

# Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου

## Παραγοντοποίηση

5

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α)  $7\alpha^2 + 10\alpha\beta + 3\beta^2$

β)  $5x^2 - 8xy + 3y^2$

γ)  $3x^2 - xy - 2y^2$

$$\alpha) \quad 7\alpha^2 + 10\alpha\beta + 3\beta^2 = \underbrace{7\alpha^2} + \underbrace{7\alpha\beta} + \underbrace{3\alpha\beta} + \underbrace{3\beta^2} = 7\alpha(\alpha + \beta) + 3\beta(\alpha + \beta) = (\alpha + \beta)(7\alpha + 3\beta)$$

↑  
σπάμε το 10 ώστε να  
δημιουργηθούν 2 ομάδες

$$\beta) \quad 5x^2 - 8xy + 3y^2 = \underbrace{5x^2} - \underbrace{5xy} - \underbrace{3xy} + \underbrace{3y^2} = 5x(x - y) - 3y(x - y) = (x - y)(5x - 3y)$$

↑  
ομοίως σπάμε το 8.

$$\gamma) \quad 3x^2 - xy - 2y^2 = 3x^2 - (3-2)xy - 2y^2 = \underbrace{3x^2} - \underbrace{3xy} + \underbrace{2xy} - \underbrace{2y^2} = 3x(x - y) + 2y(x - y) = (x - y)(3x + 2y)$$

↑  
το γράφω σαν (3-2)xy

7

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α)  $2\alpha^2 - 2\alpha + \alpha\beta - \beta + \alpha x - x$

β)  $2\alpha\beta - 4\beta + 5\alpha - 10 + 2\alpha\gamma - 4\gamma$

$$\alpha) \quad \underbrace{2\alpha^2 - 2\alpha} + \underbrace{\alpha\beta - \beta} + \underbrace{\alpha x - x} = 2\alpha(\alpha - 1) + \beta(\alpha - 1) + x(\alpha - 1) = (\alpha - 1)(2\alpha + \beta + x)$$

$$\beta) \quad \underbrace{2\alpha\beta - 4\beta} + \underbrace{5\alpha - 10} + \underbrace{2\alpha\gamma - 4\gamma} = 2\beta(\alpha - 2) + 5(\alpha - 2) + 2\gamma(\alpha - 2) = (\alpha - 2)(2\beta + 5 + 2\gamma)$$

# Διαφορά Τετραγώνων

Αν εναλλάξουμε τα μέλη της ταυτότητας

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ , τότε γράφεται και ως εξής:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Σύμφωνα με την ταυτότητα αυτή, μπορούμε να παραγοντοποιήσουμε μια παράσταση που είναι διαφορά τετραγώνων, π.χ.  $a^2 - 9 = a^2 - 3^2 = (a + 3)(a - 3)$ .

### Παραδείγματα

Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις: α)  $4\beta^2 - 25$     β)  $(3x - 1)^2 - 81$     γ)  $a^2 - 7$ .

### Λύση

$$\alpha) 4\beta^2 - 25 = (2\beta)^2 - 5^2 = (2\beta + 5)(2\beta - 5)$$

$$\begin{aligned}\beta) (3x - 1)^2 - 81 &= (3x - 1)^2 - 9^2 = \\ &= (3x - 1 + 9)(3x - 1 - 9) = \\ &= (3x + 8)(3x - 10)\end{aligned}$$

$$\gamma) a^2 - 7 = a^2 - (\sqrt{7})^2 = (a - \sqrt{7})(a + \sqrt{7})$$

Για να σχηματίσουμε διαφορά τετραγώνων εκφράζουμε κάθε όρο ως τετράγωνο μιας παράστασης.

8

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α)  $x^2 - 9$

β)  $16x^2 - 1$

γ)  $\alpha^2 - 9\beta^2$

δ)  $\alpha^2\beta^2 - 4$

ε)  $36\omega^2 - (\omega + 5)^2$

στ)  $4(x + 1)^2 - 9(x - 2)^2$

ζ)  $x^2 - \frac{1}{16}$

η)  $x^2 - 3$

θ)  $x^2 - 2y^2$

α)  $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$

β)  $16x^2 - 1 = (4x)^2 - 1^2 = (4x-1)(4x+1)$

γ)  $\alpha^2 - 9\beta^2 = \alpha^2 - (3\beta)^2 = (\alpha-3\beta)(\alpha+3\beta)$

δ)  $\alpha^2\beta^2 - 4 = (\alpha\beta)^2 - 2^2 = (\alpha\beta-2)(\alpha\beta+2)$

$$\begin{aligned} \varepsilon) \quad 36\omega^2 - (\omega+5)^2 &= (6\omega)^2 - (\omega+5)^2 = [6\omega - (\omega+5)] \cdot [6\omega + (\omega+5)] = (6\omega - \omega - 5)(6\omega + \omega + 5) \\ &= (5\omega - 5)(7\omega + 5) \end{aligned}$$

$$\sigma\tau) \quad 4(x+1)^2 - 9(x-2)^2 = 2^2(x+1)^2 - 3^2(x-2)^2 = [2(x+1)]^2 - [3(x-2)]^2 = (2x+2-3x+6)(2x+2+3x-6) = (5\omega-1)(7\omega+5)$$

ζ)  $x^2 - \frac{1}{16} = x^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)$

η)  $x^2 - 3 = x^2 - \sqrt{3}^2 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$

θ)  $x^2 - 2y^2 = x^2 - \sqrt{2}^2 y^2 = x^2 - (\sqrt{2}y)^2 = (x - \sqrt{2}y)(x + \sqrt{2}y)$

9

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α)  $2x^2 - 32$

β)  $28 - 7y^2$

γ)  $2x^3 - 2x$

δ)  $5ax^2 - 80a$

ε)  $2(x-1)^2 - 8$

$$\alpha) 2x^2 - 32 = 2(x^2 - 16) = 2(x^2 - 4^2) = 2(x-2)(x+2)$$

$$\beta) 28 - 7y^2 = 7(4 - y^2) = 7(2^2 - y^2) = 7(2-y)(2+y)$$

$$\gamma) 2x^3 - 2x = 2x(x^2 - 1) = 2x(x^2 - 1^2) = 2x(x-1)(x+1)$$

$$\delta) 5ax^2 - 80a = 5a(x^2 - 16) = 5a(x^2 - 4^2) = 5a(x-2)(x+2)$$

$$\epsilon) 2(x-1)^2 - 8 = 2[(x-1)^2 - 4] = 2[(x-1)^2 - 2^2] = 2(x-1-2)(x-1+2) = 2(x-3)(x+1)$$

11

Να επιλύσετε τις εξισώσεις:

α)  $x^2 - 49 = 0$

β)  $9x^3 - 4x = 0$

γ)  $x(x + 1)^2 = 4x$

δ)  $(x + 2)^3 = x + 2$

$$\alpha) \quad x^2 - 49 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7^2 = 0 \Leftrightarrow (x-7)(x+7) = 0 \quad \begin{cases} x-7=0 \Leftrightarrow x=7 \\ x+7=0 \Leftrightarrow x=-7 \end{cases}$$

$$\beta) \quad 9x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(9x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow x((3x)^2 - 2^2) = 0 \Leftrightarrow x(3x-2)(3x+2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{x=0}$$

ή

$$3x-2=0$$

ή

$$3x+2=0$$

$$\Leftrightarrow 3x=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}}$$

$$\Leftrightarrow 3x = -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{-2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{2}{3}}$$



11

Να επιλύσετε τις εξισώσεις:

α)  $x^2 - 49 = 0$

β)  $9x^3 - 4x = 0$

γ)  $x(x + 1)^2 = 4x$

δ)  $(x + 2)^3 = x + 2$

$$\begin{aligned}
 \gamma) \quad x(x+1)^2 &= 4x \Leftrightarrow x(x+1)^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x[(x+1)^2 - 4] = 0 \Leftrightarrow x[(x+1)^2 - 2^2] = 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x(x+1-2)(x+1+2) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+3) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \\ x+3=0 \Leftrightarrow x=-3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta) \quad (x+2)^3 &= x+2 \Leftrightarrow (x+2)^3 - (x+2) = 0 \Leftrightarrow (x+2)((x+2)^2 - 1) = 0 \\
 &\Leftrightarrow (x+2)(x+2-1)(x+2+1) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x+1)(x+3) = 0 \begin{cases} x+2=0 \Leftrightarrow \boxed{x=-2} \\ x+1=0 \Leftrightarrow \boxed{x=-1} \\ x+3=0 \Leftrightarrow \boxed{x=-3} \end{cases}
 \end{aligned}$$