Fractiles de la loi du χ^2

Définition

Une variable aléatoire Z suit la loi du χ^2 (ou Loi de Pearson) à ν degrés de libertés (où $\nu \in \mathbb{N}^*$) si elle admet pour densité de probabilité la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{\frac{\nu}{2}}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} e^{-\frac{t}{2}} t^{\frac{\nu}{2}-1} & \text{si } t \geqslant 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

C'est un cas particulier de loi Γ, celle de paramètres $\left(\frac{1}{2}, \frac{\nu}{2}\right)$.

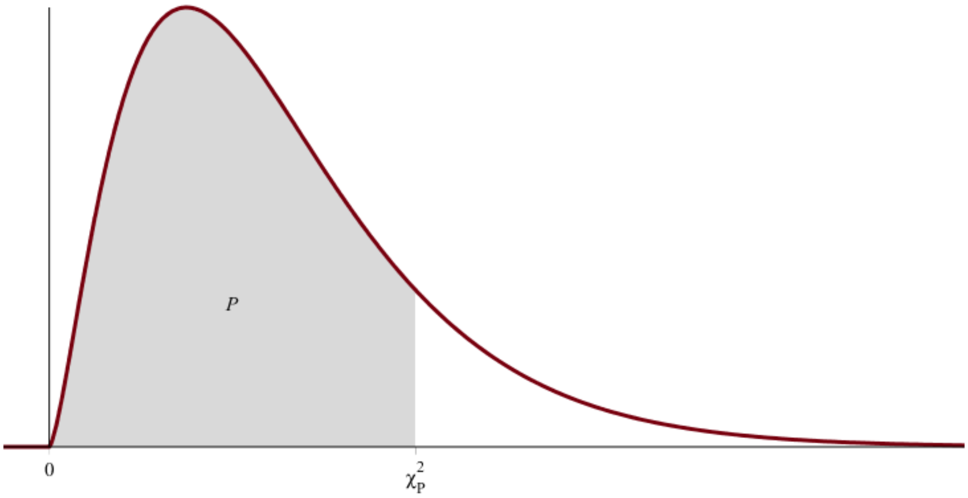

FIGURE 4 – Densité de probabilité de la loi du χ^2

Si $U_1, \ldots, U_n$ sont n variables aléatoires indépendantes suivant toutes la loi $\mathcal{N}(0,1)$, alors la variable aléatoire

$$Z = \sum_{i=1}^{n} U_i^2$$

suit la loi du χ^2 à n degrés de liberté.

La table 4.1 donne, pour $1 \leqslant \nu \leqslant 30$ et certaines valeurs de P, les fractiles de la loi du χ^2, c'est-à-dire les valeurs de χ^2_P telles que

$$\mathbb{P}\left(Z \leqslant \chi^2_P\right) = P.$$

Approximation

Pour $\nu > 30$, on peut admettre que la variable aléatoire $\sqrt{2Z} - \sqrt{2\nu - 1}$ suit approximativement la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$.

Table n° 4.1— Fractiles de la loi du χ^2

$1-P\rightarrow$	0,999	0,995	0,975	0,95	0,90	0,50	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
$\nu\downarrow$ $P\rightarrow$	0,001	0,005	0,025	0,05	0,10	0,50	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,45	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,83
2	0,00	0,01	0,05	0,10	0,21	1,39	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	13,82
3	0,02	0,07	0,22	0,35	0,58	2,37	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84	16,27
4	0,09	0,21	0,48	0,71	1,06	3,36	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86	18,47
5	0,21	0,41	0,83	1,15	1,61	4,35	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75	20,52
6	0,38	0,68	1,24	1,64	2,20	5,35	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	22,46
7	0,60	0,99	1,69	2,17	2,83	6,35	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	24,32
8	0,86	1,34	2,18	2,73	3,49	7,34	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	26,12
9	1,15	1,73	2,70	3,33	4,17	8,34	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	27,88
10	1,48	2,16	3,25	3,94	4,87	9,34	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	29,59
11	1,83	2,60	3,82	4,57	5,58	10,34	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76	31,26
12	2,21	3,07	4,40	5,23	6,30	11,34	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	32,91
13	2,62	3,57	5,01	5,89	7,04	12,34	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	34,53
14	3,04	4,07	5,63	6,57	7,79	13,34	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	36,12
15	3,48	4,60	6,26	7,26	8,55	14,34	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80	37,70
16	3,94	5,14	6,91	7,96	9,31	15,34	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	39,25
17	4,42	5,70	7,56	8,67	10,09	16,34	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72	40,79
18	4,90	6,26	8,23	9,39	10,86	17,34	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	42,31
19	5,41	6,84	8,91	10,12	11,65	18,34	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	43,82
20	5,92	7,43	9,59	10,85	12,44	19,34	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	45,31
21	6,45	8,03	10,28	11,59	13,24	20,34	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	46,80
22	6,98	8,64	10,98	12,34	14,04	21,34	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80	48,27
23	7,53	9,26	11,69	13,09	14,85	22,34	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	49,73
24	8,08	9,89	12,40	13,85	15,66	23,34	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56	51,18
25	8,65	10,52	13,12	14,61	16,47	24,34	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	52,62
26	9,22	11,16	13,84	15,38	17,29	25,34	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29	54,05
27	9,80	11,81	14,57	16,15	18,11	26,34	36,74	40,11	43,19	46,96	49,64	55,48
28	10,39	12,46	15,31	16,93	18,94	27,34	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99	56,89
29	10,99	13,12	16,05	17,71	19,77	28,34	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34	58,30
30	11,59	13,79	16,79	18,49	20,60	29,34	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	59,70