

# 1 Variance d'Allan

## 1.1 Rappel

La variance d'Allan d'une série de mesure  $y_k$ , où chaque point est pris sur une durée  $\tau$ , est définie comme :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (y_{k+1} - y_k)^2 \rangle_k$$

Lorsque l'on effectue l'acquisition d'une série de mesure effectuée pendant une durée  $\tau_0$ , il est possible de calculer la variance d'Allan pour des durées  $\tau = n\tau_0$  qui sont des multiples entiers des  $\tau_0$ , pour cela chaque  $y_k$  est calculé comme la moyenne de  $n$  valeur consécutives de  $y$ . Notez que les valeurs prises pour les  $y_k$  ne se recouvrent pas.

## 1.2 Moyenne par paquet

La fonction python `average(data, n)` moyenne les valeurs de `data` par paquets de taille `n`. Voici cette fonction

```
def average(data, n):  
    """ Moyenne les valeurs de data par paquets de taille n """  
    databis = data[len(data)%n:]  
    return databis.reshape(len(data)//n, n).mean(axis=1)
```

1. Testez cette fonction sur un tableau simple (`arange(37)`). Expliquez ce que font chaque ligne de cette fonction.

## 1.3 Variance d'Allan

2. Écrivez la fonction `variance_allan_simple(data, n)` qui calcul la variance d'Allan pour une valeur donnée de `n`.

Par la suite, on utilisera la fonction `variance_allan` suivante, qui calcule la variance d'Allan pour des valeurs de `n` uniformément réparties sur une échelle `log`

```
def allan_variance(data):  
    Tn = 2**arange(int(np.log2(len(data)))-1)  
    return Tn, np.array([allan_variance_simple(data, n) for n in Tn])
```

## 2 Exemple

### 2.1 Simulation

3. On considère un bruit blanc de variance 1. Tracez sa variance d'Allan. On pourra créer ce bruit à l'aide de la fonction `numpy.random.normal(size)`. On prendra 1024 points. Commentez.
4. On considère une marche aléatoire dont le pas est une distribution gaussienne de variance 0.1. Ce bruit peut être créé à partir de la fonction `numpy.random.normal` et de `numpy.cumsum` :

```
data = 0.1*cumsum(np.random.normal(size=2**16))
```

Tracez sa variance d'Allan. Commentez.

5. Tracez la variance d'Allan de la somme des deux bruits précédents.

### 2.2 Température

Le fichier `temperature_londres.dat` contient pour chaque mois depuis 1772 la température moyenne mensuelle mesurée à Londres (une colonne par mois). Importez ce fichier. Tracez l'évolution temporelle de la température pour les mois de janvier, avril, juillet et octobre. Tracez leur variance d'Allan. De quel type de bruit s'agit-il ?

### 2.3 Cours de la bourse CAC 40

Le fichier `cac_40.csv` contient les valeurs journalière du CAC 40 depuis 1990. Ce fichier est le fichier directement importé depuis le site d'Euronext. Lire ce fichier et extraire la valeur d'ouverture de l'indice. Tracez la variance d'Allan et commentez.