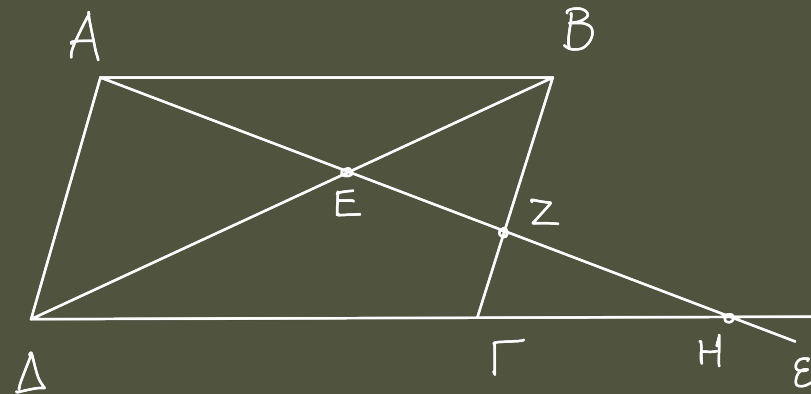


Γεωμετρία Β' Λυκείου

Μάθημα 3: Ασκήσεις στο Θεώρημα Θαλή

2. Από την κορυφή A παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε ευθεία ε η οποία τέμνει τη διαγώνιο $B\Delta$ στο E , την πλευρά $B\Gamma$ στο Z και την προέκταση της $\Delta\Gamma$ στο H . Να αποδείξετε ότι

$$i) \frac{AZ}{AH} = \frac{AB}{\Delta H}, \quad ii) AE^2 = EZ \cdot EH.$$

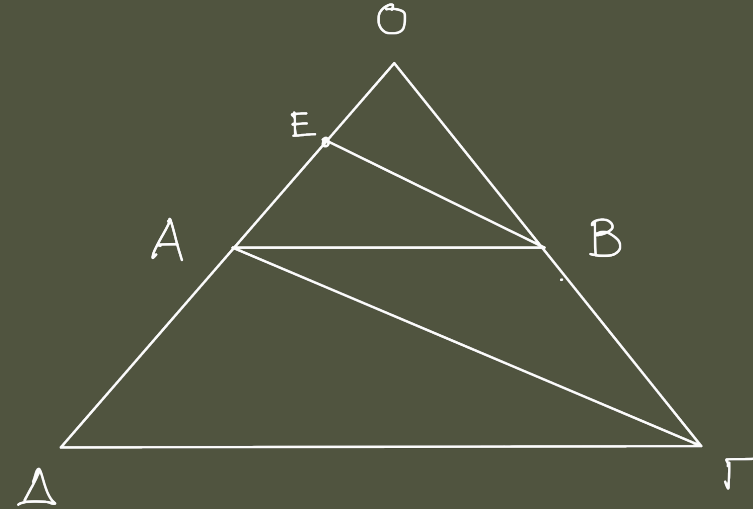


$$i) \frac{AZ}{AH} = \frac{\Delta\Gamma}{\Delta H} = \frac{AB}{\Delta H}$$

$$ii) \quad AE^2 = EZ \cdot EH \quad \gamma \quad \frac{AE}{EH} = \frac{EZ}{AE}$$

$$\frac{EZ}{AE} \stackrel{\downarrow A\Delta \parallel B\Gamma}{=} \frac{EZ}{\Delta E} \stackrel{\downarrow AB \parallel \Delta H}{=} \frac{AE}{EH}$$

3. Οι μη παράλληλες πλευρές AD , $BΓ$ τραπέζιου $ABΓΔ$ τέμνονται στο O . Η παράλληλη από το B προς την $ΑΓ$ τέμνει την AD στο E . Να αποδείξετε ότι το OA είναι μέσο ανάλογο των OD και OE .



Δηλαδή να δείξω ότι,

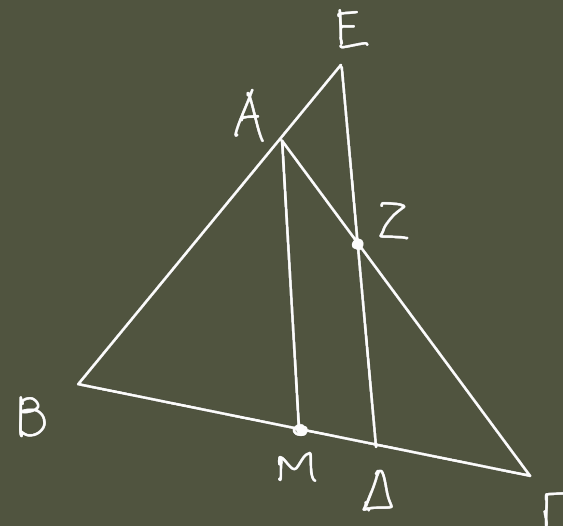
$$\frac{OD}{OA} = \frac{OA}{OE}$$

$$\frac{OD}{OA} = \frac{OB}{OB} = \frac{OA}{OE}$$

$\downarrow \quad \quad \downarrow$
 $AB \parallel \Delta\Gamma \quad EB \parallel \Lambda\Gamma$

4. Από σημείο Δ της πλευράς $B\Gamma$ τριγώνου $AB\Gamma$ φέρουμε την παράλληλη προς τη διάμεσό του AM , που τέμνει τις ευθείες AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι $\frac{AE}{AZ} = \frac{AB}{A\Gamma}$.



$$\frac{AE}{AZ} = \frac{AB}{A\Gamma} \quad \text{αρκεί να δείξω ότι} \quad \frac{AE}{AB} = \frac{AZ}{A\Gamma}$$

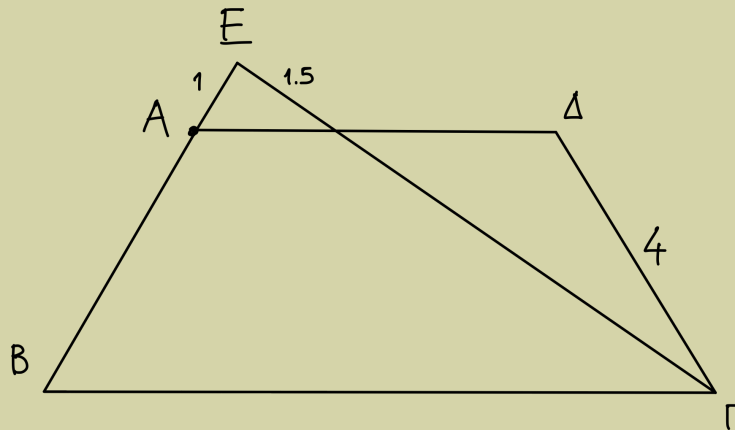
$$\frac{AE}{AB} = \frac{M\Delta}{BM} = \frac{M\Delta}{M\Gamma} \stackrel{AM \parallel \Delta Z}{=} \frac{AZ}{A\Gamma}$$

$\xrightarrow{\text{M μέσον}}$

Θέμα 2 (22132)

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με $AB=ΓΔ=4$ και με βάσεις ΑΔ και ΒΓ. Στην προέκταση της πλευράς ΒΑ προς το Α παίρνουμε σημείο Ε, ώστε $EA=1$. Το ευθύγραμμο τμήμα ΕΓ τέμνει την ΑΔ στο σημείο Ζ και $EZ=1.5$

- Να αποδείξετε ότι $Z\Gamma = 1.5AB$ (Μονάδες 10)
- Να υπολογίσετε το μήκος του $Z\Gamma$ (Μονάδες 05)
- Αν επιπλέον $B\Gamma = 10$, να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AZ του τριγώνου EAZ (Μονάδες 10)



i) Η $AZ \parallel B\Gamma$ οπότε από Θαλήνη $\frac{AB}{AE} = \frac{Z\Gamma}{EZ}$

$\Leftrightarrow \frac{AB}{1} = \frac{Z\Gamma}{1.5} \Leftrightarrow Z\Gamma = 1.5 AB$

ii) $Z\Gamma = 1.5 AB = 1.5 \cdot 4 = 6$

iii) λοιπόν ότι $\frac{EA}{EB} = \frac{EZ}{E\Gamma} = \frac{AZ}{B\Gamma} \Leftrightarrow$

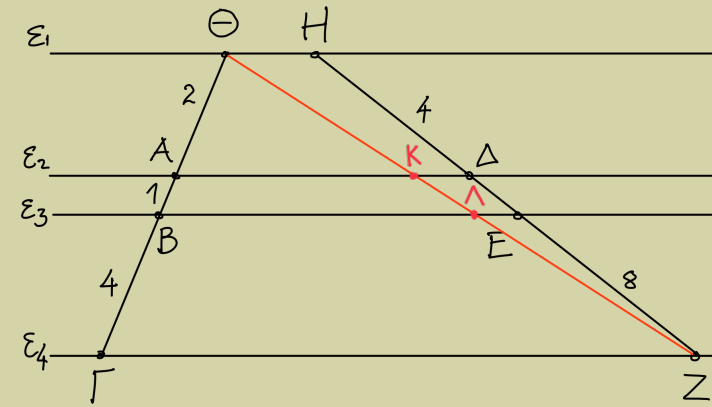
$$\frac{1}{5} = \frac{AZ}{10}$$

$$\searrow \rightarrow \quad AZ = \frac{10}{5} = 2$$

Θέμα 2 (21987)

Οι ευθείες ΓΘ και ΖΗ τέμνουν τις παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και ε_3 στα σημεία Θ, Α, Β και Η, Δ, Ε αντίστοιχα και την ευθεία ε_4 στα σημεία Γ και Ζ όπως στο παρακάτω σχήμα. Επίσης δίνονται τα μήκη $\Theta\text{Α}=2$, $\text{ΑΒ}=1$, $\text{ΒΓ}=\text{ΗΔ}=4$ και $\text{ΕΖ}=8$.

- Να αποδείξετε ότι $\Delta\text{Ε}=2$ (Μονάδες 10)
- Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε_4 είναι παράλληλη στις ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και ε_3 . (Μονάδες 5)
- Να σχεδιάσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΘΖ το οποίο τέμνει την ευθεία ε_2 στο Κ και την ευθεία ε_3 στο Λ και να υπολογίσετε το λόγο $\frac{\Lambda\text{Ζ}}{\text{ΚΛ}}$ (Μονάδες 10)



$$\text{i)} \quad \frac{\Theta\text{Α}}{\text{ΑΒ}} = \frac{\text{ΗΔ}}{\Delta\text{Ε}} \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{\Delta\text{Ε}} \Leftrightarrow \Delta\text{Ε} = \frac{4}{2} = 2$$

ii) Παρατηρούμε ότι ισχύει $\frac{\Theta\text{Α}}{\text{ΒΓ}} = \frac{\text{ΗΔ}}{\text{ΕΖ}} \Leftrightarrow$
 $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ επομένως η $\varepsilon_4 \parallel \varepsilon_3$
άρα θα είναι παράλληλη και
στις υπόλοιπες.

$$\text{iii)} \quad \frac{\Lambda\text{Ζ}}{\text{ΚΛ}} = \frac{\text{ΒΓ}}{\text{ΑΒ}} \Leftrightarrow \frac{\Lambda\text{Ζ}}{\text{ΚΛ}} = \frac{4}{1} \Leftrightarrow \frac{\Lambda\text{Ζ}}{\text{ΚΛ}} = 4$$