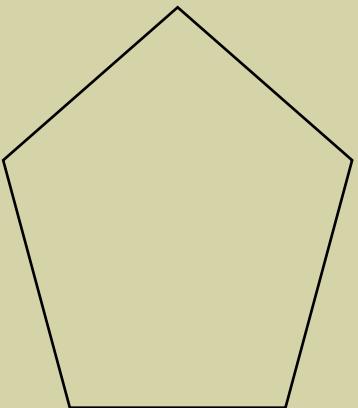


# Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

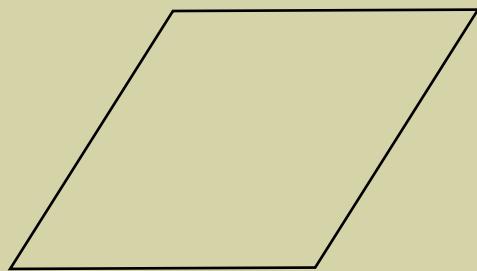
## 3.2 - Κανονικά πολύγωνα

## $n$ -γωνα

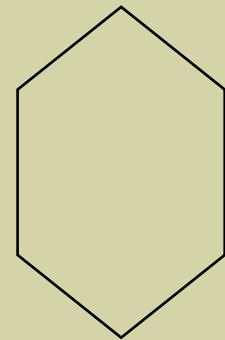
Ένα πολύγωνο με  $n$  κορυφές θα το λέμε  $n$ -γωνο



5-γωνο



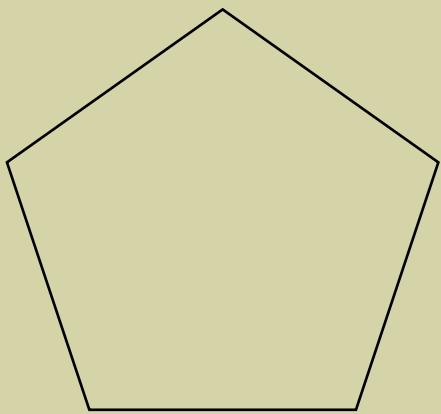
Προσοχή! Τετράπλευρο



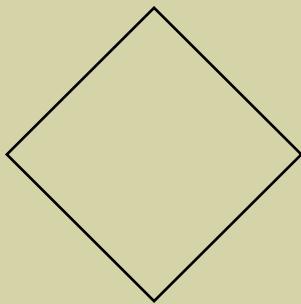
6-γωνο

**Κανονικά πολύγωνα:** λέγονται τα πολύγωνα που έχουν όλες τις πλευρές τους ίσες.

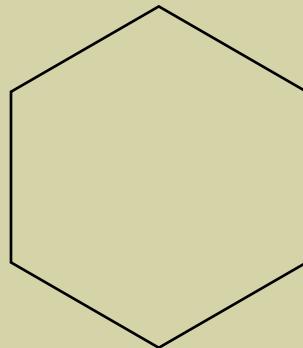
## Κανονικά πολύγωνα



Κανονικό 5-γωνο



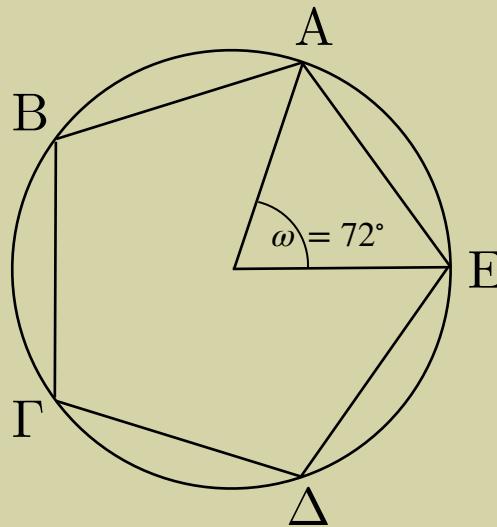
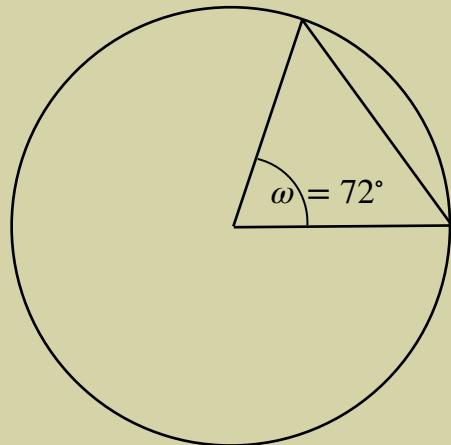
Τετράγωνο



Κανονικό εξάγωνο

**Κανονικά πολύγωνα:** λέγονται τα πολύγωνα που έχουν όλες τις πλευρές τους ίσες.

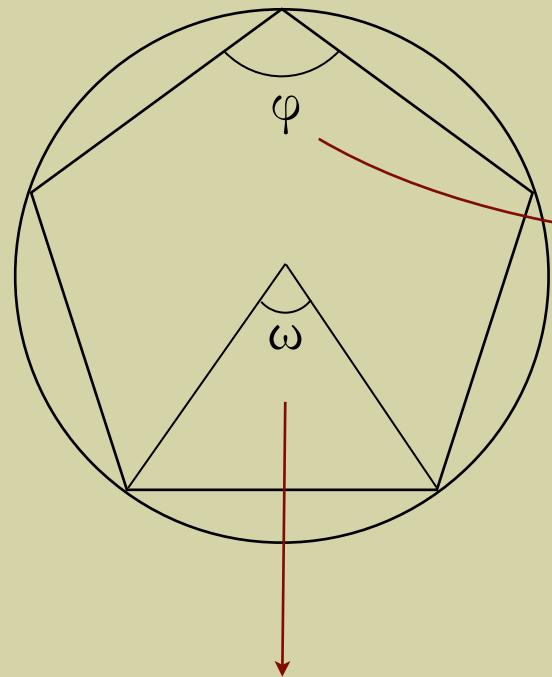
## Κατασκευή κανονικού πολυγώνου



Πρώτα χωρίζουμε τον κύκλο σε ν ίσα κομμάτια. Κάθε κομμάτι έχει επίκεντρη γωνία ίση με  $\frac{360^\circ}{\nu}$

Έστω λοιπόν ότι θέλουμε να φτιάξουμε ένα 5-γωνο. Τότε κάθε κομμάτι θα έχει επίκεντρη γωνία  $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

## Περιγεγραμένος κύκλος



Περνάει από όλες τις κορυφές του κανονικού πολυγώνου

$$\text{γωνία πολυγώνου} \quad \varphi = 180^\circ - \omega$$

Κεντρική γωνία  $\omega = \frac{360^\circ}{\nu}$  όπου  $\nu$  το πλήθος των πλευρών του

## ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

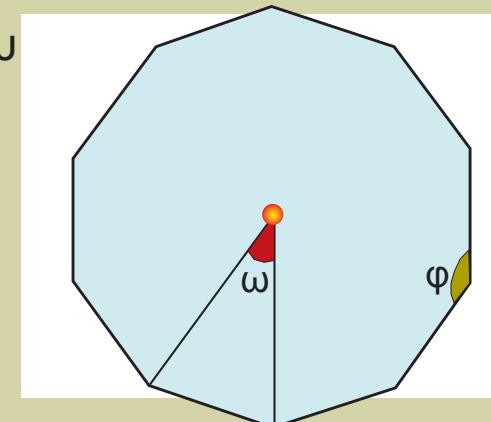
- a) Να βρείτε τη γωνία του κανονικού δεκαγώνου.
- β) Να βρείτε ποιο κανονικό πολύγωνο έχει γωνία  $162^\circ$ .

**Λύση:** α) Αν ονομάσουμε  $\varphi$  τη γωνία του κανονικού δεκαγώνου και  $\omega$  την κεντρική του γωνία, έχουμε:

$$\varphi = 180^\circ - \omega = 180^\circ - \frac{360^\circ}{10} = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ.$$

β) Ισχύει ότι:  $\varphi = 180^\circ - \omega$  ή  $162^\circ = 180^\circ - \frac{360^\circ}{v}$  ή

$$\frac{360^\circ}{v} = 180^\circ - 162^\circ \quad \text{ή} \quad \frac{360^\circ}{v} = 18^\circ \quad \text{ή} \quad v = \frac{360}{18} \quad \text{ή} \quad v = 20.$$



Δηλαδή, το κανονικό εικοσάγωνο έχει γωνία  $\varphi = 162^\circ$ .

# ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1.

Στον παρακάτω πίνακα να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

		A	B	Γ
α)	Η κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου είναι:	$120^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$
β)	Η κεντρική γωνία κανονικού δωδεκάγωνου είναι:	$120^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$
γ)	Η κεντρική γωνία κανονικού πεντάγωνου είναι:	$52^\circ$	$72^\circ$	$132^\circ$
δ)	Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία $36^\circ$ . Το πλήθος των πλευρών του είναι:	6	$10$	12
ε)	Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία $10^\circ$ . Το πλήθος των πλευρών του είναι:	12	24	$36$

2.

Στον παρακάτω πίνακα να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

		A	B	Γ
α)	Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία $40^\circ$ . Η γωνία του πολυγώνου είναι:	$50^\circ$	$90^\circ$	$140^\circ$
β)	Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία $72^\circ$ . Η γωνία του πολυγώνου είναι:	$108^\circ$	$18^\circ$	$172^\circ$
γ)	Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία $30^\circ$ . Η γωνία του πολυγώνου είναι:	$150^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

3. Στον παρακάτω πίνακα να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

		A	B	Γ
Ένα κανονικό πολύγωνο έχει 15 πλευρές.	α) Η κεντρική του γωνία είναι:	15°	24°	30°
	β) Η γωνία του πολυγώνου είναι:	24°	156°	72°
Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι $150^\circ$	γ) Η κεντρική του γωνία είναι:	15°	24°	30°
	δ) Το πλήθος των πλευρών του είναι:	15	12	8
Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι $135^\circ$	ε) Η κεντρική του γωνία είναι:	35°	45°	65°
	στ) Το πλήθος των πλευρών του είναι:	8	12	18

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1 Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες.

πλήθος πλευρών	γωνία κανονικού πολυγώνου	κεντρική γωνία
3	60°	120°
5	108°	72°
6	120°	60°
10	144°	36°

$$\varphi = 180^\circ - \omega$$

$$\omega = \frac{360^\circ}{\nu}$$

κεντρική γωνία	γωνία κανονικού πολυγώνου
15°	165°
30°	150°
72°	108°
20°	160°

2

Σε κανονικό πολύγωνο η γωνία του είναι τετραπλάσια της κεντρικής του γωνίας.  
Να βρείτε τον αριθμό των πλευρών του πολυγώνου.

Έστω  $\varphi$  η γωνία του και  $\omega$  η κεντρική του γωνία.

$$\varphi = 3\omega$$

Τέρασμε όμως ότι  $\omega = \frac{360^\circ}{v}$  και ότι  $\omega + \varphi = 180^\circ$

Άρα  $\frac{360^\circ}{v} + 3\omega = 180^\circ \Rightarrow \frac{360^\circ}{v} + 3 \cdot \frac{360^\circ}{v} = 180^\circ$

$$\stackrel{\div 180^\circ}{\Rightarrow} \frac{2}{v} + \frac{3 \cdot 2}{v} = 1 \Rightarrow \frac{2+6}{v} = 1 \Rightarrow \frac{8}{v} = 1 \Rightarrow v = 8$$

3

Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία  $\omega$  και τη γωνία  $\varphi$  ενός κανονικού εξαγώνου και να επαληθεύσετε ότι:  $\omega + \varphi = 180^\circ$ .

$$r = 6 \quad , \quad \omega = \frac{360^\circ}{6} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

άρα  $\varphi = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

4

Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι τα  $\frac{5}{3}$  της ορθής. Να βρείτε τον αριθμό των πλευρών του πολυγώνου.

$$\varphi = \frac{5}{3} \cdot 90^\circ = \frac{450^\circ}{3} = 150^\circ. \quad \text{άρα} \quad \omega = 30^\circ$$

οπότε  $\frac{360^\circ}{\gamma} = 30^\circ \Rightarrow \gamma = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$ .

5 Να εξετάσετε αν υπάρχει κανονικό πολύγωνο:

- α) με κεντρική γωνία  $\omega = 16^\circ$ .
- β) με γωνία  $\varphi = 130^\circ$ .

$$\alpha) \text{ Av } \omega = 16^\circ \text{ τότε} \quad \frac{360^\circ}{\gamma} = 16^\circ \Rightarrow \gamma = \frac{360^\circ}{16} = 22,5$$

Που δεν είναι στροφήγιος αριθμός

Άρα δεν υπάρχει τέτοιο πολύγωνο

$$\beta) \text{ Av } \varphi = 130^\circ, \text{ τότε } \omega = 50^\circ \text{ άρα} \quad \frac{360^\circ}{\gamma} = 50^\circ \Rightarrow \gamma = \frac{360^\circ}{50} = 7,2$$

Που δεν είναι φυσικός αριθμός, άρα δεν υπάρχει τέτοιο

πολύγωνο

7

Ποιο κανονικό πολύγωνο έχει γωνία ίση με την κεντρική του γωνία;

Αναζητώ τέτοιο πολύγωνο, ώστε  $\varphi = \omega$  αλλα επειδή<sup>.</sup>  
 $\varphi + \omega = 180^\circ$ , τότε  
 αναγκαστικά  $\varphi = \omega = 90^\circ$ . Αρα το τετράγωνο είναι  
 η απάνθιση