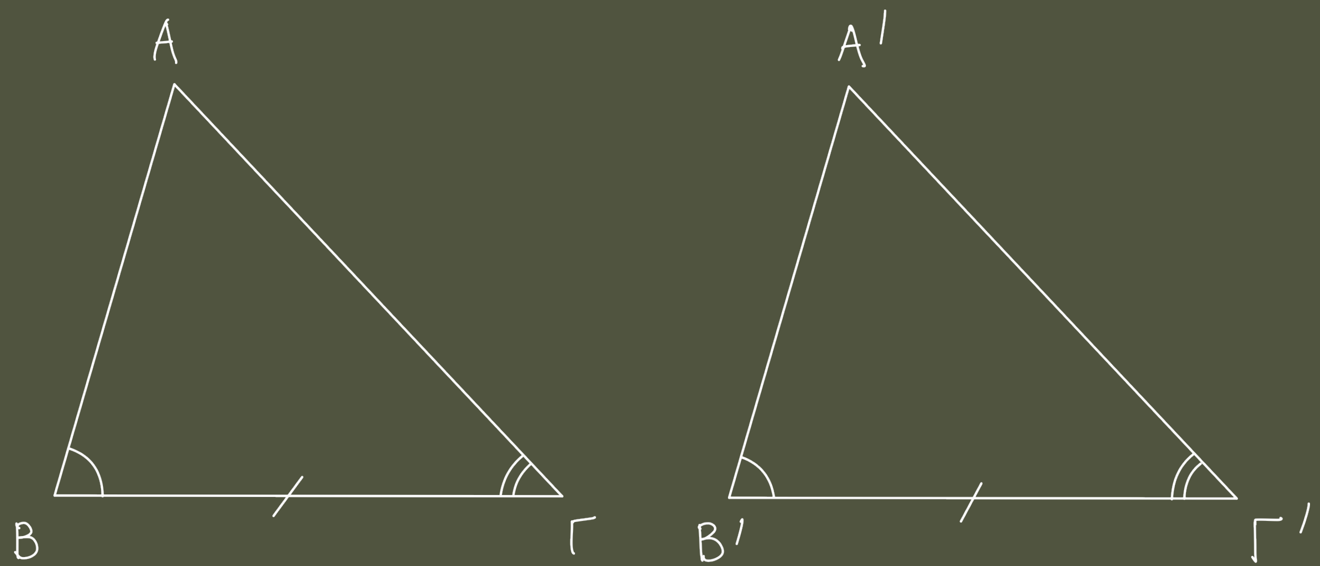
Γεωμετρία Α’ Λυκείου

Μάθημα 3 - 2ο και 3ο κριτήριο ισότητας

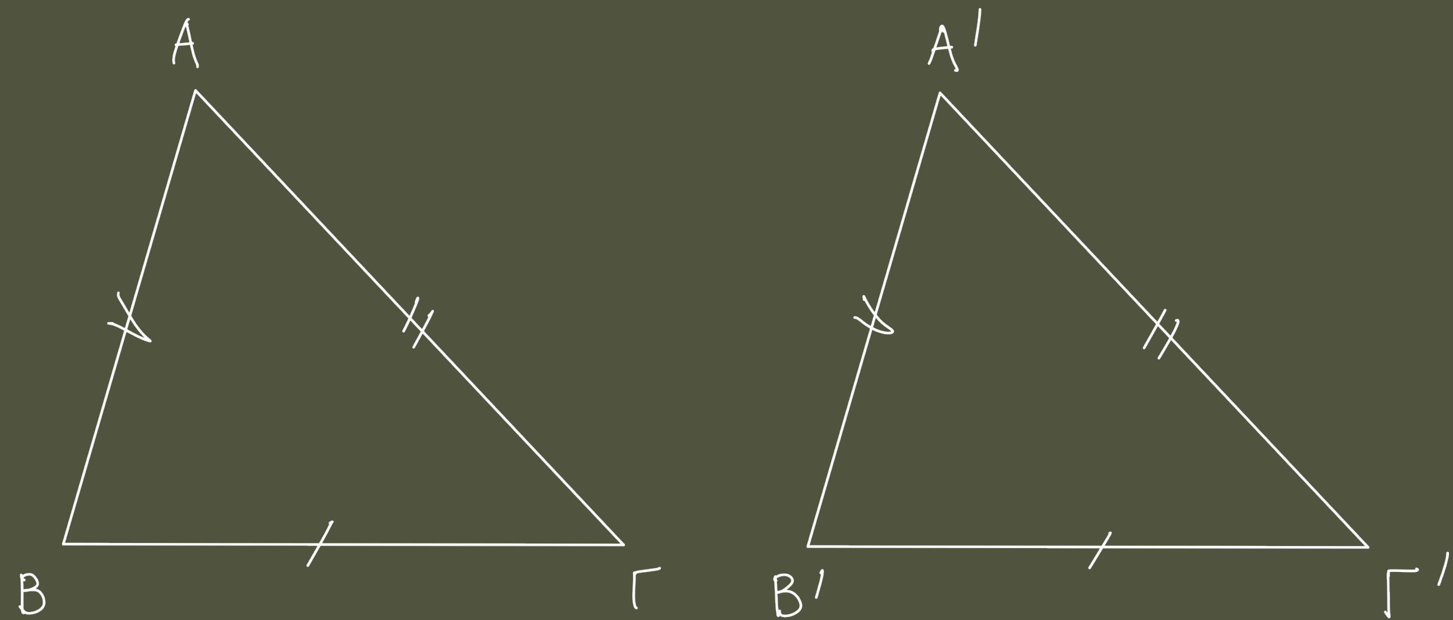
ΘΕΩΡΗΜΑ (2ο Κριτήριο – ΓΠΓ)

Αν δύο τρίγωνα έχουν μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.



ΘΕΩΡΗΜΑ (3ο Κριτήριο – ΠΠΠ)

Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.



Θέμα 2 (1627)

Δίνεται η γωνία $x\hat{O}y$ και η διχοτόμος της $O\delta$. Θεωρούμε σημείο Μ της $O\delta$ και σημεία Α και Β στις ημιευθείες Ox και Oy αντίστοιχα, τέτοια ώστε ΟΑ-ΟΒ. Να αποδείξετε ότι:

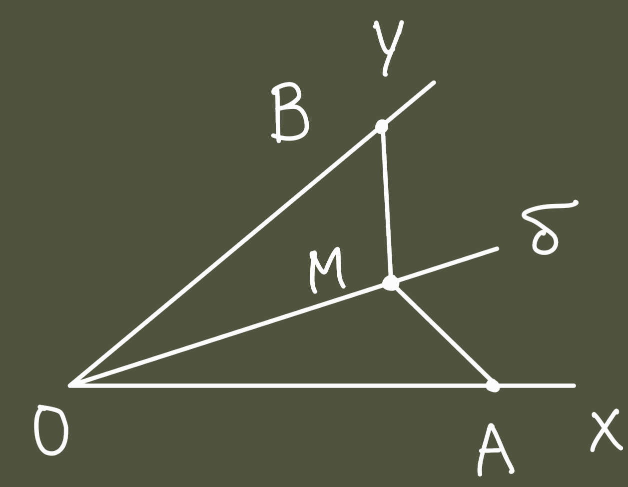
i) ΜΑ=ΜΒ (Μονάδες 15)

ii) Η Οδ είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{M}B$ (Μονάδες 10)

i) Συγκρίνω τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{OMB}$ και $\overset{\triangle}{OMA}$.

$$\left.\begin{array}{l} OM \text{ κοινή} \\ OB = OA \text{ (υπόθεση)} \\ M\hat{O}B = M\hat{O}A \text{ (Οδ διχοτόμος)} \end{array}\right\}$$

Άρα από κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα άρα $MB = MA$.

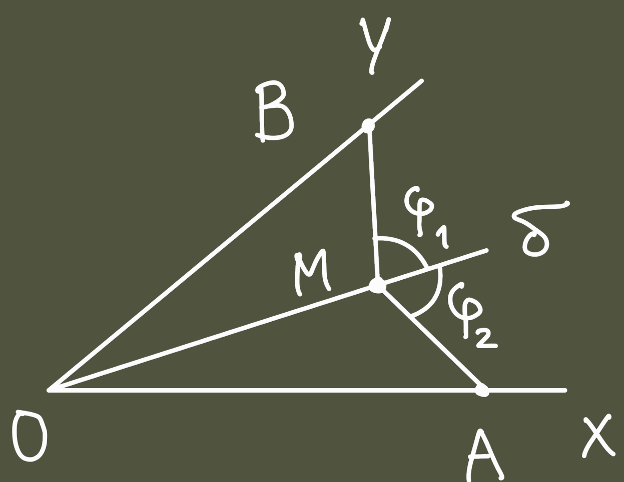


Θέμα 2 (1627)

Δίνεται η γωνία $x\hat{O}y$ και η διχοτόμος της $O\delta$. Θεωρούμε σημείο Μ της $O\delta$ και σημεία Α και Β στις ημιευθείες Ox και Oy αντίστοιχα, τέτοια ώστε ΟΑ-ΟΒ. Να αποδείξετε ότι:

i) ΜΑ=ΜΒ (Μονάδες 15)

ii) Η Οδ είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{M}B$ (Μονάδες 10)



ii) Αφού δείξαμε ότι $\overset{\triangle}{OMB} = \overset{\triangle}{OMA}$

θα ισχύει ότι $O\hat{M}B = O\hat{M}A$.

Όμως $O\hat{M}B + \varphi_1 = 180$ (1)

$O\hat{M}A + \varphi_2 = 180$ (2)

Αφαιρώντας τις (1) και (2) προκύπτει ότι $\cancel{O\hat{M}B} - \cancel{O\hat{M}A} + \varphi_1 - \varphi_2 = 180-180$

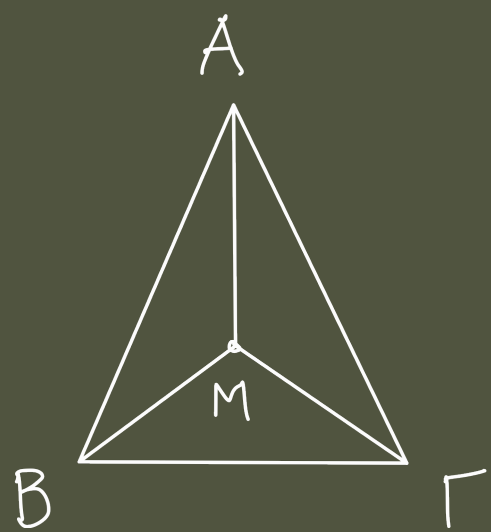
$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = 0 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$

Θέμα 2 (1601)

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με (ΑΒ=ΑΓ) και σημείο Μ εσωτερικό του τριγώνου, τέτοιο ώστε ΜΒ=ΜΓ. Να αποδείξετε ότι:

i) Τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΑΜΓ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

ii) Η ευθεία ΑΜ διχοτομεί τη γωνία $B\hat{M}\Gamma$. (Μονάδες 13)



i) Συγκρίνω τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{AMB}$ και $\overset{\triangle}{AM\Gamma}$,

$$\left.\begin{array}{ll} MB = M\Gamma & (\text{υπόθεση}) \\ AB = A\Gamma & (\text{υπόθεση}) \\ AM & (\text{κοινή}) \end{array}\right\}$$

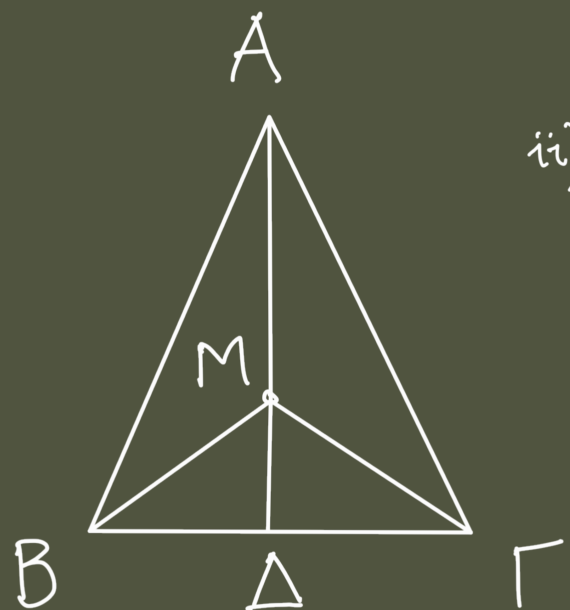
Από κριτήριο ΠΠΠ προκύπτει η ισότητα.

Θέμα 2 (1601)

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με (ΑΒ=ΑΓ) και σημείο Μ εσωτερικό του τριγώνου, τέτοιο ώστε ΜΒ=ΜΓ. Να αποδείξετε ότι:

i) Τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΑΜΓ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

ii) Η ευθεία ΑΜ διχοτομεί τη γωνία $B\hat{M}\Gamma$. (Μονάδες 13)



ii) Στο 1ο ερώτημα δείξαμε ότι $\overset{\triangle}{AMB} = \overset{\triangle}{AM\Gamma}$, άρα $A\hat{M}B = A\hat{M}\Gamma$ επομένως $B\hat{M}\Delta = \Gamma\hat{M}\Delta$ ως παραπληρωματικές ίσων γωνιών άρα η ΑΜ είναι διχοτόμος της $B\hat{M}\Gamma$.