| \leq 5 \quad -5 \leq 2x - 3 \leq 5 \rightarrow -5 + 3 \leq 2x \leq 5 + 3$$

$$-4 \leq x \leq 1 \quad S = [-4, 1]$$

$$\text{Dom} : [-4, 1] - \{-3\}$$

$$f(x) = \begin{cases} |x+3| - 1 & \text{si } -4 < x < -1 \\ 3x - 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{Si } -4 < x < -1 \quad f(x) = |x+3| - 1$$

$$V = (-3; -1)$$

$$\text{Intersección eje } x \rightarrow y = 0$$

$$|x+3| - 1 = 0$$

$$|x+3| = 1 \rightarrow x+3 = 1 \quad \text{o} \quad x+3 = -1$$

$$X = -2 \quad \text{o} \quad x = -4 \quad (\text{círculo})$$

$$X = -1 \quad y = 2 - 1 = 1$$

$$-1 \leq x \leq 1 \quad f(x) = 3x - 2$$

$$X = 0 \quad y = -2$$

$$3x - 2 = 0 \quad x = 2/3$$

$$X = -1 \quad y = -5$$

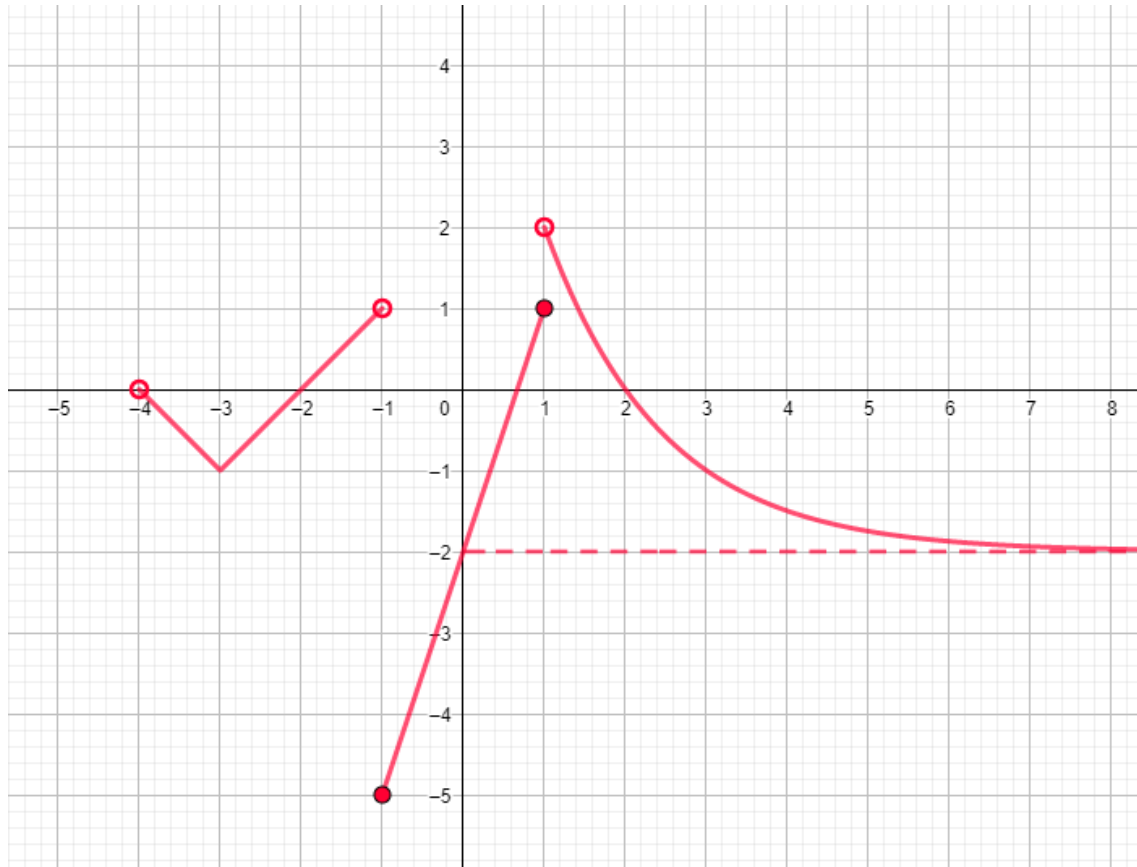
$$X = 1 \quad Y = 1$$

$$x > 1 \quad f(x) = 0,5^{x-3} - 2$$

Asíntota: $y = -2$

$$X=1 \quad y = 0,5^{-2} - 2 = 2^2 - 2 = 2 \text{ (círculo)}$$

$$X=3 \quad y = 0,5^0 - 2 = -1$$



Dom f: $(-4, +\infty)$

Im f: $[-5, 2)$

Co: $\{-2; 2/3; 2\}$

C+: $(-2, -1) \cup (2/3; 2)$

C-: $(-4, -2) \cup (-1, 2/3) \cup (2, +\infty)$

Ic: $(-3, 1)$

Id: $(-4, 3); (1; +\infty)$

5. **(21pts)** Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

- a) La función $f(x) = a^x - 8$ corta al eje x y tiene asíntota $y = -8$ **Verdadero; porque la asíntota es $y = -8$; entonces se desplazó 8 unidades hacia abajo**
- b) La función $f(x) = \log_3(2x + b) - 2$ tiene dominio $(b/2; +\infty)$ y la asíntota es $b/2$ **Falso; dominio: $(-b/2; +\infty)$ y la asíntota es $x = -b/2$**
- c) La función $f(x) = 4 - |x - 3|$ tiene vértice en $(4; 3)$ y corta al eje x en $x = 1$ **Falso**
Vértice $(3; 4)$ corta al eje x en
 $4 - |x - 3| = 0 \quad |x - 3| = 4 \quad x - 3 = 4 \quad \text{o} \quad x - 3 = -4 \rightarrow x = 7 \quad \text{o} \quad x = -1$