计算物理作业 15

刘畅, PB09203226

2012 年 12 月 3 日

[作业 15]: 推导三角格子点阵上座逾渗的重整化群变换表达式 $p' = R(p)$, 其中端与端连接的条件是 3 个格点中的 2 个是占据态, 求临界点 p_c 与临界指数 ν, 与正确值相比较.

应用实空间的重整化群标度变换的方法, 对题中三角格子点阵, 由于端与端连接的条件是 3 个格点中的 2 个是占据态, 故有 4 种形成逾渗通路的情形, 它们发生概率分别是 p^3, $p^2(1-p)$, $p^2(1-p)$, $p^2(1-p)$, 因此

$$R(p \mid b=2) = p^3 + 3p^2(1-p)$$

解方程

$$p = R(p \mid b=2)$$

对 $p \neq 0$, 有

$$1 = p^2 + 3p(1-p) = -2p^2 + 3p$$

即

$$(p-1)(2p-1) = 0$$

即解为 $p_0 = 0$, $p_1 = \frac{1}{2}$, $p_2 = 1$. 中间那个就是临界点 $p_c = \frac{1}{2}$.

按书上的公式

$$\lambda = \left.\frac{\partial R(p)}{\partial p}\right|_{p \to p_c} = 6p_c - 6p_c^2 = \frac{3}{2}$$

又由于是三角格点, $b = \sqrt{3}$, 按书上的临界指数公式 $\nu = \frac{\ln b}{\ln \lambda} \approx 1.3547$.

书上的表给出 $p_c = \frac{1}{2}$, $\nu = \frac{4}{3} \approx 1.3333$, 和前面的计算是一致的.