

# Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου

1.9 Ρητές Αλγεβρικές Παραστάσεις

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

1. Ποια είναι η τιμή της παράστασης  $\frac{x^3 + 4}{x - 1}$  για  $x = 0$ ;

Μπορείτε να βρείτε την τιμή της παράστασης για  $x = 1$ ;

2. Ποιο από τα παρακάτω κλάσματα απλοποιείται;

$$\frac{6 \cdot 2 + 7}{3 \cdot 2}, \quad \frac{6 \cdot 2 \cdot 7}{3 + 2}, \quad \frac{6 \cdot 2 \cdot 7}{3 \cdot 2}$$

3. Ποια από τις παρακάτω παραστάσεις απλοποιείται;

$$\frac{6x + y}{3x}, \quad \frac{6xy}{3 + x}, \quad \frac{6xy}{3x}$$

Μια αλγεβρική παράσταση (π.χ.  $\frac{x^3 + 4}{x - 1}$ ,  $\frac{xy\omega}{x + y}$ ,  $\frac{2}{x^2 + 4}$ ) που είναι κλάσμα και οι όροι του είναι πολυώνυμα, λέγεται **ρητή αλγεβρική παράσταση** ή απλώς **ρητή παράσταση**. Οι μεταβλητές μιας ρητής παράστασης δεν μπορούν να πάρουν τιμές που μηδενίζουν τον παρονομαστή της, αφού δεν ορίζεται κλάσμα με παρονομαστή μηδέν.

Για παράδειγμα, η παράσταση  $\frac{x^3 + 4}{x - 1}$  ορίζεται, αν  $x \neq 1$ .

Στη συνέχεια, όταν γράφουμε μια ρητή παράσταση, θα εννοείται ότι οι μεταβλητές της δεν παίρνουν τιμές που μηδενίζουν τον παρονομαστή.

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Για ποιες τιμές των μεταβλητών τους ορίζονται οι παραστάσεις;

a)  $\frac{x^2 + 7x + 2}{x}$

β)  $\frac{x^2 + 6}{x + 2}$

γ)  $\frac{x^2 + y^2}{x - y}$

*Λύση*

α) Η παράσταση  $\frac{x^2 + 7x + 2}{x}$  ορίζεται, αν η μεταβλητή  $x$  παίρνει τιμές που δε μηδενίζουν τον παρονομαστή, δηλαδή για  $x \neq 0$ .

β) Ομοίως η παράσταση  $\frac{x^2 + 6}{x + 2}$  ορίζεται, αν  $x + 2 \neq 0$ , δηλαδή για  $x \neq -2$ .

γ) Η παράσταση  $\frac{x^2 + y^2}{x - y}$  ορίζεται, αν οι μεταβλητές  $x, y$  παίρνουν τιμές, τέτοιες ώστε  $x - y \neq 0$ , δηλαδή για  $x \neq y$ .

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1

Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε παράσταση της στήλης Α τις τιμές της μεταβλητής της από τη στήλη Β, για τις οποίες ορίζεται.

| Στήλη Α                 | Στήλη Β                       |
|-------------------------|-------------------------------|
| a. $\frac{1}{x}$        | 1. $x \neq 1$                 |
| β. $\frac{x-1}{x+1}$    | 2. $x \neq 0$ και $x \neq 1$  |
| γ. $\frac{x}{x^2 - 1}$  | 3. $x \neq -1$                |
| δ. $\frac{2(x-1)}{x-1}$ | 4. $x \neq 1$ και $x \neq -1$ |
| ε. $\frac{3}{x^2 + 1}$  | 5. οποιοσδήποτε αριθμός       |
|                         | 6. $x \neq 0$                 |

| a | β | γ | δ | ε |
|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1 Να βρείτε τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{1}{x-4}$$

$$\beta) \frac{y+3}{2y-5}$$

$$\gamma) \frac{\omega-2}{(\omega+1)^2}$$

$$\delta) \frac{6x+1}{x(x-3)}$$

$$\alpha) x-4 \neq 0, \quad x \neq 4$$

$$\beta) 2y-5 \neq 0 \quad 2y \neq 5 \quad y \neq \frac{5}{2}$$

$$\gamma) (\omega+1)^2 \neq 0 \quad \omega \neq -1$$

$$\delta) x(x-3) \neq 0 \quad x \neq 0 \text{ και } x-3 \neq 0, \quad x \neq 3$$

### **Ασκήσεις:**

1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των κλασμάτων:

$$\alpha) \frac{x+5}{3} \quad \beta) \frac{x+2}{x-3} \quad \gamma) \frac{x^2+5}{2x+8} \quad \delta) \frac{3+x}{x^2-4} \quad \varepsilon) \frac{5x}{x^2+2} \quad \sigma\tau) \frac{x+1821}{x^3-9x}.$$

Απλοποίηση ρητών παραστάσεων

Όπως μια αριθμητική παράσταση, έτσι και μια ρητή παράσταση, μπορεί να απλοποιηθεί, αν ο αριθμητής και ο παρονομαστής της είναι γινόμενα και έχουν κοινό παράγοντα.

Έτσι, η παράσταση  $\frac{6x + y}{3x}$  δεν απλοποιείται, ενώ η παράσταση  $\frac{6xy}{3x}$  απλοποιείται, γιατί οι όροι της είναι γινόμενα και έχουν κοινό παράγοντα το  $3x$ . Αν διαιρέσουμε και τους δύο

$$\text{όρους με τον κοινό παράγοντα, έχουμε } \frac{6xy}{3x} = \frac{6xy : 3x}{3x : 3x} = \frac{2y}{1} = 2y$$

Η προηγούμενη απλοποίηση γίνεται συντομότερα, αν διαγράψουμε τον κοινό παράγοντα,

$$\text{οπότε έχουμε } \frac{6xy}{3x} = \frac{3x \cdot 2y}{3x} = 2y$$

Αν όμως σε μια ρητή παράσταση ο αριθμητής ή ο παρονομαστής δεν είναι γινόμενο, τότε για να την απλοποιήσουμε εργαζόμαστε ως εξής:

- Παραγοντοποιούμε και τους δύο όρους της και
- Διαγράφουμε τους κοινούς παράγοντες των όρων της.

Για παράδειγμα, η παράσταση  $\frac{5x - 10}{x^2 - 4}$  απλοποιείται ως εξής:

$$\frac{5x - 10}{x^2 - 4} = \frac{5(x - 2)}{x^2 - 2^2} = \frac{5(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{5}{x + 2}$$

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

2

Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$\text{a) } \frac{12x^3y\omega^2}{8xy^3}$$

$$\text{β) } \frac{3x^2 - 3}{6x^2 - 6x}$$

$$\text{γ) } \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^3 - y^3}$$

*Λύση*

α) Στην παράσταση  $\frac{12x^3y\omega^2}{8xy^3}$  και οι δύο όροι της είναι γινόμενα, οπότε έχουμε

$$\frac{12x^3y\omega^2}{8xy^3} = \frac{3x^2\omega^2}{2y^2}$$

β) Παραγοντοποιούμε και τους δύο όρους της παράστασης και έχουμε

$$\frac{3x^2 - 3}{6x^2 - 6x} = \frac{3(x^2 - 1)}{6x(x - 1)} = \frac{3(x - 1)(x + 1)}{6x(x - 1)} = \frac{x + 1}{2x}$$

γ) Ομοίως έχουμε  $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^3 - y^3} = \frac{(x - y)^2}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} = \frac{x - y}{x^2 + xy + y^2}$

Να απλοποιηθούν τα κλάσματα:

$$\frac{12}{15}, \quad \frac{3\alpha}{2\alpha}, \quad \frac{6\alpha\beta^2}{3\alpha\beta}, \quad \frac{8x^2y^3}{4x^2y^2}, \quad \frac{x^4-x^3}{x^3-x^2}, \quad \frac{x^2-4}{x^2-2x}, \quad \frac{x^3-9x}{x+3}$$

$$\frac{12}{15} = \frac{\cancel{3}\cdot 4}{\cancel{3}\cdot 5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\cancel{3}\cancel{x}}{\cancel{2}\cancel{x}} = \frac{3}{2} \quad \text{με } \alpha \neq 0$$

$$\frac{\cancel{6}\cancel{\alpha}\beta^2}{\cancel{3}\cancel{\alpha}\beta\cancel{\beta}} = 2\beta \quad \text{με } \alpha \neq 0$$

$$\frac{\cancel{8}\cancel{x}^3y^3}{\cancel{4}\cancel{x}^2\cancel{y}^2} = 2y \quad \text{με } x^2y^2 \neq 0$$

$$\frac{x^4-x^3}{x^3-x^2} = \frac{\cancel{x}(x-1)}{\cancel{x}^2(x-1)} = x \quad \text{με } x^3-x^2 \neq 0 \Rightarrow x^2(x-1) \neq 0$$

$x^2 \neq 0$  και  $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$  και  $x \neq 1$ .

$$\frac{x^2-4}{x^2-2x} = \frac{(x-2)(x+2)}{x(\cancel{x-2})} = \frac{x+2}{x} \quad \text{με } x^2-2x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \text{ και } x \neq 2.$$

$$\frac{x^3-9x}{x+3} = \frac{x(x^2-9)}{x+3} = \frac{x(x-3)(x+3)}{\cancel{x+3}} = x(x-3)$$

Να χαρακτηρίσετε τις απλοποιήσεις με  $\Sigma$  ή  $\Lambda$ :

$$\frac{\alpha + \beta}{\beta} = \alpha, \quad \frac{\alpha + \beta}{\beta + \beta} = \frac{\alpha}{\beta}, \quad \frac{\alpha^2 + 2}{\alpha} = \alpha + 2, \quad \frac{(\alpha - \beta)^2}{\alpha - \beta} = \alpha - \beta$$

Λάθος αφού

δεν είναι

χινόμενο σων

αριθμητή

Λάθος αφού δεν

είναι χινόμενο

σων αριθμ. και

σων παρανομ.

Λάθος, δεν

είναι χινόμενο

σων αριθμητή.

Σωστό.

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

2

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με ( $\Sigma$ ), αν είναι σωστές ή με ( $\Lambda$ ), αν είναι λανθασμένες.

$$\text{a) } \frac{x^2 + 1}{x} = x + 1$$

$\Lambda$

$$\text{β) } \frac{x(x+1)}{x} = x + 1$$

$\Sigma$

$$\text{γ) } \frac{(x+2)(\cancel{x+1})}{4(\cancel{x+1})} = \frac{x+2}{4}$$

$\Sigma$

$$\text{δ) } \frac{x+2(\cancel{x+1})}{4(\cancel{x+1})} = \frac{x+2}{4}$$

$\Lambda$

$$\text{ε) } \frac{x^2 - y^2}{x - y} = x + y$$

$\Sigma$

$$\text{στ) } \frac{(x-y)^2}{\cancel{x-y}} = x + y$$

$\Lambda$

3 Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες:

$$\alpha) \frac{7x}{x(x-2)} = \frac{7}{x-2}$$

$$\beta) \frac{(a + \beta)(\cancel{ax - \beta})}{(a - \beta)(\cancel{ax + \beta})} = 1$$

$$\gamma) \frac{x(x + 1)}{\cancel{x+1}} = x$$

$$\delta) \frac{x(x + 1)}{\cancel{x}} = x + 1$$

$$\varepsilon) \frac{2(\alpha + \beta)}{2(a + \beta)^2} = \frac{1}{a + \beta}$$

$$\sigma) \frac{3(x + 2)}{\cancel{(x+2)^2}} = \frac{3}{x + 2}$$

4 Ένας μαθητής για να βρει τις τιμές της μεταβλητής  $x$ , για τις οποίες ορίζεται η παράσταση  $\frac{x}{x(x-4)}$ , έγραψε  $\frac{x}{\cancel{x}(x-4)} = \frac{1}{x-4}$  και απάντησε ότι η παράσταση ορίζεται όταν  $x \neq 4$ . Είναι σωστή η απάντησή του;

Μερικώς σωστή! Σέχασε ναε πλέρει περιορισμούς πριν απλοποιήσει !!

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

2 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{4x}{6x}$$

$$\beta) \frac{3y^2}{12y}$$

$$\gamma) \frac{2x\omega^2}{8x^2\omega}$$

$$\delta) \frac{5\alpha^2\beta\gamma^3}{10\alpha\beta^2\gamma}$$

$$\varepsilon) \frac{x+4}{4+x}$$

$$\sigma) \frac{y-1}{1-y}$$

$$\zeta) \frac{\omega-2}{(2-\omega)^2}$$

$$\eta) \frac{(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)}{(\beta-\alpha)(\gamma-\beta)}$$

$$\alpha) 6x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$$

$$\frac{4x}{6x} = \frac{2}{3}$$

$$\beta) 12y \neq 0 \Rightarrow y \neq 0$$

$$\frac{3y^2}{12y} = \frac{y}{4}$$

$$\gamma) 8x^2\omega \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \text{ και } \omega \neq 0$$

$$\frac{2x\omega^2}{8x^2\omega} = \frac{\omega}{4x}$$

$$\delta) 10\alpha\beta^2\gamma \neq 0 \Rightarrow \alpha, \beta, \gamma \neq 0$$

$$\frac{5\alpha^2\beta\gamma^3}{10\alpha\beta^2\gamma} = \frac{\alpha\gamma^2}{2\beta}$$

$$\varepsilon) 4+x \neq 0 \Rightarrow x \neq -4$$

$$\frac{x+4}{4+x} = 1$$

$$\sigma) 1-y \neq 0 \Rightarrow y \neq 1$$

$$\frac{y-1}{1-y} = \frac{-(1-y)}{1-y} = -1$$

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

2 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{4x}{6x}$$

$$\beta) \frac{3y^2}{12y}$$

$$\gamma) \frac{2x\omega^2}{8x^2\omega}$$

$$\delta) \frac{5\alpha^2\beta\gamma^3}{10\alpha\beta^2\gamma}$$

$$\varepsilon) \frac{x+4}{4+x}$$

$$\sigma) \frac{y-1}{1-y}$$

$$\zeta) \frac{\omega-2}{(2-\omega)^2}$$

$$\eta) \frac{(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)}{(\beta-\alpha)(\gamma-\beta)}$$

$$\zeta) (2-\omega)^2 \neq 0 \Rightarrow \omega \neq 2 \quad \frac{\omega-2}{(2-\omega)^2} = \frac{-(2-\omega)}{(2-\omega)^2} = -\frac{1}{2-\omega} = \frac{1}{\omega-2}$$

$$\eta) (\beta-\alpha)(\gamma-\beta) \neq 0 \Rightarrow \beta \neq \alpha \text{ και } \gamma \neq \beta \quad \frac{(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)}{(\beta-\alpha)(\gamma-\beta)} = \frac{(\beta-\alpha)(\gamma-\beta)}{(\beta-\alpha)(\gamma-\beta)} = 1$$

3 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{6x}{2x^2 + 4x}$$

$$\beta) \frac{3y - 9}{y^2 - 3y}$$

$$\gamma) \frac{x^2 + x\omega}{\omega^2 + x\omega}$$

$$\delta) \frac{5a^2 - 20}{(a - 2)^2}$$

$$\varepsilon) \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x}$$

$$\sigma) \frac{y^2 - 1}{y^2 + 2y + 1}$$

$$\zeta) \frac{6x^2 + 3x\omega}{4x^2 - \omega^2}$$

$$\eta) \frac{a^2 + a\beta + \beta^2}{a^3 - \beta^3}$$

$$\alpha) 2x^2 + 4x \neq 0 \Rightarrow 2x(x+2) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \text{ και } x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, -2$$

$$\frac{6x}{2x^2 + 4x} = \frac{6x}{2x(x+2)} = \frac{3}{x+2}$$

$$\beta) y^2 - 3y \neq 0 \Rightarrow y(y-3) \neq 0 \Rightarrow y \neq 0 \text{ και } y \neq 3.$$

$$\frac{3y-9}{y^2-3y} = \frac{3(y-3)}{y(y-3)} = \frac{3}{y}$$

$$\gamma) \omega^2 + x\omega \neq 0 \Rightarrow \omega(\omega+x) \neq 0 \Rightarrow \omega \neq 0 \text{ και } \omega+x \neq 0 \Rightarrow \omega \neq 0 \text{ και } x \neq -\omega$$

$$\frac{x^2 + x\omega}{\omega^2 + x\omega} = \frac{x(x+\omega)}{\omega(\omega+x)} = \frac{x}{\omega} .$$

3

Na aplopoioiήsete tis parastásies:

$$\alpha) \frac{6x}{2x^2 + 4x}$$

$$\beta) \frac{3y - 9}{y^2 - 3y}$$

$$\gamma) \frac{x^2 + x\omega}{\omega^2 + x\omega}$$

$$\delta) \frac{5a^2 - 20}{(a - 2)^2}$$

$$\varepsilon) \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x}$$

$$\sigma\tau) \frac{y^2 - 1}{y^2 + 2y + 1}$$

$$\zeta) \frac{6x^2 + 3x\omega}{4x^2 - \omega^2}$$

$$\eta) \frac{a^2 + a\beta + \beta^2}{a^3 - \beta^3}$$

$$\delta) (\alpha - 2)^2 \neq 0 \Rightarrow \alpha - 2 \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq 2.$$

$$\frac{5a^2 - 20}{(\alpha - 2)^2} = \frac{5(\alpha^2 - 4)}{(\alpha - 2)^2} = \frac{5(\cancel{\alpha - 2})(\alpha + 2)}{(\alpha - 2)^2} = \frac{5(\alpha + 2)}{\alpha - 2}$$

$$\varepsilon) x^2 - 4x \neq 0 \Rightarrow x(x - 4) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \text{ kai } x \neq 4.$$

$$\frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x} = \frac{\cancel{x}(x - 4)}{\cancel{x}(x - 4)} = \frac{x + 4}{x}$$

$$\sigma\tau) y^2 + 2y + 1 \neq 0 \Rightarrow (y + 1)^2 \neq 0 \Rightarrow y \neq -1$$

$$\frac{y^2 - 1}{y^2 + 2y + 1} = \frac{(y - 1)(y + 1)}{(y + 1)^2} = \frac{y - 1}{y + 1}$$

3 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{6x}{2x^2 + 4x}$$

$$\beta) \frac{3y - 9}{y^2 - 3y}$$

$$\gamma) \frac{x^2 + x\omega}{\omega^2 + x\omega}$$

$$\delta) \frac{5a^2 - 20}{(a - 2)^2}$$

$$\varepsilon) \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x}$$

$$\sigma) \frac{y^2 - 1}{y^2 + 2y + 1}$$

$$\zeta) \frac{6x^2 + 3x\omega}{4x^2 - \omega^2}$$

$$\eta) \frac{a^2 + a\beta + \beta^2}{a^3 - \beta^3}$$

$$\text{J}) \quad 4x^2 - \omega^2 \neq 0 \Rightarrow (2x)^2 - \omega^2 \neq 0 \Rightarrow (2x - \omega)(2x + \omega) \neq 0 \Rightarrow 2x - \omega \neq 0 \text{ και } 2x + \omega \neq 0$$

$$\Rightarrow 2x \neq \omega \text{ και } 2x \neq -\omega \Rightarrow x \neq \frac{\omega}{2} \text{ και } x \neq -\frac{\omega}{2}.$$

$$\frac{6x^2 + 3x\omega}{4x^2 - \omega^2} = \frac{3x \cancel{(2x + \omega)}}{(2x - \omega) \cancel{(2x + \omega)}} = \frac{3x}{2x - \omega}$$

η) Είναι εκτός όλης! Για όσους ενδιαφέρονται εφαρμόστε την παρόντη  
"διαφορά κύβων".

4

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 4}$$

$$\beta) \frac{y^2 - 5y + 4}{y^2 - 6y + 8}$$

$$\gamma) \frac{\omega^3 - 2\omega^2 + \omega}{\omega^3 - \omega}$$

α) ΕΚΤΙΩΣ ΟΔΗΓΟΣ! Για οισους ενδιαφέρονται δείγτε ταυτότητα (στ) σε λίδα.

$$\beta) \quad -11 - \quad -11 - \quad -11 -$$

$$\gamma) \quad \omega^3 - \omega \neq 0 \Rightarrow \omega(\omega^2 - 1) \neq 0 \Rightarrow \omega(\omega - 1)(\omega + 1) \neq 0 \Rightarrow \omega \neq 0 \text{ και } \omega \neq 1 \text{ και } \omega \neq -1.$$

$$\frac{\omega^3 - 2\omega^2 + \omega}{\omega^3 - \omega} = \frac{\cancel{\omega}(\omega^2 - 2\omega + 1)}{\cancel{\omega}(\omega^2 - 1)} = \frac{(\omega - 1)^2}{(\cancel{\omega - 1})(\omega + 1)} = \frac{\omega - 1}{\omega + 1}.$$

5

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{x(x-1) + 4(x-1)}{x^2 + 2x - 3}$$

$$\beta) \frac{y(y-3) + y^2 - 9}{4y^2 - 9}$$

$$\gamma) \frac{(2\omega + 1)^2 - (\omega + 2)^2}{\omega^4 - 1}$$

$$\delta) \frac{(\alpha + 1)(\alpha - 2)^2 - 4(\alpha + 1)}{\alpha^3 + \alpha^2}$$

α) Εκτός υλης - ταυτότητα (στ) ...

$$\beta) 4y^2 - 9 \neq 0 \Rightarrow (2y)^2 - 3^2 \neq 0 \Rightarrow (2y-3)(2y+3) \neq 0 \Rightarrow 2y-3 \neq 0 \text{ και } 2y+3 \neq 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2y \neq 3 \text{ και } 2y \neq -3 \Rightarrow y \neq \frac{3}{2} \text{ και } y \neq -\frac{3}{2}.$$

$$\frac{y(y-3) + y^2 - 9}{4y^2 - 9} = \frac{y(y-3) + (y-3)(y+3)}{(2y-3)(2y+3)} = \frac{(y-3)(y+y+3)}{(2y-3)(2y+3)} = \frac{(y-3)(2y+3)}{(2y-3)(2y+3)} = \frac{y-3}{2y-3}$$

5

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{x(x-1) + 4(x-1)}{x^2 + 2x - 3}$$

$$\beta) \frac{y(y-3) + y^2 - 9}{4y^2 - 9}$$

$$\gamma) \frac{(2\omega + 1)^2 - (\omega + 2)^2}{\omega^4 - 1}$$

$$\delta) \frac{(\alpha + 1)(\alpha - 2)^2 - 4(\alpha + 1)}{\alpha^3 + \alpha^2}$$

$$\delta) \quad \alpha^3 + \alpha^2 \neq 0 \Rightarrow \alpha^2(\alpha + 1) \neq 0 \Rightarrow \alpha^2 \neq 0 \text{ και } \alpha + 1 \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq 0 \text{ και } \alpha \neq -1.$$

$$\begin{aligned} \frac{(\alpha+1)(\alpha-2)^2 - 4(\alpha+1)}{\alpha^3 + \alpha^2} &= \frac{(\alpha+1)(\alpha-2)^2 - 4(\alpha+1)}{\alpha^2(\alpha+1)} = \frac{(\alpha+1)[(\alpha-2)^2 - 4]}{\alpha^2(\cancel{\alpha+1})} = \\ &= \frac{\cancel{\alpha^2} - 4\alpha + \cancel{4} - \cancel{4}}{\cancel{\alpha^2}} = \frac{\cancel{\alpha}(\alpha - 4)}{\cancel{\alpha^2}} = \frac{\alpha - 4}{\alpha} \end{aligned}$$

### **Ασκήσεις:**

1) Να απλοποιηθούν τα κλάσματα:

$$\frac{x^2 - 1}{x + 1}, \quad \frac{x^2 + x}{2x + 2}, \quad \frac{4x^2 - xy}{12xy - 3y^2}, \quad \frac{x^3 - x}{x^2 + x}, \quad \frac{2x - 3}{3 - 2x}$$

$$\frac{\alpha\beta}{\alpha^2\beta^2 - \alpha\beta}, \quad \frac{x^4 - y^4}{x^2 - y^2}, \quad \frac{x^2 + xy}{y^2 + xy}, \quad \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 3x + 2}$$