

维基百科

资助维基百科

帮助

工具

链相上特可固页维引短页更文页印链信数本接的接息据页

在其他项目中

维基共享资源

打印/导出 下载为PDF

其他语言

العربية

Deutsch English

Español

فارس*ی* Francais

Русский

Svenska Tiếng Việt

文A 还有7种语言

♪ 编辑链接

O

条目 讨论 大陆简体 >

阅读 编辑 查看历史

搜索维基百科

[关闭]

Q

维基百科爱好者交流群(Telegram:@wikipedia_zh_n 记、Discord 记及IRC:#wikipedia-zh 记 ^{连线}互联)欢迎大家加入。

普吕弗序列 [編輯

维基百科,自由的百科全书

在图论中,<mark>标号树的**普吕弗(Prüfer)序列**是由树唯一地产生的序列。*n*顶点的标号树有长*n* – 2的普吕弗序列,可以从一个简单的迭代算法得到。普吕弗序列在1918年首先由海因茨·普吕弗用来证明凯莱公式。</mark>

目录[隐藏]

- 1 算法
- 2 例子
- 3 复原算法
- 4 应用
- 5 参考

算法 [編辑]

- 一棵树要得到普吕弗序列,方法是逐次去掉树的顶点,直到剩下两个顶点。考虑树T,其顶点为 $\{1, 2, ..., n\}$ 。在第i步,去掉标号最小的叶,并把普吕弗序列的第i项设为这叶的邻顶点的标号。
- 一棵树的序列明显是唯一的,而且长为n-2。

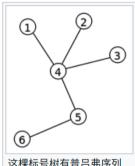
例子 [编辑]

把上述算法用在右图标号树。第一步,顶点1是最小标号的叶,因此首先去掉,普吕弗序列首项是"4",接着去掉顶点2和3,"4"两次加进序列。顶点4现在是叶,去掉后剩下2个顶点,所以把"5"加进序列后结束。树的序列是{4,4,4,5}。

复原算法 [编辑]

从一个普吕弗序列,可以求得一棵树有这一普吕弗序列。

设这普吕弗序列长n-2。首先写出数1至n。第一步,找出1至n中没有在序列中出现的最小数。把标号为这数的顶点和标号为序列首项的顶点连起来,并把这数从1至n中删去,序列的首项也删去。接着每一步以1至n中剩下的数和余下序列重复以上步骤。最后当序列用完,把1至n中最后剩下的两数的顶点连起来。



这棵标号树有普吕弗序列 {4,4,4,5}。

应用 [编辑]

一棵树的序列明显地是唯一的,但比较不明显的是,一个长为n-2且每项都在1至n之间的序列S,有唯一的标号树以S为普吕弗序列。这个结果可以对n用数学归纳法证明。

从这结果立刻可知,普吕弗序列给出长n-2的序列和有n顶点的标号树之间的一一映射。长n-2的序列共有 n^{n-2} 个,这样就证明了凯莱公式,就是n顶点的标号树共有 n^{n-2} 棵。

这个结果可以推广:一棵标号树实际上是标号完全图的一棵生成树。对普吕弗序列加以限制。类似的方法可以得到标号完全二部图的生成树总数。若G是完全二部图,一部分的顶点标号1到 n_1 ,另一部分的顶点标号 n_1 + 1到 n_0 G的标号生成树总数为 $n_1^{n_2-1}n_2^{n_1-1}$,其中 n_2 = $n-n_1$ 。

参考 [编辑]

• Prüfer, H. Neuer Beweis eines Satzes über Permutationen. Arch. Math. Phys. 1918, 27: 742-744.

分类: 图论 序列

本页面最后修订于2019年9月24日 (星期二) 15:17。

本站的全部文字在知识共享署名-相同方式共享3.0协议之条款下提供,附加条款亦可能应用。(请参阅使用条款)Wikipedia®和维基百科标志是维基媒体基金会的注册商标;维基™是维基媒体基金会的商标。 维基媒体基金会是按美国国内税收法501(c)(3)登记的非营利慈善机构。

隐私政策 关于维基百科 免责声明 开发者 统计 Cookie声明 手机版视图



