

Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου

Μάθημα 1 - Πρόσθεση & Αφαίρεση ρητών

A Οι πραγματικοί αριθμοί και οι πράξεις τους

Πραγματικοί αριθμοί είναι όλοι οι αριθμοί που γνωρίσαμε στις προηγούμενες τάξεις.

Π.χ. $\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{2}$, 7,34, $\sqrt{2}$, 3, π , $\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\sqrt{4}$, -0,5, $1 + \sqrt{3}$, 6,1010010001...

Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται από τους ρητούς και τους άρρητους αριθμούς.

Ρητός λέγεται κάθε αριθμός που έχει ή μπορεί να πάρει τη μορφή ενός κλάσματος $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ , ν ακέραιοι αριθμοί και $\nu \neq 0$.

$$\frac{3}{4}, \quad -\frac{5}{2} = \frac{-5}{2}, \quad 7,34 = \frac{734}{100},$$

$$3 = \frac{3}{1}, \quad \sqrt{4} = 2 = \frac{2}{1}, \quad -0,5 = \frac{-5}{10}.$$

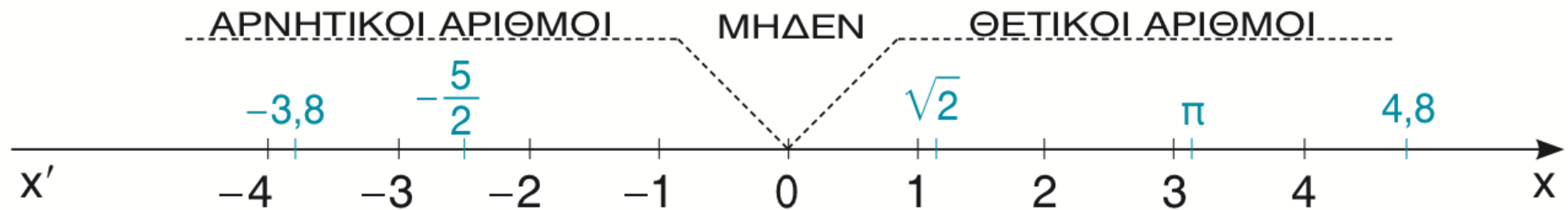
Άρρητος λέγεται κάθε αριθμός που δεν είναι ρητός.

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad \frac{\sqrt{5}}{3}, \quad 1 + \sqrt{3}, \quad 6,1010010001...$$

Κάθε πραγματικός αριθμός παριστάνεται μ' ένα σημείο πάνω σ' έναν άξονα.

Η **απόλυτη τιμή** ενός πραγματικού αριθμού a συμβολίζεται με $|a|$ και είναι ίση με την απόσταση του σημείου, που παριστάνει τον αριθμό a , από την αρχή του άξονα.

Για παράδειγμα: $|-2| = 2$, $|2| = 2$, $|0| = 0$, $|\frac{-3}{4}| = \frac{3}{4}$



Οι πράξεις στους πραγματικούς αριθμούς

Πρόσθεση

- Για να προσθέσουμε δύο **ομόσημους** αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους, και στο άθροισμα αυτό βάζουμε ως πρόσημο το κοινό τους πρόσημο.

$$\begin{aligned} +7 + 5 &= +12 \\ -7 - 5 &= -12 \end{aligned}$$

- Για να προσθέσουμε δύο **ετερόσημους** αριθμούς, αφαιρούμε τη μικρότερη απόλυτη τιμή από τη μεγαλύτερη και στη διαφορά αυτή βάζουμε πρόσημο, το πρόσημο του αριθμού που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

$$\begin{aligned} +5 - 7 &= -2 \\ -5 + 7 &= +2 \end{aligned}$$

Οι πράξεις στους πραγματικούς αριθμούς

Αφαίρεση

- Για να βρούμε τη διαφορά δύο αριθμών, προσθέτουμε στο μειωτέο τον αντίθετο του αφαιρετέου.

$$a - b = a + (-b)$$

$$5 - 7 = 5 + (-7) = -2$$

$$5 - (-7) = 5 + (+7) = 12$$

Ασκήσεις σχολικού βιβλίου

- 2 Τα αποτελέσματα των παρακάτω πράξεων σχηματίζουν το έτος που έγινε ένα γεγονός στη χώρα μας με παγκόσμιο ενδιαφέρον.

$$-(5 - 4) - (+2) + (-6 + 4) - (-7) = \square$$

$$4 - (-2 + 6 - 3) + (-9 + 6) = \square$$

$$14 + (-6 + 5 - 3) - (-4 - 1) \cdot (-2) = \square$$

$$(-3) \cdot (-2) + 4 - (+5) - (-1) : (-1) = \square$$

$$\begin{aligned} -(5 - 4) - (+2) + (-6 + 4) - (-7) &= -(1) - 2 + (-2) - (-7) \\ &= \widehat{-1} \widehat{-2} \widehat{-2} + 7 = 7 - 5 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 - (-2 + 6 - 3) + (-9 + 6) &= 4 - (6 - 5) + (-9 + 6) \\ &= 4 - (1) + (-3) = \widehat{4} \widehat{-1} \widehat{-3} = 4 - 4 = 0 \end{aligned}$$

Ασκήσεις σχολικού βιβλίου

- 2 Τα αποτελέσματα των παρακάτω πράξεων σχηματίζουν το έτος που έγινε ένα γεγονός στη χώρα μας με παγκόσμιο ενδιαφέρον.

$$-(5 - 4) - (+2) + (-6 + 4) - (-7) = \square$$

$$4 - (-2 + 6 - 3) + (-9 + 6) = \square$$

$$14 + (-6 + 5 - 3) - (-4 - 1) \cdot (-2) = \square$$

$$(-3) \cdot (-2) + 4 - (+5) - (-1) : (-1) = \square$$

$$\begin{aligned} 14 + (-6 + 5 - 3) - (-4 - 1) \cdot (-2) &= 14 + (5 - 9) - \underline{(-5) \cdot (-2)} \\ &= 14 + (-4) - (+10) = 14 - 4 - 10 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{(-3) \cdot (-2)} + 4 - (+5) - \underline{(-1) : (-1)} &= 6 + 4 - 5 - (1) \\ &= \underbrace{6 + 4} - \underbrace{5 + 1} = 10 - 6 = 4 \end{aligned}$$

Ασκήσεις σχολικού βιβλίου

4

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{12}\right)$

β) $-\left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{11}{6}\right)$

$$\begin{aligned}\alpha) \quad \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{12}\right) &= \frac{\overset{4}{2}}{3} + \frac{\overset{3}{1}}{4} - \frac{\overset{6}{1}}{2} - \frac{\overset{1}{1}}{12} \\ &= \frac{8+3-6-1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Ασκήσεις σχολικού βιβλίου

4

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{12}\right)$$

$$\beta) - \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{11}{6}\right)$$

$$\beta) \quad - \left(\overset{2}{\underbrace{-\frac{1}{3}}} + \overset{3}{\underbrace{\frac{3}{2}}} - \overset{1}{\underbrace{\frac{5}{6}}} \right) + \left(\overset{3}{\underbrace{-\frac{1}{2}}} + \overset{2}{\underbrace{\frac{5}{3}}} - \overset{1}{\underbrace{\frac{11}{6}}} \right)$$

$$= - \left(\frac{-2 + 9 - 5}{6} \right) + \frac{-3 + 10 - 11}{6}$$

$$= - \frac{2}{6} + \frac{-4}{6} = \frac{-2 - 4}{6} = \frac{-6}{6} = -1$$

Ασκήσεις σχολικού βιβλίου

8 Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες:

α) $8 - (α - β) + (α - 5 - β) = 3$

β) $2 - (α + β - γ) - (4 + γ - β) - (-2 - α) = 0$

$$\begin{aligned} \alpha) \quad 8 - (\alpha - \beta) + (\alpha - 5 - \beta) &= 8 - \cancel{\alpha} + \cancel{\beta} + \cancel{\alpha} - 5 - \cancel{\beta} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta) \quad 2 - (\alpha + \beta - \gamma) - (4 + \gamma - \beta) - (-2 - \alpha) &= \\ &= \underbrace{2 - \cancel{\alpha} - \cancel{\beta} + \cancel{\gamma}}_{4} - \underbrace{4 - \cancel{\gamma} + \cancel{\beta}}_{4} + \underbrace{2 + \cancel{\alpha}}_{2} \\ &= 4 - 4 = 0 \end{aligned}$$