

MA150 Algebra

homework 3

Problem 1 Page 54-5

Solution:

$$\tau\sigma\tau^{-1} = \begin{pmatrix} \tau(1) & \tau(2) & \dots & \tau(n) \\ \tau(\sigma(1)) & \tau(\sigma(2)) & \dots & \tau(\sigma(n)) \end{pmatrix}$$

令 $\sigma = (k_1, k_2, \dots, k_3)$

则 $\tau\sigma\tau^{-1} = (\tau(k_1), \tau(k_2), \dots, \tau(k_n))$

(1) $(3\ 1\ 4\ 2)$

(2) $(2\ 4)(3\ 1)$

Problem 2 Page 55-12

Solution: 共有6个

- $\{(1)\}$
- S_3
- $\{(1), (1, 2)\}$
- $\{(1), (1, 3)\}$
- $\{(1), (2, 3)\}$
- $\{(1), (1, 2, 3), (3, 2, 1)\}$

Author(s): 于崢

Problem 3 Page 55-24

Solution: 首先由于 G 是非空置换群, 所以单位元 $(1) \in G$ 。

所以根据题设, G 中既有奇置换又有偶置换。设奇偶置换的集合为 A, B 。

根据奇偶置换的性质, $\forall \sigma \in A$, 有 $\sigma A \subseteq B, \sigma B \subseteq A$ 。

则 $|\sigma A| = |A| \leq |B|$, $|\sigma B| = |B| \leq |A| \Rightarrow |A| = |B|$ 。

Problem 4 Page 55-25

Solution: 首先 (1) 是偶置换, 又偶置换的逆为偶置换, 偶置换的乘积为偶置换, 所以偶置换集合是一个子群。