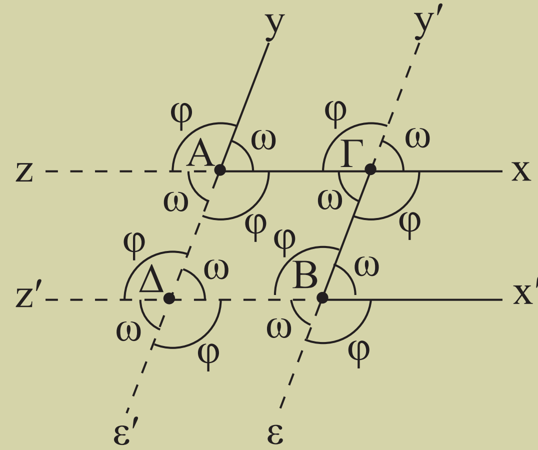
# Γεωμετρία Α’ Λυκείου

## 4.4 - Γωνίες με πλευρές παράλληλες

## 4.4 Γωνίες με πλευρές παράλληλες

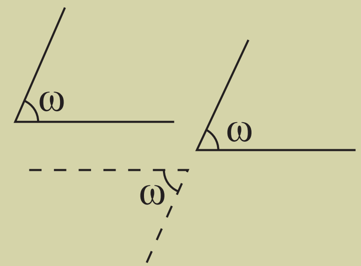
Ας θεωρήσουμε δύο γωνίες $x\hat{A}y$ και $x'\hat{B}y'$ με $Ax//Bx'$ και $Ay//By'$, δηλαδή δύο γωνίες που έχουν τις πλευρές τους, μία προς μία παράλληλες. Αν προεκτείνουμε τις $Bx'$ και $By'$ θα τέμνουν τις $Ax$ και $Ay$ στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα. Έτσι όλες οι γωνίες του σχήματος 10 λόγω των παραλλήλων θα είναι ίσες με ω ή φ.



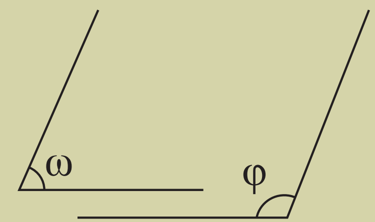

Σχήμα 10

Παρατηρούμε ότι:

- Αν και οι **δύο γωνίες** είναι **οξείες** (σχ.11), είναι ίσες.
- Αν και οι **δύο γωνίες** είναι **αμβλείες** (σχ.12), είναι ίσες.
- Αν η μία γωνία είναι **οξεία** και η άλλη **αμβλεία** (σχ.13), είναι παραπληρωματικές.



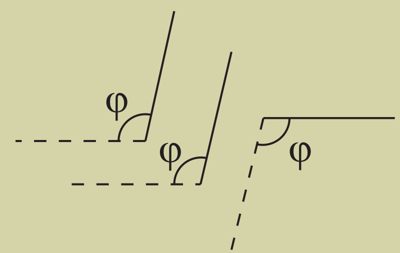

Σχήμα 11




Σχήμα 13

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι:

**Δύο γωνίες που έχουν τις πλευρές τους παράλληλες, μία προς μία, είναι ίσες αν είναι και οι δύο οξείες ή αμβλείες, ενώ είναι παραπληρωματικές αν η μία γωνία είναι οξεία και η άλλη αμβλεία.**



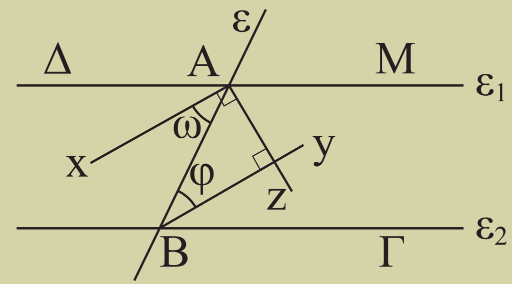

Σχήμα 12

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

**Έστω $\varepsilon_1$ και $\varepsilon_2$ δύο παράλληλες που τέμνονται από ευθεία ε.**

**Να αποδειχθεί ότι**

**i) Οι διχοτόμοι δύο εντός εναλλάξ γωνιών είναι παράλληλες.**




Σχήμα 14

**ii) Οι διχοτόμοι δύο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνιών είναι κάθετες.**

## Απόδειξη

i) Έστω Αx, Βy οι διχοτόμοι των γωνιών $\Delta\hat{A}B$ και $A\hat{B}\Gamma$ αντίστοιχα.

Τότε $\omega = \dfrac{\Delta\hat{A}B}{2}$ και $\varphi = \dfrac{A\hat{B}\Gamma}{2}$. Αλλά $\Delta\hat{A}B = A\hat{B}\Gamma$ (ως εντός εναλλάξ).

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι $\omega = \varphi$. Οι ω και φ όμως είναι εντός εναλλάξ γωνίες των ευθειών Αx και Βy με τέμνουσα την ΑΒ. Άρα Αx//Βy.

ii) Αν Αz διχοτόμος της $M\hat{A}B$, τότε $Az \perp Ax$ (ως διχοτόμοι εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών). Αφού Αx//Βy, θα είναι και $Az \perp By$.