

Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου

Μάθημα 7 - Πράξεις με πολυώνυμα II

4

Να αποδείξετε τις ισότητες:

α) $(x^2 - 4x + 4)(x^2 + 4x + 4) - x^2(x^2 - 8) - 16 = 0$

β) $(3\alpha + 8\beta)(\beta - \alpha) - (\alpha + 2\beta)(\beta - 3\alpha) = 6\beta^2$

α) Αφού θέλω να αποδείξω την ισότητα, τότε αρκεί να πάρω το πρώτο μέλος (το αριστερό) και να δείξω ότι κάνει μηδέν

$$(x^2 - 4x + 4)(x^2 + 4x + 4) - x^2(x^2 - 8) - 16 =$$

$$\cancel{x^4} + \cancel{4x^3} + \cancel{4x^2} - \cancel{4x^3} - \cancel{16x^2} - \cancel{16x} + \cancel{4x^2} + \cancel{16x} + \cancel{16} - \cancel{x^4} + \cancel{8x^2} - \cancel{16} = 0$$

β) $(3\alpha + 8\beta)(\beta - \alpha) - (\alpha + 2\beta)(\beta - 3\alpha) =$

$$3\alpha\beta - 3\alpha^2 + 8\beta^2 - 8\alpha\beta - (\alpha\beta - 3\alpha^2 + 2\beta^2 - 6\alpha\beta) =$$

$$\underline{3\alpha\beta} - \cancel{3\alpha^2} + 8\beta^2 - \underline{8\alpha\beta} - \underline{\alpha\beta} + \cancel{3\alpha^2} - 2\beta^2 + \underline{6\alpha\beta} = 6\beta^2$$

5 Αν $P(x) = -2x^2 + 5x - 3$ και $Q(x) = 4x - 5$, να βρείτε τα πολυώνυμα:

α) $P(x) \cdot Q(x)$ β) $P(x) \cdot [-3Q(x) + 11x - 12]$ γ) $[P(x) - 2] \cdot [Q(x) + 3]$

$$\begin{aligned}\alpha) \quad P(x) \cdot Q(x) &= (-2x^2 + 5x - 3) \cdot (4x - 5) = \\ &= -8x^3 + 10x^2 + 20x^2 - 25x - 12x + 15 \\ &= -8x^3 + 30x^2 - 37x + 15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta) \quad P(x) \cdot [-3Q(x) + 11x - 12] &= (-2x^2 + 5x - 3) \cdot [-3(4x - 5) + 11x - 12] \\ &= (-2x^2 + 5x - 3) \cdot (-12x + 15 + 11x - 12) \\ &= (-2x^2 + 5x - 3) \cdot (-x + 3) \\ &= 2x^3 - 6x^2 - 5x^2 + 15x + 3x - 9 \\ &= 2x^3 - 11x^2 + 18x - 9\end{aligned}$$

5 Αν $P(x) = -2x^2 + 5x - 3$ και $Q(x) = 4x - 5$, να βρείτε τα πολυώνυμα:

α) $P(x) \cdot Q(x)$ β) $P(x) \cdot [-3Q(x) + 11x - 12]$ γ) $[P(x) - 2] \cdot [Q(x) + 3]$

$$\begin{aligned}\gamma) \quad [P(x) - 2] \cdot [Q(x) + 3] &= (-2x^2 + 5x - 3 - 2) \cdot (4x - 5 + 3) \\ &= (-2x^2 + 5x - 5) \cdot (4x - 2) \\ &= -8x^3 + 4x^2 + 20x^2 - 10x - 20x + 10 \\ &= -8x^3 + 24x^2 - 30x + 10\end{aligned}$$