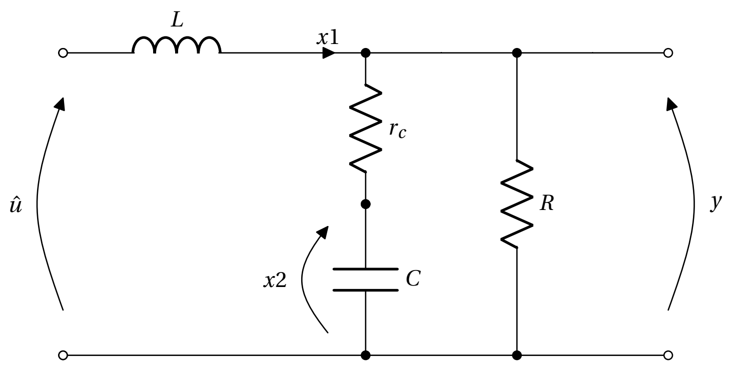
I. Guia de Resolução de Problemas em Controle e Servomecanismos

Este documento foi elaborado com o propósito de auxiliar alunos na compreensão e resolução de questões relacionadas a controle e servomecanismos, abrangendo modelagem, compensadores e outros tópicos relevantes. Abaixo, você encontrará explicações detalhadas e resoluções passo a passo, ideais para consulta ou estudo em grupo. Sinta-se à vontade para compartilhar dúvidas ou sugestões!

Questão 4 2014/2 - P1

Considere o circuito:



Obtenha:

- Uma representação no espaço de estado;
- Sua função transferência.

Ao se analisar, se vê que u tem certa influência no circuito, pois como entrada, injeta tensão, desta forma, pode-se ver como uma fonte de tensão.Com isso em mente, podemos analisar as quedas de tensões ao longo de uma malha fechada. E aqui olha-mos a malha externa, o que nos leva a:

$$v_l + y - u = 0$$

Como $v_l = L \cdot \dot{x}_1$, temos:

$$L \cdot \dot{x}_1 + y - u = 0$$

Por fim:

$$L \cdot \dot{x}_1 = u - y \tag{1}$$

Olhando agora para a malha que compôe r_c, R e C, vê-mos suas questão de tensão (assumindo queda como positivo):

$$y - x_2 - v_r = 0$$

Com a $v_r = r \cdot i_r$, podemos assumir que:

$$
\begin{aligned}
r \cdot i_r &= y - x_2 \\
i_r &= \frac{y - x_2}{r} \\
i_r &= i_c
\end{aligned}
$$

Como $i_r = i_c$, tem-se:

$$C \cdot x_2 = \frac{y - x_2}{r} \tag{2}$$

Com a corrente x_1 chegando e se dividindo, podemos fazer:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= i_c + i_R \\
x_1 &= C\dot{x}_2 + \frac{y}{R} \\
x_1 &= \frac{y - x_2}{r} + \frac{y}{R}
\end{aligned}
$$

Deixando em função de y:

$$y = \frac{R \cdot r}{R + r} x_1 + \frac{R}{R + r} x_2 \tag{3}$$

Com a equação 3 posso subistituir em 1 e 2:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -\frac{R \cdot r}{(R + r)L} x_1 - \frac{R}{(R + r)L} x_2 + \frac{1}{L} \cdot u \\
\dot{x}_2 &= \frac{R}{(R + r)C} x_1 - \frac{1}{(R + r)C}
\end{aligned}
$$

Questão 4 2023/2 - P1

Considere um sistema de controle em realimentação unitaria e planta

$$\hat{g}(s) = \frac{2}{s + 3} \tag{4}$$

Levando em consideração o efeito de proximidade de zeros, projete um compensador que assegure:

- erro estático de posição nulo
- tempo de acomodação interior a 5s (critério de 2%) e
- overshoot inverior a 20%

A. Resolução

Para projetar um compensador que atenda aos requisitos especificados, seguimos os seguintes passos:

1) **Erro estático de posição nulo**: A planta original $\hat{g}(s) = \frac{2}{s+3}$ é de *tipo 0*, ou seja, não possui polos na origem. Assim, o erro em regime permanente para uma entrada degrau seria diferente de zero. Para garantir erro estático de posição nulo, é necessário transformar o sistema em *tipo 1*, o que pode ser feito introduzindo um polo na origem no compensador. Dessa forma, propomos:

$$\hat{c}(s) = \frac{K}{s}.$$

2) **Tempo de acomodação**: A função de transferência em malha fechada fica

$$\hat{t}(s) = \frac{\hat{c}(s)\hat{g}(s)}{1 + \hat{c}(s)\hat{g}(s)} = \frac{2K}{s^2 + 3s + 2K}.$$

Este é um sistema de segunda ordem. Comparando com a forma padrão $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$, temos:

$$\omega_n = \sqrt{2K}, \qquad \zeta = \frac{3}{2\sqrt{2K}}.$$

O tempo de acomodação (critério de 2%) é dado por:

$$t_s \approx \frac{4}{\zeta \omega_n}.$$

3) **Overshoot**: O overshoot depende do fator de amortecimento ζ. Para garantir $M_p < 20\%$, deve-se ter $\zeta > 0.456$.

Com base nesses requisitos, encontramos que $K = 2.25$ satisfaz simultaneamente as condições de tempo de acomodação ($t_s < 5\,\mathrm{s}$) e overshoot ($M_p < 20\%$).

$$\hat{c}(s) = \frac{2.25}{s}$$

Portanto, o compensador proporcional com polo na origem garante erro estático de posição nulo e atende às especificações dinâmicas impostas.