

Vektoren, Matrizen und Gleichungssysteme in MATLAB.

Betrachten Sie ein Gleichungssystem, wobei die Koeffizientenmatrix $A_n = (a_{ik}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gegeben ist durch $a_{ik} = \frac{1}{i+k-1}$ für $i, k = 1, \dots, n$, d. h.

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n-1} \end{pmatrix}.$$

Schreiben Sie eine Datei `blatt1.m` mit einer MATLAB-Funktion

```
function [A, x, d] = blatt1(n) ,
```

die das Folgende leistet:

- Die Matrix $A_n = \mathbf{A}$ anlegen, dies möglichst vektorisiert, d. h. ohne Verwendung von Schleifen.
- Den Vektor $\mathbf{b} = \text{sum}(\mathbf{A}, 2)$; berechnen, was die rechte Seite $\vec{b} = \mathbf{b}$ des Gleichungssystems $A_n \vec{x} = \vec{b}$ darstellt.
- Schließlich das Gleichungssystem mit dem Backslash-Operator lösen und das Ergebnis in der Variablen \mathbf{x} der MATLAB-Funktion `blatt1(n)` zurückgeben.
- Der Rückgabewert \mathbf{d} bezeichnet die Determinante von \mathbf{A} , welche in dieser MATLAB-Funktion explizit implementiert werden soll. Nur zum Vergleich darf die MATLAB eigene Funktion für die Determinante verwendet werden.

Hinweise: Benutzen Sie `help sum`, um zu erfahren, was der Befehl `sum` leistet. Benutzen Sie `help ops` für eine Liste der Operatoren (einschließlich Backslash-Operator).

Schreiben Sie weiters eine MATLAB-Skript-Datei `fehlerplot1.m`, welche den Fehler e der Lösung des Gleichungssystems ermittelt mit MATLAB $\vec{x}_{\text{num}} = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)^T$ und der analytischen Lösung $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ mit

$$e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\tilde{x}_i - x_i|$$

berechnet unter Verwendung der MATLAB-Funktion `blatt1(n)` und stellen Sie diesen grafisch für $n = 1, \dots, 15$ dar.