

# 计算物理作业 2

刘畅, PB09203226

2012 年 10 月 5 日

**作业 2** 角斗士可以在 3 扇门中作一选择, 1 扇门后是美女, 他因此获得自由并成婚, 另外 2 扇后面是头狮子。当角斗士选定其一后, 皇帝 (他知道每扇门的安排) 将打开另外两扇门之一给角斗士看, 其结果是狮子。然后他问角斗士是否要改变他的最初选择, 换成另外一扇没打开的门。请用抽样方法说明, 改变选择对角斗士是否有利。

## 1 从概率论上分析

我们先假定角斗士没有改变他的选择。这样他有  $\frac{1}{3}$  的概率选到美女,  $\frac{2}{3}$  的概率选到狮子。如果他选到美女, 那么他将获得自由。如果他选到狮子, 那么他将面对狮子。这样他获得自由的概率是  $\frac{1}{3}$ 。

我们再假定角斗士改变了他的选择。如果他选到美女, 那么改变选择后将面对狮子。如果他选到狮子, 这样由于另一扇门中是美女, 他将获得自由。这样他获得自由的概率是  $\frac{2}{3}$ 。因此改变选择对角斗士有利。

## 2 编程来模拟这个过程

用计算机编程可以模拟这个问题。基本的思路就是利用随机数发生器, 模拟题中的各个过程 (程序见 `main.c`)。首先我们需要一个数组来储存门后面到底是美女还是狮子, 也就是这个系统的构形。因此定义:

```
bool is_girl[NR_DOORS]; /* stores the configuration
                        of lions and girl */
```

其中 `NR_DOORS` 是门的个数 (3 个)。

然后我们需要一个例程来随机地生成这样一个构形:

```
/* initialize the configuration of lions and girl */
void place_lions_and_girl(bool *is_girl)
{
    int i;

    for (i = 0; i < NR_DOORS; i++) {
        is_girl[i] = false;
    }
    is_girl[rand() / (RAND_MAX / NR_DOORS)] = true;
}
```

这个例程首先将 `is_girl[]` 初始化为 `false`, 然后随机选择其中的一个设置为 `true`. 这表示这个门后面是美女, 其他门后面是狮子.

接着我们要让角斗士作出选择:

```
/* the gladiator makes his choice */
int gladiator_chooses_the_door(void)
{
    return rand() / (RAND_MAX / NR_DOORS);
}
```

按照题目中的过程, 接下来是皇帝打开装有狮子的门. 但是这个过程在我们的计算机模拟中不需要用到. 程序文件 (`main.c`) 中的例程 `emperor_opens_the_door_with_lion` 模拟了这一过程.

最后我们要确定到底角斗士获得自由还是面对狮子:

```
/* let's see what the gladiator will get */
bool gladiator_gets_the_girl(bool no_change,
                             int door_glad, bool *is_girl)
{
    if (no_change) { /* if the gladiator
                     retains his choice */
        return is_girl[door_glad];
    } else { /* if the gladiator changes his mind */
        return !is_girl[door_glad];
    }
}
```

```
}

```

如果角斗士不改变他的选择, 那么就返回他选择的门中是否有美女. 如果他改变选择, 就返回另一个门中是否有美女 (等价于他选择的门中是否有狮子).

我们模拟运行上面的过程很多次 ( $\geq 1000$  次), 统计两种情况下角斗士获得自由的次数, 打印到屏幕上. 例如, 对不改变选择的情况:

```
/* compute the frequency the gladiator got the girl
   if he retains his choice */
nr_got_girl = 0;
for (i = 0; i < NR_STEPS; i++) {
    place_lions_and_girl(is_girl);
    door_gladiator = gladiator_chooses_the_door();
    if (gladiator_gets_the_girl(true, door_gladiator, is_girl))
        nr_got_girl++;
}
printf("If the gladiator retains his choice:\n"
       "    Number of steps: %d\n"
       "    Number of instances he got the girl: %d\n"
       "    Frequency: %f\n\n", NR_STEPS, nr_got_girl,
       (double) nr_got_girl / (double) NR_STEPS);

```

### 3 模拟结果

程序运行结果是: (每次都不同)

If the gladiator retains his choice:

Number of steps: 32768

Number of instances he got the girl: 10978

Frequency: 0.335022

If the gladiator changes his mind:

Number of steps: 32768

Number of instances he got the girl: 21826

Frequency: 0.666077

可以看到和上面分析的结果非常接近. 不改变选择的话, 概率在  $\frac{1}{3}$  左右, 改变选择, 概率在  $\frac{2}{3}$  左右. 因此改变选择有利.