

Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου

Μάθημα 6 - Πράξεις με πολυώνυμα

1 Να γράψετε τα πολυώνυμα κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x .

α) $P(x) = 3x - 5x^2 + x^4 + 10 + 2x^3$

β) $Q(x) = -6x + 2x^3 + 1$

γ) $A(x) = -3x^2 + 7 + 2x^3 + 7x$

δ) $B(x) = x - x^4 - 5$

Ασκήσεις βιβλίου
σελίδα 36, 37

α) $P(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 3x + 10$

β) $Q(x) = 2x^3 - 6x + 1$

γ) $A(x) = 2x^3 - 3x^2 + 7x + 7$

δ) $B(x) = -x^4 + x - 5$

6 Αν $A(x) = 2x^3 - x^2 + x - 4$, $B(x) = -3x^3 + 5x - 2$ και $\Gamma(x) = 4x^2 - 3x + 8$, να βρείτε τα πολυώνυμα:

α) $A(x) - B(x)$ β) $A(x) + \Gamma(x)$ γ) $\Gamma(x) - [A(x) + B(x)]$

Ασκήσεις βιβλίου
σελίδα 36, 37

$$\begin{aligned}\alpha) \quad A(x) - B(x) &= 2x^3 - x^2 + x - 4 - (-3x^3 + 5x - 2) \\ &= \underbrace{2x^3 - x^2 + x}_{(-4)} + \underbrace{3x^3 - 5x}_{(+2)} \quad (\text{αφαίρεση παρενθέσεων}) \\ &= 5x^3 - x^2 - 4x - 2 \quad (\text{αναγωγή ομοίων όρων})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta) \quad A(x) + \Gamma(x) &= \underbrace{2x^3 - x^2 + x}_{(-4)} + \underbrace{4x^2 - 3x}_{(+8)} \\ &= 2x^3 + 3x^2 - 2x + 4 \quad (\text{αναγωγή ομοίων όρων})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma) \quad \Gamma(x) - [A(x) + B(x)] &= 4x^2 - 3x + 8 - [2x^3 - x^2 + x - 4 + (-3x^3 + 5x - 2)] \\ &= 4x^2 - 3x + 8 - (2x^3 - x^2 + x - 4 - 3x^3 + 5x - 2) \\ &= \underbrace{4x^2 - 3x}_{(+8)} - \underbrace{2x^3 + x^2 - x}_{(+4)} + \underbrace{3x^3 - 5x}_{(+2)} \\ &= x^3 + 5x^2 - 9x + 14\end{aligned}$$

9

Αν $P(x) = (-5x^2 + 4x - 3) - (x^2 - 2x + 1) + (3x^2 + x)$ και $Q(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, να βρείτε τις τιμές των α , β , γ , ώστε τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ να είναι ίσα.

Ασκήσεις βιβλίου
σελίδα 36, 37

Δύο πολυώνυμα είναι ίσα όταν έχουν ίσους συντελεστές.

$$\begin{aligned} P(x) &= (-5x^2 + 4x - 3) - (x^2 - 2x + 1) + (3x^2 + x) \\ &= \underbrace{-5x^2 + 4x}_{(-3)} - \underbrace{x^2 + 2x}_{(-1)} + \underbrace{3x^2 + x} \\ &= -3x^2 + 7x - 4 \end{aligned}$$

$$Q(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$$

για να είναι ίσα θα πρέπει οι συντελεστές των όμοιων μονωνύμων να είναι ίσοι.

$$\text{άρα } \alpha = -3, \quad \beta = 7, \quad \gamma = -4.$$

1

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε παράσταση της στήλης Α, το αποτέλεσμα της από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $x(x + 1)$	1. $x^2 - x$
β. $(x + 1)(x - 1)$	2. $x^2 + 1$
γ. $x(x - 1)$	3. $x^2 + 2x + 1$
δ. $(x + 1)(1 + x)$	4. $x^2 + 2x + 3$
ε. $(x + 1)(x + 2)$	5. $x^2 + x$
	6. $x^2 + 3x + 2$
	7. $x^2 - 1$

α	β	γ	δ	ε
5	7	1	3	6

1 Να κάνετε τις πράξεις:

α) $-3x^2y(-5x + 2y)$

β) $4x(2x^2 - x + 2) - 8x$

γ) $-5x(2x - 3) - 3x(2 - 3x)$

δ) $2xy(x^2 - 3y^2) - 4x(x^2y - 2y^3)$

Ασκήσεις βιβλίου
σελίδα 41

$$\alpha) \quad \underbrace{-3x^2y}_{\text{}} \underbrace{(-5x + 2y)}_{\text{}} = +15x^3y - 6x^2y^2$$

$$\beta) \quad \underbrace{4x}_{\text{}} \underbrace{(2x^2 - x + 2)}_{\text{}} - 8x = 8x^3 - 4x^2 + \cancel{8x} - \cancel{8x} \\ = 8x^3 - 4x^2$$

$$\gamma) \quad \underbrace{-5x}_{\text{}} \underbrace{(2x - 3)}_{\text{}} - \underbrace{3x}_{\text{}} \underbrace{(2 - 3x)}_{\text{}} = \underbrace{-10x^2}_{\text{}} + \underbrace{15x}_{\text{}} - \underbrace{6x}_{\text{}} + \underbrace{9x^2}_{\text{}} \\ = -x^2 + 9x$$

$$\delta) \quad \underbrace{2xy}_{\text{}} \underbrace{(x^2 - 3y^2)}_{\text{}} - \underbrace{4x}_{\text{}} \underbrace{(x^2y - 2y^3)}_{\text{}} = \underbrace{2x^3y}_{\text{}} - \underbrace{6xy^3}_{\text{}} - \underbrace{4x^3y}_{\text{}} + \underbrace{8xy^3}_{\text{}} = \\ = -2x^3y + 2xy^3$$

2 Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(2\alpha - 3\beta)(-4\alpha + 2\beta)$

γ) $3x^2(-2x + 3)(5 - x)$

ε) $(2x^2 - 3x - 4)(-3x^2 + x)$

β) $(x^2 - 2x + 4)(x + 2) - 8$

δ) $(4 - 3x)(5 - 2x) - 6x(x - 4)$

στ) $(3x^2 - 2xy - 5y^2)(4y - x)$

Ασκήσεις βιβλίου
σελίδα 41

$$\begin{aligned}\alpha) \quad (2\alpha - 3\beta)(-4\alpha + 2\beta) &= -8\alpha^2 + \underbrace{4\alpha\beta} + \underbrace{12\alpha\beta} - 6\beta^2 \\ &= -8\alpha^2 + 16\alpha\beta - 6\beta^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta) \quad (x^2 - 2x + 4)(x + 2) - 8 &= x^3 + \cancel{2x^2} - \cancel{2x^2} - \cancel{4x} + \cancel{4x} + \cancel{8} - \cancel{8} \\ &= x^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma) \quad 3x^2(-2x + 3)(5 - x) &= (-6x^3 + 9x^2) \cdot (5 - x) \\ &= \underbrace{-30x^3} + 6x^4 + 45x^2 - \underbrace{9x^3} \\ &= 6x^4 - 39x^3 + 45x^2\end{aligned}$$

2

Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(2\alpha - 3\beta)(-4\alpha + 2\beta)$

β) $(x^2 - 2x + 4)(x + 2) - 8$

γ) $3x^2(-2x + 3)(5 - x)$

δ) $(4 - 3x)(5 - 2x) - 6x(x - 4)$

ε) $(2x^2 - 3x - 4)(-3x^2 + x)$

στ) $(3x^2 - 2xy - 5y^2)(4y - x)$

Ασκήσεις βιβλίου
σελίδα 41

$$\begin{aligned}\delta) (4 - 3x)(5 - 2x) - 6x(x - 4) &= \\ &= 20 - 8x - 15x + \cancel{6x^2} - \cancel{6x^2} + 24x \\ &= x + 20\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\epsilon) (2x^2 - 3x - 4)(-3x^2 + x) &= -6x^4 + \underbrace{2x^3} + \underbrace{9x^3} - 3x^2 + \underbrace{12x^2} - 4x \\ &= -6x^4 + 11x^3 + 9x^2 - 4x\end{aligned}$$

$$\sigma\tau) (3x^2 - 2xy - 5y^2)(4y - x) = 12x^2y - 3x^3 - 8xy^2 + 2x^2y - 20y^3 + 5xy^2$$

3

Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(3x - 2)(x^2 - x)(4x - 3)$

β) $-2x(x^2 - x + 1)(x - 2) - (x - 1)(2x - 3)(x + 2)$

γ) $(-2x + y)(x^2 - 3xy) - (3x - y)(4x + y)(-2x - 3y)$

Ασκήσεις βιβλίου
σελίδα 41

$$\begin{aligned}
 \alpha) (3x-2)(x^2-x)(4x-3) &= (3x-2)(4x^3-3x^2-4x^2+3x) \\
 &= (3x-2)(4x^3-7x^2+3x) \\
 &= 12x^4 - 21x^3 + 9x^2 - 8x^3 + 14x^2 - 6x \\
 &= 12x^4 - 29x^3 + 23x^2 - 6x
 \end{aligned}$$

3

Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(3x - 2)(x^2 - x)(4x - 3)$

β) $-2x(x^2 - x + 1)(x - 2) - (x - 1)(2x - 3)(x + 2)$

γ) $(-2x + y)(x^2 - 3xy) - (3x - y)(4x + y)(-2x - 3y)$

Ασκήσεις βιβλίου
σελίδα 41

$$\begin{aligned}
 \beta) & -2x(x^2 - x + 1)(x - 2) - (x - 1)(2x - 3)(x + 2) = \\
 & -2x(\underbrace{x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + x - 2}) - (x - 1)(\underbrace{2x^2 + 4x - 3x - 6}) = \\
 & -2x(x^3 - 3x^2 + 3x - 2) - (x - 1)(2x^2 + x - 6) = \\
 & -2x^4 + 6x^3 - 6x^2 + 4x - (2x^3 + \underbrace{x^2 - 6x - 2x^2 - x + 6}) = \\
 & -2x^4 + 6x^3 - 6x^2 + 4x - (2x^3 - x^2 - 7x + 6) = \\
 & -2x^4 + \underbrace{6x^3 - 6x^2 + 4x} - \underbrace{2x^3 + x^2 + 7x} - \underbrace{6} = \\
 & -2x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 11x - 6
 \end{aligned}$$

κάνω αναγωγή
μπας και μικρώνει!

3

Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(3x - 2)(x^2 - x)(4x - 3)$

β) $-2x(x^2 - x + 1)(x - 2) - (x - 1)(2x - 3)(x + 2)$

γ) $(-2x + y)(x^2 - 3xy) - (3x - y)(4x + y)(-2x - 3y)$

Ασκήσεις βιβλίου
σελίδα 41

$$\begin{aligned}
 \gamma) & (-2x + y)(x^2 - 3xy) - (3x - y)(4x + y)(-2x - 3y) = \\
 & -2x^3 + \underline{6x^2y} + \underline{yx^2} - 3xy^2 - (3x - y)(-8x^2 - \underline{12xy} - \underline{2xy} - 3y^2) = \\
 & -2x^3 + 7x^2y - 3xy^2 - (3x - y)(-8x^2 - 14xy - 3y^2) = \\
 & -2x^3 + 7x^2y - 3xy^2 - (-24x^3 - \underline{42x^2y} - \underline{9xy^2} + \underline{8x^2y} + \underline{14xy^2} + 3y^3) = \\
 & -2x^3 + 7x^2y - 3xy^2 - (-24x^3 - 34x^2y + 5xy^2 + 3y^3) = \text{έκανα αναγωγή.} \\
 & \underline{-2x^3} + \underline{7x^2y} - \underline{3xy^2} + \underline{24x^3} + \underline{34x^2y} - \underline{5xy^2} - 3y^3 = \\
 & 22x^3 + 41x^2y - 8xy^2 - 3y^3.
 \end{aligned}$$