

Γεωμετρία Β' Λυκείου

Μάθημα 5 - Ασκήσεις στα κριτήρια ομοιότητας

ΘΕΜΑ 2 14535

Δίνονται δύο τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

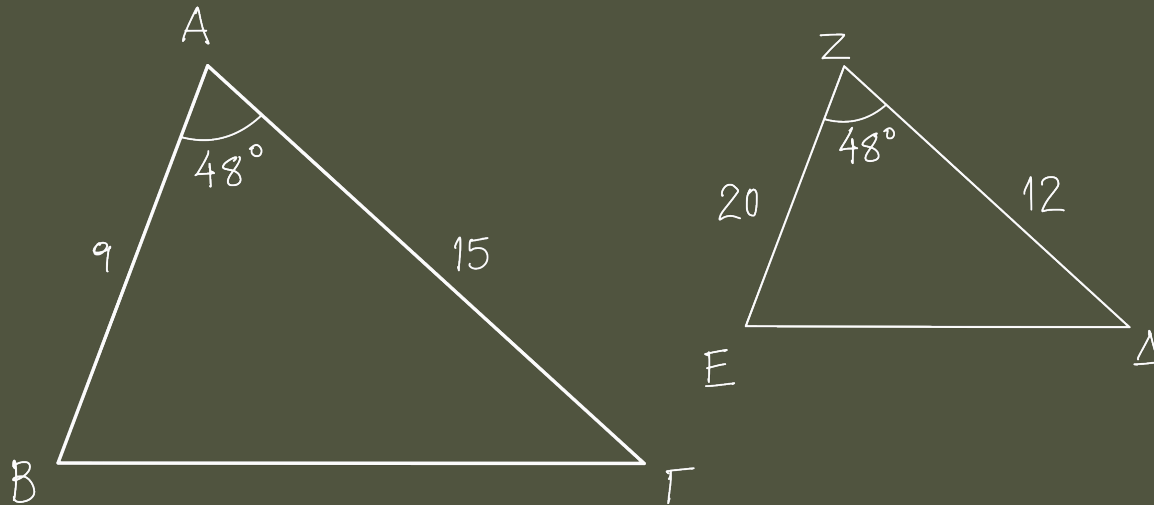
$AB = 9$, $ΑΓ = 15$ και $\hat{A} = 48^\circ$, $ZΔ = 12$, $ZE = 20$ και $\hat{Z} = 48^\circ$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

- Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.
- Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

(Μονάδες 12)



α) Τα τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ είναι όμοια αφού παρατηρούμε ότι

$$\frac{AB}{ZΔ} = \frac{ΑΓ}{ZE} = \frac{9}{12} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

δηλαδή έχουν 2 πλευρές ανάλογες και επίσης έχουν την περιεχόμενη γωνία ίση (48°). Επομένως από το κριτήριο ομοιότητας, θα είναι όμοια

ΘΕΜΑ 2 14535

Δίνονται δύο τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

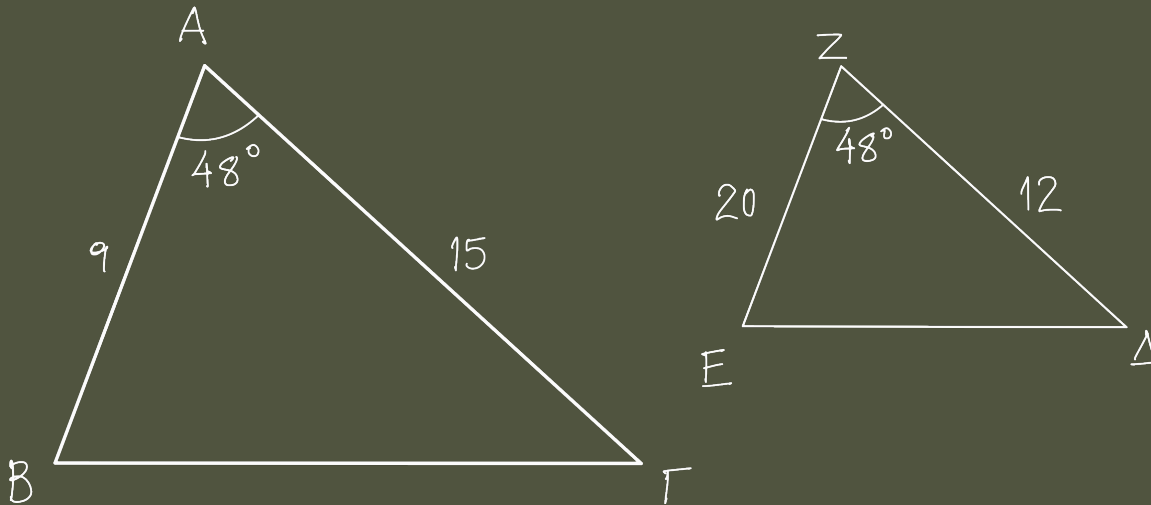
$AB = 9$, $ΑΓ = 15$ και $\widehat{A} = 48^\circ$, $ZΔ = 12$, $ZE = 20$ και $\widehat{Z} = 48^\circ$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

- Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.
- Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

(Μονάδες 12)



β) i) $\frac{AB}{ZΔ} = \frac{AG}{ZE} = \frac{BΓ}{ΔΕ}$

ii) Από την παραπάνω σχέση έχουμε : $\frac{9 \div 3}{12} = \frac{3}{4}$ άρα

ο λόγος ομοιότητας είναι
 $\lambda = \frac{3}{4}$

ΘΕΜΑ 2 14536

Για δύο ισοσκελή τρίγωνα ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και ΕΔΖ (ΕΔ = ΕΖ) γνωρίζουμε ότι:

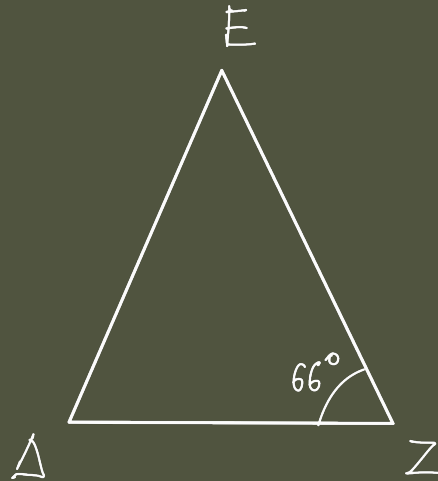
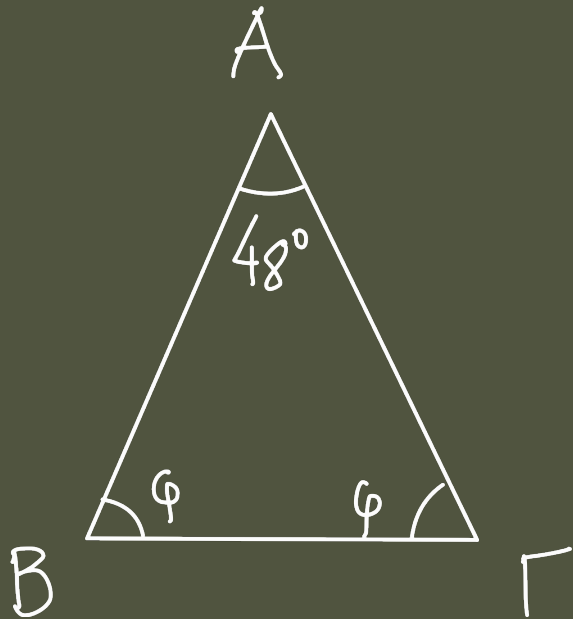
$\hat{A} = 48^\circ$, $\hat{Z} = 66^\circ$ και $AB = 3 \cdot ED$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΔΖ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

- Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των δυο τριγώνων
- Να βρείτε το λόγο των βάσεων των δυο τριγώνων.

(Μονάδες 12)



$$2\varphi + 48^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2\varphi = 180^\circ - 48^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2\varphi = 132^\circ$$

$$\Leftrightarrow \varphi = 66^\circ = \hat{Z}$$

άρα τα τρίγωνα
Εφόσον έχουν μια
γωνία ίση και είναι
και ισοσκελή, θα
είναι όμοια.

ΘΕΜΑ 2 14536

Για δύο ισοσκελή τρίγωνα $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και $E\Delta Z$ ($E\Delta = EZ$) γνωρίζουμε ότι:

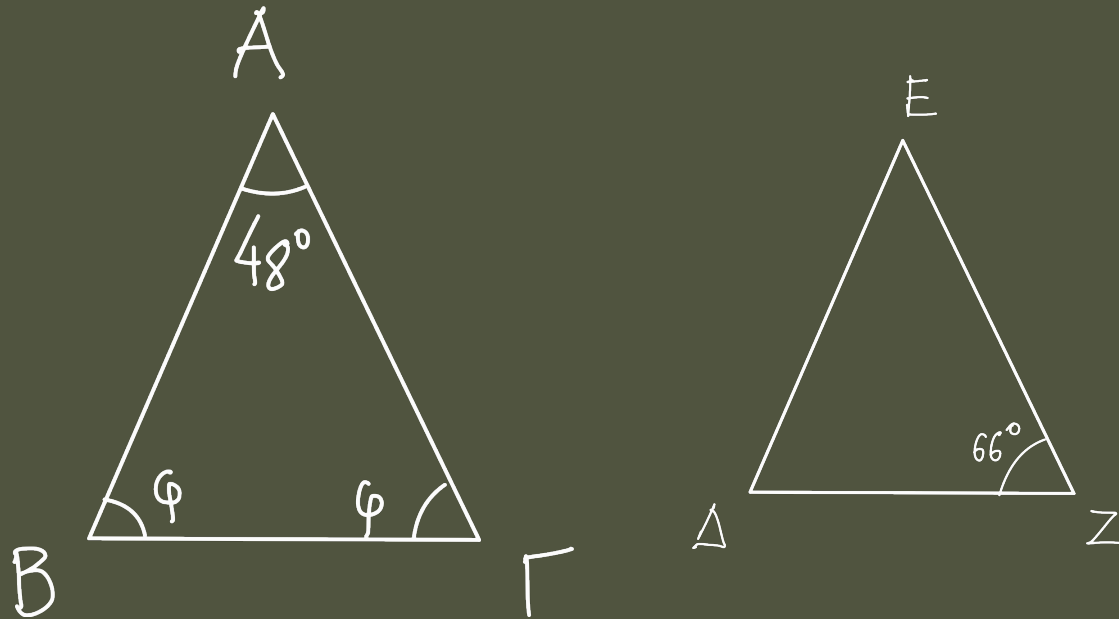
$\hat{A} = 48^\circ$, $\hat{Z} = 66^\circ$ και $AB = 3 \cdot E\Delta$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $E\Delta Z$ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

- Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των δυο τριγώνων
- Να βρείτε το λόγο των βάσεων των δυο τριγώνων.

(Μονάδες 12)



$$\beta) (i) \quad \frac{AB}{E\Delta} = \frac{A\Gamma}{EZ} = \frac{B\Gamma}{\Delta Z}$$

$$(ii) \quad \text{Επειδή } AB = 3E\Delta \\ \text{ο λόγος ομοιότητας} \\ \text{είναι } \frac{AB}{E\Delta} = 3$$

ΘΕΜΑ 2 14537

Δίνονται δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$$\hat{A} = 48^\circ, \hat{B} = 53^\circ, \hat{E} = 79^\circ \text{ και } \hat{Z} = 48^\circ.$$

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια.

(Μονάδες 10)

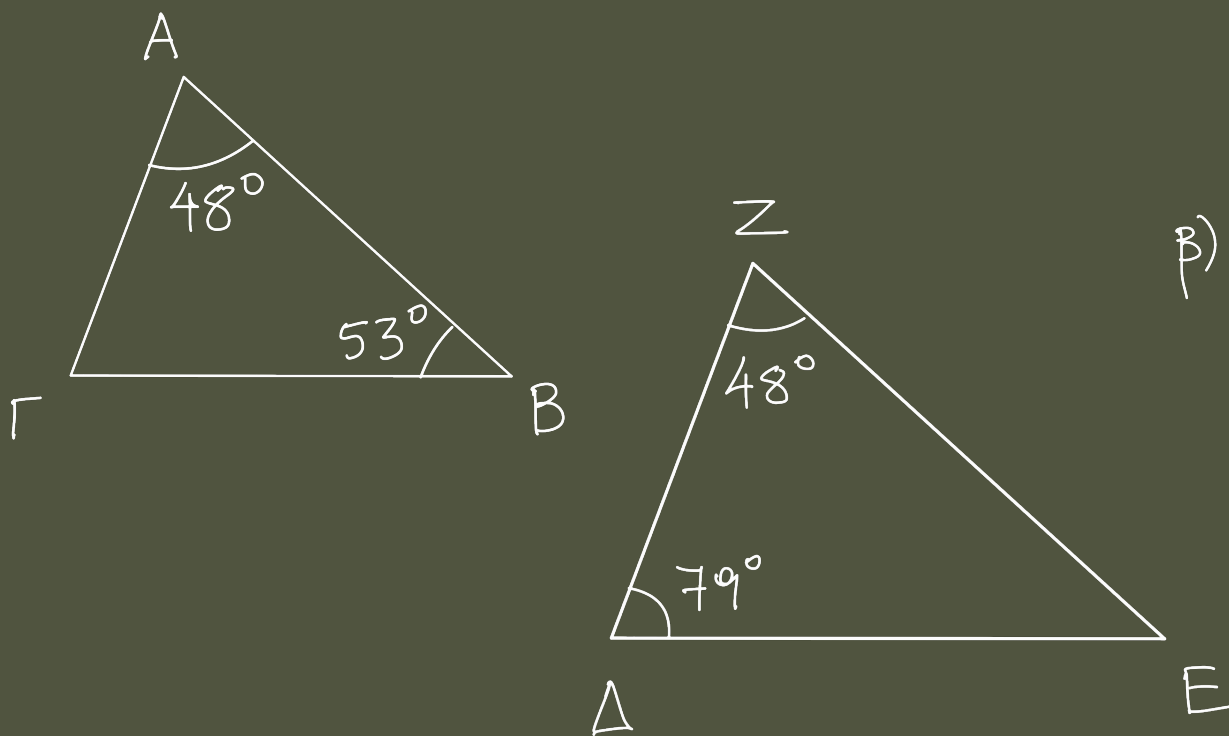
β)

i. Ποιες είναι οι ομόλογες πλευρές των δύο τριγώνων;

(Μονάδες 9)

ii. Να γράψετε την ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

(Μονάδες 6)



α) Η γωνία $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B}$ είναι
 $180^\circ - 48^\circ - 53^\circ = 79^\circ$

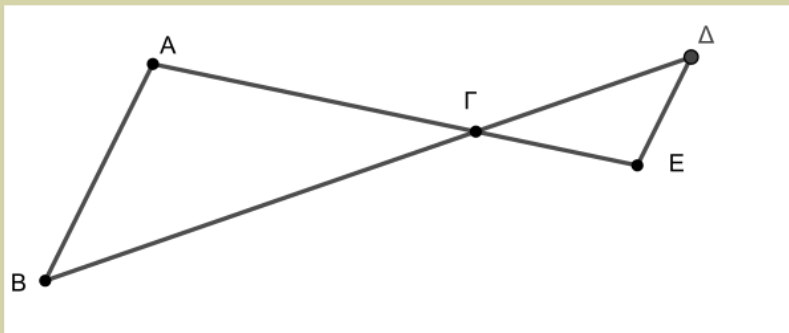
άρα τα τρίγωνα έχουν
 δύο γωνίες ίσες, όπου
 από το κριτήριο ομοιότητας
 προκύπτει ότι είναι όμοια.

β) (i) Οι ομόλογες πλευρές των δύο τριγώνων
 είναι οι $A\Gamma \sim Z\Delta$, $AB \sim ZE$ και
 $B\Gamma \sim \Delta E$.

(ii) $\frac{A\Gamma}{Z\Delta} = \frac{AB}{ZE} = \frac{B\Gamma}{\Delta E}$

ΘΕΜΑ 2 14538

Στο παρακάτω σχήμα τα τμήματα AB και ΔΕ είναι παράλληλα και τα τμήματα ΑΓ και ΓΕ είναι τέτοια, ώστε $ΑΓ=2ΓΕ$.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΔΓ είναι όμοια.

(Μονάδες 13)

β)

- Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δύο τριγώνων.
- Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων;

(Μονάδες 12)

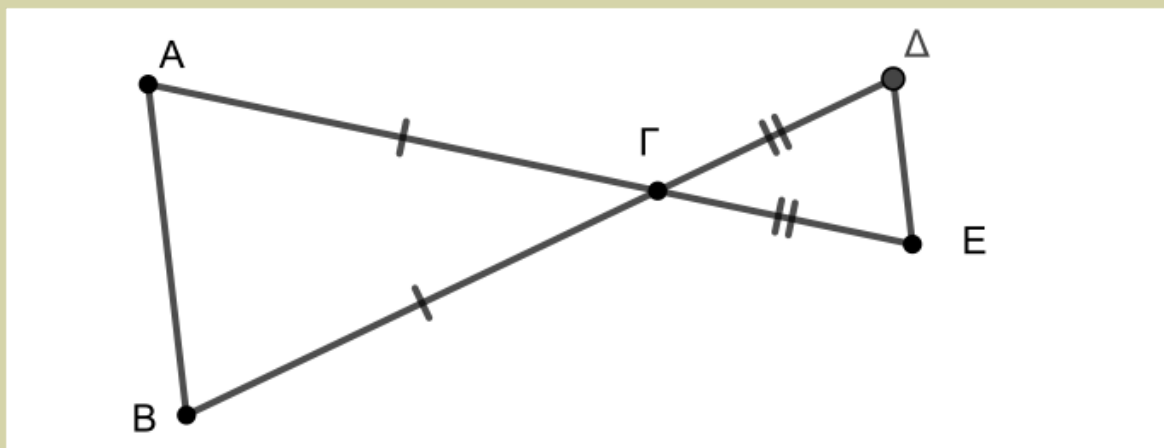
α) $\hat{A}\hat{\Gamma}B = \hat{E}\hat{\Gamma}\Delta$ (κατα κορυφήν)
 $\frac{\Gamma\Delta}{\Gamma B} = \frac{\Gamma E}{\Gamma A}$
 \downarrow
 $AB \parallel \Delta E$
 όρα έχουν 2
 πλευρές ανάλογες
 και την περιεχόμενη
 γωνία ίση.

β) (i) $\frac{\Gamma\Delta}{\Gamma B} = \frac{\Gamma E}{\Gamma A} = \frac{\Delta E}{AB}$

(ii) επειδή $ΑΓ = 2ΓΕ$, $\frac{\Gamma E}{\Gamma A} = \frac{1}{2} = \lambda$

Ασκήσεις για το σπίτι

- 1) Στο παρακάτω σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΕ και ΒΔ τέμνονται στο Γ, τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ που σχηματίζονται είναι ισοσκελή και οι βάσεις τους ΑΒ και ΔΕ είναι τέτοιες, ώστε $AB = 2 \cdot \Delta E$.



- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ είναι όμοια. (Μονάδες 13)
- β)
- i. Να γράψετε την ισότητα των λόγων που προκύπτει από την ομοιότητα των τριγώνων του ερωτήματος α).
 - ii. Ποια σχέση συνδέει τις πλευρές ΑΓ και ΓΕ των δύο τριγώνων;
- (Μονάδες 12)

2)

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ότι $AE = 5$, $AG = 4$, $EG = 2$, $DE = 6$, $BE = 15$ και

$$BD = 12.$$

α) Να υπολογίσετε τους λόγους

$$\frac{BD}{AG}, \frac{DE}{EG}, \frac{BE}{AE}$$

(Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AEΓ$ και $BEΔ$ είναι όμοια.

(Μονάδες 8)

γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων $AEΓ$ και $BEΔ$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$$\hat{A} = \dots, \quad \hat{\Gamma} = \dots, \quad \angle AEG = \dots$$

(Μονάδες 8)

