

Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

Μάθημα 3 - Δυνάμεις

$$\begin{aligned}
 (2 \cdot 7)^6 &= (2 \cdot 7)(2 \cdot 7)(2 \cdot 7)(2 \cdot 7)(2 \cdot 7)(2 \cdot 7) \\
 &= (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)(7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) = \\
 &= 2^6 \cdot 7^6
 \end{aligned}$$



Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

$$(a \cdot b)^v = a^v \cdot b^v$$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{2}{9}\right)^5 &= \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{9} = \\
 &= \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9} = \frac{2^5}{9^5}
 \end{aligned}$$



Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^v = \frac{a^v}{b^v}$$

$$\begin{aligned}
 (8^3)^7 &= 8^3 \cdot 8^3 \cdot 8^3 \cdot 8^3 \cdot 8^3 \cdot 8^3 \cdot 8^3 = \\
 &= 8^{3+3+3+3+3+3+3} = \\
 &= 8^{7 \cdot 3} = 8^{21}
 \end{aligned}$$



Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

$$(a^\mu)^v = a^{\mu v}$$

Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με μονάδα.

$$a^0 = 1$$

Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη αρνητικό είναι ίση με κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

Επειδή τα $\frac{a}{b}$ και $\frac{b}{a}$ είναι αντίστροφοι αριθμοί,

όπως και τα a και $\frac{1}{a}$ στην προηγούμενη σχέση, εξάγουμε το συμπέρασμα ότι ισχύει:

$$a^{-v} = \frac{1}{a^v} = \left(\frac{1}{a}\right)^v$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-v} = \left(\frac{b}{a}\right)^v$$

Να γίνουν μία δύναμη: $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 =$ $2^7 : (2^3 \cdot 2) =$ $[(-3)^7 : (-3)^5] \cdot [(-3)^4 : (-3)] =$ $2^3 + 2^4 = ?$

$$(3^2)^4 : 3^5 = 7 \cdot 7^2 \cdot 7^3 = \frac{9^3}{9} = \left((3^2)^3 \right)^4 =$$

$$2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 = 2^{2+3+4} = 2^{10}$$

$$2^7 : (2^3 \cdot 2) = 2^7 : 2^{3+1} = 2^7 : 2^4 = 2^{7-4} = 2^3$$

$$[(-3)^7 : (-3)^5] \cdot [(-3)^4 : (-3)] = [(-3)^{7-5}] \cdot [(-3)^{4-1}] = (-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5 = -3^5$$

$$2^3 + 2^4 = \text{εδώ δεν μπορώ να εφαρμόσω κάποια ιδιότητα οπότε το υπολογίζω κανονικά :}$$

$$= 8 + 16 = 24.$$

$$(3^2)^4 : 3^5 = 3^{2 \cdot 4} : 3^5 = 3^8 : 3^5 = 3^{8-5} = 3^3$$

$$7 \cdot 7^2 \cdot 7^3 = 7^{1+2+3} = 7^6$$

$$\frac{9^3}{9} = 9^{3-1} = 9^2$$

$$\left[(3^2)^3 \right]^4 = \left[3^{2 \cdot 3} \right]^4 = (3^6)^4 = 3^{24}$$

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $(-2)^{-2} + (-2)^{-1} + (-2)^0 + (-2)^1 + (-2)^2 =$

β) $(-1)^{-2} + (-1)^{-1} + (-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2 =$

$$\alpha) (-2)^{-2} + (-2)^{-1} + (-2)^0 + (-2)^1 + (-2)^2 =$$
$$\frac{1}{(-2)^2} + \frac{1}{(-2)^1} + 1 + (-2) + 2^2 =$$

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{-2} + 1 - 2 + 4 =$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 - 2 + 4 =$$

$$\underbrace{\frac{1}{4}}_1 - \underbrace{\frac{2}{2}}_1 + \underbrace{\frac{4}{3}}_3 = \frac{1 - 2 + 12}{4} = \frac{11}{4}$$

$$\beta) (-1)^{-2} + (-1)^{-1} + (-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2 =$$
$$\frac{1}{(-1)^2} + \frac{1}{(-1)^1} + 1 + (-1) + 1^2 =$$

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{-1} + 1 - 1 + 1 =$$

$$\cancel{1} - \cancel{1} + \cancel{1} - \cancel{1} + 1 = 1$$