

Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου

Μάθημα 3: Δυνάμεις

Η **δύναμη** με βάση έναν πραγματικό αριθμό a και εκθέτη ένα φυσικό αριθμό $n \geq 2$ συμβολίζεται με a^n και είναι το γινόμενο n παραγόντων ίσων με τον αριθμό a .

Δηλαδή
$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ παράγοντες}}$$

Ορίζουμε ακόμη:

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1 \quad \text{με} \quad a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{με} \quad a \neq 0$$

Για τις δυνάμεις με εκθέτες ακέραιους αριθμούς και εφόσον αυτές ορίζονται, ισχύουν οι ιδιότητες:

Ιδιότητες	Παραδείγματα
$a^{\mu} \cdot a^{\nu} = a^{\mu+\nu}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
$a^{\mu} : a^{\nu} = a^{\mu-\nu}$	$3^5 : 3^3 = 3^{5-3} = 3^2$
$(a\beta)^{\nu} = a^{\nu}\beta^{\nu}$	$(2x)^2 = 2^2x^2 = 4x^2$
$\left(\frac{a}{\beta}\right)^{\nu} = \frac{a^{\nu}}{\beta^{\nu}}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$
$(a^{\mu})^{\nu} = a^{\mu\nu}$	$(2^{-3})^{-2} = 2^6 = 64$
$\left(\frac{a}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{a}\right)^{\nu}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ



1 Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{(-2)^2 \cdot (-3)^3}{(3 \cdot 2^2)^2}$$

$$\beta) x^2 \cdot (x \cdot y^2)^3 : (x^2 \cdot y^3)^2$$

Λύση

$$\alpha) \frac{(-2)^2 \cdot (-3)^3}{(3 \cdot 2^2)^2} = \frac{2^2 \cdot (-3^3)}{3^2 \cdot (2^2)^2} = \frac{-2^2 \cdot 3^3}{3^2 \cdot 2^4} = -\frac{3}{2^2} = -\frac{3}{4}$$

$$\beta) x^2(xy^2)^3 : (x^2y^3)^2 = \frac{x^2(xy^2)^3}{(x^2y^3)^2} = \frac{x^2x^3(y^2)^3}{(x^2)^2(y^3)^2} = \frac{x^5y^6}{x^4y^6} = x$$

2 Αν $x^3 \cdot y^2 = -3$, να υπολογιστεί η παράσταση $A = x^2 \cdot (x^2 \cdot y^3)^2 \cdot (x^{-1})^{-3}$.

Λύση

$$\begin{aligned} A &= x^2 \cdot (x^2 \cdot y^3)^2 \cdot (x^{-1})^{-3} = x^2 \cdot x^4 \cdot y^6 \cdot x^3 = x^2 \cdot x^4 \cdot x^3 \cdot y^6 = x^9 \cdot y^6 = \\ &= (x^3 \cdot y^2)^3 = (-3)^3 = -27. \end{aligned}$$