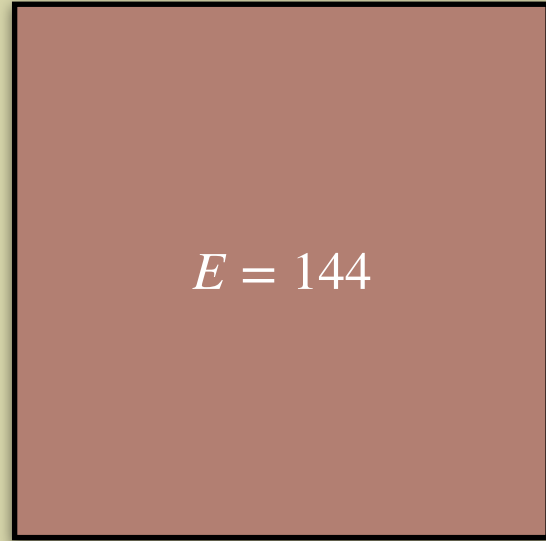


Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

Τετραγωνική Ρίζα



x

Ξέρουμε ότι το εμβαδόν του διπλανού τετραγώνου είναι 144 τ.μ. Μήπως μπορούμε να βρούμε ποιο είναι το μήκος της πλευράς του;

Ας δοκιμάσουμε...

$$10^2 = 100 \quad \text{θέλουμε λίγο παραπάνω}$$

$$11^2 = 121 \quad \text{θέλουμε λίγο παραπάνω}$$

$$12^2 = 144 \quad \text{το πετύχαμε!}$$

Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a είναι ο **θετικός** ο οποίος αν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει τον αριθμό a . Η τετραγωνική ρίζα του a συμβολίζεται με \sqrt{a}

Σχόλια:

- **Δεν ορίζουμε** ρίζα αρνητικού αριθμού, γιατί δεν υπάρχει αριθμός που το τετράγωνό του να είναι αρνητικός. Για παράδειγμα η $\sqrt{-25}$ **δεν έχει νόημα**, γιατί κανένας αριθμός, όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δε δίνει αποτέλεσμα -25 .
- Από τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας, προκύπτει ότι:
 - **Αν $\sqrt{\alpha} = x$, όπου $\alpha \geq 0$, τότε $x \geq 0$ και $x^2 = \alpha$.**
 - **Αν $\alpha \geq 0$, τότε $(\sqrt{\alpha})^2 = \alpha$.**
- Σύμφωνα με τα παραπάνω:
 - α) Είναι λάθος να γράψουμε $\sqrt{25} = -5$, παρόλο που $(-5)^2 = 25$, καθώς $-5 < 0$.
 - β) Είναι λάθος να γράψουμε $\sqrt{(-5)^2} = -5$, καθώς $-5 < 0$. Το σωστό είναι $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Να βρείτε τους αριθμούς: $\sqrt{25}$, $\sqrt{49}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{121}$.

Λύση: Αν $x = \sqrt{25}$ τότε $x^2 = 25$. Άρα πρέπει να βρούμε έναν θετικό αριθμό του οποίου το τετράγωνο να ισούται με 25. Με δοκιμές βρίσκουμε εύκολα ότι $5^2 = 25$, δηλαδή $x = 5$.
Άρα $\sqrt{25} = 5$.

Ομοίως, βρίσκουμε ότι:

$$\sqrt{49} = 7 \text{ γιατί } 7^2 = 49, \quad \sqrt{64} = 8 \text{ γιατί } 8^2 = 64, \quad \sqrt{121} = 11 \text{ γιατί } 11^2 = 121.$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

Να υπολογίσετε τις τετραγωνικές ρίζες: α) $\sqrt{16}$, β) $\sqrt{0,16}$, γ) $\sqrt{0,0016}$.

- Λύση:**
- | | | |
|----|--------------------------------------|------------------------------|
| α) | Γνωρίζουμε ότι $4^2 = 16$. | Άρα $\sqrt{16} = 4$. |
| β) | Γνωρίζουμε ότι $(0,4)^2 = 0,16$. | Άρα $\sqrt{0,16} = 0,4$. |
| γ) | Γνωρίζουμε ότι $(0,04)^2 = 0,0016$. | Άρα $\sqrt{0,0016} = 0,04$. |

1. Για τους x, y ισχύει: $y = \sqrt{x}$. Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

	A	B	Γ
α) Ο x είναι:	θετικός ή μηδέν	αρνητικός ή μηδέν	οποιοσδήποτε αριθμός
β) Ο y είναι:	θετικός ή μηδέν	αρνητικός ή μηδέν	οποιοσδήποτε αριθμός
γ) Ισχύει η σχέση:	$x^2 = y$	$y^2 = x$	$x^2 = y^2$

2.

Η εξίσωση $x^2 = 16$ έχει λύσεις:

A: μόνο το 4

B: μόνο το -4

Γ: το 4 και το -4 .

3.

Στον διπλανό πίνακα να αντιστοιχίσετε σε κάθε αριθμό της στήλης Α την τετραγωνική του ρίζα που βρίσκεται στη στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
9	16
	3
16	2
	8
4	5
	18
25	6
	4
36	

4.

Να εξετάσετε αν ισχύουν οι παρακάτω προτάσεις:

α) $\sqrt{16} = 8$ \wedge

β) $\sqrt{4} = 16$ \wedge

γ) $\sqrt{9} = 3$ Σ

δ) $\sqrt{0,4} = 0,2$ \wedge

ε) $\sqrt{-9} = -3$ \wedge

στ) η $\sqrt{0}$ δεν υπάρχει \wedge

ζ) $\sqrt{4} = -2$ \wedge

η) $\sqrt{16+9} = 5$ Σ

θ) $\sqrt{25-9} = 5-3 = 2$ \wedge

ι) $\sqrt{100} = 50$ \wedge

5. Αν x είναι ένας θετικός αριθμός, στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

	A	B	Γ	Δ	E
1. Αν $\sqrt{x} = 5$, τότε	$x = 10$	$x = 25$	$x = -25$	$x = 2,5$	η σχέση αυτή είναι αδύνατη
2. Αν $\sqrt{x} = 9$, τότε	$x = 3$	$x = 81$	$x = 4,5$	$x = \pm 81$	η σχέση αυτή είναι αδύνατη
3. Αν $\sqrt{x} = -16$, τότε	$x = 4$	$x = -4$	$x = 256$	$x = -8$	η σχέση αυτή είναι αδύνατη
4. Αν $\sqrt{100} = x$	$x = 10$	$x = 50$	$x = 100$	$x = \pm 10$	η σχέση αυτή είναι αδύνατη

1 Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες.

α) $\sqrt{81}$, $\sqrt{0,81}$, $\sqrt{8100}$.

β) $\sqrt{4}$, $\sqrt{0,04}$, $\sqrt{400}$, $\sqrt{40000}$

γ) $\sqrt{121}$, $\sqrt{1,21}$, $\sqrt{12100}$, $\sqrt{0,0121}$

δ) $\sqrt{\frac{9}{4}}$, $\sqrt{\frac{144}{25}}$, $\sqrt{\frac{400}{49}}$, $\sqrt{\frac{36}{121}}$.

α) $\sqrt{81} = 9$ $\sqrt{0,81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10} = 0,9$

$\sqrt{8100} = 90$

β) $\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{0,04}$

$\sqrt{0,04} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} = \frac{2}{10} = 0,2$

$\sqrt{400} = \sqrt{4 \cdot 100} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{100} = 2 \cdot 10 = 20$

$\sqrt{40000} = \sqrt{400 \cdot 100} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{100} = 20 \cdot 10 = 200$

γ) $\sqrt{121} = 11$

$\sqrt{1,21} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{100}} = \frac{11}{10} = 1,1$

$\sqrt{12100} = \sqrt{121 \cdot 100} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{100} = 11 \cdot 10 = 110$

$\sqrt{0,0121} = \sqrt{\frac{121}{10000}} = \frac{11}{100} = 0,11$

1 Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες.

α) $\sqrt{81}$, $\sqrt{0,81}$, $\sqrt{8100}$.

β) $\sqrt{4}$, $\sqrt{0,04}$, $\sqrt{400}$, $\sqrt{40000}$

γ) $\sqrt{121}$, $\sqrt{1,21}$, $\sqrt{12100}$, $\sqrt{0,0121}$

δ) $\sqrt{\frac{9}{4}}$, $\sqrt{\frac{144}{25}}$, $\sqrt{\frac{400}{49}}$, $\sqrt{\frac{36}{121}}$.

$$\delta) \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2} \quad , \quad \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{25}} = \frac{12}{5} \quad , \quad \sqrt{\frac{400}{49}} = \frac{\sqrt{400}}{\sqrt{49}} = \frac{20}{7}$$

$$\sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11}.$$

2 Να υπολογίσετε τους αριθμούς:

α) $\sqrt{36} =$ β) $\sqrt{18+18} =$

γ) $\sqrt{18 \cdot 18} =$ δ) $(\sqrt{18})^2 =$

$$\alpha) \sqrt{36} = 6 \qquad \beta) \sqrt{18+18} = \sqrt{36} = 6$$

$$\gamma) \sqrt{18 \cdot 18} = \sqrt{18^2} = 18.$$

$$\delta) \left(\sqrt{18} \right)^2 = 18$$

3 Να τοποθετήσετε σε κάθε τετράγωνο έναν κατάλληλο αριθμό, ώστε να ισχύει η αντίστοιχη ισότητα.

$$\alpha) \sqrt{\frac{4}{\quad}} = \frac{2}{3}$$

$$\beta) (\sqrt{\quad})^2 = 5$$

$$\gamma) \sqrt{\quad + 3} = 6$$

$$\delta) \sqrt{\quad} + 2 = 11$$

$$\epsilon) 2 - \sqrt{\quad} = 0$$

$$\sigma\tau) (\sqrt{\quad})^2 + \sqrt{\quad} = 6$$

$$\alpha) \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\beta) (\sqrt{5})^2 = 5$$

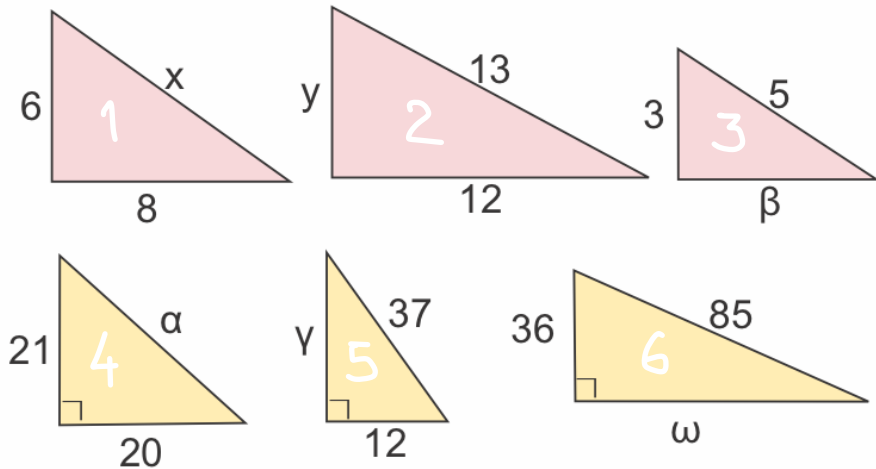
$$\gamma) \sqrt{33 + 3} = 6$$

$$\delta) \sqrt{81} + 2 = 11$$

$$\epsilon) 2 - \sqrt{4} = 0$$

$$\sigma\tau) (\sqrt{4})^2 + \sqrt{4} = 6$$

5 Να υπολογίσετε την άγνωστη πλευρά των παρακάτω ορθογωνίων τριγώνων.



Αριθμίζω τα τριγώνια 1,2,3...
(γράφω τους αριθμούς μέσα)

1) Πυθαγόρειο Θεώρημα : $x^2 = 6^2 + 8^2$ άρα

$$x^2 = 36 + 64$$

$$x^2 = 100 \text{ οπότε}$$

$$x = \sqrt{100} = 10$$

$$2) 13^2 = 12^2 + \gamma^2 \Rightarrow 169 = 144 + \gamma^2 \Rightarrow \gamma^2 = 169 - 144 \Rightarrow \gamma^2 = 25 \Rightarrow \gamma = \sqrt{25} \Rightarrow \gamma = 5$$

$$3) 5^2 = 3^2 + \beta^2 \Rightarrow 25 = 9 + \beta^2 \Rightarrow \beta^2 = 25 - 9 \Rightarrow \beta^2 = 16 \Rightarrow \beta = \sqrt{16} \Rightarrow \beta = 4$$

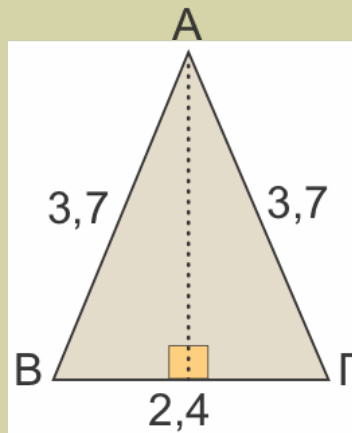
$$4) \alpha^2 = 21^2 + 20^2 \Rightarrow \alpha^2 = 441 + 400 \Rightarrow \alpha^2 = 841 \Rightarrow \alpha = \sqrt{841} \Rightarrow \alpha = 29$$

$$5) 37^2 = \gamma^2 + 12^2 \Rightarrow 1369 = \gamma^2 + 144 \Rightarrow \gamma^2 = 1369 - 144 \Rightarrow \gamma^2 = 1225 \Rightarrow \gamma = \sqrt{1225} \Rightarrow \gamma = 35$$

$$6) 85^2 = 36^2 + \omega^2 \Rightarrow 7225 = 1296 + \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 7225 - 1296 \Rightarrow \omega^2 = 5929 \Rightarrow \omega = \sqrt{5929} = 77$$

7

Να υπολογίσετε το ύψος του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ του διπλανού σχήματος.



Στο τρίγωνο ΑΒΔ εφαρμόζω Πυθ. Θεώρημα και έχω :

$AB^2 = BD^2 + AD^2$. Εμείς φαίνουμε το ΑΔ. , ενώ το ΒΔ = μισό του ΒΓ άρα

$BD = 1,2$ οπότε

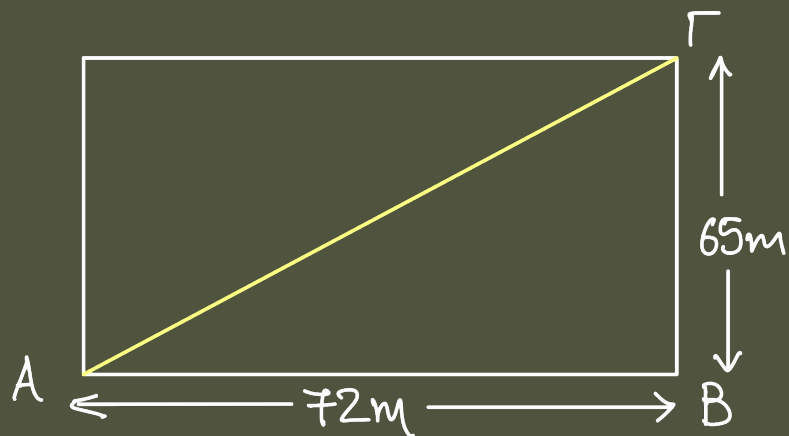
$$(3,7)^2 = (1,2)^2 + AD^2 \Rightarrow 13,69 = 1,44 + AD^2 \Rightarrow AD^2 = 13,69 - 1,44$$

$$\Rightarrow AD^2 = 12,25 \Rightarrow AD = \sqrt{12,25}$$

$$\Rightarrow \boxed{AD = 3,5.}$$

8

Να υπολογίσετε τη διαγώνιο ενός ορθογωνίου γηπέδου που έχει διαστάσεις 65 m και 72 m.



Κάνω πυθ. στο ορθ. τρίγωνο $AB\Gamma$. Οπότε :

$$A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2 \Rightarrow A\Gamma^2 = 72^2 + 65^2 = 5184 + 4225$$

$$\Rightarrow A\Gamma^2 = 9409 \Rightarrow A\Gamma = \sqrt{9409} = 97$$

9

Το τετράγωνο ενός θετικού αριθμού, αν αυξηθεί κατά 8, γίνεται ίσο με το τριπλάσιο του τετραγώνου του αριθμού αυτού. Ποιος είναι ο αριθμός αυτός;

Έστω x ο ζητούμενος αριθμός, τότε ξαναδιαβάω την άσκηση και έχω:

$$x^2 + 8 = 3x^2 \Rightarrow x^2 - 3x^2 = -8 \Rightarrow -2x^2 = -8 \Rightarrow \frac{-2x^2}{-2} = \frac{-8}{-2}$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

12 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

α	β	$\sqrt{\alpha}$	$\sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha\beta}$
9	4	3	2	$3 \cdot 2 = 6$	$\sqrt{36} = 6$
36	49	6	7	$6 \cdot 7 = 42$	$\sqrt{1764} = 42$

13 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

α	β	$\sqrt{\alpha}$	$\sqrt{\beta}$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$	$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$
4	16	2	4	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{4}{16}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
25	36	5	6	$\frac{5}{6}$	$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$

Τι συμπεραίνετε;

ότι ισχύει $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$

14 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

α	β	$\sqrt{\alpha}$	$\sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha+\beta}$
9	16	3	4	$3+4=7$	$\sqrt{25}=5$
64	36	8	6	$8+6=14$	$\sqrt{100}=10$

Τι συμπεραίνετε;

ότι δεν ισχύει $\sqrt{\alpha+\beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$