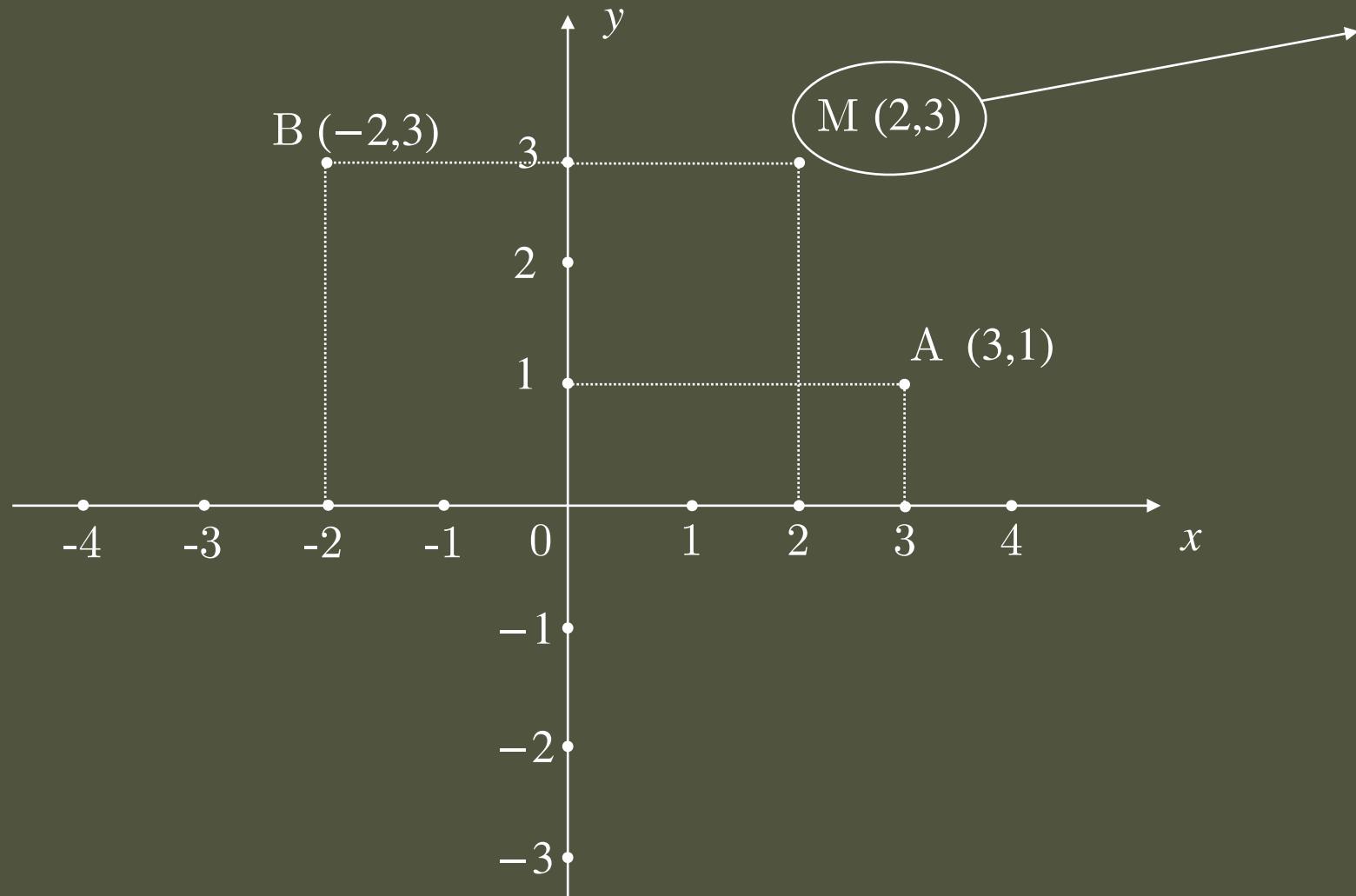


# Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

3.2 - Καρτεσιανές Συντεταγμένες  
Γραφική παράσταση συνάρτησης

Καρτεσιανές Συντεταγμένες

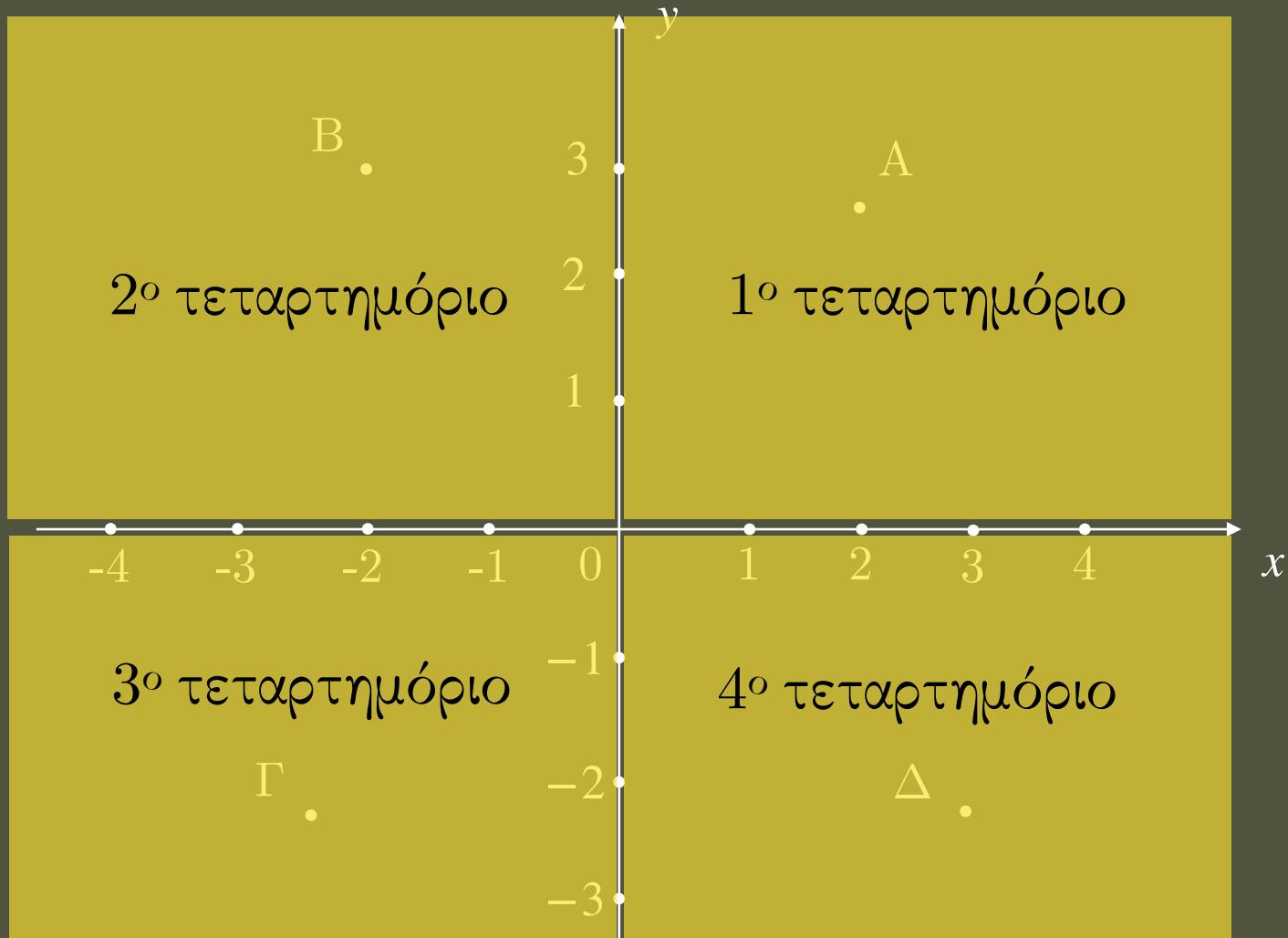
Πώς θα περιγράψουμε σε ποια περιοχή της ουθόνης βρίσκεται το σημείο  $M$ ;

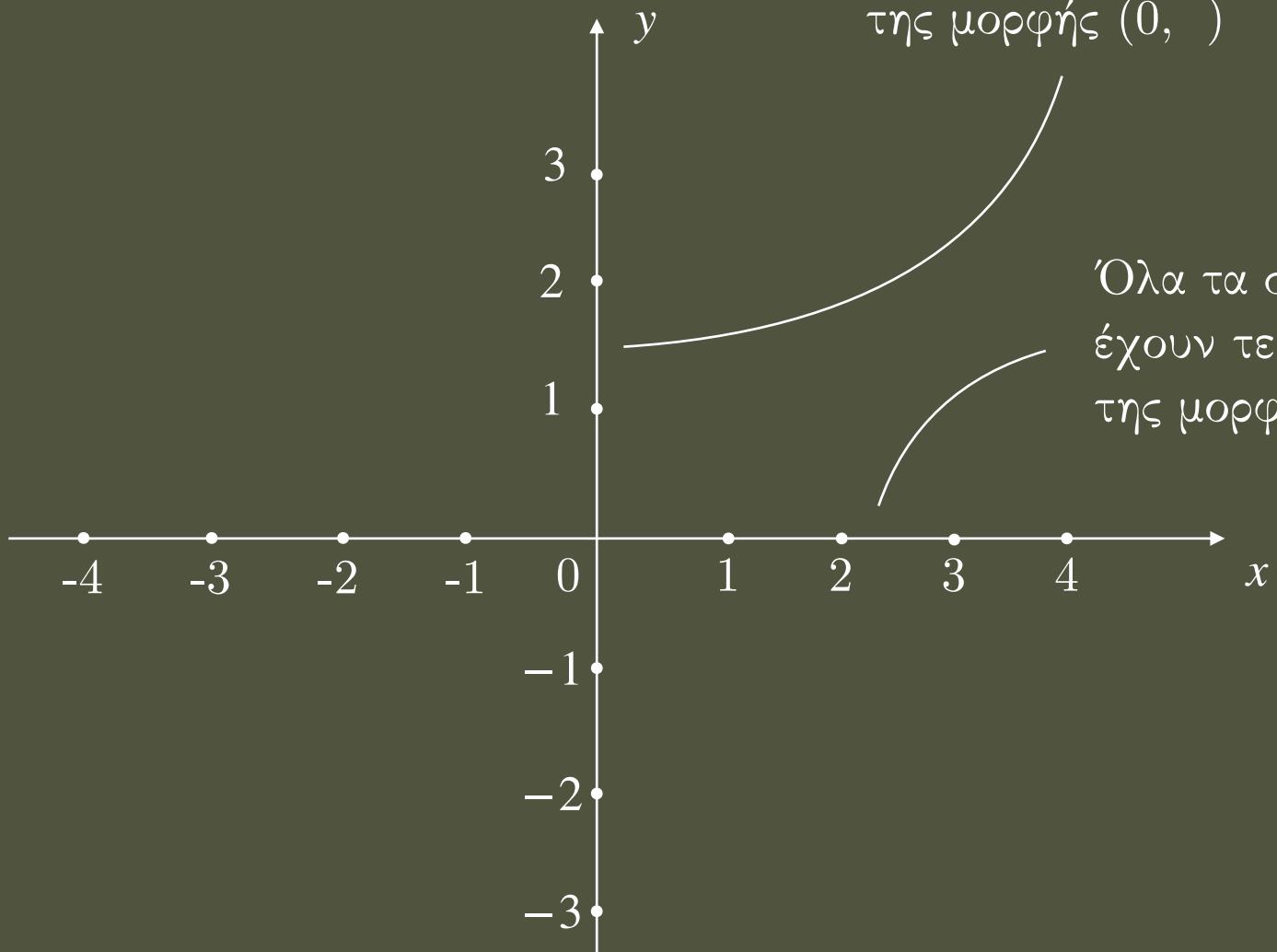


$M(2,3)$

τετμημένη      τεταγμένη  
Συντεταγμένες

# Τεταρτημόρια





Όλα τα σημεία του άξονα  $y'y$   
έχουν τετρημένη 0, δηλαδή είναι  
της μορφής  $(0, )$

Όλα τα σημεία του άξονα  $x'x$   
έχουν τεταγμένη 0, δηλαδή είναι  
της μορφής  $( , 0)$



## ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  και  $\Delta$  του παρακάτω σχήματος.  
Τι συμπεραίνετε;

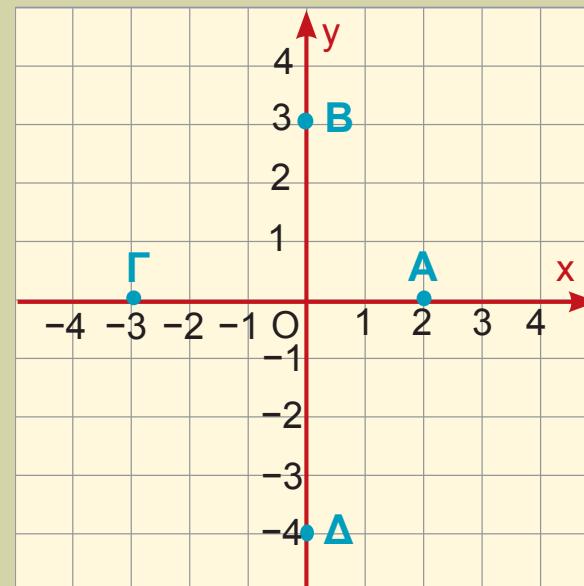
**Λύση:** Παρατηρούμε ότι από τα σημεία  $A$  και  $\Gamma$  οι κάθετες προς τον άξονα  $y'$  γίνονται αντιστοιχούν στο σημείο  $O$ , οπότε αυτά τα σημεία έχουν τεταγμένες  $0$ .

Άρα είναι  $A(2, 0)$ ,  $\Gamma(-3, 0)$ .

Ομοίως, από τα σημεία  $B$  και  $\Delta$  οι κάθετες προς τον άξονα  $x'$  γίνονται αντιστοιχούν στο σημείο  $O$ , οπότε τα σημεία αυτά έχουν τετμημένη  $0$ . Άρα είναι  $B(0, 3)$  και  $\Delta(0, -4)$ .

Δηλαδή:

**Κάθε σημείο του άξονα  $x'$  έχει τεταγμένη  $0$  και κάθε σημείο του άξονα  $y'$  έχει τετμημένη  $0$ .**



## ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

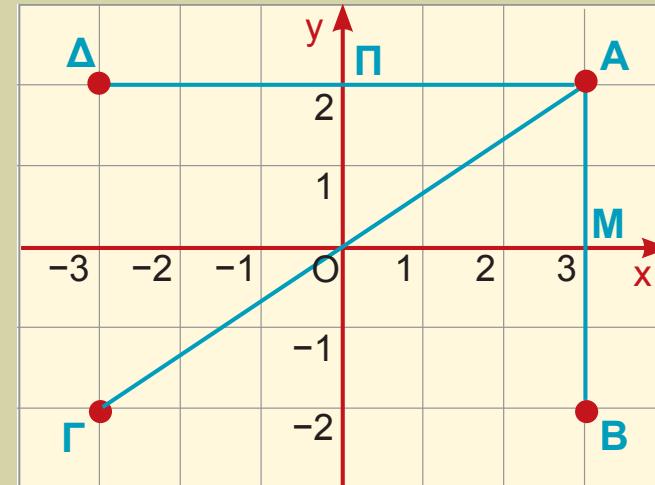
Δίνεται το σημείο  $A(3, 2)$ . Να βρείτε το συμμετρικό του  $A$  ως προς:

- α) τον άξονα  $x'$   $x$       β) τον άξονα  $y'$   $y$       γ) την αρχή  $O$  των αξόνων.

Ποιες είναι οι συντεταγμένες των σημείων αυτών;

**Λύση:** Από το  $A$  φέρνουμε κάθετες  $AM$  και  $AP$  στους άξονες  $x'$   $x$  και  $y'$   $y$ .

- α) Προεκτείνουμε την  $AM$  κατά τμήμα  $MB = MA$ . Το σημείο  $B$  είναι το συμμετρικό του  $A$  ως προς τον άξονα  $x'$   $x$  και έχει συντεταγμένες  $(3, -2)$ .
- β) Προεκτείνουμε την  $AP$  κατά τμήμα  $\Gamma\Delta = \Delta A$ . Το σημείο  $\Delta$  είναι το συμμετρικό του  $A$  ως προς τον άξονα  $y'$   $y$  και έχει συντεταγμένες  $(-3, 2)$ .
- γ) Ενώνουμε το  $A$  με την αρχή  $O$  των αξόνων και προεκτείνουμε κατά τμήμα  $OG = OA$ . Το σημείο  $\Gamma$  είναι το συμμετρικό του  $A$  ως προς την αρχή  $O$  και έχει συντεταγμένες  $(-3, -2)$ .



## ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

Δίνονται τα σημεία  $A(2, 3)$  και  $B(10, 9)$ . Να υπολογίσετε την απόστασή τους  $AB$ .  
Τι συμπεραίνετε;

**Λύση:** Σχηματίζουμε το ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  του διπλανού σχήματος. Τότε το σημείο  $\Gamma$  έχει συντεταγμένες  $(10, 3)$ , οπότε  $A\Gamma = 10 - 2 = 8$  και  $B\Gamma = 9 - 3 = 6$ .

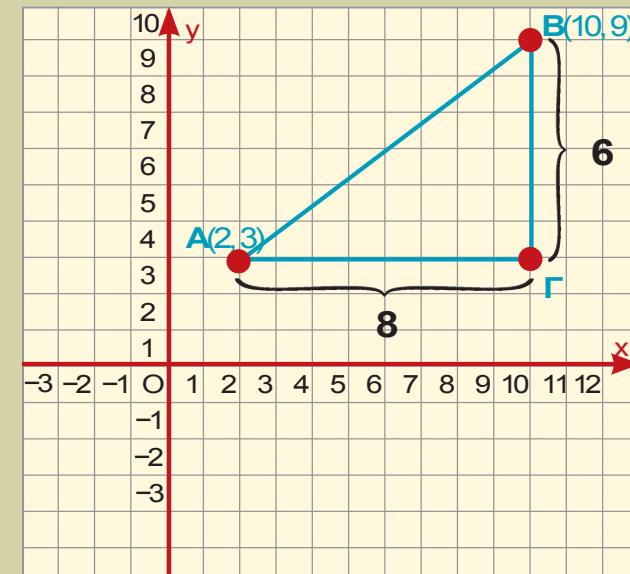
Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα έχουμε ότι:

$$AB^2 = A\Gamma^2 + B\Gamma^2 \quad \text{ή}$$

$$AB^2 = 8^2 + 6^2 \quad \text{ή}$$

$$AB^2 = 100 \quad \text{ή}$$

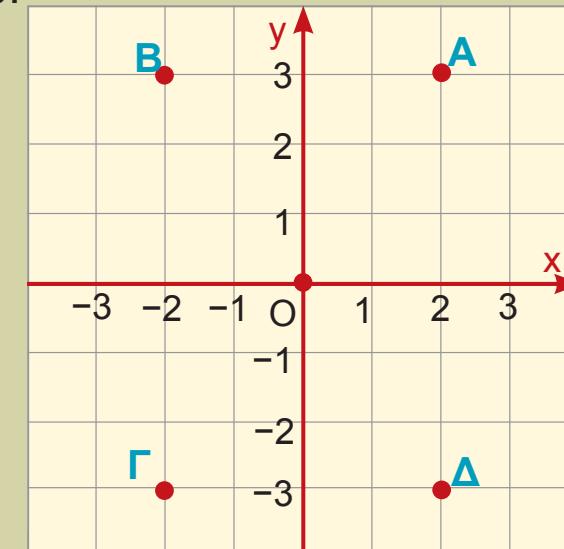
$$AB = 10$$



## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε σημείο τις συντεταγμένες του:

Σημείο	Συντεταγμένες
A	(2, 3) (3, 2)
B	(-2, 3) (-3, 2)
Γ	(-2, -3) (-3, -2)
Δ	(2, -3) (3, -2)



2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως φαίνεται στο παράδειγμα της 1ης γραμμής.

Σημείο A	Συμμετρικό του A ως προς τον x'x	Συμμετρικό του A ως προς τον y'y	Συμμετρικό του A ως προς το O
(-2, 3)	(-2, -3)	(2, 3)	(2, -3)
(3, 5)			
(-3, 5)			
(-3, -5)			
(3, -5)			

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1

Στο παρακάτω σχήμα να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ και Ι.

$$A(2, 3)$$

$$E(-4, -2)$$

$$B(4, 0)$$

$$Z(5, -3)$$

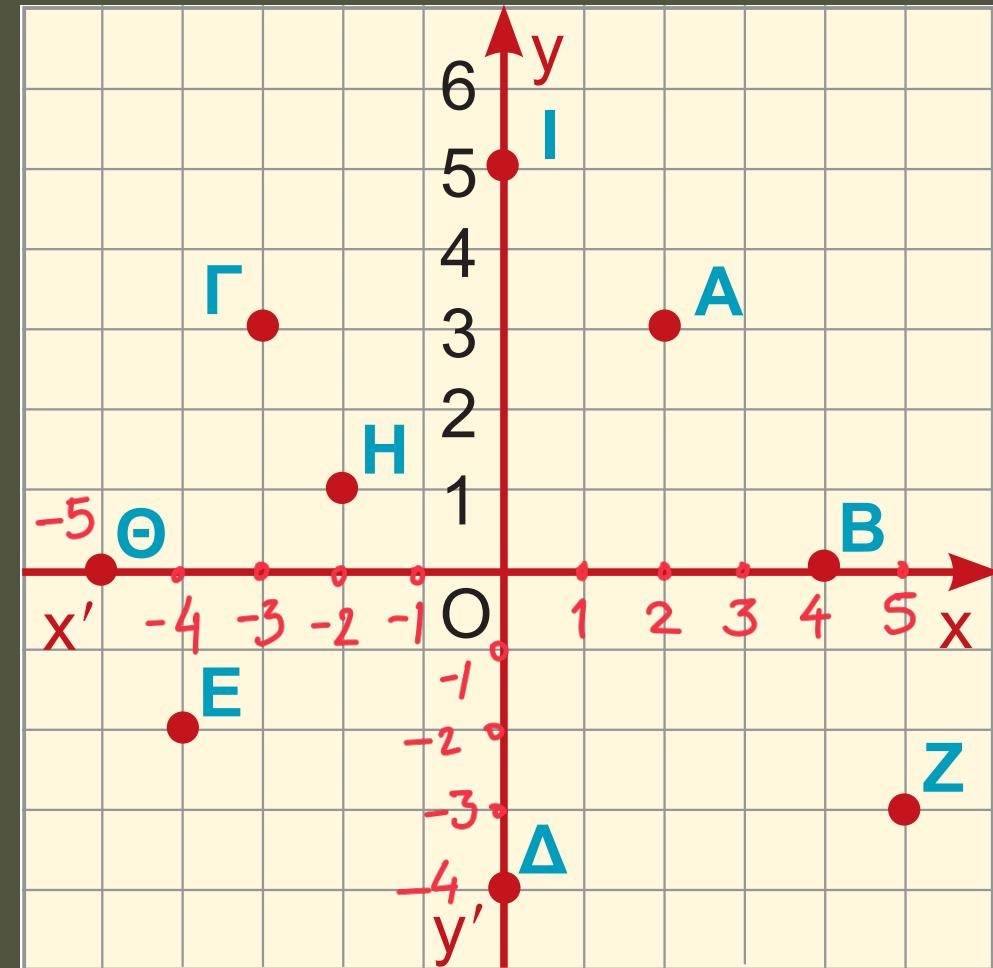
$$\Gamma(-3, 3)$$

$$H(-2, 1)$$

$$\Delta(0, -4)$$

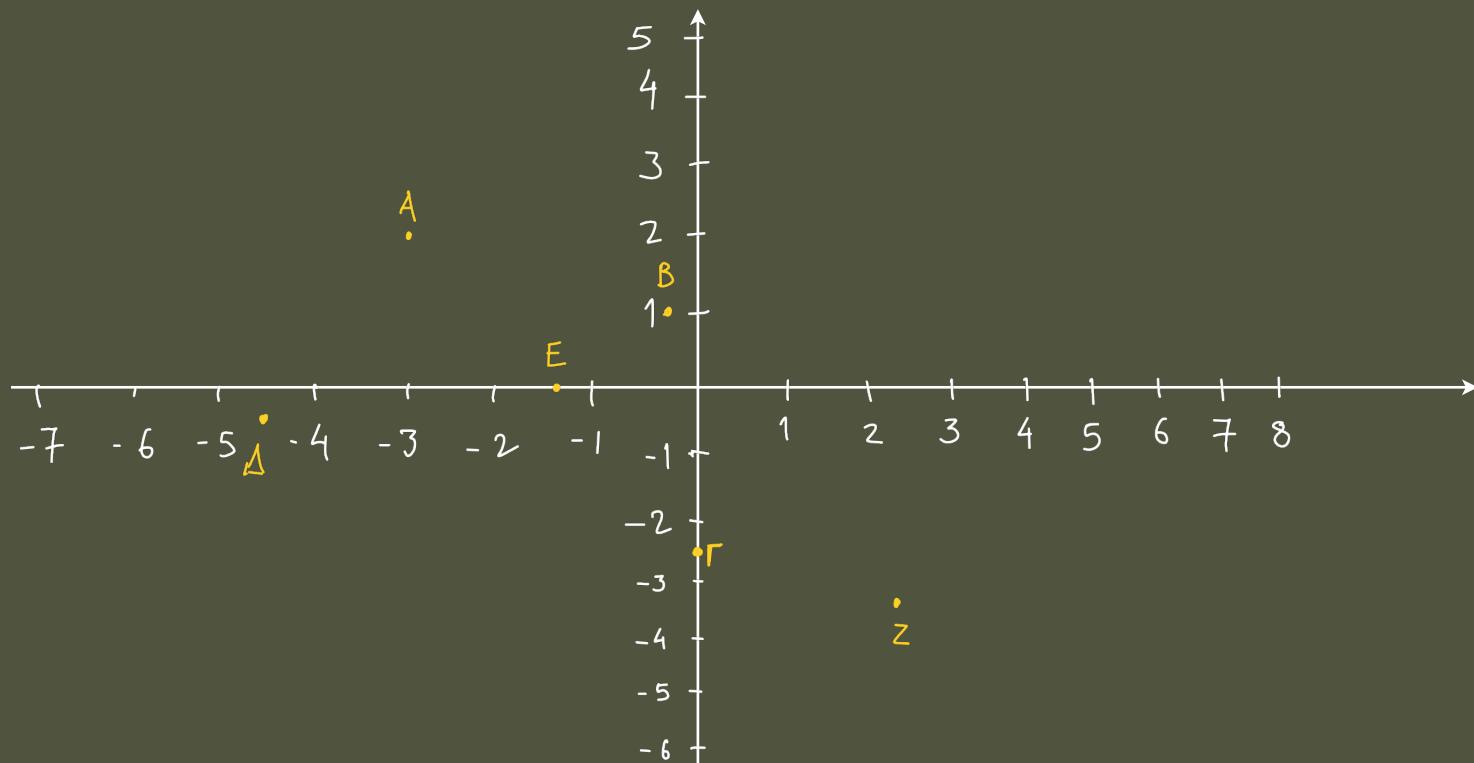
$$\Theta(-5, 0)$$

$$I(0, 5)$$



2

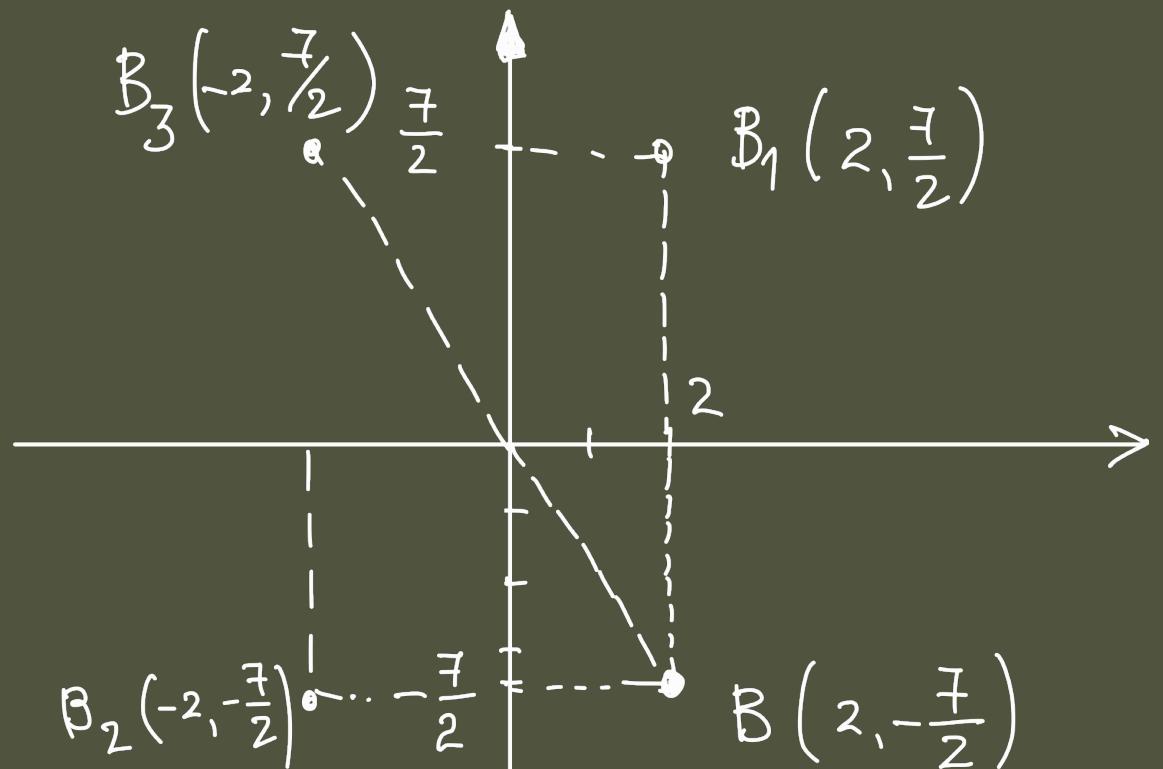
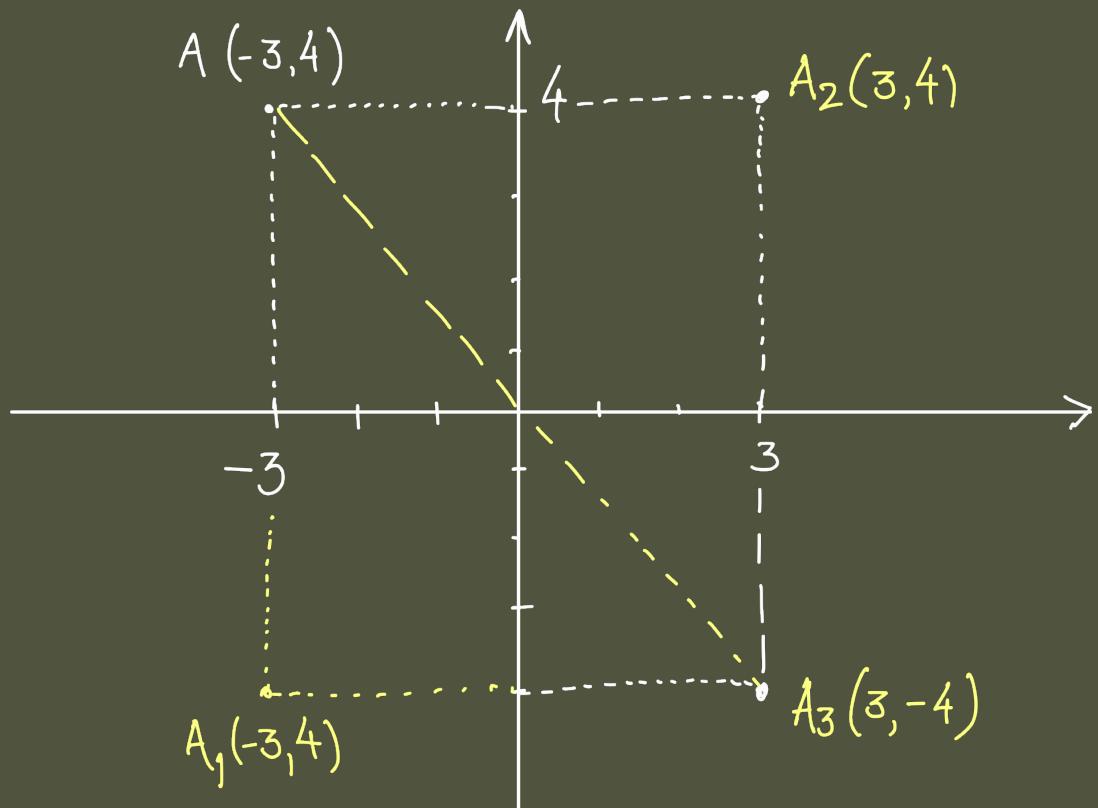
- Σ' ένα τετραγωνισμένο χαρτί να σχεδιάσετε ένα σύστημα αξόνων και να σημειώσετε τα σημεία:  $A(-3, 2)$ ,  $B(-0,25, 1)$ ,  $\Gamma(0, -\frac{5}{2})$ ,  $\Delta(-\frac{9}{2}, -\frac{1}{2})$ ,  $E(-\sqrt{2}, 0)$ ,  $Z(2,4, -3,2)$ .



3

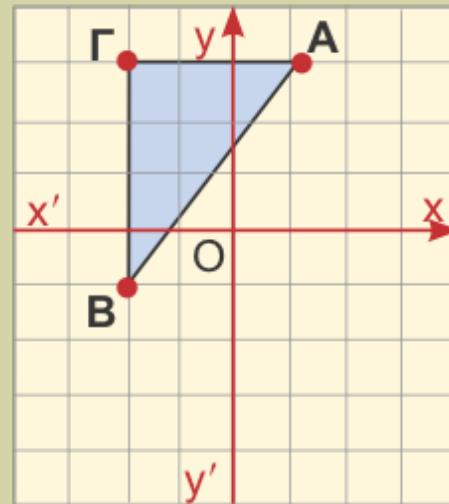
Δίνονται τα σημεία  $A(-3, 4)$  και  $B(2, -\frac{7}{2})$ .

Σε τετραγωνισμένο χαρτί να βρείτε τις συντεταγμένες των συμμετρικών τους σημείων ως προς τον άξονα  $x'$ , τον άξονα  $y'$  και την αρχή  $O$  των αξόνων.



4

- a) Στο παρακάτω σχήμα να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B και Γ.
- β) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
- i) Το μήκος  $B\Gamma$  ισούται με:
- A:  $1 + 3 = 4$       B:  $2 - 2 = 0$   
 Γ:  $3 - 1 = 2$       Δ:  $-1 - 3 = -4$
- ii) Το μήκος  $A\Gamma$  ισούται με:
- A:  $3 - 3 = 0$       B:  $1 + 2 = 3$   
 Γ:  $1 - 2 = -1$       Δ:  $2 - 1 = 1$



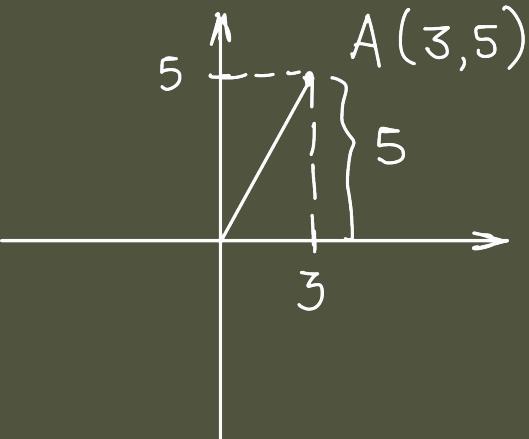
α) Σχουρμε  $A(1,3)$  .  $B(-2,-1)$  .  $\Gamma(-2,3)$

β) (i) Μήκος της  $B\Gamma$  :  $A = 1+3 = 4$

(ii) Μήκος της  $A\Gamma$  :  $B = 1+2 = 3$ .

5

- Να βρείτε τις αποστάσεις των παρακάτω σημείων από τους άξονες  $x$  και  $y$ .
- α)  $A(3, 5)$     β)  $B(-3, 2)$     γ)  $\Gamma(0, -4)$



Το σημείο  $A(3, 5)$  απέχει 3 μονάδες από τον  
άξονα των  $y$  ενώ απέχει 5 μονάδες από τον  
άξονα των  $x$ .

Όμοιως ως σημείο  $B(-3, 2)$  3 από τον  $y$  και  
2 από τον  $x$ .

Όμοιως ως σημείο  $\Gamma(0, -4)$  0 από τον  $x$  και  
4 από τον  $y$ .

# Γραφική Παράσταση Συνάρτησης



## ΕΦΑΡΜΟΓΗ 4

Έχει διαπιστωθεί ότι το νερό της θάλασσας δεν έχει παντού την ίδια θερμοκρασία. Όσο πιο βαθιά κατεβαίνουμε, τόσο πιο κρύο γίνεται το νερό. Ένα ωκεανογραφικό σκάφος κάνει μετρήσεις θερμοκρασίας σε διάφορα βάθη στο βόρειο Αιγαίο, με τα εξής αποτελέσματα:

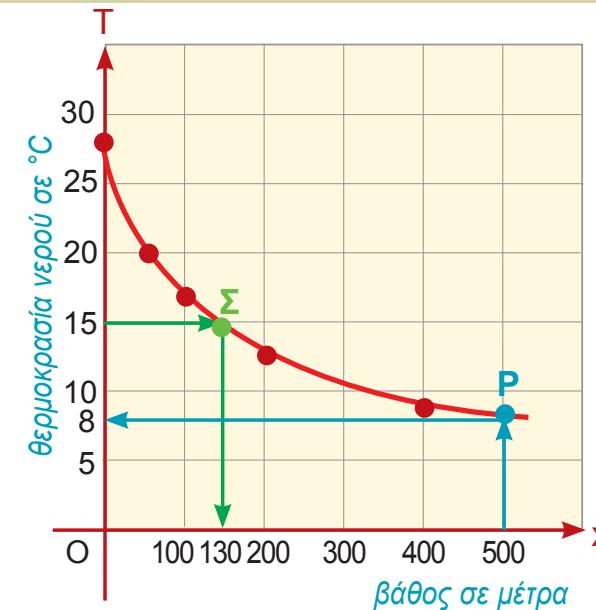
x	0	50	100	200	400
T	28	20	17	12	9

όπου  $T$  είναι η θερμοκρασία (σε βαθμούς Κελσίου) η οποία μεταβάλλεται ως συνάρτηση του βάθους  $x$  (σε μέτρα).

- α) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.
- β) Να χρησιμοποιήσετε τη γραφική παράσταση για να εκτιμήσετε τη θερμοκρασία του νερού σε βάθος 500 μέτρων.
- γ) Σε ποιο βάθος από την επιφάνεια της θάλασσας η θερμοκρασία είναι  $15^{\circ}\text{C}$ ;

**Λύση:**

- α) Σ' ένα σύστημα αξόνων τοποθετούμε τα σημεία με συντεταγμένες  $(0, 28)$ ,  $(50, 20)$ ,  $(100, 17)$ ,  $(200, 12)$  και  $(400, 9)$ . Χρησιμοποιούμε ένα μη ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Στον άξονα  $x'$  η μονάδα μέτρησης αντιστοιχεί σε 100 μέτρα, ενώ στον άξονα  $y'$  η μονάδα μέτρησης αντιστοιχεί σε θερμοκρασία  $5^{\circ}\text{C}$ . Στη συνέχεια, ενώνουμε με μία καμπύλη τα σημεία αυτά.
- β) Για να βρούμε τη θερμοκρασία του νερού σε βάθος 500 μέτρων, από το σημείο με τετμημένη 500 του άξονα  $x'$  φέρνουμε ευθεία παράλληλη στον άξονα  $y'$ , που τέμνει τη γραφική παράσταση στο σημείο  $P$ . Στη συνέχεια, από το  $P$  φέρνουμε παράλληλη προς τον άξονα  $x'$ , που τέμνει τον άξονα  $y'$  στο σημείο με τεταγμένη (περίπου) 8. Άρα, η θερμοκρασία σε βάθος  $x = 500$  m είναι (περίπου)  $T = 8^{\circ}\text{C}$ .
- γ) Για να βρούμε σε ποιο βάθος η θερμοκρασία είναι  $15^{\circ}\text{C}$ , φέρνουμε από το σημείο με τεταγμένη 15 του άξονα  $y'$  παράλληλη προς τον άξονα  $x'$  που τέμνει τη γραφική παράσταση στο σημείο  $S$ . Στη συνέχεια, από το  $S$  φέρνουμε παράλληλη προς τον άξονα  $y'$ , που τέμνει τον άξονα  $x'$  στο σημείο με τετμημένη (περίπου) 130 m. Άρα, η θερμοκρασία είναι  $15^{\circ}\text{C}$  σε βάθος (περίπου)  $x = 130$  m.

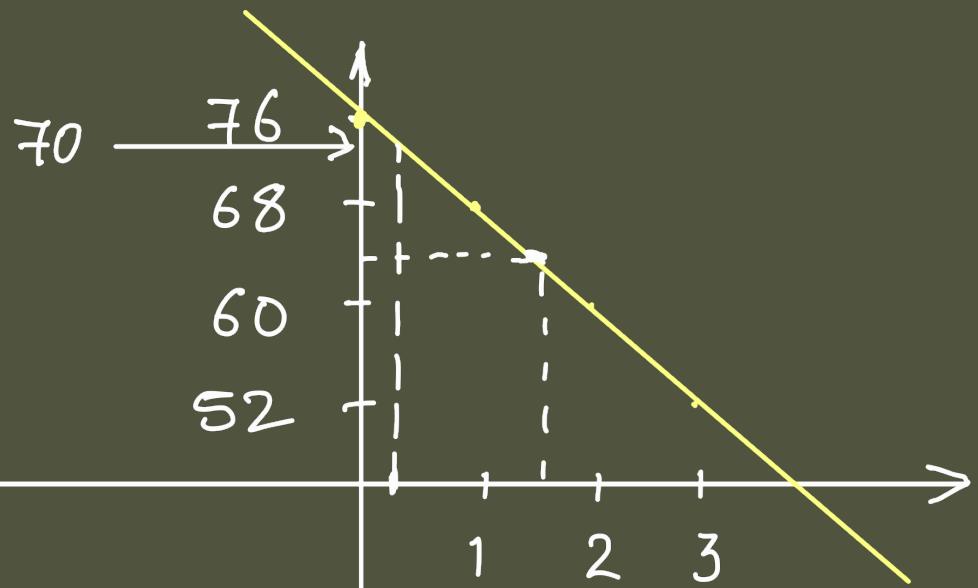


8

Η πίεση  $P$  (σε cm Hg) του αέρα ως συνάρτηση του ύψους  $h$  από το έδαφος φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Ύψος $h$ σε χιλιόμετρα	0	1	2	3
Πίεση $P$ σε cm Hg	76	68	60	52

- α) Να κατασκευάσετε σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.
- β) Ποια είναι η πίεση σε ύψος 1,5 km από το έδαφος;
- γ) Σε ποιο ύψος η πίεση είναι περίπου ίση με 70 cm Hg;



β) Η πίεση σε ύψος 1,5 km από το

έδαφος είναι 64 cm Hg.

γ) 70 cm Hg αντιστοιχεῖ σε ύψος 200 m.

9

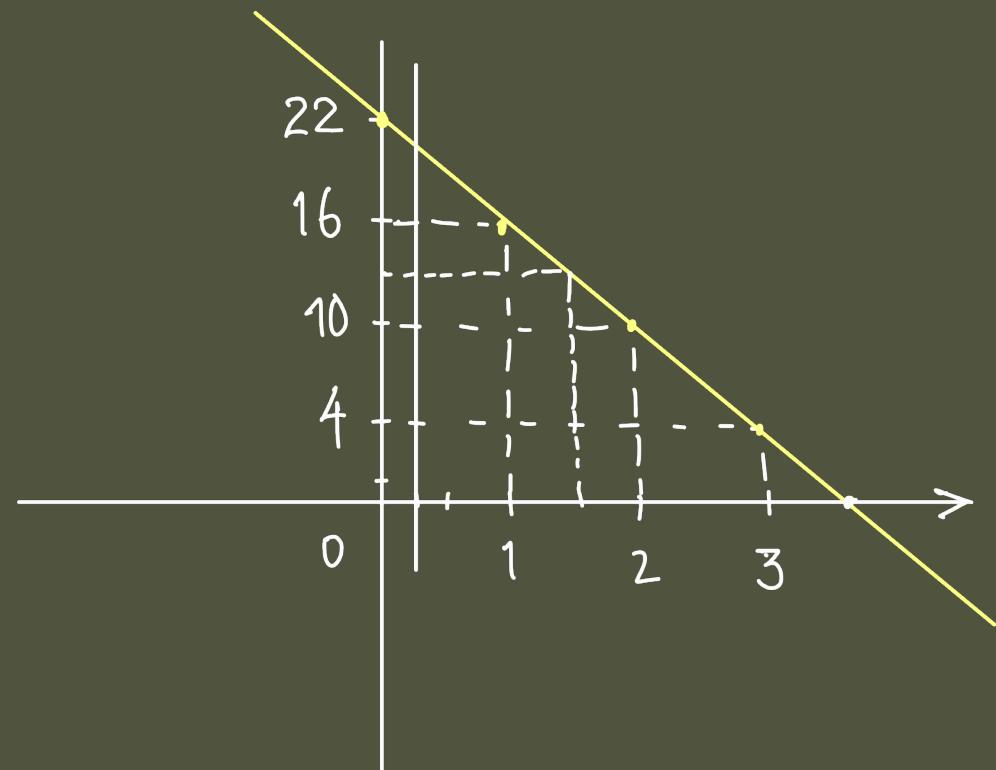
Η θερμοκρασία  $T$  του αέρα ως συνάρτηση του ύψους  $h$  φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Ύψος $h$ σε χιλιόμετρα	0	1	2	3
Θερμοκρασία $T$ σε $^{\circ}\text{C}$	22	16	10	4

- a) Να κατασκευάσετε σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.
- β) Πόση περίπου είναι η θερμοκρασία του αέρα σε ύψος 500 μέτρων;
- γ) Σε ποιο ύψος η θερμοκρασία του αέρα είναι περίπου  $12^{\circ}\text{C}$ ;

β) Απ' ότι φαίνεται από το σχήμα η θερμοκρασία στα 500m είναι  $19^{\circ}\text{C}$ .

a)



γ) Θέλω  $T = 12^{\circ}\text{C}$ .

10

Όταν ένα σώμα (π.χ. μια μπάλα) πέφτει από ένα ψηλό σημείο (π.χ. από τον τελευταίο όροφο ενός ουρανοξύστη ύψους 100 m) δεν κινείται ομαλά (με σταθερή ταχύτητα), αλλά εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση. Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται η απόσταση  $x$  που διανύει το σώμα ως συνάρτηση του χρόνου  $t$ .

$t(s)$	0	1	2	3	4
$x(m)$	0	5	20	45	80

Να κατασκευάσετε σε ορθογώνιο σύστημα τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.

