UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
INSTITUTO METRÓPOLE DIGITAL

ANÁLISE EMPÍRICA

DAYANE PABLA DE ARAÚJO VILAÇA
ANA CLARA NOBRE MENDES

Natal, RN.
2015

DAYANE PABLA DE ARAÚJO VILAÇA
ANA CLARA NOBRE MENDES

ANÁLISE EMPÍRICA

Relatório técnico que contém a implementação de dois algoritmos para um mesmo problema.
Suas performances foram analisadas através de experimentos empíricos, em seguida comparadas com a sua análise matemática de complexidade.

Professor: Selan Rodrigues dos Santos

Natal, RN.
2015

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este relatório tem como objetivo apresentar dois algoritmos que solucionam o problema da soma máxima de uma subsequência. Definido por:

Dada uma sequência de inteiros (possivelmente negativos) $A_1, A_2,...,A_n$, *encontrar o máximo valor de* $\sum_{k=i}^{j} A_k$.

O primeiro algoritmo possui complexidade linear e o segundo complexidade quadrática. Mostraremos a performance de cada um deles através de experimentos empíricos comparados com a sua análise matemática de complexidade.

2. MÉTODO UTILIZADO

Para a resolução do problema da soma máxima de uma sequência foi criado um arquivo `maxSubSum`, na linguagem C++. Este arquivo contém a função `int maxSubSumLinear( const vector<int> & a )`, algoritmo linear, e a função `int maxSubSumQuadratic( const vector<int> & a )`, algoritmo quadrático.

maxSubSum.cpp

```
#include <ctime>
#include <cmath>
#include <vector>
#include <cstdlib>
#include <iostream>
#include <string.h>
#include <assert.h>
#include <unistd.h> // Define a função sleep no Linux

using namespace std;


// Declaração das assinaturas das funções do programa.
// Dessa maneira, podemos chamar as funções antes de defini-las.
void printVector( const vector<int> & a );
int maxSubSumLinear( const vector<int> & a );
int maxSubSumQuadratic( const vector<int> & a );
int maxSubSumCubic(const vector<int> &a );
//int maxSubSumNlogN(const vector<int> &a );
void showTimeResults( const clock_t & begin, const clock_t & end );
void showClockResults( const clock_t & begin, const clock_t & end );

int main ( int argc, char* argv[])
{
    vector<int> a;
    clock_t begin, end;

    // O programa só continua se a quantidade de parâmetros estiver correta.
    // Isso pode ser mudado para um if com return.
    assert(argc >= 2);

    // Alimenta o gerador randomico com um seed baseado no tempo atual.
    // Assim, garantimos que os valores para o vetor mudem em cada execução.
    srand(std::time(0));

    for (long int c = 0; c < 25; c++ )
    {
        a.push_back(rand());
    }

    sleep(7);

    if ( strcmp(argv[1], "linear") == 0 )
    {
```

```
        for ( register int i = 0; i < 100; i++ )
        {
            begin = clock();
            maxSubSumLinear(a);
            end = clock();
            showClockResults(begin, end);
        }
    }
    else if ( strcmp(argv[1], "quadratic") == 0 )
    {
        for ( register int i = 0; i < 100; i++ )
        {
            begin = clock();
            maxSubSumQuadratic(a);
            end = clock();
            showClockResults(begin, end);
        }
    }
    else if ( strcmp(argv[1], "cubic") == 0 )
    {
        for ( register int i = 0; i < 100; i++ )
        {
            begin = clock();
            maxSubSumCubic(a);
            end = clock();
            showClockResults(begin, end);
        }
    }
    /*
    else if ( strcmp(argv[1], "nlogn") == 0 )
    {
        for ( register int i = 0; i < 100; i++ )
        {
            begin = clock();
            maxSubSumNlogN(a);
            end = clock();
            showClockResults(begin, end);
        }
    }
    */

    return 0;
}

// Esta função só foi utilizada nos testes e pode ser removida.
/*void printVector( const vector<int> & a)
{
    cout << "[ ";
    // Imprime o vetor a na tela.
    // Usa uma coisa chamada iterator para "visitar" cada elemento de a.
    // Esse assunto vale uma pesquisada ou consultada no livro de C++.
    for ( vector<int>::const_iterator i = a.begin(); i != a.end(); ++i )
    {
        cout << *i << " ";
    }
    cout << "]" << endl;
}*/


int maxSubSumLinear( const vector<int> & a )
```

```
{
    int sum = 0, maxSum = 0;

    for ( unsigned int i = 0; i < a.size(); ++i )
    {
        sum += a[i];

        if ( sum > maxSum ) maxSum = sum;
        if ( sum < 0 ) sum = 0;
    }

    return maxSum;
}

int maxSubSumQuadratic( const vector<int> & a )
{
    int sum, maxSum = 0;

    for ( unsigned int i = 0; i < a.size(); ++i )
    {
        sum = 0;

        for ( unsigned int j = i; j < a.size(); ++j )
        {
            sum += a[j];

            if ( sum > maxSum ) maxSum = sum;
        }
    }

    return maxSum;
}
int maxSubSumCubic( const vector<int> & a )
{
    int sum = 0, maxSum = 0;

    for ( unsigned int i = 0; i < a.size(); ++i )
    {
        sum += pow(a[i],3);

        if ( sum > maxSum ) maxSum = sum;
        if ( sum < 0 ) sum = 0;
    }

    return maxSum;
}
/*
int maxSubSumNlogN( const vector<int> & a )
{
    int sum = 0, maxSum = 0;

    for ( unsigned int i = 0; i < a.size(); ++i )
    {
        sum += a[i];

        if ( sum > maxSum ) maxSum = sum;
        if ( sum < 0 ) sum = 0;
    }

    return maxSum;
```

```
}*/

void showClockResults( const clock_t & begin, const clock_t & end )
{
    // Exibe tempo de execução em segundos.
    cout << (double)(end - begin)/CLOCKS_PER_SEC << endl;

    // cout << "begin (CPU): " << begin << endl;
    // cout << "end (CPU): " << end << endl;
    // cout << "elapsed CPU time: " << (end - begin) / CLOCKS_PER_SEC << " second(s)\n";
}
```

Esse código pode ser acessado em: https://goo.gl/1cvtii

Para auxiliar a compilação foi criado o arquivo `Makefile`:

Makefile

```
CC = g++

all: maxSubSum.cpp
	$(CC) -Wall maxSubSum.cpp -o maxSubSum -g
```

Esse código pode ser acessado em: http://goo.gl/uCzzg6

Em seguida a execução é feita da seguinte forma para os dois tipos de algoritmos testados:

```
>>> ./maxSubSum linear
>>> ./maxSubSum quadratic
```

Para armazenar os tempos das 100 execuções aleatórias de cada algoritmo com instância de tamanho *n*, e em seguida calcular a média aritmética dos tempos das 100 execuções foi criando um script python que nos retornará exatamente esses valores.

runner.py

```
#!/usr/bin/env python

from __future__ import division

import os, sys

try:
   import sh
except ImportError:
```

```
   sys.exit("Can't import sh! Try install it with: \n  pip install sh")


CURRENT_DIR = os.path.dirname(os.path.realpath(__file__))
MAX_SUM_PATH = os.path.join(CURRENT_DIR, 'maxSubSum')


if not os.path.exists(MAX_SUM_PATH):
   sys.exit("No such executable file: %s" % MAX_SUM_PATH)


def execute(program, param):
   outputs = []

   print 'Executing %s algorithm...' % param
   for i in xrange(1, 26):
       print '>> Round %i' % i
       output = program(param)
       outputs.append(output)
       print_summary(output, param)

   return outputs


def average_time(times):
   return sum(times) / float(len(times))


def print_summary(output, param):
   lines = output.split()
   times = [float(x) for x in lines]

   print "Average time: %f" % average_time(times)
   print "Execution times: %s" % ', '.join(lines)


def main():
   max_sum = sh.Command(MAX_SUM_PATH)
   linear_outputs = execute(max_sum, 'linear')
   quadratic_outputs = execute(max_sum, 'quadratic')


if __name__ == '__main__':
   main()
```

Esse código pode ser acessado em: http://goo.gl/ryjRST

Para a execução do script será necessária a instalação da biblioteca `sh` do python, que em uma máquina Linux pode ser instalada com o seguinte comando:

```
>>> sudo pip install sh
```

Feito isso o script poderá ser rodado da seguinte forma:

```
>>> python runner.py
```

Começará a ser listado no terminal informações como no exemplo a seguir até que seja completada as 25 entradas diferentes, finalizando o algoritmo linear logo em seguida o quadrático irá iniciar.

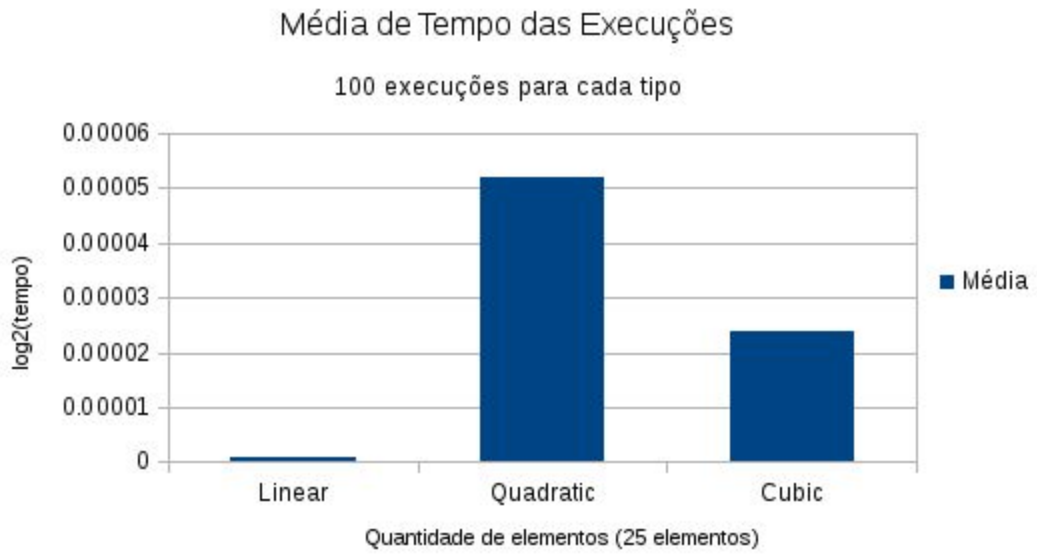
```
Executing linear algorithm...
>> Round 1
Average time: 0.001700
Execution times: 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0,
0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01,
0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0,
0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0,
0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0,
0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0
>> Round 2
Average time: 0.001800
Execution times: 0, 0.01, 0, 0.01, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0,
0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0,
0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01,
0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0,
0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0
>> Round 3
```

Os algoritmos foram testados em dois computadores, ambos x86_64-linux-gnu, o primeiro da distribuição Ubuntu e o segundo Fedora. Ambos tiveram praticamente os mesmos resultados.

O compilador utilizado nos dois computadores foi o gcc version 4.9.2.

3. RESULTADOS

A seguir temos o gráficos mostrando uma curva de crescimento (n no eixo X e tempo de execução no eixo Y) para cada algoritmo.



Obs.: O algoritmo para calcular a soma cúbica está incompleto, portanto não foi analisado, só registrado no gráfico.

4. DISCUSSÃO

Neste trabalho, tínhamos como objetivo comparar o desempenho dos algoritmos linear e quadrático na resolução de um mesmo problema, analisando a complexidade de tempo, que é comumente estimada pela contagem do número de operações elementares performadas pelo algoritmo, onde a operação elementar toma a quantia fixa de tempo para realizar.

Após a análise dos resultados obtidos nos testes, e espressos pelo gráfico, podemos perceber e confirmar os conhecimentos teóricos sobre o desempenho dos algorítimos linear e quadrático.

Portanto, vemos que o algoritmo linear tem, em geral, um desempenho melhor em relação ao quadrático, e processa os dados em um menor espaço de tempo. Essa diferença pode ser notada de maneira ainda mais expressiva de acordo com o aumento das entradas, pois quanto maior o número de dados, maior ainda é o tempo gasto pelo algoritmo quadrático.

Temos isso porque um algoritmo é dito que usa tempo linear, ou tempo O(n), se sua complexidade de tempo é O(n). Informalmente, isto significa que para entradas grandes o suficiente o tempo de execução delas aumentam linearmente com o tamanho da entrada. Por exemplo, um procedimento que adiciona todos os elementos em uma lista requer tempo proporcional ao tamanho da lista. Esta descrição é levemente imprecisa, visto que o tempo de execução pode desviar significantemente de uma proporção precisa, especialmente para valores pequenos de n.

Já o quadrático , representado por $O(n^2)$, ocorre quando os itens de dados são processados aos pares, muitas vezes em uma repetição dentro da outra. Por exemplo, quando *n* é mil, o número de operações é da ordem de 1 milhão. Algoritmos deste tipo somente são úteis para resolver problemas de tamanhos relativamente pequenos, como podemos notar claramente nos gráficos.