Άλγεβρα Β′ Λυκείου

Επιλεγμένες Ασκήσεις Τράπεζας

15113.Δίνονται τα πολυώνυμα: $\mathbf{P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2(x^3 - 1) + 9}$ **και** $\mathbf{Q(x) = \alpha x^2 + 7, \alpha \in \mathbb{R}}$ **.**

α) Είναι το πολυώνυμο P(x) 3ου βαθμού; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την τιμή του α , ώστε τα πολυώνυμα P(x) και Q(x) να είναι ίσα. (Μονάδες 12)

Λύση

α) Είναι $P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2(x^3 - 1) + 9 = -\cancel{2x^3} + 4x^2 + \cancel{2x^3} - 2 + 9 = 4x^2 + 7$, οπότε το πολυώνυμο είναι 2ου βαθμού και όχι 3ου.

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ είναι $P(x) = Q(x) \Leftrightarrow \alpha = 4$.

14981. **Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3-x+6$.**

α) Να υπολογίσετε το $P(-2)$. **(Μονάδες 5)**

β) Να αποδείξετε ότι το $x+2$ είναι παράγοντας του $P(x)$. **(Μονάδες 5)**

γ) Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$. **(Μονάδες 10)**

Λύση

α) $P(-2)=(-2)^3-(-2)+6=-8+2+6=0$

β) Επειδή $P(-2)=0$ το $x+2$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

1	0	- 1	6	ρ= - 2
	- 2	4	- 6	
1	- 2	3	0	

γ) $P(x)=(x+2)(x^2-2x+3)$

15012. **Η διαίρεση ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-3$ έχει πηλίκο x^2+2 και υπόλοιπο 4.**

α) Να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω διαίρεσης. **(Μονάδες 8)**

β) Να δείξετε ότι $P(x)=x^3-3x^2+2x-2$. **(Μονάδες 8)**

γ) Είναι το $x=3$ ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$;Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 9)**

Λύση

α) Από τον τύπο της Ευκλείδειας διαίρεσης είναι $P(x)=(x-3)(x^2+2)+4$

β) $P(x)=(x-3)(x^2+2)+4 \Leftrightarrow P(x)=x^3+2x-3x^2-6+4=x^3-3x^2+2x-2$

γ) Για να είναι το x = 3 ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$ πρέπει $P(3)=0 \Leftrightarrow$

$3^3-3\cdot 3^2+2\cdot 3-2=0 \Leftrightarrow \cancel{27}-\cancel{27}+6-2=0$ αδύνατο. Άρα το x = 3 δεν είναι ρίζα του πολυωνύμου.

15096. **Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=2x^3+x^2-3x+1$.**

α) Να αποδείξετε ότι το 1 και το -1 δεν είναι ρίζες του πολυωνύμου. **(Μονάδες 10)**

β) Να κάνετε τη διαίρεση του $P(x):(x^2+x-1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

(Μονάδες 15)

Λύση

α) Είναι $P(1)=2\cdot1^3+1^2-3\cdot1+1=1\neq0$ και

$P(-1)=2\cdot(-1)^3+(-1)^2-3\cdot(-1)+1=3\neq0$ άρα δεν είναι ρίζες του πολυωνύμου.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
2x^3 & +x^2 & -3x & +1 & x^2+x-1 \\ \cline{5-5}
-2x^3 & -2x^2 & +2x & & 2x-1 \\ \cline{1-4}
 & -x^2 & -x & +1 & \\
 & x^2 & +x & -1 & \\ \cline{1-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

β) Είναι $P(x)=(x^2+x-1)(2x-1)$

15040. **Δίνεται η εξίσωση $x^3-7x+6=0$**

α) Να εξετάσετε αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα της. **(Μονάδες 5)**

β) Με τη βοήθεια του σχήματος Horner ή με όποιο άλλο τρόπο θέλετε, να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης $\left(x^3-7x+6\right):\left(x-1\right)$ και να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης. **(Μονάδες 10)**

γ) Να λύσετε την εξίσωση $x^3-7x+6=0$. **(Μονάδες 10)**

Λύση

α) Για να είναι το 1 ρίζα πρέπει $1^3-7\cdot 1+6=0 \Leftrightarrow 1-7+6=0$ ισχύει.

β) Είναι $x^3-7x+6=\left(x-1\right)\left(x^2+x-6\right)$

Το πηλίκο της διαίρεσης είναι το x^2+x-6 .

1	0	- 7	6	ρ=1
	1	1	- 6	
1	1	- 6	0	

γ) $x^3-7x+6=0 \Leftrightarrow \left(x-1\right)\left(x^2+x-6\right)=0 \Leftrightarrow \left(x-1=0 \Leftrightarrow x=1\right)$ ή

$$\left(x^2+x-6=0,\ \Delta=25,\ x=\frac{-1+5}{2}=2 \text{ ή } x=\frac{-1-5}{2}=-3\right)$$

15246.Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3+x^2-x-1$.

α) Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$. **(Μονάδες 10)**

β) Αν $P(x)=(x+1)^2(x-1)$ να λύσετε την ανίσωση $P(x)\geq 0$. **(Μονάδες 15)**

Λύση

α) $P(x)=x^3+x^2-x-1=x^2(x+1)-(x+1)=(x+1)(x^2-1)=(x+1)(x+1)(x-1)=(x+1)^2(x-1)$

β) $P(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\in[1,+\infty)\cup\{-1\}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$(x+1)^2$		$+$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	