

Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου

Μάθημα 9 - Τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού

Η τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού x συμβολίζεται με \sqrt{x} και είναι ο θετικός αριθμός που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό x . Π.χ. $\sqrt{25} = 5$, αφού $5^2 = 25$.
Ορίζουμε ακόμη $\sqrt{0} = 0$.

Όμως και $(-5)^2 = 25$, οπότε έχουμε $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5 = |-5|$.

Γενικά, για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$\sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7, \quad \sqrt{7^2} = 7$$

Δεν ορίζεται τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού, γιατί δεν υπάρχει αριθμός που το τετράγωνό του να είναι αρνητικός αριθμός.

Παρατηρούμε ακόμη ότι: $(\sqrt{9})^2 = 3^2 = 9$, δηλαδή $(\sqrt{9})^2 = 9$. Γενικά

$$\text{Αν } x \geq 0, \text{ τότε } (\sqrt{x})^2 = x$$

Γενικό

Για δύο μη αρνητικούς αριθμούς a, β μπορούμε να αποδείξουμε ότι:

- Το γινόμενο των τετραγωνικών ριζών τους ισούται με την τετραγωνική ρίζα του γινομένου τους.
- Το πηλίκο των τετραγωνικών ριζών τους ισούται με την τετραγωνική ρίζα του πηλίκου τους.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{a\beta}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{a}{\beta}} \quad \text{με} \quad \beta > 0$$

1 Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α) $3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

β) $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

γ) $\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 0$

δ) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$

ε) $\sqrt{18} : \sqrt{2} = \sqrt{9} = 3$

στ) $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 3\sqrt{16} = 12$

2 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε στοιχείο της στήλης Α ένα στοιχείο από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\sqrt{25}$	1. -5
β. $\sqrt{-25}$	
γ. $-\sqrt{25}$	2. δεν ορίζεται
δ. $\sqrt{5^2}$	
ε. $\sqrt{(-5)^2}$	3. 5
στ. $\sqrt{-5^2}$	

α	β	γ	δ	ε	στ
3	2	1	3	3	2

3 Να συμπληρώσετε τους πίνακες:

				Άθροισμα		Γινόμενο		Πηλίκο	
α	β	$\sqrt{\alpha}$	$\sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha+\beta}$	$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha\beta}$	$\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$	$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$
4	1	2	1	$\sqrt{5}$	3	2	2	2	2
9	16	3	4	5	7	12	12	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
64	36	8	6	10	14	48	48	$\frac{8}{6}$	$\frac{8}{6}$

4

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$

☐ Σ

β) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

☐ Λ

γ) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

☐ Σ

δ) $\sqrt{(-3)^2} = 3$

☐ Σ

ε) $\sqrt{\left(\frac{1}{2} - 1\right)^2} = \frac{1}{2} - 1$

☐ Λ

στ) Το διπλάσιο του $\sqrt{5}$ είναι το $\sqrt{10}$.

☐ Λ

ζ) Το μισό του $\sqrt{12}$ είναι το $\sqrt{3}$.

☐ Σ

5 Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\sqrt{2} (\sqrt{18} + \sqrt{8})$

β) $\sqrt{6} (\sqrt{27} - \sqrt{3})$

γ) $(\sqrt{75} + \sqrt{45} - \sqrt{300}) : \sqrt{15}$

δ) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

$$\begin{aligned}\alpha) \quad \underbrace{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{18} + \sqrt{8})}_{\text{}} &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{16} = 6 + 4 = 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta) \quad \sqrt{6} (\sqrt{27} - \sqrt{3}) &= \sqrt{2 \cdot 3} (\sqrt{3 \cdot 9} - \sqrt{3}) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} (3\sqrt{3} - \sqrt{3}) = \\ &= 9\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma) \quad (\sqrt{75} + \sqrt{45} - \sqrt{300}) : \sqrt{15} &= (\sqrt{5 \cdot 15} + \sqrt{3 \cdot 15} - \sqrt{20 \cdot 15}) : \sqrt{15} = \\ &= (\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{20}) \cancel{\sqrt{15}} : \cancel{\sqrt{15}} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{20}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta) \quad (\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5}) &= \cancel{\sqrt{7}^2} + \cancel{\sqrt{7} \cdot \sqrt{5}} - \cancel{\sqrt{7} \sqrt{5}} - \cancel{\sqrt{5}^2} \\ &= 7 - 5 = 2.\end{aligned}$$