

# Άλγεβρα Β' Λυκείου

Μάθημα 10 - Αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο



13. Να αποδείξετε ότι:

$$\text{i)} \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\epsilon\phi x} + \frac{\eta\mu x}{1-\sigma\phi x} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x \quad \text{ii)} (1-\sigma\upsilon\nu x) \left( 1 + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} \right) = \eta\mu x \cdot \epsilon\phi x$$

$$\text{iii)} \frac{1}{\epsilon\phi x + \sigma\phi x} = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x \quad \text{iv)} \left( \frac{1}{\eta\mu x} - \eta\mu x \right) \left( \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \sigma\upsilon\nu x \right) = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x.$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\epsilon\phi x} + \frac{\eta\mu x}{1-\sigma\phi x} &= \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}} + \frac{\eta\mu x}{1-\frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}} = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\frac{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}} + \frac{\eta\mu x}{\frac{\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}} = \\ &= \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x} + \frac{\eta\mu^2 x}{\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x} = \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x} - \frac{\eta\mu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x} \\ &= \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x - \eta\mu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x} = \frac{(\cancel{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x}) (\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x)}{\cancel{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x}} = \\ &= \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x \end{aligned}$$

13. Να αποδείξετε ότι:

$$\text{i)} \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\epsilon\phi x} + \frac{\eta\mu x}{1-\sigma\phi x} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x \quad \text{ii)} (1-\sigma\upsilon\nu x) \left( 1 + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} \right) = \eta\mu x \cdot \epsilon\phi x$$

$$\text{iii)} \frac{1}{\epsilon\phi x + \sigma\phi x} = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x \quad \text{iv)} \left( \frac{1}{\eta\mu x} - \eta\mu x \right) \left( \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \sigma\upsilon\nu x \right) = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x.$$

$$\text{ii)} (1 - \sigma\upsilon\nu x) \cdot \left( 1 + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} \right) = \cancel{1} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \sigma\upsilon\nu x \cancel{-1}$$

$$= \frac{1 - \sigma\upsilon\nu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x} = \frac{\eta\mu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x} = \eta\mu x \cdot \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} = \eta\mu x \cdot \epsilon\phi x$$

$$\begin{aligned} \text{iii)} \frac{1}{\epsilon\phi x + \sigma\phi x} &= \frac{1}{\frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}} = \frac{1}{\frac{\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}} = \frac{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x} = \frac{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{1} \\ &= \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x \end{aligned}$$

13. Να αποδείξετε ότι:

$$\text{i)} \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\epsilon\phi x} + \frac{\eta\mu x}{1-\sigma\phi x} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x \quad \text{ii)} (1-\sigma\upsilon\nu x) \left( 1 + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} \right) = \eta\mu x \cdot \epsilon\phi x$$

$$\text{iii)} \frac{1}{\epsilon\phi x + \sigma\phi x} = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x \quad \text{iv)} \left( \frac{1}{\eta\mu x} - \eta\mu x \right) \left( \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \sigma\upsilon\nu x \right) = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x.$$

$$\text{iv)} \left( \frac{1}{\eta\mu x} - \eta\mu x \right) \left( \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \sigma\upsilon\nu x \right) = \frac{1}{\eta\mu x} \cdot \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x} - \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} + \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$$

$$= \frac{\overbrace{1}^{\quad}}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x} - \frac{\overbrace{\sigma\upsilon\nu x}^{\quad}}{\eta\mu x} - \frac{\overbrace{\eta\mu x}^{\quad}}{\sigma\upsilon\nu x} + \overbrace{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}^{\quad}$$

$$= \frac{\cancel{1} - \cancel{\sigma\upsilon\nu^2 x} - \cancel{\eta\mu^2 x} + \eta\mu^2 x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x} = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$$

## Γωνίες αντίθετες

Αν οι γωνίες  $\omega$  και  $\omega'$  είναι αντίθετες, δηλαδή αν  $\omega' = -\omega$ , τότε, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τα σημεία  $M$  και  $M'$  είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα  $x'x$ . Επομένως τα σημεία αυτά έχουν την ίδια τετμημένη και αντίθετες τεταγμένες.

Έχοντας υπόψη τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών, συμπεραίνουμε ότι:

$$\sin(-\omega) = \sin \omega$$

$$\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$$

$$\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$$

$$\sigma\varphi(-\omega) = -\sigma\varphi\omega$$

