Python_et_numpy_avance

October 15, 2023

1 Python

1.1 Les ensembles

- Comme en mathématiques : un ensemble ne contient pas deux fois le même élément
- Union |, intersection &
- Avec les tableaux numpy, il existe le fonction np.unique

```
[45]: s1 = \{1, 3, 4\}
      s2 = \{1, 6, 8\}
      print(s1|s2)
      print(s1&s2)
     {1, 3, 4, 6, 8}
     {1}
[46]: set([1, 2, 3, 4, 3, 2, 1])
[46]: {1, 2, 3, 4}
[52]: data = "Comme en mathématiques : un ensemble ne contient pas deux fois le même
       ⇔élément"
      s = set(data)
[52]: {'',
       ':',
       'C',
       'a',
       'b',
       'c',
       'd',
       'e',
       'f',
       'h',
       'i',
       '1',
```

```
'm',
        'n',
        'o',
        'p',
        'q',
        's',
        't',
        'u',
        'x',
        'é',
        'ê'}
[57]: a = np.array([2, 1, 3, 3, 4, 5, 2, 3])
      np.unique(a)
[57]: array([1, 2, 3, 4, 5])
 []:
     1.2 Les n-uplets (tuples)
        • Comme les listes sauf que l'on ne peut pas les modifier
        • Défini avec des ()
        - Utilisé pour regrouper un nombre connu de données : (x, y, z)
        • Utilisé lorsqu'une fonction renvoie plusieurs valeurs
 []: a = (1, 2, 3)
      print(a[1])
[62]: def ma_fonction():
           return 1, 2, 3
      a, b, c = ma_fonction()
      a = ma_fonction()
      print(type(a))
      print(a[1])
      <class 'tuple'>
 []: a, b, c = (1, 2, 5)
      print(b)
 []: # Tuple de taille 0
      # Tuple de taille 1
```

```
(1,)
```

1.3 Les dictionnaires

La valeur de g est 9.81 La valeur de m est 0.1

- Conteneur (comme les listes ou tuple)
- Le contenu est indéxé par une clé qui est en général un nombre ou une chaine de caractère
- Explicit is better than implicit (paramètre ou résultat d'une expérience)
- Utilisation dans les fonctions

```
[64]: parametres = {"N":100, 'l':30, "h":50, "g":9.81, 'm':0.1}
print(parametres['N'])

100
[65]: # Boucle for sur un dictionnaire
for key, val in parametres.items():
    print(f'La valeur de {key} est {val}')

La valeur de N est 100
La valeur de l est 30
La valeur de h est 50
```

```
[66]: # Liste de dictionnaire
personne_1 = {"nom":"Dupont", "age":13}
personne_2 = {"nom":"Dubois", "age":34}

annuaire = [personne_1, personne_2]

for personne in annuaire :
    print(f"{personne['nom']} a {personne['age']} ans.")
    #print('{} a {} ans'.format(personne['nom'], personne['age']))
```

Dupont a 13 ans. Dubois a 34 ans.

[]:

1.4 Les fonctions

Nombre arbitraire d'arguments (tuple et dictionnaire)

```
[1]: def f(a, b, c):
    print(a, b, c)

f(1, c=2, b=3)
```

```
[2]: g = f
      g.__name__
 [2]: 'f'
 []: [f]
[70]: p = (2, 3)
      f(1, *p)
     1 2 3
[79]: d = \{'a':1, 'c':2\}
      f(b=3, **d)
     1 3 2
[87]: def f(a, *args, **kwd):
          print(a, args, kwd)
      f(1, 2, 3, 4)
      f(1, 2, 3, m=4, l=5)
      f(a=3, m=4, 1=5)
     1 (2, 3, 4) {}
     1 (2, 3) {'m': 4, 'l': 5}
     3 () {'m': 4, '1': 5}
[88]: parametres = {'a':1, 'c':2}
      f(**parametres)
     1 () {'c': 2}
[89]: import numpy as np
      parametres_pendule = {"m":100, 'l':30, "g":9.81}
      def periode(1, g, **kwd):
          return 2*np.pi*np.sqrt(1/g)
      periode(**parametres_pendule)
[89]: 10.987679728847352
 []:
```

1 3 2

1.4.1 Fonctions anonymes

```
lambda arg1, arg2 : expr
```

```
[3]: f = lambda a, b, c:a+b+c f(1, 2, 3)
```

[3]: 6

```
[4]: (lambda a, b, c:a+b+c)(1, 2, 3)
```

[4]: 6

```
[]:  # integrale(f, a, b, N_step)  # integrale(lambda x: exp(-x**2), 0, 1, 100)
```

2 Modules en Python

- Les modules sont des fichiers dont on peut importer les objets (en général des fonctions) qui v sont définis.
- Un module peut contenir d'autre modules
- Modules standards (ex: math)

```
[5]: from math import exp exp(2.1)
```

[5]: 8.166169912567652

```
[6]: import math math.exp(1)
```

[6]: 2.718281828459045

```
[8]: # Syntaxe à éviter
from math import *
from numpy import *
sin(pi/4)
```

[8]: 0.7071067811865476

```
[14]: np.acos(np.array([1, 2]))
```

```
AttributeError Traceback (most recent call last)
<ipython-input-14-e2b177d7b2db> in <module>
----> 1 np.acos(np.array([1, 2]))

~/.local/lib/python3.8/site-packages/numpy/__init__.py in __getattr__(attr)
```

```
309 return Tester
310
--> 311 raise AttributeError("module {!r} has no attribute "
312 "{!r}".format(__name__, attr))
313

AttributeError: module 'numpy' has no attribute 'acos'
```

```
[7]: # Donner un nom plus simple
# Eviter sauf si tout le monde le fait
import numpy as np
```

3 Langage orienté objet

- Tout en Python est object
- Un objet contient des données
- La classe d'un objet défini ce qu'est l'objet
- La classe défini des fonctions qui permettent d'utiliser les données de l'objet ou de le modifier. Ce sont des méthodes

Exemples: * liste, nombre complexe * Tableaux numpy * Oscilloscope

```
[19]: 1 = [5, 4, 1, 2]
l.insert(1, 'coucou') # modification de l'objet
print(1)
# l.index('coucou')
```

[5, 'coucou', 4, 1, 2]

```
[20]: z = 1 + 2J
z.real # attribut de l'objet
z.conjugate() # methode qui renvoie un nouvel objet
```

[20]: (1-2j)

```
[21]: z
```

[21]: (1+2j)

```
[23]: print(1.insert(2, 'bonjour'))
```

None

```
[26]: a = [1, 2, 3]
b = a
a.insert(0, 45)
print(a[0])
```

```
print(b[0])
      45
      45
[25]: a = [1, 2, 4]
      b = a
      a = 'Bonjour'
      print(a[0])
      print(b[0])
     В
      1
[28]: from math import pi
      def f(la_liste):
           la_liste[0] = 13 + pi
      1 = [1, 2]
      f(1)
      1
[28]: [13, 2]
           Variables globales/locales
         • Dans une fonction, une variable est soit globale soit locale
         • Si on assigne un objet à une variable dans une fonction, elle est automatiquement locale
         • Modifier une liste ne rend pas la liste locale
         • L'instrution global ne doit jamais être utilisée (sauf cas exceptionels)
[29]: x = 1
```

```
[29]: x = 1

def f1():
    print(x)

f1()
    x = 3
    f1()
    #def print(x):
    # None
```

[32]: from math import sin, cos
def f(x):
 print(sin(x))

1

```
f(1)
      sin = cos
      f(1)
     0.8414709848078965
     0.5403023058681398
[33]: def f2(x):
        print(x)
      print(x)
      f2(4)
     3
     4
[35]: x = 3
      def f3():
         x = 4
         print(x)
      f3()
     print(x)
     4
     3
[37]: x = 2
      def f4():
         print(x)
         x = 4
         print(x)
      f4()
      UnboundLocalError
                                                 Traceback (most recent call last)
      <ipython-input-37-1bfa6a49a868> in <module>
            4 \qquad x = 4
                 print(x)
       ----> 6 f4()
      <ipython-input-37-1bfa6a49a868> in f4()
            1 x = 2
            2 def f4():
       ----> 3 print(x)
            4 \qquad x = 4
            5 print(x)
      UnboundLocalError: local variable 'x' referenced before assignment
```

Les variables globales doivent être constantes : * Constantes numériques * Autres objets : fonctions, modules, ...

```
[38]: from math import sin, pi

def ma_fonction(x):
    if x==0:
        return 1
    return sin(pi*x)/(pi*x)
```

4 Les exceptions (erreurs)

- Il faut toujours lire et comprendre les erreurs
- En général python indique toujours l'endroit où se trouve l'erreur
- Sauf pour les "syntax error"

```
[39]: from math import sqrt sqrt(-1)
```

```
[40]: 1 = [1, 2, 4]
1(1)
```

```
[41]: def f(x): print(x)
```

```
f[1]
       TypeError
                                                  Traceback (most recent call last)
       <ipython-input-41-eaf288da1121> in <module>
                   print(x)
             2
       ----> 4 f[1]
       TypeError: 'function' object is not subscriptable
[42]: def f(x):
          y = 2*x
           print(x)
         File "<ipython-input-42-ae826c11a736>", line 3
          print(x)
       IndentationError: unexpected indent
[46]: def f(x, y, z):
          return (x + y*(sin(x+z))*34
                 + 45 )
      b = 2
        File "<ipython-input-46-64b203b3365b>", line 6
          b = 2
       SyntaxError: invalid syntax
     4.1 Créer sa propre erreur
        • raise Exception('Un message')
        • Ne pas utiliser print(message)
        • try: except
[47]: # On lance une balle à la vitesse v_0 vers le haut
```

Calculer le temps pour arriver au plafond de hauteur h

from math import sqrt

def temps_arrivee(h, v_0, g=9.81):
 Delta = v_0**2 - 2*g*h

```
if Delta<0:
    raise Exception("La balle ne touche pas le plafond")
    return (v_0 - sqrt(Delta))/g

print(temps_arrivee(h=1, v_0=10))
print(temps_arrivee(h=1, v_0=1))</pre>
```

0.10545470031833197

```
[48]: # On lance une balle à la vitesse v_O vers le haut
    # Calculer le temps pour arriver au plafond de hauteur h
    from math import sqrt
    def temps_arrivee(h, v_0, g=9.81):
        Delta = v_0**2 - 2*g*h
        if Delta<0:
            print("La balle ne touche pas le plafond")

# raise Exception("La balle ne touche pas le plafond")
        else:
            return (v_0 - sqrt(Delta))/g

t = temps_arrivee(h=1, v_0=10)
    print(2*t + 1)

#print(temps_arrivee(h=1, v_0=1))
    t = temps_arrivee(h=1, v_0=1)
    print(2*t + 1)</pre>
```

1.2109094006366639

La balle ne touche pas le plafond

```
TypeError Traceback (most recent call last)
```

```
[49]: from math import sqrt
  def temps_arrivee(h, v_0, g=9.81):
        Delta = v_0**2 - 2*g*h
        try:
            return (v_0 - sqrt(Delta))/g
        except ValueError:
            raise Exception("La balle ne touche pas le plafond")
        print(temps_arrivee(1, 10))
        print(temps_arrivee(1, 1))
```

0.10545470031833197

```
Traceback (most recent call last)
ValueError
<ipython-input-49-3a03f4968e75> in temps_arrivee(h, v_0, g)
         try:
               return (v_0 - sqrt(Delta))/g
---> 5
      6
           except ValueError:
ValueError: math domain error
During handling of the above exception, another exception occurred:
Exception
                                         Traceback (most recent call last)
<ipython-input-49-3a03f4968e75> in <module>
               raise Exception("La balle ne touche pas le plafond")
      8 print(temps_arrivee(1, 10))
---> 9 print(temps_arrivee(1, 1))
<ipython-input-49-3a03f4968e75> in temps_arrivee(h, v_0, g)
               return (v_0 - sqrt(Delta))/g
      6
            except ValueError:
               raise Exception("La balle ne touche pas le plafond")
      8 print(temps_arrivee(1, 10))
      9 print(temps_arrivee(1, 1))
Exception: La balle ne touche pas le plafond
```

```
[]:
```

5 Les fichiers

- Répertoire absolu et relatif
- Chemin d'accès
- Fichier texte (c'est une chaine de caractère)
- Lecture/écriture
- Format JSON

Bonjour Au revoir

```
[50]: !pwd
      # Sous windows !cd => c:\Users\login\
     /home/pierre/Enseignement/2023/Python1/cours/cours2
[51]: filename = "/home/pierre/Enseignement/2023/Python1/cours/cours2/
       →Python_et_numpy_avance.ipynb"
      filename = "Python et numpy avance.ipynb"
[52]: current_dir = "/home/pierre/Enseignement/2022/PythonENS/cours/cours2"
[53]: # Chemin relatif
      import os
      print(os.listdir(current dir))
      #print(os.listdir('data/'))
      print(os.listdir('../cours1'))
     ['Python_et_numpy_avance.ipynb', 'untitled.txt', 'test.json', 'data',
     '.ipynb_checkpoints', 'test_python.txt']
     ['Bases de python et utilisation de numpy.ipynb', 'ma figure.pdf',
     'ma_figure.svg']
 []:
 []:
[54]: file = 'data/test_python.txt'
      fd = open(file, 'w')
      fd.write('Bonjour\n')
      fd.close()
[55]: with open(file, 'a') as fd:
          fd.write('Au revoir')
[57]: with open(file) as fd:
          print(fd.read())
```

```
[]: with open(file) as fd:
    lines = fd.readlines()

for line in lines:
    print(line.strip()) # strip pour enlever le \n
[]:
```

5.1 JSON

- Permet d'enregistrer une liste ou un dictionnaire
- Fichier lisible par un humain

```
[61]: import json

personne_1 = {"nom":"Dupont", "age":13}
personne_2 = {"nom":"Dubois", "age":34}

annuaire = [personne_1, personne_2]

file = 'test.json'
with open(file, "w") as f:
    json.dump(annuaire, f, indent=2)
[59]: with open(file) as f:
    annuaire = json.load(f)
print(annuaire)

[{'nom': 'Dupont', 'age': 13}, {'nom': 'Dubois', 'age': 34}]
```

6 Numpy

[]:

```
[1]: import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt
```

7 Tableaux nD

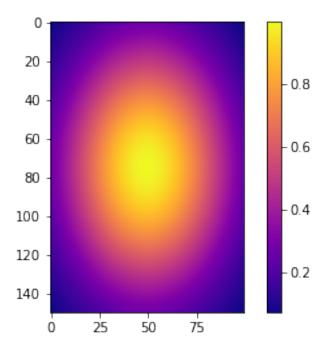
```
[6]: a = np.array([[1,2], [3, 4]])
# l'index est un tuple
a
a[0, 1]
```

```
#a[(0, 1)]
 [6]: 2
 [9]: x = np.random.rand(5, 5)
      print(x)
     [[0.44896538 0.66974977 0.53821711 0.57615746 0.08194611]
      [0.78903641 0.02560489 0.26720062 0.50950385 0.78355268]
      [0.42192165 0.17556142 0.40080314 0.2183728 0.03265151]
      [0.93833002 0.4835424 0.96206389 0.43382712 0.99247962]
      [0.08243995 0.99159993 0.54426793 0.37827489 0.61231135]]
[14]: np.zeros([2, 4])
[14]: array([[0., 0., 0., 0.],
             [0., 0., 0., 0.]])
[11]: # Récupérer une colonne
      x[:,0]
      x[1:3, :-1]
[11]: array([[0.78903641, 0.02560489, 0.26720062, 0.50950385],
             [0.42192165, 0.17556142, 0.40080314, 0.2183728]])
[12]: x.shape
[12]: (5, 5)
 []: # méthode reshape
      x = np.random.rand(25)
      x.reshape((5, 5))
[16]: # meshgrid
      a, b = np.meshgrid([1, 2, 3], [7, 8, 9, 10])
      print(a)
      print(b)
     [[1 2 3]
      [1 2 3]
      [1 2 3]
      [1 2 3]]
     [[7 7 7]
      [8 8 8]
      [9 9 9]
      [10 10 10]]
```

```
[22]: # Création d'une image 2D avec meshgrid

x = np.linspace(-.5, .5, 100)*4*np.pi
y = np.linspace(-.5, .5, 150)*4*np.pi
X, Y = np.meshgrid(x, y)
R = np.sqrt(X**2 + Y**2)
#plt.imshow((np.sin(Y)+np.cos(X))*np.exp(-R**2/30))
plt.imshow(np.exp(-R**2/30), cmap='plasma')
plt.colorbar()
```

[22]: <matplotlib.colorbar.Colorbar at 0x7f89207834c0>



```
[]: a = np.random.rand(3, 4, 2)
a

[]: a.sum(axis=1)

[]: a.sum(axis=(1, 2))

[]: x = np.random.rand(5, 3)
x
```

```
[27]: array([[0.14373463, 0.23439261, 0.25924488],
             [0.19477976, 0.2866457, 0.9013089],
             [0.02264623, 0.90387362, 0.46635957],
             [0.54645181, 0.75662366, 0.22234325],
             [0.12929755, 0.88166716, 0.62862056]])
[29]: x.mean(axis=1)
[29]: array([0.21245737, 0.46091145, 0.46429314, 0.50847291, 0.54652842])
     8 Tableau dans la mémoire
        • strides
        • from numpy.lib.stride_tricks import as_strided
 [1]: a = []
      b = a
      b.append(1)
 [1]: [1]
 []: a = np.arange(10)
      b = a[:3]
      b[0] = 10
 []: a.shape
 []: a = np.linspace(0, 1, 11)
      \#a.dtype = np.int64
 []: a[2]
 []: b = a[::2]
      b
 []:
 []: print(a.strides)
      print(b.strides)
 []: a = np.zeros((4, 3))
      a.strides
```

```
[]: a = np.arange(10)
      a.reshape((5, 2))
 []: from numpy.lib.stride_tricks import as_strided
      a = np.arange(10)
      b = as_strided(a, shape=((6, 5)), strides=(8, 8))
      print(b)
      \#b.mean(axis=1)
         Broadcast
[30]: import numpy as np
      from numpy import *
[32]: x = np.random.rand(5)
      x
[32]: array([0.40514252, 0.13478749, 0.22673899, 0.98649996, 0.35557377])
[38]: x[2:4] + 2
[38]: array([3., 4.])
 []:
[42]: # Si sur une dimension la taille du tableau vaut 1, alors numpy peut l'étendre
      # pour qu'elle ait la même valeur que celle de l'autre tableau
      x = random.rand(5, 5)
      a = array([[1, 2, 3, 4, 5]])
      print(x.shape)
      print(a.shape)
      x + a
     x[2:4, :] + a
     (5, 5)
     (1, 5)
[42]: array([[1.02509885, 2.74115212, 3.29267669, 4.72117002, 5.59556385],
             [1.52200889, 2.33703806, 3.70425874, 4.56971256, 5.15240082]])
 []: x = np.arange(10)
      x + 1
 []: # Il y a une syntaxe simple pour rajouter une dimension de taille 1
      # C'est newaxis
      a = arange(5)
```

```
b = a[np.newaxis, :]
      x = random.rand(5, 5)
      x[2:4, :] = b
[43]: # Exemple : calculer une moyenne pondérée
      # Chaque lique est un élève, chaque colonne un examen
      notes = random.rand(10, 5)*20
      print(notes)
      coef = array([1, 4, 2, 5, 8])
     [[ 8.36849253 11.92181278 9.00265016 18.86317485 18.7849147 ]
      [14.13264325 16.54411792 11.07599628 3.55013717 15.55692167]
      [12.22955338 0.72140408 1.01774637 9.32702606 7.06777787]
      [ 8.1618087 17.02043415 5.36869047 15.26328654 17.53625932]
      [ 0.27927201  7.36561785  1.15922399  18.97472348  12.69871536]
      [12.56920069 16.97387632 12.16501643 16.49076701 5.35795125]
      [ 1.91633744 19.12602645 10.92793234 18.09573856 19.31894248]
      [ 9.47044479  2.09979974  0.56171049  8.13554496  12.48921352]
      [17.18138621 6.12986777 6.298114
                                            2.06346925 15.41860937]
      [ 0.57529256 12.10533197 14.31454181 6.87408222 1.72796792]]
[44]: # Il est inutile de faire des boucles
      (notes*coef[np.newaxis,:]).sum(axis=1)/np.sum(coef)
[44]: array([15.93281179, 12.23335834, 6.01640079, 15.17937168, 11.42617658,
             11.50560919, 17.26532703, 7.97922488, 9.39816532, 6.29099293])
```

10 Au delà de numpy : numba

• Calculer π (avec une formule très très lente!!!)

$$\frac{\pi}{4} = \sum_{i} \frac{(-1)^{i}}{2i+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

• numba.vectorize

```
[51]: def pi_python(N):
    res = 0
    coef = 1
    for i in range(N):
        res += coef/(2*i+1)
        coef = -coef
    return 4*res

%timeit pi_python(1000000) # 77 ms
```

```
121 ms \pm 1.32 ms per loop (mean \pm std. dev. of 7 runs, 10 loops each)
```

```
[52]: import numpy as np
def pi_np(N):
    Ti = np.arange(N)
    moins_un_puissance_i = ( 1-2*(Ti%2) )
    return 4*np.sum( moins_un_puissance_i/(2*Ti+1))

%timeit pi_np(1000000) # 11.5ms
```

16.2 ms \pm 506 μ s per loop (mean \pm std. dev. of 7 runs, 100 loops each)

```
[54]: from numba import jit, int64, float64
import numba
# Just in time complier

numba_pi = jit(float64(int64))(pi_python)

%timeit numba_pi(1000000)
```

1.67 ms \pm 1.59 μ s per loop (mean \pm std. dev. of 7 runs, 1000 loops each)

```
[55]: numba_pi(1000000)
```

[55]: 3.1415916535897743

```
[69]: # Décorateur @
    @jit( float64(int64) )
    def numba_pi(N):
        res = 0
        coef = 1
        for i in range(N):
            res += coef/(2*i+1)
            coef = -coef
        return 4*res
```

```
[70]: #@jit(float64[:](float64[:], float64[:]), parallel=True)
@jit(parallel=True)
def somme(a, b):
    N = len(a)
    c = np.zeros(N)
    for i in numba.prange(N):
        c[i] = a[i] + b[i]
    return c

a = np.linspace(1, 2, 1000000)
b = np.logspace(1, 2, 1000000)
```

```
somme(a, b)
      %timeit somme(a, b)
     1.3 ms \pm 61.9 \mus per loop (mean \pm std. dev. of 7 runs, 1000 loops each)
[71]: %timeit a + b
     1.37 ms \pm 110 \mus per loop (mean \pm std. dev. of 7 runs, 1000 loops each)
 []: | # Numpy utilise des variables intermédiaires -> vitesse limitée par la mémoire
      (a + b)*c + a
      tmp1 = a + b
      tmp2 = tmp1*c
      res = tmp2 + a
 []:
[42]: def volume(dimension, M):
          pts = np.random.rand(M, dimension)*2 - 1
          carre_norme = np.sum(pts**2, axis=1)
          return np.mean(carre_norme<1) * 2**dimension</pre>
      volume(5, 1000000)
[42]: 5.277408
[49]: %timeit volume(10, 10000000)
     1.89 s \pm 96.3 ms per loop (mean \pm std. dev. of 7 runs, 1 loop each)
[47]: @jit(float64(float64, int64))
      def volume_numba(dimension, M):
          output = 0
          for i in range(M):
              point = np.random.rand(dimension)*2 -1
              carre_norme = np.sum(point**2)
              if carre_norme<1:</pre>
                  output += 1
          return output/M * 2**dimension
      volume_numba(5, 1000000)
```

[47]: 5.273312

```
[50]: %timeit volume_numba(10, 10000000)
```

 $3.29 \text{ s} \pm 7.58 \text{ ms}$ per loop (mean \pm std. dev. of 7 runs, 1 loop each)

11 Les décorateurs

Utilisé pour modifier automatiquement une fonction

Par exemple:

- Gérer les erreurs d'un façon spécifique
- Loguer les appels d'une fonction
- Mettre en cache
- Pour numpy : np.vectorize peut être utilisé comme un décorateur

```
[60]: def dit_bonjour(f):
    def nouvelle_fonction(*args, **kwd):
        print('Bonjour', args)
        return f(*args, **kwd)
    return nouvelle_fonction

@dit_bonjour
def f(x):
    return x**2
```

Bonjour (2,)

```
[60]: 4
```

```
[]: f(2)
```

```
[62]: def dit_qqc(mot):
    def mon_decorateur(f):
        def nouvelle_fonction(*args, **kwd):
            print(mot)
            return f(*args, **kwd)
            return nouvelle_fonction
        return mon_decorateur

@dit_bonjour
@dit_qqc('Hello!')
def f(x):
        return 2*x
f(2)
```

```
Bonjour (2,)
     Hello!
[62]: 4
[68]: import time
      def cache(f):
          the_cache = {}
          def nouvelle_fonction(x):
              if x not in the_cache.keys():
                  the_cache[x] = f(x)
              return the_cache[x]
          return nouvelle_fonction
      @cache
      def f(x):
          time.sleep(2)
          print('COUCOU')
          return x**2
      @cache
      def g(x):
          time.sleep(2)
          print('BONJOUR')
          return x**3
      print(f(2))
      print(g(2))
     COUCOU
     BONJOUR
[64]: f(2)
     COUCOU
[64]: 4
[65]: f(2)
[65]: 4
 []:
```