

Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

3.3 Η συνάρτηση $y = ax$

Ανάλογα Ποσά

Όπως γνωρίζουμε, δύο ποσά λέγονται **ανάλογα**, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

x	2	4	12	6
y	3	6	18	9

. 2 . 3 : 2

. 2 . 3 : 2

Τι ίδιο ισχύει και όταν διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό...

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

Αφού συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών, ο οποίος περιλαμβάνει και αρνητικές τιμές του x , να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{1}{2}x$. Τι παρατηρείτε;

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

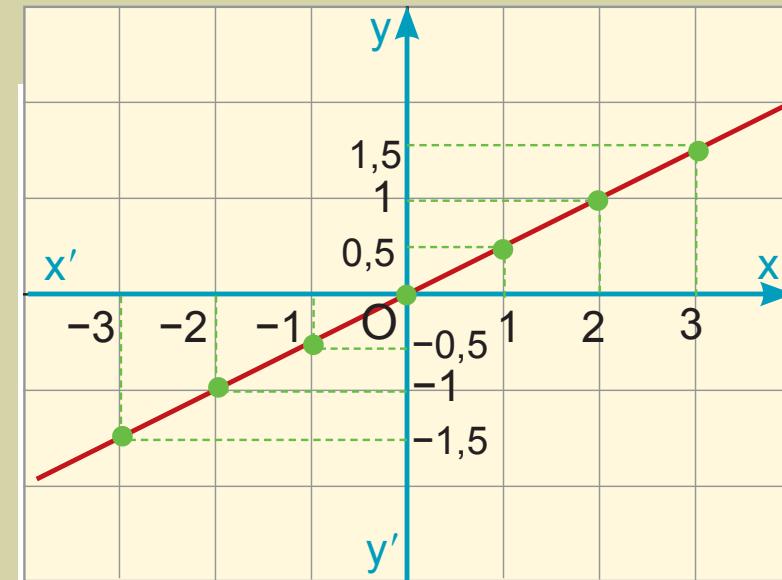
Λύση

Για $x = -3$ είναι $y = \frac{1}{2}(-3) = -\frac{3}{2} = -1,5$.

Ομοίως, βρίσκουμε τις υπόλοιπες τιμές και συμπληρώνουμε τον πίνακα.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5

Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων παριστάνουμε τα σημεία με συντεταγμένες τα ζεύγη των τιμών του πίνακα. Παρατηρούμε ότι τα σημεία αυτά βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή O.



Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ είναι μία ευθεία που διερχεται από την αρχή των αξόνων.

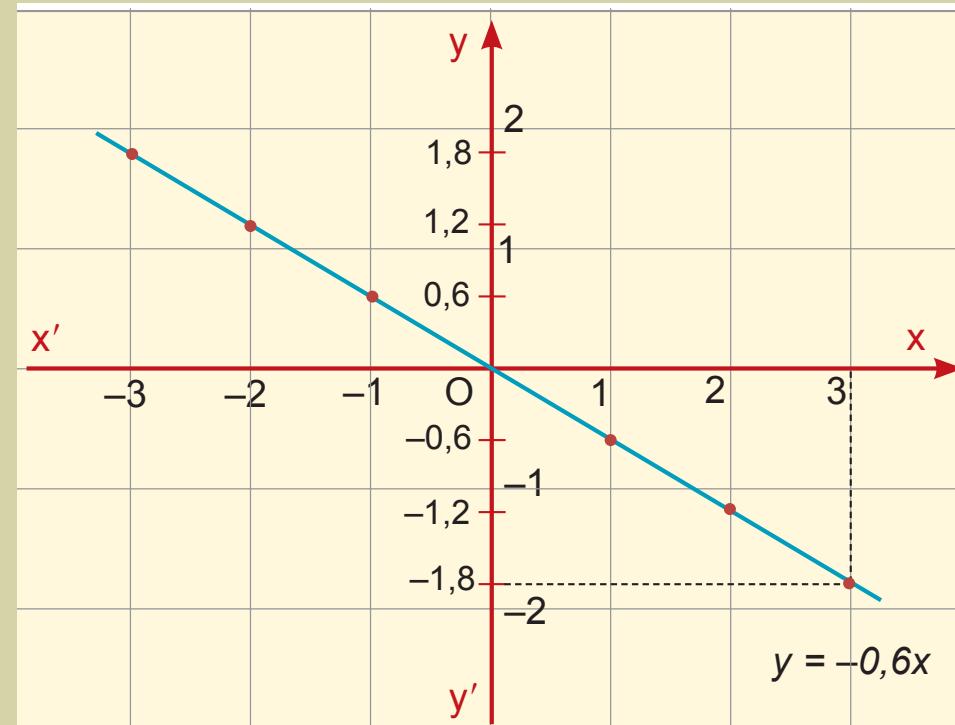
ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων να σχεδιάσετε την ευθεία με εξίσωση $y = -0,6x$.

Λύση: Η συνάρτηση $y = -0,6x$ έχει γραφική παράσταση μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων.

Επομένως, πρέπει να βρούμε ένα ακόμα σημείο της.

Για $x = 3$ είναι $y = -0,6 \cdot 3 = -1,8$.
Άρα, η ευθεία περνάει από το σημείο $A(3, -1,8)$. Η γραφική της παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

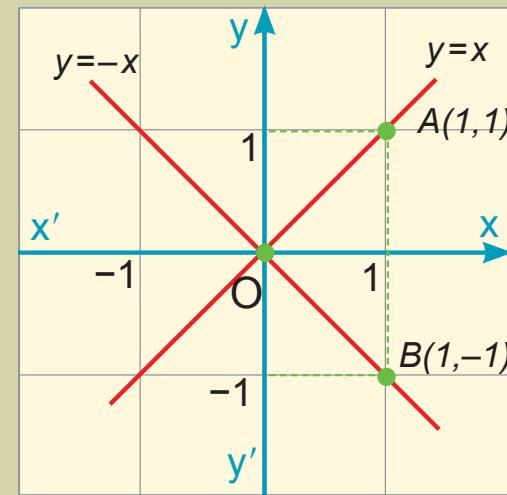


ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

Να παρασταθούν γραφικά οι συναρτήσεις $y = x$ και $y = -x$.

Λύση: Η συνάρτηση $y = x$ έχει γραφική παράσταση μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή O . Ένα δεύτερο σημείο της προσδιορίζεται δίνοντας μια τυχαία τιμή στο x εκτός της μηδενικής. Για $x = 1$ είναι $y = 1$, άρα η ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(1, 1)$. Η ζητούμενη ευθεία είναι η OA . Ομοίως, βρίσκουμε ότι η γραφική παράσταση της $y = -x$ είναι η OB .

Παρατήρηση: Η ευθεία με εξίσωση $y = x$ είναι διχοτόμος της 1ης και 3ης γωνίας των αξόνων και η $y = -x$ είναι διχοτόμος της 2ης και της 4ης γωνίας.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Τα ποσά x και y είναι ανάλογα.

α) Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών.

x	2	4	6
y	5	10	15

Για να βρω με τι
πολλαπλασιάζουμε σιαρώ

$$\frac{y}{x}$$

· Άρα $\frac{5}{2}$.

β) Ποιος από τους παρακάτω τύπους εκφράζει το y ως συνάρτηση του x ;

A: $y = 5x$, B: $y = \frac{2}{5}x$, Γ: $y = \frac{5}{2}x$, Δ: $y = 0,4x$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

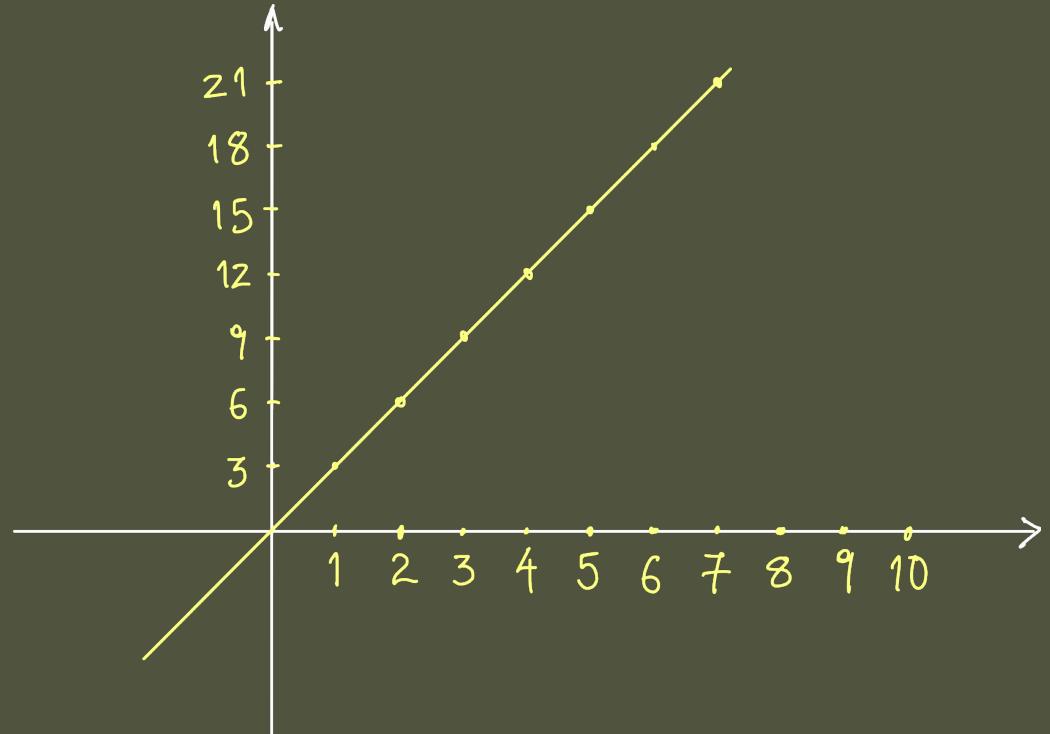
1 Γνωρίζοντας ότι τα ποσά x και y είναι ανάλογα:

α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

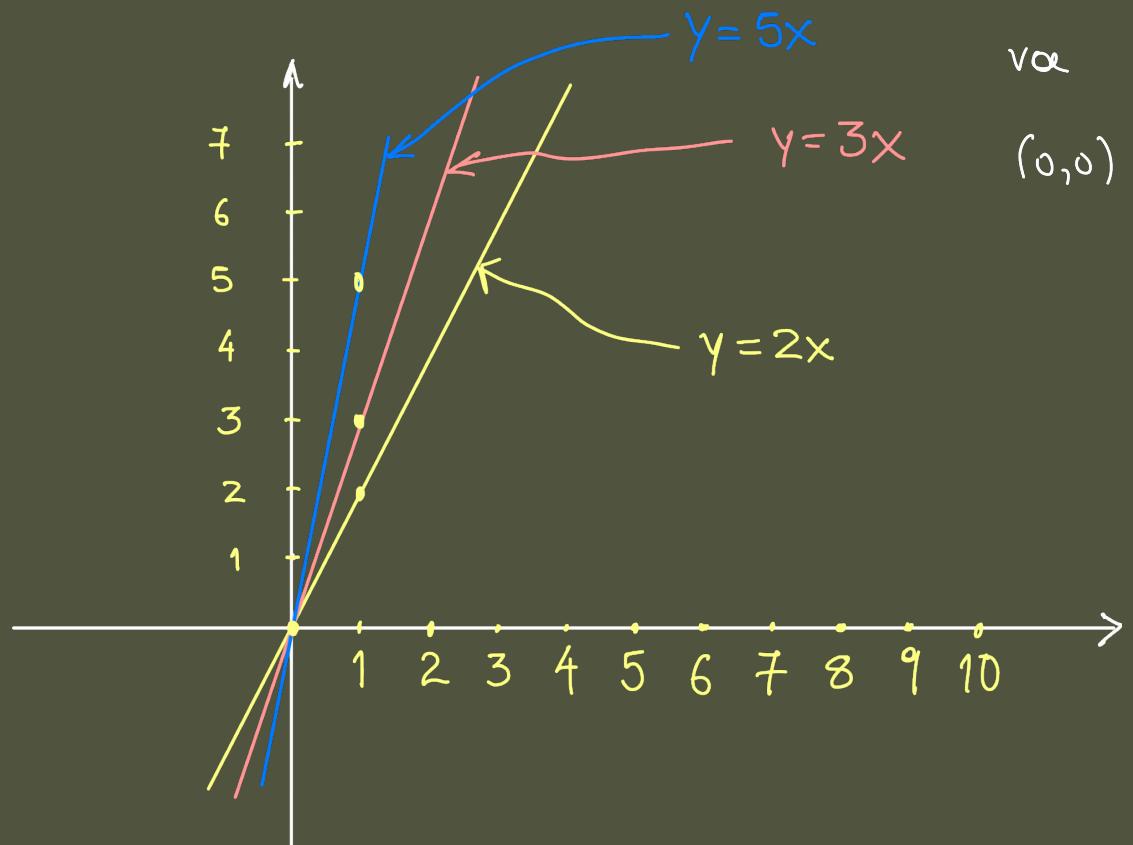
x	1	2	5	7	10
y	3	6	15	21	30

β) Να εκφράσετε το y ως συνάρτηση του x .

γ) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση αυτή.



- 2 Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων τις ευθείες:
 $y = 2x$, $y = 3x$ και $y = 5x$.



Είδαμε ότι η συνάρτηση $y = ax$ έχει ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Τια να τη σχεδιάσουμε ορκεί να πάρουμε ένα σημείο της εκτός του $(0,0)$. Παρνουμε για $x = 1$

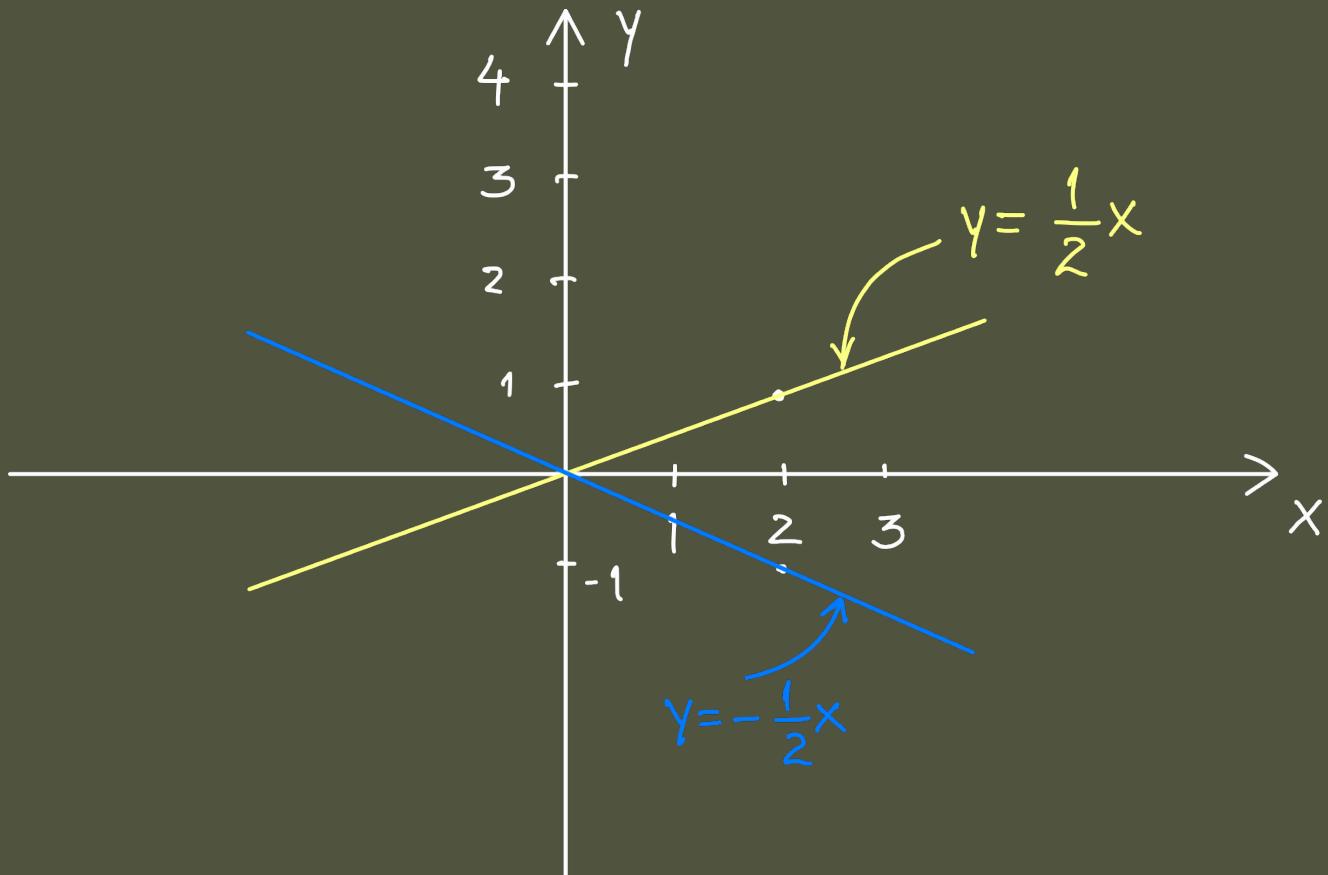
3

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων τις ευθείες:

$$y = \frac{1}{2}x \text{ και } y = -\frac{1}{2}x.$$

Στην άσκηση αυτή βολεύει να

πάρουμε ότι $x=2$ και έχουμε



- 4 Ένα κινητό κινείται με σταθερή ταχύτητα $u = 5 \text{ m/s}$. Να εκφράσετε το διάστημα S που διανύει ως συνάρτηση του χρόνου t . Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση αυτή.

Άρου κινείται με σταθερή ταχύτητα, το διάστημα που οποιο διανύει σε χρόνο t είναι ίσο με

$$S = u \cdot t$$

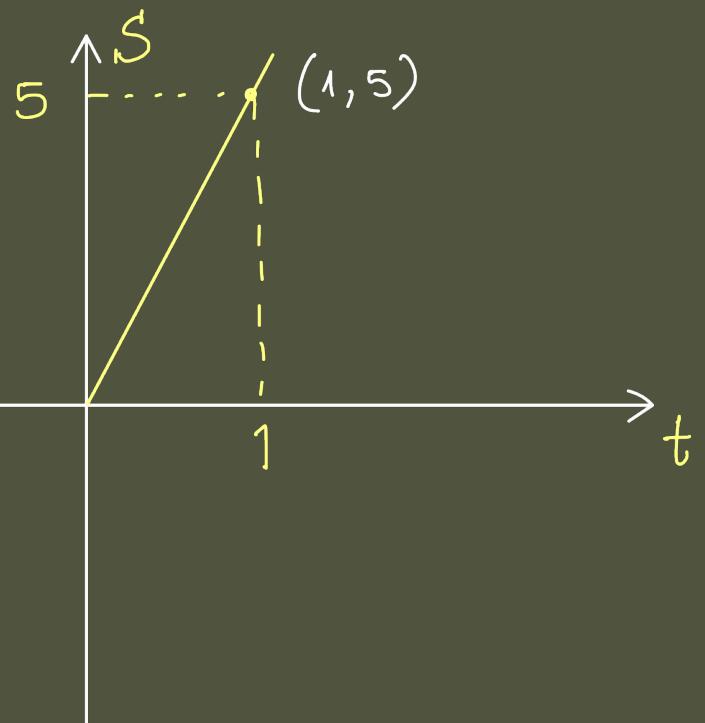
$$\text{όρα } S = 5 \cdot t$$

Για να τη σχεδιάσουμε ποιέννουμε

$$x = t \quad \text{και} \quad \text{βρισκουμε} \quad S = 5$$

όρα η γραφική παράσταση

διέρχεται από το σημείο $(1, 5)$



Η κλίση της ευθείας $y = ax$

Παρατηρούμε ότι στην ευθεία $y = ax$ ο λόγος $\frac{y}{x}$ είναι πάντα σταθερός και ίσος με a , δηλαδή:

$\frac{y}{x} = a$, για $x \neq 0$. Ο λόγος αυτός λέγεται **κλίση της ευθείας $y = ax$** .

Για παράδειγμα, η ευθεία $y = -2x$ έχει κλίση -2 .

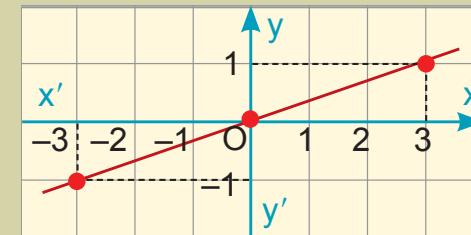
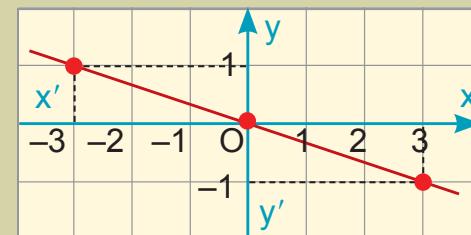
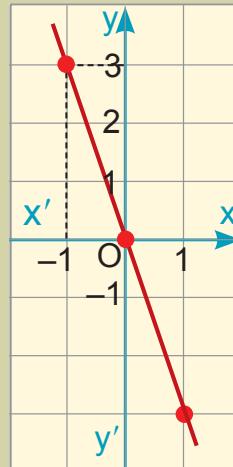
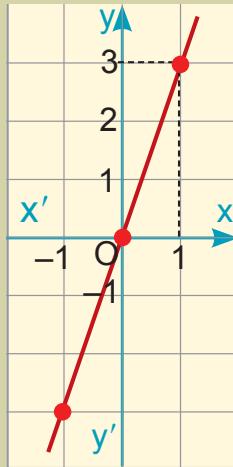
ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο $A(-2, 1)$.

Λύση: Το σημείο A έχει συντεταγμένες $x = -2$, $y = 1$, οπότε η κλίση της ευθείας είναι

$$a = \frac{y}{x} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}. \text{ Επομένως, η εξίσωση της ευθείας είναι } y = -\frac{1}{2}x.$$

2. Ποια από τις παρακάτω ευθείες είναι η $y = 3x$;



3. Ποια από τις παρακάτω ευθείες έχει κλίση $-\frac{1}{3}$;

- α) $y = 3x$ β) $y = -3x$ γ) $y = \frac{1}{3}x$ δ) $y = -\frac{1}{3}x$ ε) $y = x - \frac{1}{3}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

5

Βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο A(2, 6).

Αφού λέτε ότι εξίσωση ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων, σημαίνει ότι πρόκειται για την εξίσωση $y = ax$.

Άρκει να βρουμε τον αριθμό a που είναι η κλίση.

Ξέρω ότις διέρχεται από το σημείο A(2, 6) αρα για $x = 2$, $y = 6$ οπότε η κλίση είναι $a = \frac{y}{x} = \frac{6}{2} = 3$

Άρα η εξίσωση είναι $y = 3x$.