

Φυλλάδιο ασκήσεων επανάληψης μέχρι και 3ο κεφάλαιο

1. Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1: 2x + y = 6$ και $\varepsilon_2: x - 2y = -2$.

α) Να προσδιορίσετε αλγεβρικά το κοινό τους σημείο M .

(Μονάδες 13)

β) Ναδειχθεί ότι η ευθεία $\varepsilon_3: 3x + y = 8$ διέρχεται από το M .

(Μονάδες 12)

2. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g , που ορίζονται στους πραγματικούς αριθμούς. Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση.

Από τις γραφικές παραστάσεις να βρείτε:

α) Τα διαστήματα μονοτονίας της f , το είδος του ακρότατου της f και την τιμή του.

(Μονάδες 15)

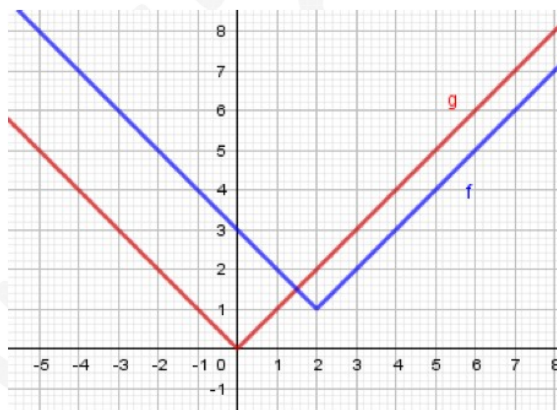
β) Αν $g(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ να επιλέξετε ποιος από τους παρακάτω είναι ο τύπος της συνάρτησης f . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

$$f(x) = |x + 2| + 1$$

$$f(x) = |x - 2| - 1$$

$$f(x) = |x + 2| - 1$$

$$f(x) = |x - 2| + 1$$



3. Δίνεται μία συνάρτηση f για την οποία ισχύει ότι $f(-1) = 2$ και $f(1) = 0$. Να αιτιολογήσετε (αλγεβρικά ή γραφικά)

α) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι άρτια.

(Μονάδες 8)

β) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι περιττή.

(Μονάδες 8)

γ) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι γνησίως αύξουσα.

(Μονάδες 9)

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(-2, 2)$.

α) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

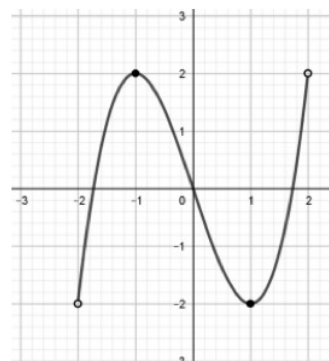
(Μονάδες 7)

β) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα.

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών.

(Μονάδες 10)



5. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης $f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης $\varphi(x)$ της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την C_f αν την μετατοπίσουμε μια μονάδα, προς τα πάνω.

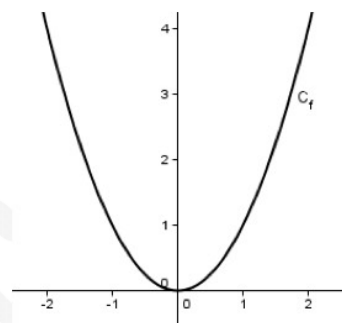
(Μονάδες 8)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της $\varphi(x)$.

(Μονάδες 8)

γ) Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της $\varphi(x)$.

(Μονάδες 9)



6. Δίνεται ο κύκλος του παρακάτω σχήματος με κέντρο Κ και ακτίνα 10cm . Επίσης δίνεται το τόξο \widehat{AB} με μήκος 12cm και η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία ω .

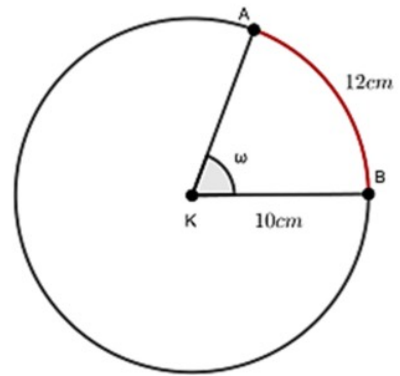
α) i. Να αιτιολογήσετε γιατί το μέτρο της γωνίας ω είναι 1, 2 rad .
(Μονάδες 6)

ii. Με χρήση του αι) ερωτήματος, να αιτιολογήσετε γιατί η γωνία ω είναι οξεία.
(Μονάδες 6)

β) Αν $\sin \omega = \frac{9}{25}$, να βρείτε το $\eta \mu \omega$.

(Δίνεται ότι $\sqrt{544} = 4\sqrt{34}$)

(Μονάδες 13)



7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και οι γωνίες θ και $-\theta$.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί $\sin \theta = \frac{3}{5}$

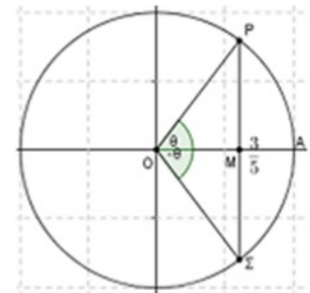
(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το $\eta \mu \theta$.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας $-\theta$.

(Μονάδες 8)



8. Δίνεται η παράσταση $A = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \eta \mu(-\theta)$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = \eta \mu \theta$.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A, όταν $\theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ και $\sin \theta = \frac{12}{13}$.

(Μονάδες 13)

9. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sin(13\pi + x) - 2\eta \mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

α) Να δείξετε ότι $\sin(13\pi + x) = -\sin x$.

(Μονάδες 5)

β) Να δείξετε ότι $f(x) = -4\sin x$.

(Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2$.

(Μονάδες 12)

10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) i. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f.

(Μονάδες 10)

ii. Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f.

(Μονάδες 5)

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -3$ στο \mathbb{R} .

(Μονάδες 10)