

Algorithme de Ford-Tulkerson

Principe

- * On détecte une chaîne augmentante par un algo de marquage
- * On augmente le flot sur cette chaîne de la valeur Δ
- * Lorsque on ne trouve plus de chaîne augmentante, c'est terminé.

initialisation : un flot de s à t (de flot nul par exemple)

Boolean Arrêt \leftarrow Faux

Repetez

 Marquage ()

 Si (t n'est pas marqué)

 Arrêt \leftarrow Vrai

 Sinon

 Modifiez le flot f sur la chaîne
 augmentante trouvée, de la valeur Δ .

 Fin Si

Jusqu'à (Arrêt = Vrai).

avec Marquage () :

 Marquer \oplus le sommet s

 Tant qu'on peut marquer des sommets

 Pour tout arc ij

 Si i est marqué et $f_{ij} < c_{ij}$
 marquer j par $\oplus i$

 Fin Si

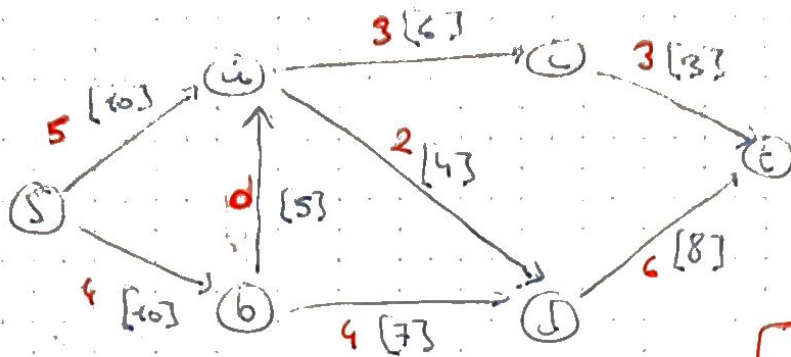
 Si j est marqué et $f_{ji} > 0$
 marquer i par $\ominus j$

 Fin Si

 Fin Pour

Fin Tant Que.

Exemple 1

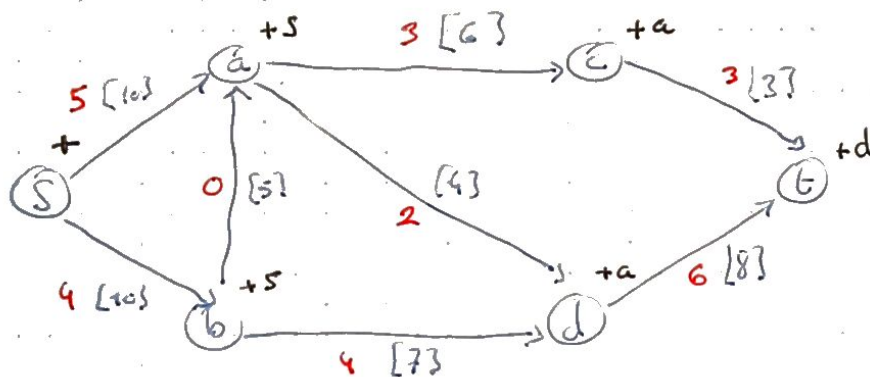


f lot initial

$$v(f) = 9.$$

$$\begin{array}{l} \underline{a} \xrightarrow{f < c} b^{a^+} \\ b^- \xrightarrow{0 < f} \underline{a} \end{array}$$

Principe de Marquage () :



1) s est marqué et on a $f_{sa} = 5 < c_{sa} = 10$
 \Rightarrow on marque a avec $+$

De même pour b .

2) On prend a , a est marqué
 et $\underline{a} \xrightarrow{f_{ac} < c} c^{a^+}$
 \Rightarrow on marque c

De même pour d

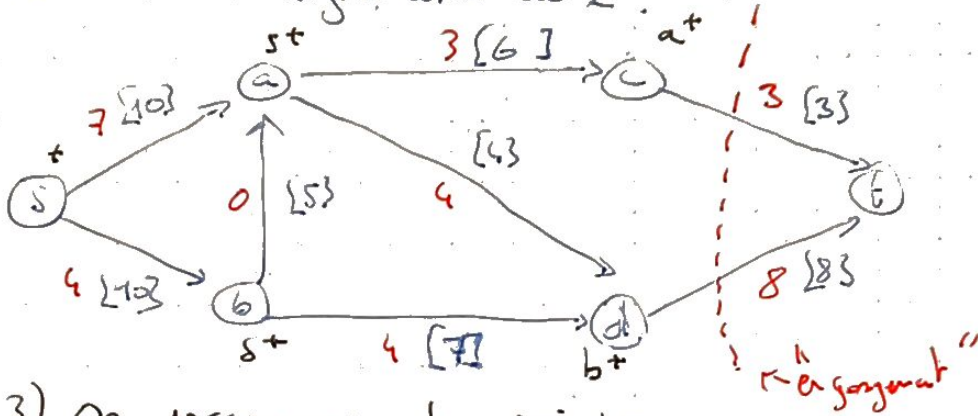
de c à e , comme $f_{ce} = c_{ce}$, on ne
 peut pas marquer e
 mais on peut marquer e à partir de d
 par $+$

On a ainsi une chaîne augmentante:

$s \xrightarrow{5} a \xrightarrow{2} d \xrightarrow{2} t$

reste pour être saturé
→ mange
quantité qu'il

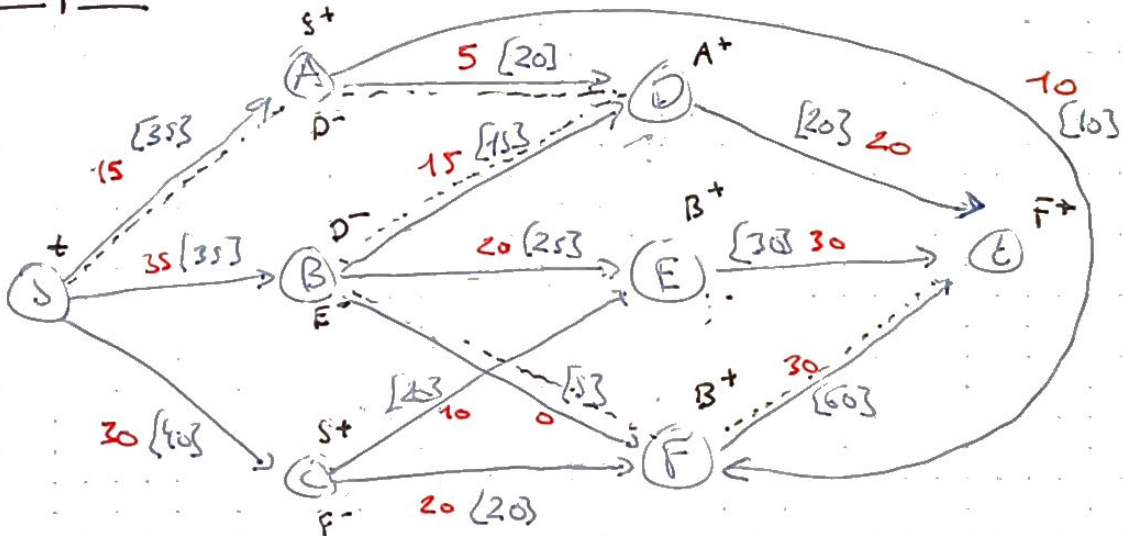
On prend ensuite le minimal, c'est à dire 2 et on remplace la chaîne augmentante de 2.



3) On recommence le principe

\Rightarrow On a plus de chaîne augmentante, le flot est maximal $\Rightarrow f(s^+) = v(f) = 11$.

Exemple 2

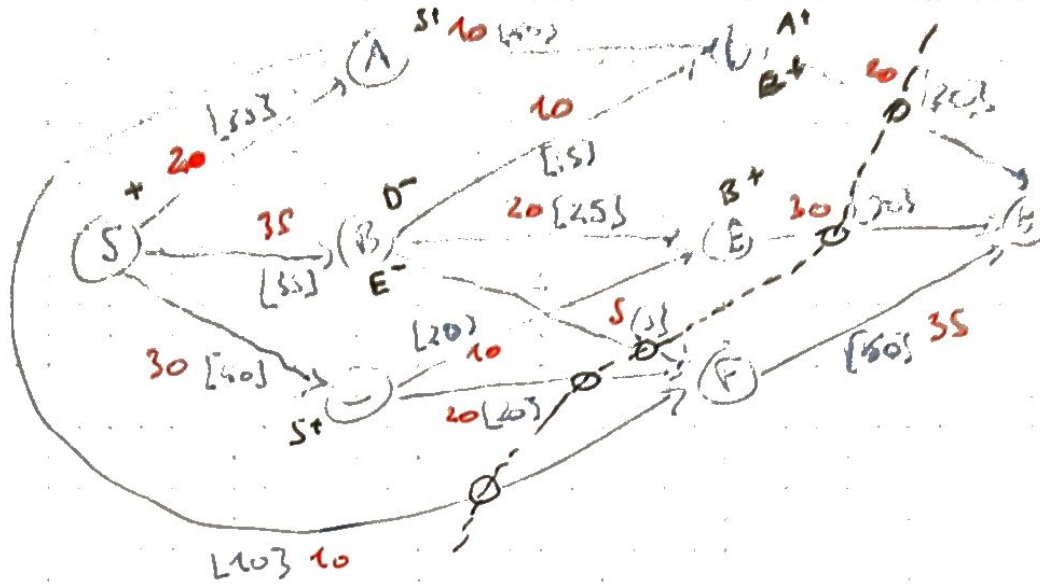


On prend la chaîne

$s \xrightarrow{20} A \xrightarrow{15} D \xrightarrow{-15} B \xrightarrow{5} F \xrightarrow{30} t$

mange

\Rightarrow on prend le min et valeur absolue cad 5.



On n'a pas atteint t , le flot est maximal
et on a une coupe bipartite qui sépare les sommets
marqués et les sommets non marqués.

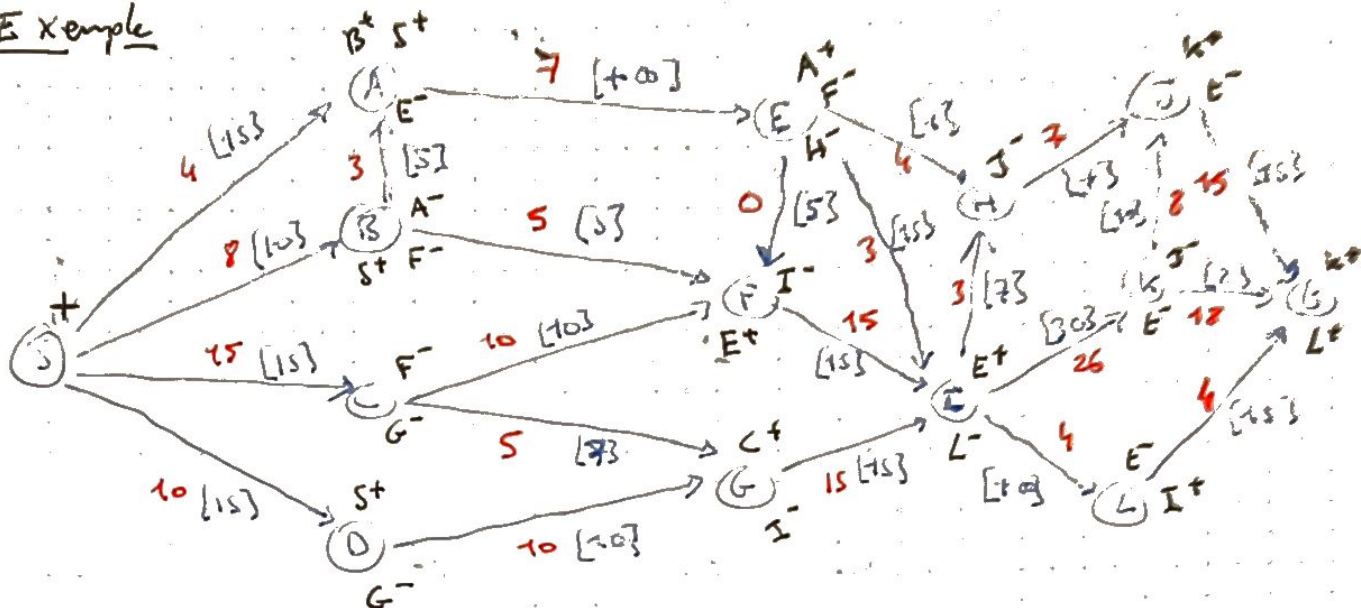
$$v(f) = \delta^+(S) = 85 \leftarrow \text{flot max.}$$

Comment faire si on veut améliorer un flot dans un
arc? On sera limité par un autre flot dans un autre
arc.

On ne veut pas faire de "sur-flot" dans l'arc, c'est à
dire augmenter beaucoup trop le flot alors qu'il y a un autre
arc qui sature le flot total du graphe.

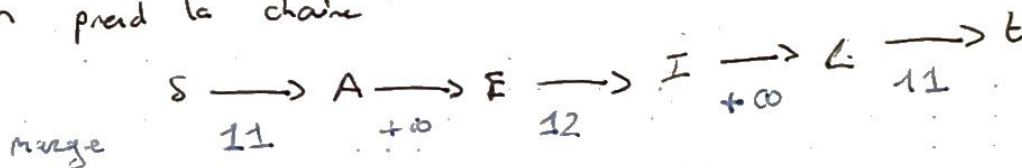
Le principe est de placer la capacité de l'arc en
question à $+\infty$ et de calculer le nouveau flot max.

Exemple



On souhaite améliorer le flot pour les arcs AE et IL : on place leur capacité à +∞ et on calcule le nouveau flot max

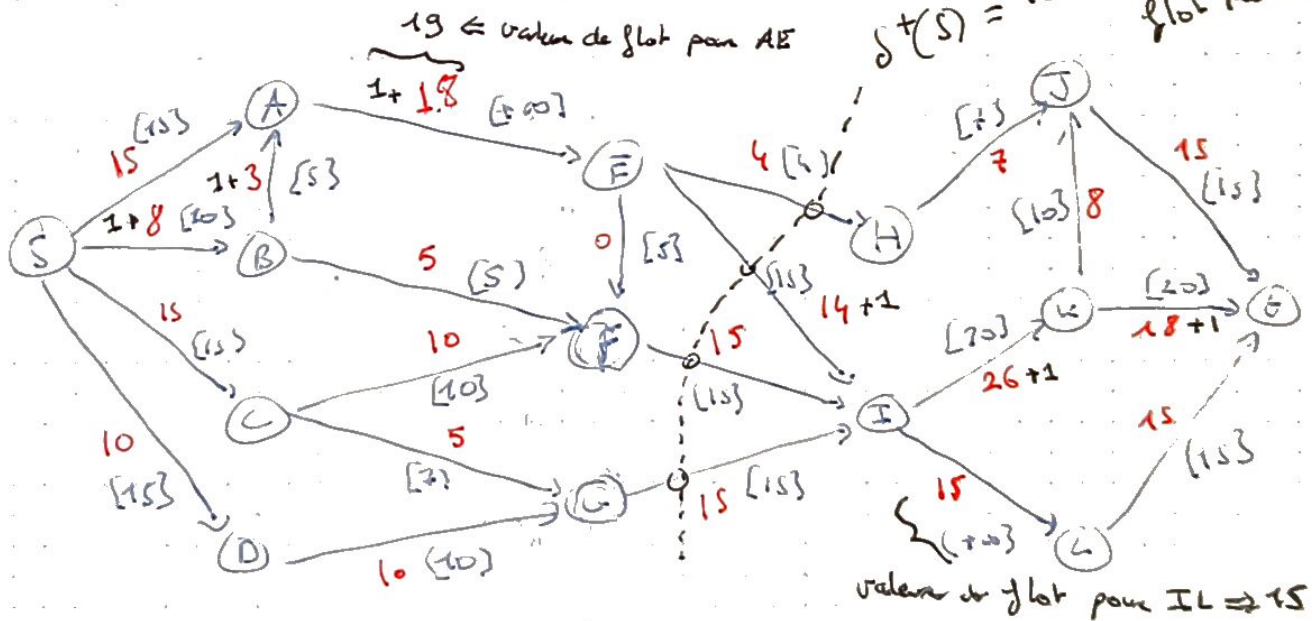
On prend la chaîne



min = 11 :

13 ≤ valeur de flot pour AE

$\delta^+(S) = 49 = v(f)$ flot max.



on peut encore augmenter le flot de 1 dans la chaîne $S \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow L \rightarrow t$