

## MÈTODES NUMÈRICS I

Grau de Matemàtiques. Curs 2018-19. Semestre de primavera

### Pràctica 1: Estudi d'errors

**Exercici 1** L'èpsilon de la màquina és el menor valor real  $u > 0$  de la forma  $u = 2^{-i}$ ,  $i > 0$ , que verifica  $1 + u > 1$ .

Feu un programa (**epsilon.c**) que calculi l'epsilon de la màquina del tipus **double**. Quina conclusió en traieu? El valor es correspon amb el que havieu pensat? Per què?

**Exercici 2** Volem calcular  $S(N) = \sum_{j=1}^N \frac{1}{j^2}$  per als valors  $N = 10^3, 10^4, 10^5$  i  $10^6$ .

Feu un programa que calculi  $S(N)$ , sumant els termes començant per  $j = 1$  fins a  $j = N$  i a l'inrevés. Compareu els resultats obtinguts,  $S_{calc}(N)$ .

Feu primer tots els càlculs en precisió simple. Després, en precisió doble. (**sumes.c**)

Quines conclusions en traieu?

**Exercici 3** Volem aproximar diferents valors de  $\cos(x)$  utilitzant polinomis de Taylor de diferents graus de la funció en el punt  $x_0$ .

- Escriuiu una funció **double** `Taylor(double x, double x0, int n)` per avaluar el polinomi de Taylor de grau  $n$  de la funció  $f(x) = \cos(x)$  en el punt  $x_0$ .
- Avalueu en una xarxa de 100 punts equiespaiats en l'interval  $[x_0 - 0.5, x_0 + 0.5]$  els polinomis de Taylor de graus 6, 7 i 8 en el punt  $x_0$  i la funció  $f(x) = \cos(x)$ . Feu una gràfica per veure el significat geomètric d'aproximar la funció per aquests polinomis.
- Aproximem ara la funció  $f$  pel polinomi de Taylor de grau 8. Calculeu l'error comès en l'interval  $[x_0 - 1.5, x_0 + 1.5]$  prenent els punts en una xarxa equiespaiada en l'interval, i feu una gràfica representant l'error. Utilitzeu la resta de Lagrange per explicar els resultats.
- Volem aproximar (amb tolerància  $10^{-8}$ ) el valor de la funció en un punt proper a  $10\pi$  usant un polinomi de Taylor de grau adient.

Feu-lo primer per a  $x_0 = 0$  i després per a  $x_0 = 31.4$ .

Estudieu els resultats obtinguts i expliqueu-los.