

1.2 Wellencharakter von Elektronen

1.2.1 Die Hypothese von de Broglie

Interferenzexperimente einerseits und Photoeffekt andererseits zeigen, dass Licht sowohl Wellen- als auch Teilcheneigenschaften hat. Louis DE BROGLIE (FRA, 1892-1987, NP 1929) stellte deshalb 1924 die Hypothese auf, dass dies analog auch für materielle Teilchen (= Teilchen mit Ruhemasse) gelten müsse:

Analog zu den Photonen ($p = m \cdot c = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$) definiert man für materielle Teilchen $p = m \cdot v \stackrel{!}{=} \frac{h}{\lambda}$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{mv}} \quad (= \frac{h}{p})$$

de-Broglie-Wellenlänge
für materielle Teilchen

Beachte:

(1) Für hohe Geschwindigkeiten muss wie üblich

$$m = \gamma \cdot m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

verwendet werden.

$$(2) E_{\text{ges}} = mc^2 \stackrel{!}{=} hf \Rightarrow f = \frac{mc^2}{h}$$

Die Größe f ist für materielle Teilchen eine reine Rechengröße – sie hat physikalisch keine Bedeutung.

GW-Frage: Ab welcher U_0 sind e^- relativistisch zu behandeln?

Beispiele:

1. Electron mit $E_{\text{kin}} = 100 \text{ GeV}$

$$E_{\text{kin}} \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} m_0 v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m_0} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ VAs}}{9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \approx 3,518 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$
$$\Rightarrow v \approx 1,876 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} < 0,1c \Rightarrow m = m_0!$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{m_0 \cdot v} = \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Nms}}{9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,876 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3,877 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}}{\text{N}} \approx \underline{\underline{3,9 \cdot 10^{-11} \text{ m}}}$$

Diese Wellenlänge entspricht ungefähr dem Durchmesser eines Atoms ($\approx 10^{-10} \text{ m}$) – man benötigt also einen Spalt mit Schlitzelement b!

2. Auto ($m_A = 140t$) mit $v = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$:

$$\lambda = \frac{h}{m_A \cdot v} = \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Nms} \cdot 3,6 \text{ s}}{1000 \text{ kg} \cdot 100 \text{ m}} = 2,385 \dots \cdot 10^{-38} \frac{\text{Nm}}{\text{N}} \approx \underline{\underline{2,4 \cdot 10^{-38} \text{ m}}}$$

Diese de-Broglie-Wellenlänge ist viel kleiner als die Ausdehnung des Körpers. Bei einem entsprechenden Interferenzexperiment müsste der Spaltmittelenabstand in der Größenordnung von ca. $10^{-35} - 10^{-38} \text{ m}$ sein. ⚡ Durch einen solchen DS passt aber kein Auto!
⇒ Für makroskopische Körper spielt $\lambda_{\text{de-Br.}}$ praktisch keine Rolle.

Übungsaufgaben zum Wellencharakter von Elektronen:

1. Berechnen Sie die De-Broglie-Wellenlänge für ein Proton, das die Geschwindigkeit $1,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ hat!
2. Welche Beschleunigungsspannung muss ein Elektron aus der Ruhe durchlaufen, damit seine De-Broglie-Wellenlänge schließlich $7,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ beträgt?
3. Welche Beschleunigungsspannung müssen Elektronen aus der Ruhe durchlaufen, damit sie für einen Interferenzversuch die gleiche Wellenlänge haben wie Röntgenstrahlen mit $f = 1,3 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$?